Einlesezeit

Für die Durchsicht der Klausur wird eine Einlesezeit von **10 Minuten** gewährt. Während dieser Zeitdauer ist es Ihnen **nicht** gestattet, mit der Bearbeitung der Aufgaben zu beginnen. Dies bedeutet konkret, dass sich während der gesamten Dauer der Einlesezeit keinerlei Schreibgeräte (Stifte, Füller, etc.) auf dem Tisch befinden dürfen sowie die Nutzung von mitgeführten Unterlagen respektive (elektronischer) Wörterbücher bzw. tragbarer Translater strengstens untersagt ist. Nehmen Sie Ihre Schreibgeräte und Unterlagen erst **dann** zur Hand, wenn die Prüfungsaufsicht auf das Ende der Einlesezeit hingewiesen hat und füllen Sie zunächst das Deckblatt sowie Seite 3 **vollständig** aus.

Viel Erfolg!

NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	
TISCH-NR.	

Klausurunterlagen

Ich versichere hiermit, dass ich sämtliche für die Durchführung der Klausur vorgesehenen Unterlagen erhalten, und dass ich meine Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Verwendung unerlaubter Hilfsmittel und sonstiger unlauterer Mittel angefertigt habe. Ich weiß, dass ein Bekanntwerden solcher Umstände auch nachträglich zum Ausschluss von der Prüfung führt. Ich versichere weiter, dass ich sämtliche mir überlassenen Arbeitsunterlagen sowie meine Lösung vollständig zurück gegeben habe. Die Abgabe meiner Arbeit wurde in der Teilnehmerliste von Aufsichtsführenden schriftlich vermerkt.

Duisburg, den __________ ________________________________

(Unterschrift der/des Studierenden)

Falls Klausurunterlagen vorzeitig abgegeben: _____________Uhr

Bewertungstabelle

Aufgabe 1	
Aufgabe 2	
Aufgabe 3	
Gesamtpunktzahl	
Angehobene Punktzahl	
%	
Bewertung gem. PO in Ziffern	

(Datum und Unterschrift 1. Prüfer, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Söffker)

(Datum und Unterschrift 2. Prüfer, Yan Liu, M. Eng.)

(Datum und Unterschrift des für die Prüfung verantwortlichen Prüfers, Söffker)

Fachnote gemäß Prüfungsordnung:

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	5,0
sehr gut		gut			befriedigend			ausreichend		mangelhaft

Bemerkung: ______________________________

Hinweise

Attention: Schreiben Sie Ihre Antwort für ALLE Aufgaben
direkt unter die entsprechende Aufgabe in den Aufgabenbogen!

Verwenden Sie KEINE Bleistifte oder roten Stifte für die Beantwortung von Fragen oder für Zeichnungen! (Rote Stifte werde bei der Korrektur verwendet.)

Diese Prüfung „Regelungstechnik“ lege ich ab als

☐ Pflichtfach
☐ Wahlfach
☐ Auflage

(Bitte ankreuzen.)

Maximal erreichbare Punktzahl:	**60**
Mindestprozentzahl für die Note 1,0 der Gesamtprüfung:	**95%**
Mindestprozentzahl für die Note 4,0 der Gesamtprüfung:	**50%**

Aufgabe 1 (15 Punkte)

1a) (4 Punkte)
Ein Übertragungssystem weist ein PDT_2-Übertragungsverhalten mit den Parametern K, D, und ω_0 auf. Wie lauten sowohl der rechnerische als auch der praktische Anfangs- und der Endwert (2 x 2 Fälle) der Übergangsfunktion für eine angenommene Dämpfung $D = 0$?

Rechnerisch:
Anfangswert: 0
Endwert: K

Praktisch:
Anfangswert $\to \infty$
Endwert: existiert nicht (Dauerschwingung wegen $D = 0$).

1b) (1 Punkt)
Ein System weist die Pole $s_{1,2} = -4$ (Doppelpol) sowie $s_{3,4} = \pm j100$ auf. Welche Dämpfungen weisen die Pole auf? (Vereinfachen Sie Ihr Ergebnis soweit wie möglich.)

$s_{1,2} = -4 \, : \, D = 1$
$s_{3,4} = \pm j100 \, : \, D = 0$

1c) (3 Punkte)
Die in Abbildung 1.3 dargestellte Wurzelortskurve (WOK) (mit angegebener Pol-Nullstellenverteilung) eines mit negativer Rückführung gegebenen offenen Regelkreises soll hinsichtlich des resultierenden Regelungsverhaltens des geschlossenen Kreises bewertet werden.
Für welche Wurzelortskurvenverstärkung $\tilde{K}$ kann der geschlossene Regelkreis stabiles Verhalten aufweisen ($\tilde{K} = 0$, kleine $\tilde{K}$, mittlere $\tilde{K}$, große $\tilde{K}$)? Zeichnen Sie die für die Definition vom „mittleren $\tilde{K}$" notwendigen Grenzwerte K_{krit1} und K_{krit2} in die WOK ein. Welche Bedingung muss für K_{krit1} und für K_{krit2} für die Existenz eines stabilen Arbeitsbereiches des geschlossenen Regelkreises gelten?

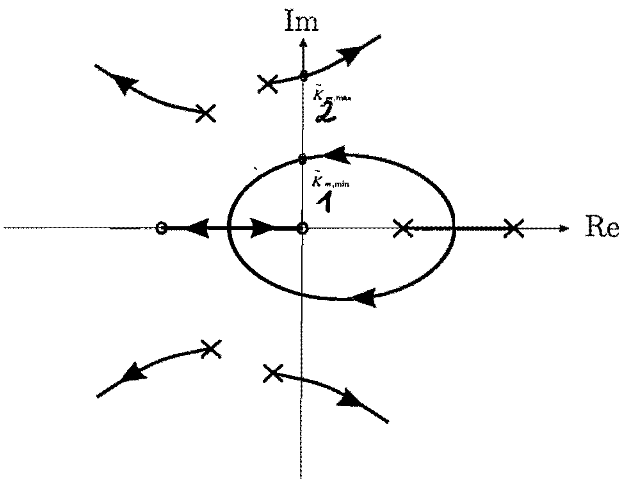


Abbildung 1.1: Wurzelortskurve

Für mittlere $\tilde{K}$ weist der geschlossene Regelkreis ein stabiles Verhalten auf.

