Einlesezeit

Für die Durchsicht der Klausur wird eine „Einlesezeit“ von **10 Minuten** gewährt. Während dieser Zeitdauer ist es Ihnen **nicht** gestattet, mit der Bearbeitung der Aufgaben zu beginnen. Dies bedeutet konkret, dass sich während der gesamten Dauer der Einlesezeit keinerlei Schreibgeräte (Stifte, Füller, etc.) auf dem Tisch befinden dürfen sowie die Nutzung von mitgeführten Unterlagen respektive (elektronischer) Wörterbücher bzw. tragbarer Translater strengstens untersagt ist. Nehmen Sie Ihre Schreibgeräte und Unterlagen erst zur Hand, wenn die Prüfungsaufsicht auf das Ende der Einlesezeit hingewiesen hat und füllen Sie zunächst das Deckblatt sowie Seite 3 **vollständig** aus.

Viel Erfolg!

NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	
TISCH-NR.	

Klausurunterlagen

Ich versichere hiermit, dass ich sämtliche für die Durchführung der Klausur vorgesehenen Unterlagen erhalten, und dass ich meine Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Verwendung unerlaubter Hilfsmittel und sonstiger unlauterer Mittel angefertigt habe. Ich weiß, dass ein Bekanntwerden solcher Umstände auch nachträglich zum Ausschluss von der Prüfung führt. Ich versichere weiter, dass ich sämtliche mir überlassenen Arbeitsunterlagen sowie meine Lösung vollständig zurück gegeben habe. Die Abgabe meiner Arbeit wurde in der Teilnehmerliste von Aufsichtsführenden schriftlich vermerkt.

Duisburg, den __________ ________________________________

(Unterschrift der/des Studierenden)

Falls Klausurunterlagen vorzeitig abgegeben: ______________Uhr

Bewertungstabelle

Aufgabe 1	
Aufgabe 2	
Gesamtpunktzahl	
Angehobene Punktzahl	
%	
Bewertung gem. PO in Ziffern	

____
(Datum und Unterschrift 1. Prüfer, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Söffker)

____
(Datum und Unterschrift 2. Prüfer, Dr.-Ing. Yan Liu)

____
(Datum und Unterschrift des für die Prüfung verantwortlichen Prüfers, Söffker)

Fachnote gemäß Prüfungsordnung:

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	5,0
sehr gut		gut			befriedigend			ausreichend		mangelhaft

Bemerkung: ____

Hinweise

Achtung: Schreiben Sie Ihre Antwort für ALLE Aufgaben direkt unter die entsprechende Aufgabe in den Aufgabenbogen!

Verwenden Sie KEINE Bleistifte oder roten Stifte für die Beantwortung von Fragen oder für Zeichnungen! (Rote Stifte werde bei der Korrektur verwendet.)

Diese Prüfung lege ich ab als
☐ Pflichtfach.
☐ Wahlfach.
☐ Auflage.
(Bitte ankreuzen.)

Maximal erreichbare Punktzahl:	**40**
Mindestprozentzahl für die Note 1,0:	**95%**
Mindestprozentzahl für die Note 4,0:	**50%**

Aufgabe 1 (15 Punkte)

1a) (3 Punkte)
Linearisieren Sie durch Abbruch der Taylorreihenentwicklung nach dem ersten Element in Bezug auf den Arbeitspunkt $S_0 = 2$ die durch die mathematische Gleichung

$$R = ae^{3S}S^2, \;\; S \in [0, \pi]$$

dargestellte Ein-/Ausgangsbeziehung zwischen den Eingang S und den Ausgang R.
Antwort:
Analytische Linearisierung durch Taylorreihenentwicklung:
Arbeitpunkt S_0

$$\begin{aligned}
r &= \left.\frac{\partial R}{\partial S}\right|_{S_0=2} s \\
r &= \left(3ae^{3S}S^2 + 2ae^{3S}S\right)\big|_{S=S_0=2}\, s \\
r &= \left(16ae^6\right) s \\
r &= 16ae^6 s, \quad \text{am Arbeitspunkt} \quad S_0 = 2
\end{aligned}$$

1b) (3 Punkte)
Gegeben sei der in Abbildung 1.1 gegebene Regelkreis.