Bedingung: $K_{Krit1} \leq K_{krit2}$

$K_{\text{krit1}} \leq \tilde{K} \leq K_{\text{krit2}}$: stabiles Verhalten

1d) (2 Punkte)
Zeichnen Sie den Amplituden- sowie den Phasenrand in die durch Abbildung 1.2 gegebene Ortskurve eines stabilen offenen Regelkreises ein. Welche konkreten Zahlenwerte für den Amplituden- und Phasenrand ergeben sich? Ist der mit negativer Rückkopplung für $K \geq 0$ realisierte, geschlossene Regelkreis des in Abbildung 1.2 angegebenen offenen Regelkreises asymptotisch stabil, stabil oder instabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

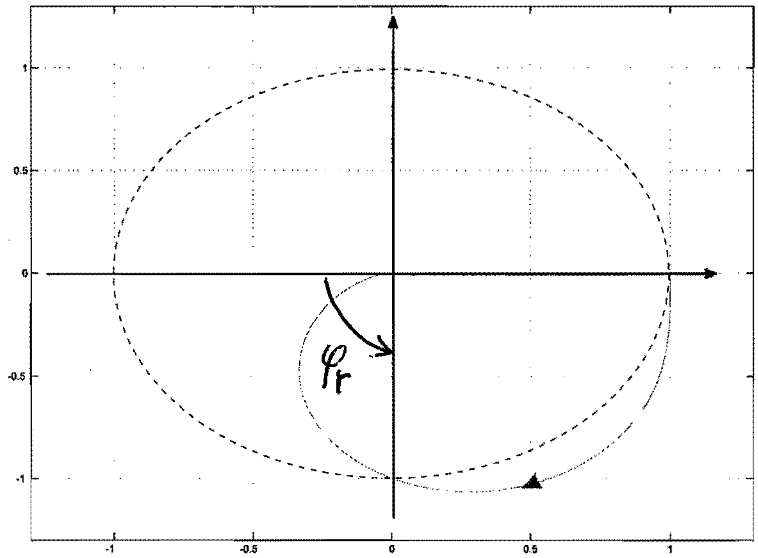


Abbildung 1.2: Ortskurve

$$A_r \approx \frac{1}{0} \to \infty \tag{1.1}$$

$$\phi_r = 90^0 \tag{1.2}$$

$A_r > 1$ und $\phi_r > 0 \Rightarrow$ stabil
Alternative: Die Bedingungen zur Anwendung des spez. Nyquist Kriteriums sind erfüllt. Der geschlossene Regelkreis ist asymptotisch stabil, weil der kritische Punkt $(0, -1)$ links von der Ortskurve liegt.

1e) (3 Punkte)
Ein Übertragungssystem mit PIT_1-Verhalten wird mit einem Übertragungselement mit D-Verhalten als Regler in Gegenkopplung geschaltet $(T, T_\mathrm{I}, K, T_\mathrm{D})$.

Kann das geregelte Gesamtsystem asymptotisch stabiles Verhalten aufweisen? Begründen Sie Ihre Antwort an Hand qualitativ gezeichneter Wurzelortskurven.

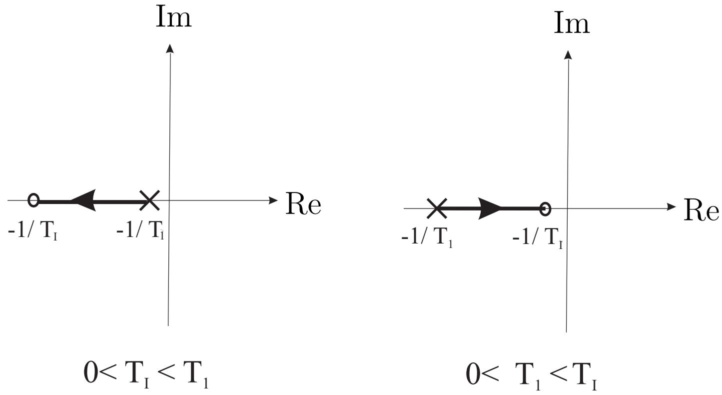


Abbildung 1.3: Ortskurve

Das geregelte Gesamtsystem weist ein asymptotisch stabiles Verhalten auf.

1f) (2 Punkte)
Für $G_0(s)$ mit negativer Rückkopplung gilt die in Abbildung 1.4 dargestellte Pol-Nullstellenverteilung. Durch ein Versehen verrechnet sich die für die Auslegung des Reglers im Unternehmen angestellte Ingenieurpraktikantin. Hierbei wird auf Grund eines Vorzeichenfehlers aus der Gegenkopplung eine Mitkopplung. Was bedeutet dies für die Stabilität des geschlossenen Regelkreises? Begründen Sie Ihre Antwort an Hand einer WOK.

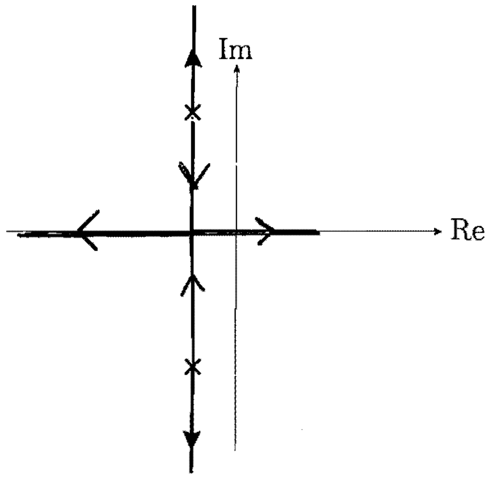


Abbildung 1.4: Pol-Nullstellenverteilung

Für bestimmte K kann der geschlossene Regelkreis ein stabiles Verhalten aufweisen, für andere wird das Verhalten des Systems instabil.

$\sum \square$

Aufgabe 2 (20 Punkte)
Der in Abbildung 2.1 dargestellte Regelkreis besteht aus einem Regler $G_{\mathrm{R}}(s)$, einer Strecke $G_{\mathrm{S}}(s)$ und einem Übertragungselement $G_{\mathrm{M}}(s)$, das die dynamischen Eigenschaften des Messglieds beschreibt.

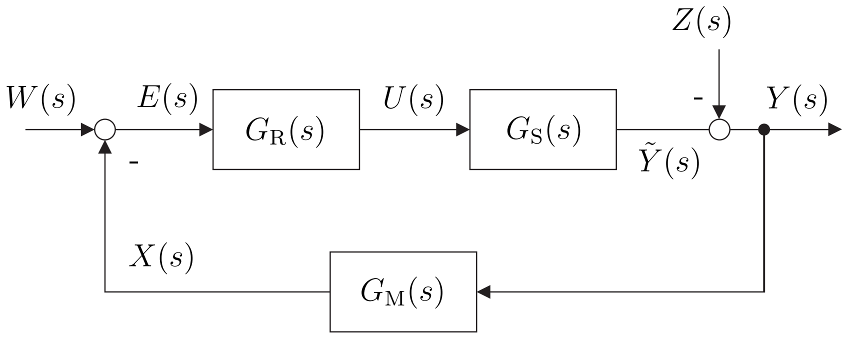


Abbildung 2.1: Blockschaltbild des Systems

Das Übertragungsverhalten der Strecke $G_{\mathrm{S}}(s)$ wird durch die Übertragungsfunktion

$$G_{\mathrm{S}}(s) = \frac{4}{s^2 + 2s - 3}$$

beschrieben. Das Übertragungsverhalten des Übertragungselements $G_{\mathrm{M}}(s)$ wird durch die Übertragungsfunktion

$$G_{\mathrm{M}}(s) = \frac{0,5}{1 + 2s}$$

beschrieben.

2a) (1 Punkt)
Bestimmen Sie die Differenzialgleichung für die Strecke $G_{\mathrm{S}}(s) = \frac{\tilde{Y}(s)}{U(s)}$. Um welchen Typ von Übertragungsverhalten handelt es sich (Es gilt: $\dot{\tilde{y}}(0) = \tilde{y}(0) = 0.$)?

$$G_{\mathrm{S}}(s) = \frac{\tilde{Y}(s)}{U(s)} = \frac{4}{s^2 + 2s - 3}$$

$$\ddot{\tilde{y}}(t) + 2\dot{\tilde{y}}(t) - 3\tilde{y}(t) = 4u(t)$$

PT2-Verhalten

2b) (1 Punkt)
Geben Sie die resultierend beschreibende Differenzialgleichung für $G_{\mathrm{M}}(s)$ an. Um welchen Typ von Übertragungsverhalten handelt es sich (Es gilt: $x(0) = 0$.)?

$$G_{\mathrm{M}}(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{0,5}{2s+1}$$
$$2\dot{x}(t) + x(t) = 0,5y(t)$$

PT1-Verhalten

2c) (2 Punkte)
Bestimmen Sie die Störungsübertragungsfunktion $G_{\mathrm{Z}}(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)}$ mit

$$G_{\mathrm{R}}(s) = K_{\mathrm{P}}, \quad G_{\mathrm{M}}(s) = \frac{2}{s+2} \quad \text{und} \quad G_{\mathrm{S}}(s) = \frac{1}{s^2+3s+1} \; .$$

$$G_{\mathrm{Z}}(s) = -\frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{-1}{1 + G_{\mathrm{M}}G_{\mathrm{R}}G_{\mathrm{S}}}$$
$$G_{\mathrm{Z}} = -\frac{(s^2+3s+1)(s+2)}{s^3+5s^2+7s+2+2K_{\mathrm{P}}}$$

Nehmen Sie für die Teilaufgaben 2d), 2e) und 2f) die folgende Führungsübertragungsfunktion eines Standardregelkreises

$$G_{\mathrm{W}}(s) = \frac{4K_{\mathrm{P}}(1+s)}{-s^3 - 2s^2 - \tilde{T}s - 4 + K_{\mathrm{P}}}$$

mit $\tilde{T} > 0$ und $K_{\mathrm{P}} > 0$ an.

2d) (3 Punkte)
Bestimmen Sie unter Zuhilfenahme des Hurwitz-Kriteriums den zulässigen Wertebereich der Reglerverstärkung K_{P} in Abhängigkeit der Zeitkonstanten $\tilde{T}$, für den der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabil ist.

$$P(s) = -s^3 - 2s^2 - \tilde{T}s - 4 + K_{\mathrm{P}}$$

Notwendige Bed.: a_i gleiches Verzeichen

$$a_i > 0 : 4 - K_{\mathrm{P}} > 0 \quad \Longrightarrow \quad K_{\mathrm{P}} < 4$$

Notwendige Bed.: $|H_i| > 0$

$$H = \begin{bmatrix} 2 & 4 - K_{\mathrm{P}} & 0 \\ 1 & \tilde{T} & 0 \\ 0 & 2 & 4 - K_{\mathrm{P}} \end{bmatrix}$$

$H_1 : D_1 = 2$
$H_2 : D_2 = 2\tilde{T} - 4 + K_{\mathrm{P}} > 0 \quad \Longrightarrow \quad K_{\mathrm{P}} > -2\tilde{T} + 4$
$H_3 : D_3 = (4 - K_{\mathrm{P}})D_2 > 0 \quad \Longrightarrow \quad K_{\mathrm{P}} > -2\tilde{T} + 4$

Der geschlossene Regelkreis ist asymptotisch stabil für:

$0 < \tilde{T} \leq 2 \Longrightarrow -2\tilde{T} + 4 < K_{\mathrm{P}} < 4$ und
$\tilde{T} > 2 \Longrightarrow 0 < K_{\mathrm{P}} < 4$

2e) (2 Punkte)
In welchem Intervall werden die numerischen Werte für K_p prinzipiell liegen?