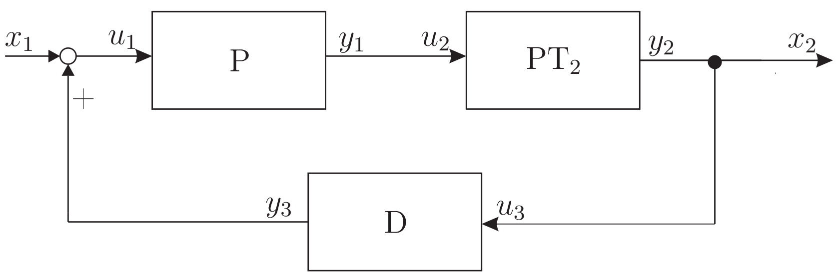


Abbildung 1.1: Blockschaltbild des Systems

mit den Kenngrößen
P : $K_1 = 2$
PT_2 : $K_2 = 2, \; \omega_0 = 2, \; D = 2,$ sowie
D : $T_D = 2.$
Geben Sie die Eigenfrequenz ω_0^* sowie die Dämpfung D^* für das resultierende Übertragungssystem zwischen dem Eingang x_1 und dem Ausgang x_2 an.
Antwort:

$$P : y_1 = K_1 u_1 \tag{1.1}$$

$$PT_2 : \frac{1}{\omega_0^2}\ddot{y}_2 + \frac{2D}{\omega_0}\dot{y}_2 + y_2 = K_2 u_2 \tag{1.2}$$

$$D : y_3 = T_D \dot{u}_3 \tag{1.3}$$

$$u_1 = x_1 + y_3; y_1 = u_2; y_2 = u_3 = x_2 \tag{1.4}$$

Aus (1.2), (1.1), und (1.4):

$$\frac{1}{\omega_0^2}\ddot{x}_2 + \frac{2D}{\omega_0}\dot{x}_2 + x_2 = K_2 u_2 = K_2 K_1 u_1 \tag{1.5}$$

Aus (1.5), (1.4) und (1.3):

$$\frac{1}{\omega_0^2}\ddot{x}_2 + \frac{2D}{\omega_0}\dot{x}_2 + x_2 = K_2 u_2 = K_2 K_1 (x_1 + y_3) = K_1 K_2 (x_1 + T_D \dot{x}_2) \tag{1.6}$$

$$\frac{1}{\omega_0^2}\ddot{x}_2 + (\frac{2D}{\omega_0} - K_1 K_2 T_D)\dot{x}_2 + x_2 = K_2 K_1 x_1 \tag{1.7}$$

Mit PT_2 $(D = 2, \omega_0 = 2, K_2 = 2)$, $\mathrm{P}(K_1 = 2)$, $\mathrm{D}(T_\mathrm{D} = 2)$

$$\frac{1}{4}\ddot{x}_2 - 6\dot{x}_2 + x_2 = 4x_1 \Leftrightarrow \frac{1}{(\omega_0^*)^2}\ddot{x}_2 + \frac{2D^*}{\omega_0^*}\dot{x}_2 + x_2 = x_1 \tag{1.8}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(\omega_0^*)^2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \omega_0^* = 2$$

$$\Rightarrow \frac{2D^*}{\omega_0^*} = -6 \Leftrightarrow D^* = -6$$

1c) (1 Punkte)
Ein Erfinder schlägt zur robusten und immer stabilisierenden Regelung von Systemen mit proportionalem Verhalten (idealisiert als P-System) einen neuartigen Regler vor, dessen dynamisches Verhalten sich durch ein PT_1 $(T = 1, K_2 = 1)$ System mit negativer Rückführung (Abbildung 1.2) abbilden lässt. Begründen Sie (z. B. durch eine Eigenwertberechnung), ob die vorgeschlagene Lösung zu einem stabilen Systemverhalten führt (Die Eigenwerte sind konkret auszurechnen, K_1 ist immer positiv). Ist der Regler stationär genau [Ja, Nein]? Begründen Sie Ihre Aussage.