Prinzipiell: $K \in \mathbb{R}$

$-\infty < K_\mathrm{P} < 4$

2f) (3 Punkte)
Bestimmen Sie den stationären Endwert der Sprungantwort $h(t \to \infty)$ des geschlossenen Regelkreises und die bleibende Regelabweichung bei einer Reglerverstärkung von $K_\mathrm{P} = 1$ und einer Zeitkonstanten $\tilde{T} = 5$.

$$H(s) = \frac{G(s)}{s} = \frac{4K_\mathrm{P}(1+s)}{(-s^3 - 2s^2 - \tilde{T}s - 4 + K_\mathrm{P})(s)}$$

$$\begin{aligned} \text{Endwert} = \lim_{t\to\infty} h(t) = \lim_{s\to\infty} sH(s) \\ = \frac{-4}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Bleibende Regelabweichung} = 1 - h(t \to \infty) = \frac{7}{3}$$

Für die Teilaufgabe 2g) und 2h) gelten

$$G_{\mathrm{R}}(s) = K(s+2) \quad \text{und} \quad G_{\mathrm{S}}(s) = \frac{s}{(s^2-4)(s-5)}.$$

2g) (1 Punkt)
Ist der offene Regelkreis $G_{\mathrm{O}}(s)$ stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

Nicht stabil, weil mindestens ein Pol einen positiven Realteil besitzt.

2h) (7 Punkte)
Zur Bewertung der Stabilität des geschlossenen Regelkreises mit Gegenkopplung soll das Wurzelortskurvenverfahren angewandt werden.

1) Berechnen Sie die Verzweigungspunkte s_{vi} der Wurzelortskurve sowie die Anzahl und Winkel der Äste, die im Unendlichen enden (Geben Sie ggf. Näherungswerte an.).
2) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve mit Hilfe des Diagramms auf der nächsten Seite und kennzeichnen Sie die Richtung zunehmender Verstärkung.

$G_{\mathrm{O}}(s) = G_{\mathrm{R}}(s)G_{\mathrm{S}}(s)$

$G_{\mathrm{O}}(s) = \frac{ks}{(s-2)(s-5)}$

Verzweigungspunkte:

$$\sum_{i=1}^{q} \frac{1}{s_v - n_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{s_v - p_i}$$

$s_v = \pm\sqrt{10}$ ca.$\pm$ 3,16

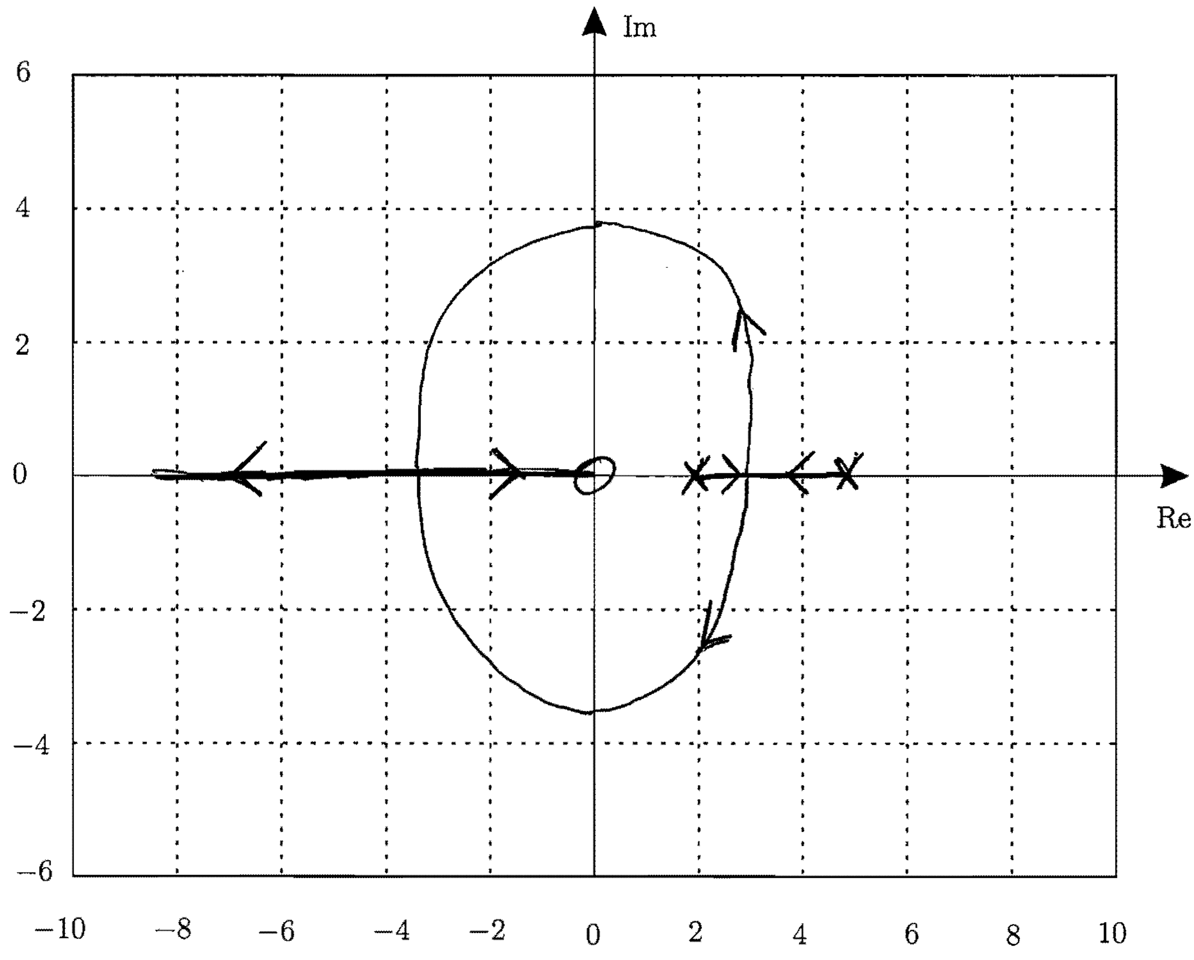
Anzahl der Äste, die im Unendlichen enden:

$n - m = 1$

Winkel der Äste:

$\varphi = 180°$

$\sum \square$


Im
Re
6
4
2
0
−2
−4
−6
−10
−8
−6
−4
−2
0
2
4
6
8
10

Aufgabe 3 (25 Punkte)
Das dynamische Verhalten einer menschlichen Fahrerin werde hinsichtlich ihrer Fahrzeugführung mit $G_{\mathrm{R1}}(s)$

$$G_{\mathrm{R1}}(s) = \frac{V_{\mathrm{M}}(1 + T_{\mathrm{D}}\, s)}{(1 + T_{\mathrm{I}}\, s)}\, e^{s(T_{\mathrm{P}} - \tau_1)}$$

angenommen. Die Längsdynamik des gesteuerten Elektrofahrzeug wird mit G_{S}

$$G_{\mathrm{S}}(s) = \frac{40}{s + 2}$$

beschrieben.

3a) (2 Punkte)
Bestimmen Sie mit $V_{\mathrm{M}} = 0,5$, $T_{\mathrm{D}} = 1$, $T_{\mathrm{I}} = \tau_1 = 0,2$ und $T_{\mathrm{P}} = 0$ die Phasenwerte des Reglers $G_{\mathrm{R1}}(j\omega)$ für $\omega = 0$ und $\omega = +\infty$.

$$G_{\mathrm{R1}}(s) = \frac{0,5(1+s)}{1+0,2s} e^{(-0,2s)} \implies G_{\mathrm{R1}}(jw) = \frac{0,5(1+jw)}{1+0,2jw} e^{(-0,2jw)}$$

$i)\ w = 0:$

$$G_{\mathrm{R1}}(j0) = \frac{0,5(1+j0)}{1+0,2j0} e^{(-0,2j0)} = 0,5 \implies arg\ G_{\mathrm{R1}}(j0) = 0°$$

$ii)\ w = +\infty:$

$$G_{\mathrm{R1}}(j\infty) = \frac{0,5(1+j\infty)}{1+0,20j\infty} e^{(-0,20j\infty)} \implies arg\ G_{\mathrm{R1}}(j\infty) = -\infty$$

3b) (5 Punkte)
Zeichnen Sie für die in Teilaufgabe 3a) gegebenen Werte von V_{M}, T_{D}, T_{I}, τ_1 sowie T_{P} quantitativ das Bode-Diagramm des offenen Regelkreises $G_{\mathrm{O1}}(s)$ in die Abbildung 3.1 ein und kennzeichnen Sie die Steigungen (dB/Dek.) im Amplitudengang sowie die Eckfrequenzen.

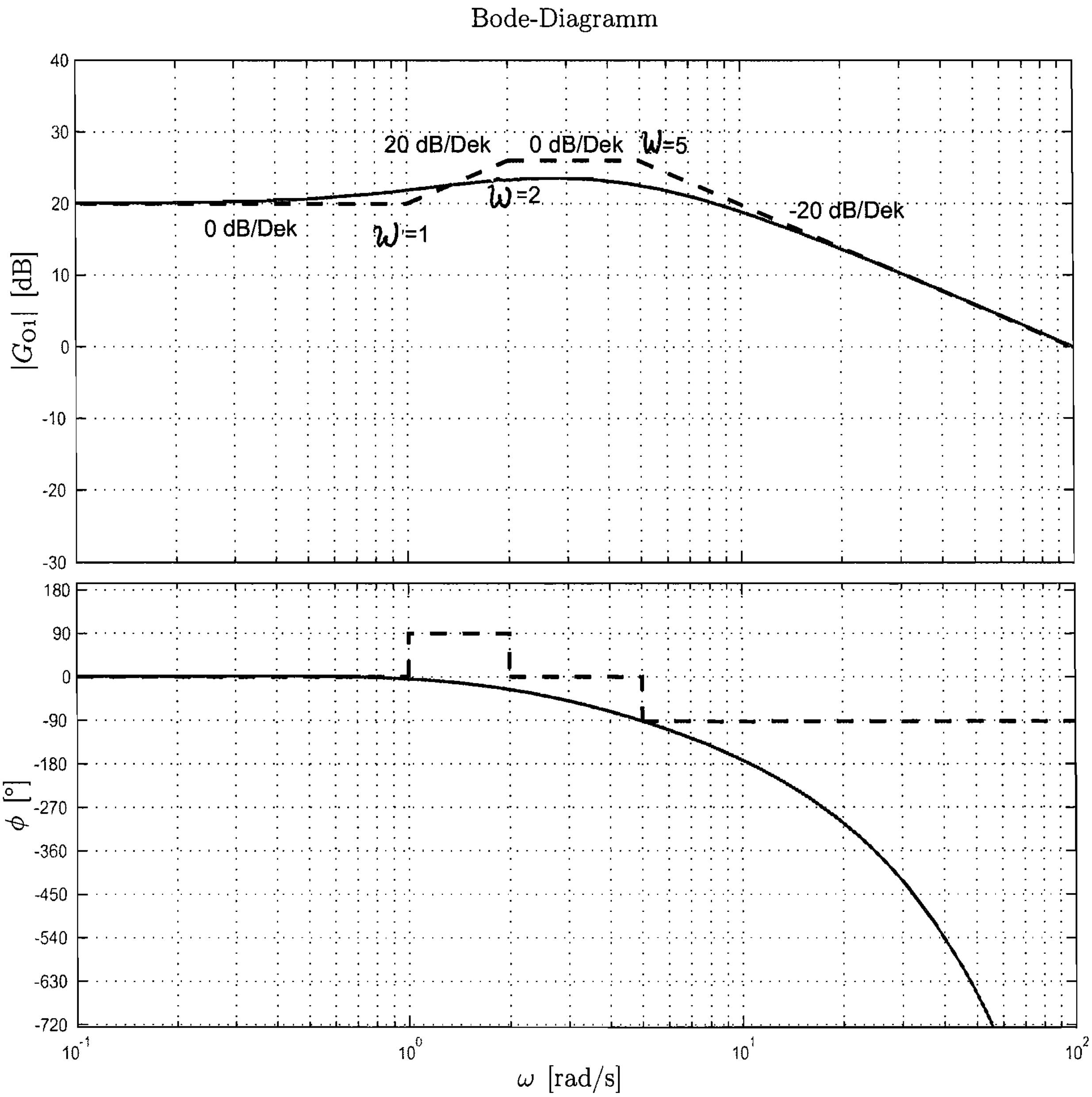


Abbildung 3.1: Bode-Diagramm zur Teilaufgabe 3b)