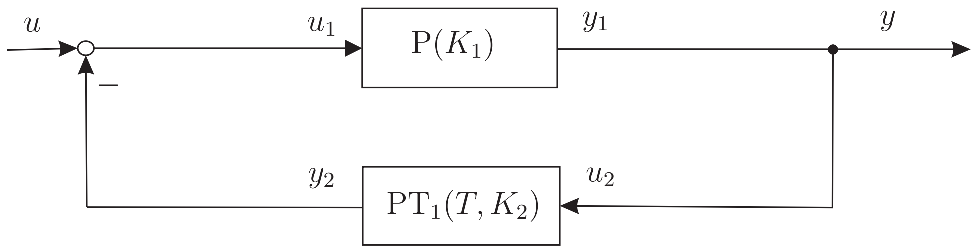


Abbildung 1.2: System

Antwort:
Mit positiver Rückführung:

$$P : y_1 = K_1 u_1 \Rightarrow u_1 = \frac{y_1}{K_1} \tag{1.9}$$

$$PT_1 : T\dot{y}_2 + y_2 = K_2 u_2 \tag{1.10}$$

$$u_1 = u - y_2; y = y_1 = u_2 \tag{1.11}$$

Aus (1.9) und (1.11):

$$\frac{y_1}{K_1} = u - y_2 \Rightarrow y_2 = u - \frac{y_1}{K_1} \tag{1.12}$$

Aus (1.12) und (1.10):

$$T\left(\dot{u} - \frac{\dot{y}}{K_1}\right) + u - \frac{y}{K_1} = K_2 y \tag{1.13}$$

$$\frac{T}{K_1}\dot{y} + \left(\frac{1}{K_1} + K_2\right) y = T\dot{u} + u \tag{1.14}$$

$$T\dot{y} + (1 + K_1 K_2)\, y = K_1 T \dot{u} + K_1 u \tag{1.15}$$

$$\Leftrightarrow \dot{y} = -\frac{(1 + K_1 K_2)}{T} y + K_1 \dot{u} + \frac{K_1}{T} u \tag{1.16}$$

Charakteristische Gleichung:

$$det(\lambda I - A) = 0 \tag{1.17}$$

$$\Rightarrow \lambda = -\frac{1 + K_1 K_2}{T}, (PT_1 : T = 1, K_2 = 1)$$
$$\Rightarrow \lambda = -(K_1 + 1)$$

Mit positivem $K_1 \Rightarrow \lambda < 0 \Rightarrow$ stabil.

Nein, nur für K_1 gegen ∞ ist der Regelkreis stationär genau.

1d) (2 Punkte)
Die Parameter von Regler und Strecke seien nun unbekannt. Welche algorithmische Vorgehensweise zur Einstellung des Reglers schlagen Sie vor? Welche Parameter des Regelkreises sind experimentell zu ermitteln? Wie berechnen sich die Parameter des Reglers?
Anwort:

- Algorithmische Vorgehensweise zur Einstellung des Reglers ist Ziegler-Nichols
- Parameter des Regelkreises sind experimentell zu ermitteln: $T_{Period,Dauer}$ und k_{Krit}
- Tabelle: Reglereinstellung nach ZIEGLER und NICHOLS

1e) (3 Punkte)
Ein System in Zustandsraumdarstellung mit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad D = 0$$

wird mit einem Regler ($K = K_R$) in negativer Rückführung geregelt. Geben Sie den Parameterbereich für K_R für ein stabiles Systemverhalten des geregelten Systems an. Kreuzen Sie die richtige(n) Antwort(en) an. Es sind mehrere Lösungen möglich.

Antwort
Zustandsgleichung:
$\dot{x} = Ax + Bu$
$y = Cx + Du$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \tag{1.18}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \tag{1.19}$$

Mit einem Regler ($K = K_R$) in negativer Rückführung:

$$u = -K_R x_1, \tag{1.20}$$

Aus (1.18) und (1.20):

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (-K_R x_1) \tag{1.21}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(1 + K_R) & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} \tag{1.22}$$

Charakteristische Gleichung:

$$det(\lambda I - A) = 0 \tag{1.23}$$

$$\Leftrightarrow det \left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(1 + K_R) & -1 \end{bmatrix} \right) = 0 \tag{1.24}$$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 + \lambda + 1 + K_R = 0 \tag{1.25}$$

$\Rightarrow K_R + 1 \geq 0 \Rightarrow K_R \geq -1$

Das geregelte System ist

- ○ Immer stabil, es liegt ein robuster Regelkreis vor.
- ○ Immer instabil unabhängig von K_R.
- ☒ Asymptotisch stabil für $K_\mathrm{R} > 5$.
- ○ Instabil für $K_\mathrm{R} < -1$.