3c) (2 Punkte)
Ist der in Teilaufgabe b) ermittelte Regelkreis $G_{\mathrm{O1}}(s)$ ohne das Totzeitsystem ein Phasenminimumsystem? Ändert das Totzeitsystem diese Klassifikation? Begründen Sie Ihre Antwort.

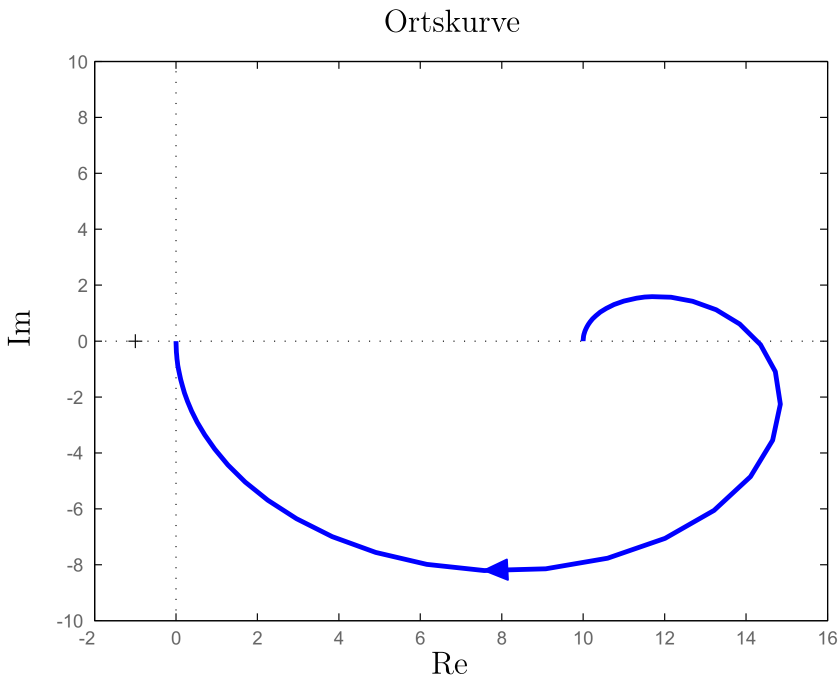
Ja, weil die Nullstelle und die Pole stabil sind.
Ja, mit dem Totzeitsystem ist der Regelkreis kein Phasenminimumsystem [Realteil (Pole, Nullstellen)<0].

3d) (5 Punkte)
Bei Vernachlässigung der Totzeit ergibt sich für die Reglerin/Fahrzeugführerin die Übertragungsfunktion

$$G_{\mathrm{R2}}(s) = \frac{0,5(1+s)}{(1+0,2\,s)}.$$

Bestimmen Sie an Hand der entsprechenden Ortskurve, ob die Reglerin/Fahrzeugführerin mit dem durch G_{R2} beschriebenem Verhalten die Regelstrecke G_{S} mit negativer Rückführung stabilisieren kann. Wenn nicht, bestimmen Sie die Anzahl der instabilen Pole des geschlossenen Regelkreises.

$$G_{\mathrm{o2}}(s) = G_{\mathrm{R2}}(s)G_{\mathrm{S}}(s) = \frac{0,5(1+s)}{(1+0,2\,s)}\frac{40}{s+2} = \frac{10(s+1)}{(1+0,2\,s)(1+0,5\,s)}.$$



An Hand der Linken-Hand-Regel ist der geschlossene Kreis stabil, da die Ortskurve den Punkt $-1+j0$ nicht umschließt.

3e) (3 Punkte)

Durch den Verzehr alkoholhaltiger Getränke wird das Verhalten der Fahrerin beeinflußt. Für die Modellbildung wird dies in Form einer zusätzlichen Totzeit berücksichtigt. Für das Verhalten der Fahrerin (Reglerin) gilt nun

$$G_{\mathrm{R3}}(s) = \frac{V_{\mathrm{M}}(1 + T_{\mathrm{D}}\, s)}{(1 + T_{\mathrm{I}}\, s)}\, e^{s(T_{\mathrm{P}} - \tau_2)}$$

mit $V_{\mathrm{M}} = 0,5$, $T_{\mathrm{D}} = 0$, $T_{\mathrm{I}} = 0,2$, $\tau_2 = 1,2$ und $T_{\mathrm{P}} = 0$ eingesetzt.

Bestimmen Sie an Hand des in Abbildung 3.2 gegebenen Bode-Diagramms des offenen Regelkreies $G_{\mathrm{O3}}(s)$ die Stabilität des geschlossenen Regelkreises in Gegenkopplung. Begründen Sie Ihre Antwort.