1f) (3 Punkte)
Zwei Systeme werden gemäß Abbildung 1.3 angeordnet.
Das dynamische Verhalten von System 1 ist

$$u_1 = K_2 y \quad \text{sowie} \tag{1.26}$$

von Gesamtsystem bei geschlossenem Schalter

$$u = K_1 y + T_D K_2 \dot{y}. \tag{1.27}$$

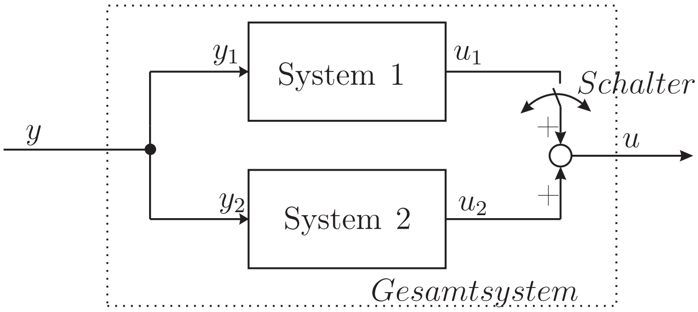


Abbildung 1.3: Blockschaltbild

Klassifizieren Sie die Übertragungseigenschaften des Gesamtsystem bei geöffnetem Schalter. Kreuzen Sie die richtige(n) Antwort(en) an. Es sind mehrere Lösungen möglich.
Das System läßt sich durch folgende Übergangsfunktionen charakterisieren:
Antwort:
Bei geschlossenem Schalter

$$u = u_1 + u_2 \tag{1.28}$$

Aus (1.28), (1.26), und (1.27)

$$u_2 = u - u_1 = K_1 y + T_D K_2 \dot{y} - K_2 y \tag{1.29}$$

$$u_2 = (K_1 - K_2) y + T_D K_2 \dot{y} \tag{1.30}$$

Bei geöffnetem Schalter
$u_2 = u \Rightarrow$ die Übertragungseigenschaften des Gesamtsystems ist ein PD System.

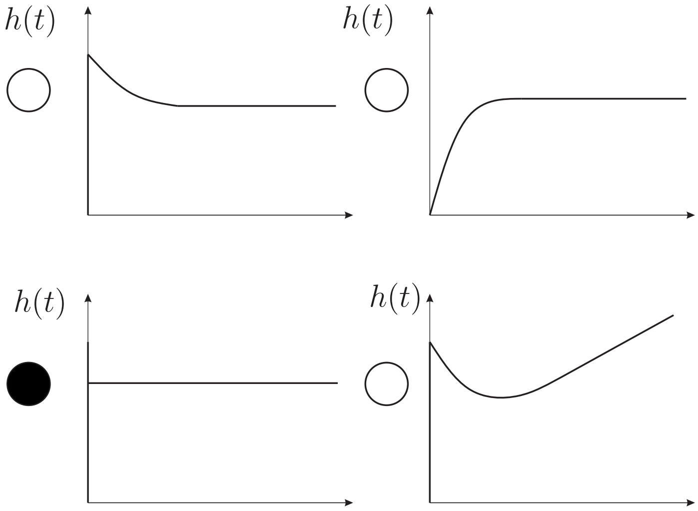


Abbildung 1.4: Blockschaltbild

$\sum$

Aufgabe 2 (25 Punkte)
Gegeben ist das Blockschaltbild eines Systems von Übertragungselementen (siehe Abbildung 2.1).