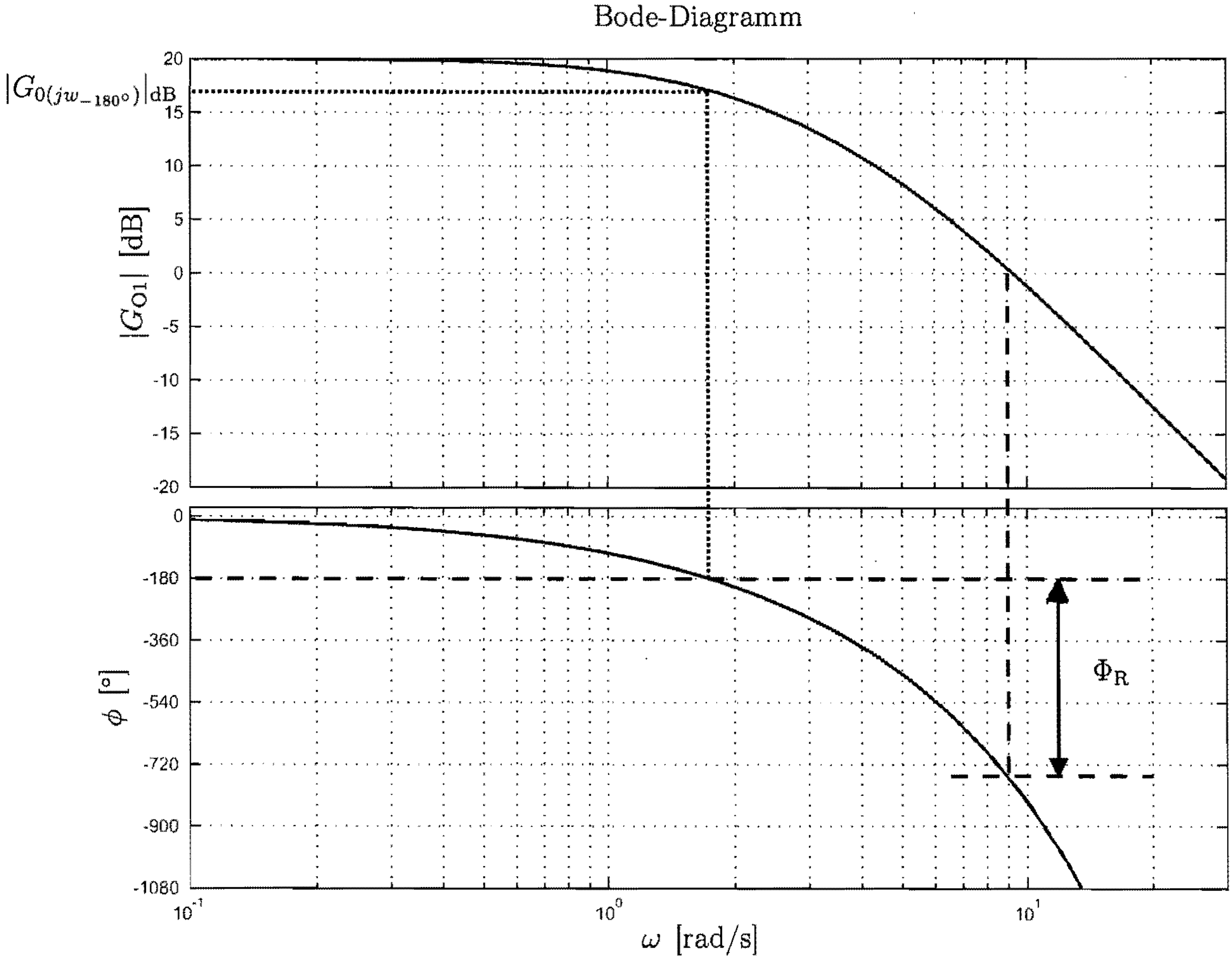


Abbildung 3.2: Bode-Diagramm zur Teilaufgabe 3e)

Der Phasenrand $\Phi_{\mathrm{R}} < 0°$
$\Longrightarrow$ Der geschlossene Regelkreis ist instabil.

alternativ:
$|G_{0(jw_{-180°})}|_{\mathrm{dB}} \doteq 17\mathrm{dB} \implies |G_{0(jw_{-180°})}| > 1$
Der Amplitudenrand $A_{\mathrm{R}} = \dfrac{1}{|G_{0(jw_{-180°})}|} < 1$
$\Longrightarrow$ Der geschlossene Regelkreis ist instabil.

3f) (8 Punkte)
Das Bode-Diagramm eines technischen Systems ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Bestimmen Sie die Anzahl der Nullstellen sowie die der Pole und zeichnen Sie qualitativ die Positionen der Nullstellen und Pole in die Abbildung 3.4 ein. Ordnen Sie hierbei qualitativ und benannt die Frequenzen aus Abbildung 3.3 den Positionen in Abbildung 3.4 zu.

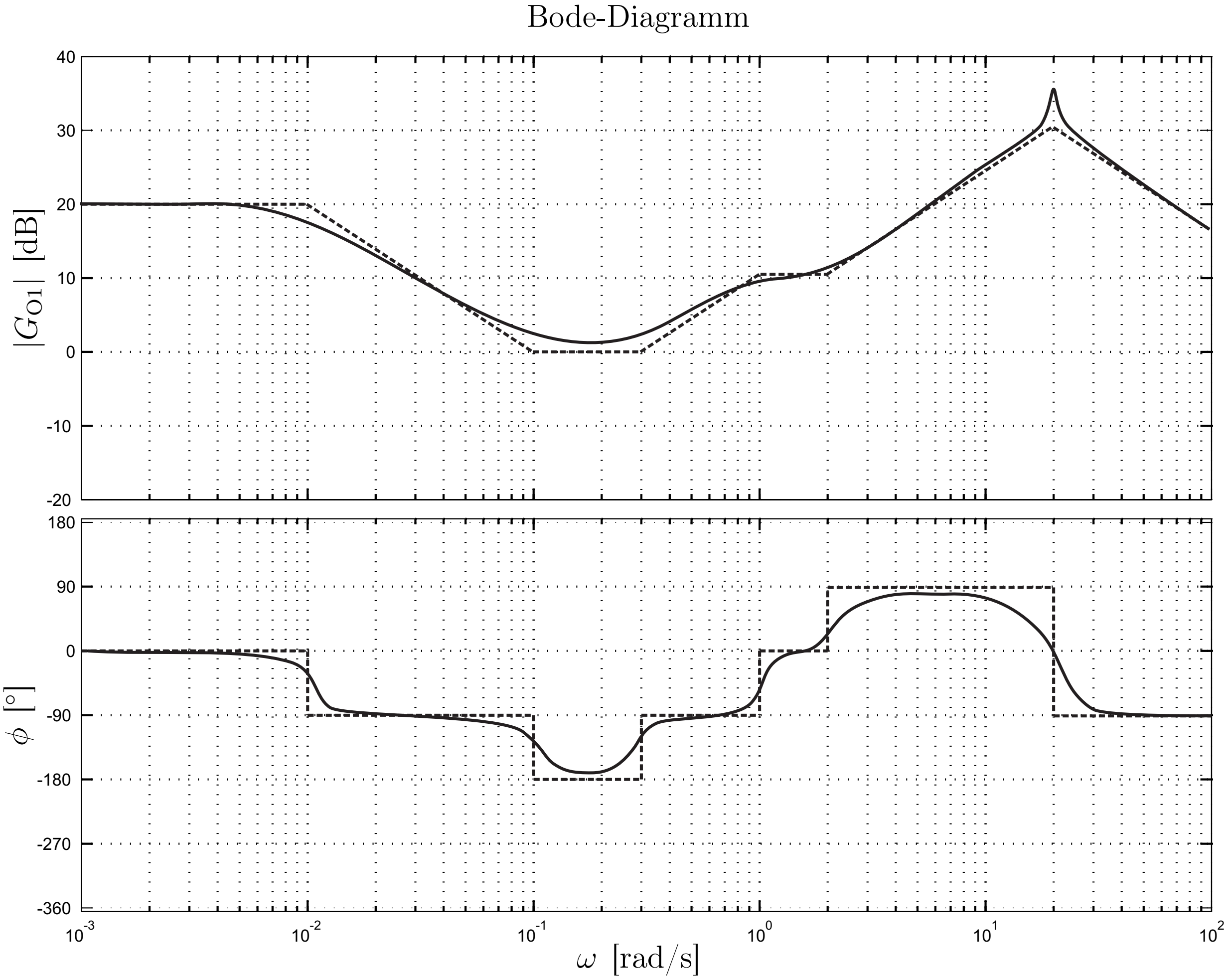


Abbildung 3.3: Bode-Diagramm zur Teilaufgabe 3f)

Anzahl der Nullstellen: 3

Anzahl der Pole: 4

$\sum$ $\square$

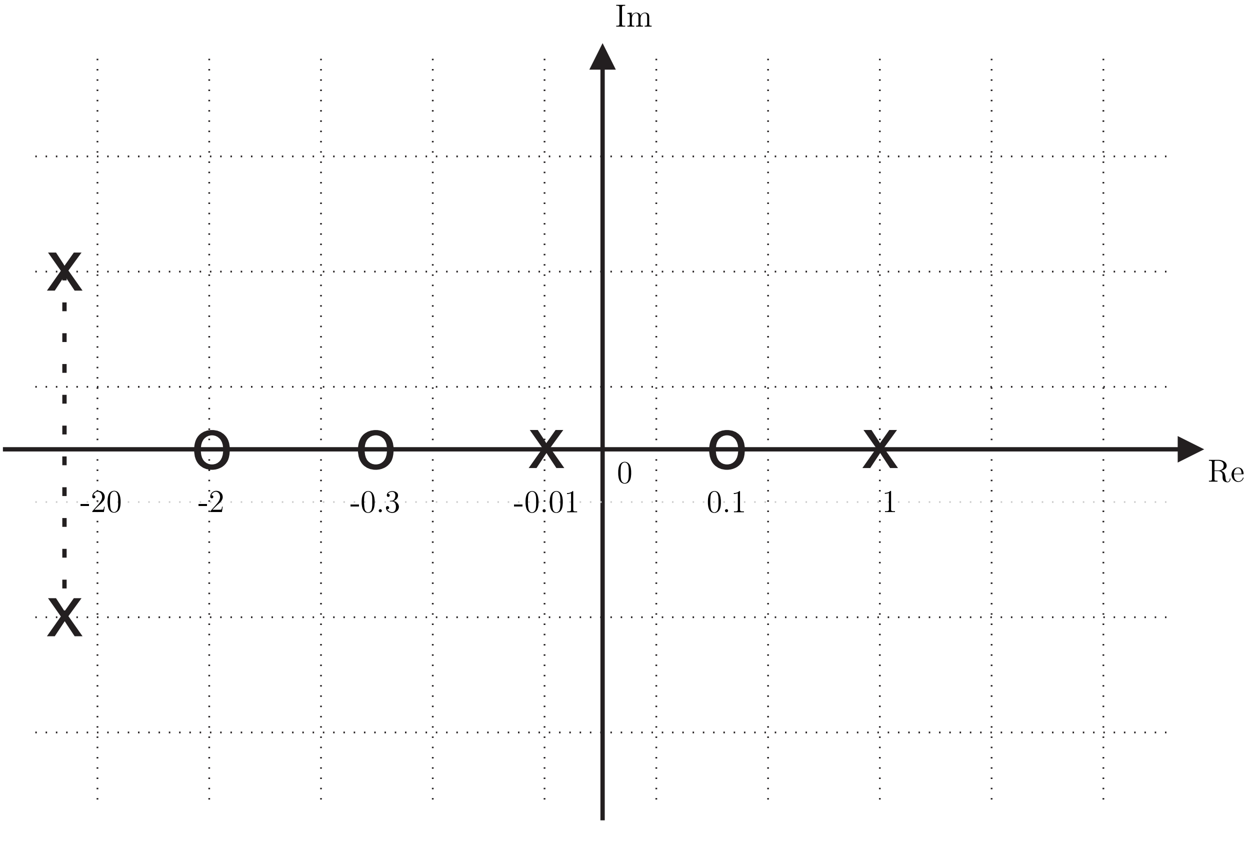


Abbildung 3.4: Null- und Polstellen zur Teilaufgabe 3f)