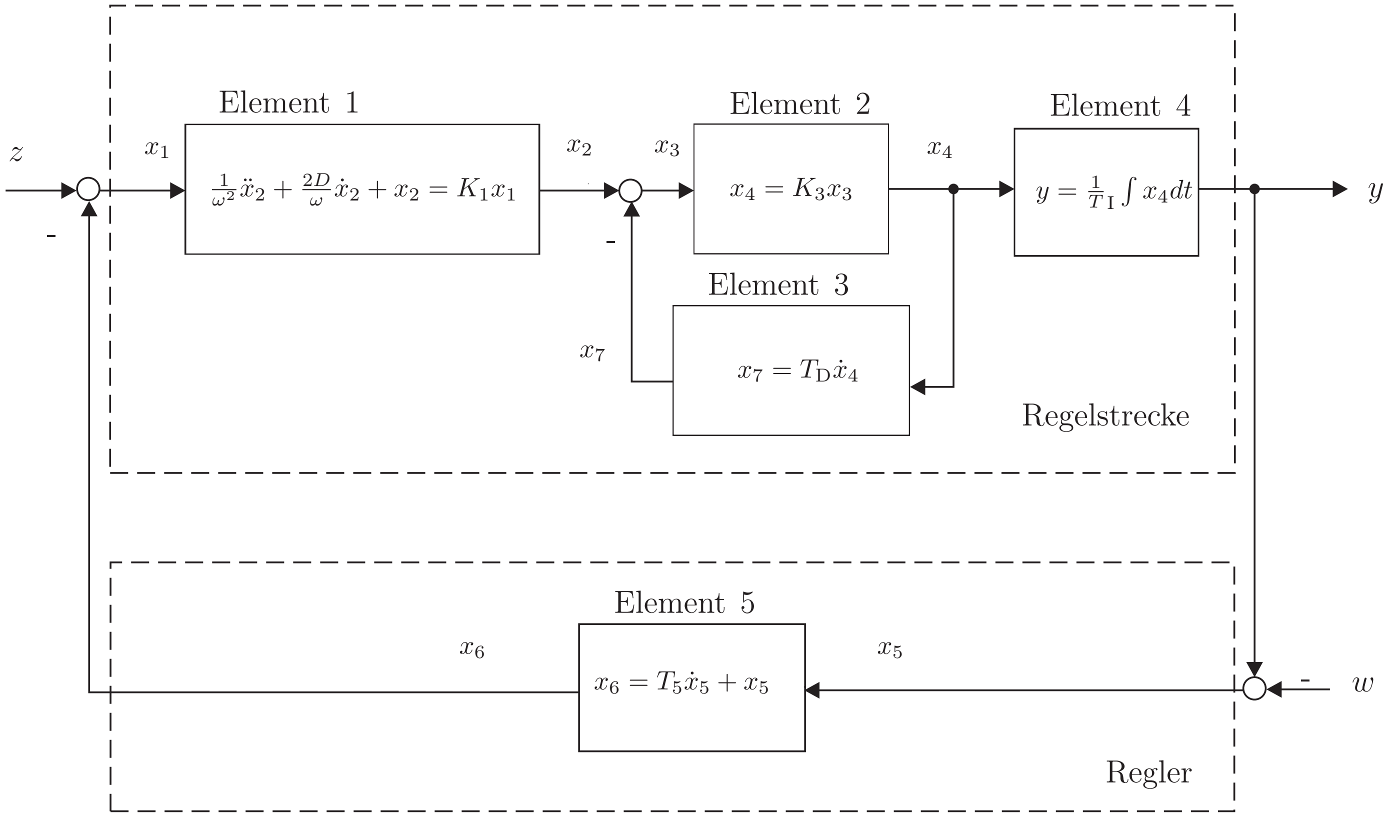


Abbildung 2.1: Blockschaltbild

2a) (4 Punkte)

Klassifizieren Sie die Übertragungsverhaltensweisen (Typ des Einzelübertragungsverhaltens) der Elemente 1 bis 4 und skizzieren Sie jeweils die entsprechende Übergangsfunktion.

Element 1 $PT2$

Element 2 P

Element 3 D

Element 4 I

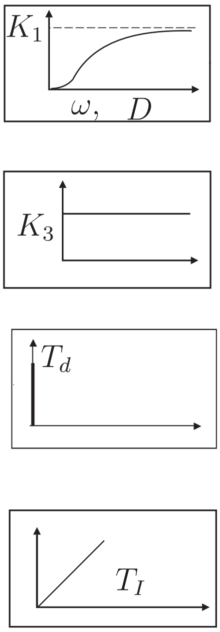


Abbildung 2.2: Blockschaltbild

2b) (3 Punkte)
Welches Übertragungsverhalten weist die Regelstrecke auf?

(Hinweis: Formen Sie die Differenzialgleichung in eine zur Klassifizierung geeignete Darstellung um. Nehmen Sie dafür $\omega = D = K_1 = T_D = K_3 = T_5 = T_I = 1$ an.)

$$y + 3\dot{y} + 3\ddot{y} + \dddot{y} = \int x_1$$

IT_3

2c) (3 Punkte)
Die Dynamik der Regelstrecke sei im Folgenden durch das Verhalten

$$\tilde{T}_3\dddot{y} + \tilde{T}_2\ddot{y} + \tilde{T}_1\dot{y} = K_1 x_1$$

beschrieben.
Klassifizieren Sie das resultierende Störübertragungsverhalten ($z \to y$).
Klassifizieren Sie das Führungsübertragungsverhalten ($w \to y$) des Gesamtsystems.

$$\tilde{T}_3\dddot{y} + \tilde{T}_2\ddot{y} + (\tilde{T}_1 + K_1 T_5)\dot{y} + K_1 y = K_1 z$$

PT_3

$$\tilde{T}_3\dddot{y} + \tilde{T}_2\ddot{y} + (\tilde{T}_1 + K_1 T_5)\dot{y} + K_1 y = K_1(T_5\dot{w} + w)$$

PDT_3

2d) (2 Punkte)
Das Übertragungsverhalten eines Systems ist durch die Differenzialgleichung

$$3\ddot{y} + \dot{y} - 2y = Ku - 2$$

beschrieben.
Bewerten Sie die Stabilität des Gesamtsystems (asymptotisch stabil, instabil oder grenzstabil).
Kreuzen Sie die richtige(n) Antwort(en) an. Es sind mehrere Lösungen möglich.

- ○ Stabil
- ○ Asymptotisch stabil
- ☒ Instabil
- ○ Grenzstabil

$$P(\lambda) = 3\lambda^2 + \lambda - 2 = (\lambda + 1)(\lambda - \frac{2}{3})$$

$$\lambda_1 = -1; \lambda_2 = \frac{2}{3}$$

Für die folgenden Aufgabenteile wird die Differenzialgleichung eines Systems mit

$$4\dot{y} + 2y = -u$$

angenommen, wobei y den gemessenen Ausgang und u den Eingang beschreiben.

2e) (3 Punkte)
Geben Sie die Zustandsraumdarstellung des Systems an. Hierbei nehmen Sie für die Ausgangsmatrix Koeffizienten identisch zu Eins an, ein direkter Durchgriff besteht nicht.

$A = -0,5;\ B = -0,25;\ C = 1;\ D = 0$

$$\dot{x} = -0,5x - 0,25u$$

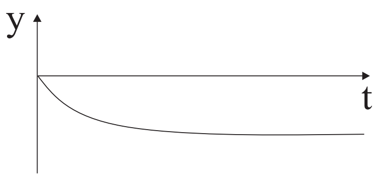
und

$$y = x + 0u$$

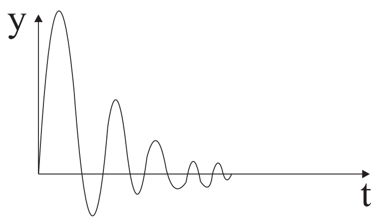
2f) (3 Punkte)
Ist das in der Aufgabe 2e) dargestellte System schwingungsfähig? Begründen Sie Ihre Antwort.

Das System ist nicht schwingungsfähig, da die Ordnung kleiner als 2 ist.

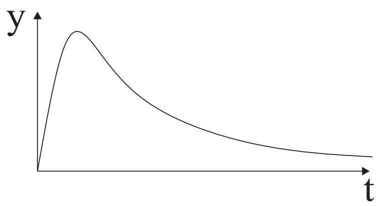
Eine Sprungfunktion wird auf das System gegeben. Welches Verhalten erwarten Sie am Ausgang y (a, b, c oder d)?

X 

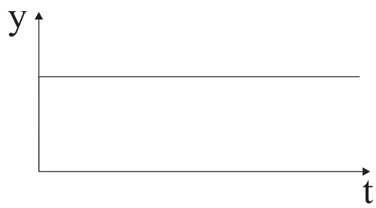
(a)

○ 

(b)

○ 

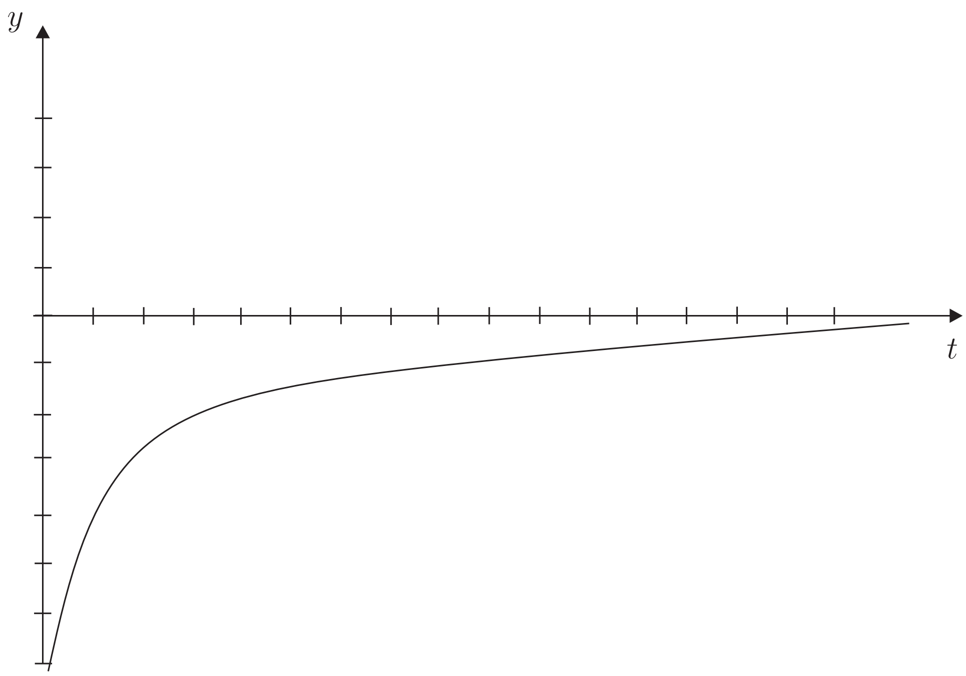
(c)

○ 

(d)

2g) (4 Punkte)
Geben Sie im nachstehenden Diagramm qualitativ das Ausgangsverhalten $y(t)$ des Systems für einen Eingang $u(t) = 4 \cdot \delta(t)$ an. Zeichnen Sie hierbei - falls vorhanden - den statischen Endwert sowie die Zeitkonstante T explizit ein.

$$y(t) = -e^{-0,5t} \tag{2.1}$$



2h) (3 Punkte)
Bestimmen Sie die Eigenwerte λ_1, λ_2 und vervollständigen Sie die zugehörigen Eigenvektoren $v_1 = [1\ v_{12}]^T,\ v_2 = [1\ v_{22}]^T$ der Systemmatrix A. Nehmen Sie hierfür das modifizierte System bestehend aus

$A = \begin{bmatrix} 0,1b & 1 \\ 0 & b \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ und $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$

an.
Kreuzen Sie die richtige(n) Antwort(en) an. Es sind mehrere Lösungen möglich.

Eigenwerte:

○ $\lambda_1 = b$ und $\lambda_2 = -0,1b$	X $\lambda_1 = 0,1b$ und $\lambda_2 = b$
○ $\lambda_1 = -0,1b$ und $\lambda_2 = b$	○ $\lambda_1 = b$ und $\lambda_2 = 0,1b$

Eigenvektoren:

- ○ $v_1 = [1 \;\; 0]^T$ und $v_2 = [1 \;\; -0,1b]^T$
- ○ $v_1 = [1 \;\; b]^T$ und $v_2 = [1 \;\; 1,1b]^T$
- ○ $v_1 = [1 \;\; 0]^T$ und $v_2 = [1 \;\; -0,9b]^T$
- X $v_1 = [1 \;\; 0]^T$ und $v_2 = [1 \;\; 0,9b]^T$

Für welchen Parameter b ist das System asymptotisch stabil?

- ○ $b = 0$
- ○ $b \neq 0$
- X $b < 0$
- ○ $b > 0$