Einlesezeit

Für die Durchsicht der Klausur wird eine „Einlesezeit" von **10 Minuten** gewährt. Während dieser Zeitdauer ist es Ihnen **nicht** gestattet, mit der Bearbeitung der Aufgaben zu beginnen. Dies bedeutet konkret, dass sich während der gesamten Dauer der Einlesezeit keinerlei Schreibgeräte (Stifte, Füller, etc.) auf dem Tisch befinden dürfen sowie die Nutzung von mitgeführten Unterlagen respektive (elektronischer) Wörterbücher bzw. tragbarer Translater strengstens untersagt ist. Nehmen Sie Ihre Schreibgeräte und Unterlagen erst zur Hand, wenn die Prüfungsaufsicht auf das Ende der Einlesezeit hingewiesen hat und füllen Sie zunächst das Deckblatt **vollständig** aus.

Viel Erfolg!

NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	
TISCH-NR.	

Klausurunterlagen

Ich versichere hiermit, dass ich sämtliche für die Durchführung der Klausur vorgesehenen Unterlagen erhalten, und dass ich meine Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Verwendung unerlaubter Hilfsmittel und sonstiger unlauterer Mittel angefertigt habe. Ich weiß, dass ein Bekanntwerden solcher Umstände auch nachträglich zum Ausschluss von der Prüfung führt. Ich versichere weiter, dass ich sämtliche mir überlassenen Arbeitsunterlagen sowie meine Lösung vollständig zurück gegeben habe. Die Abgabe meiner Arbeit wurde in der Teilnehmerliste von Aufsichtsführenden schriftlich vermerkt.

Die obigen Angaben sowie die Unterschrift sind zwingend zu Klausurbeginn zu leisten.

Duisburg, den ______________ ______________________________
(Datum) (Unterschrift der/des Studierenden)

Falls Klausurunterlagen vorzeitig abgegeben: ______________Uhr

Bewertungstabelle

Aufgabe 1	
Aufgabe 2	
Aufgabe 3	
Gesamtpunktzahl	
Angehobene Punktzahl	
%	
Bewertung gem. PO in Ziffern	

____
(Datum und Unterschrift 1. Prüfer, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Söffker)

____
(Datum und Unterschrift 2. Prüfer, Prof. Dr.-Ing. Yan Liu)

____
(Datum und Unterschrift des für die Prüfung verantwortlichen Prüfers, Söffker)

Fachnote gemäß Prüfungsordnung:

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	5,0
sehr gut		gut			befriedigend			ausreichend		mangelhaft

Bemerkung: ____

Achtung: Schreiben Sie Ihre Antwort für ALLE Aufgaben direkt unter die entsprechende Aufgabe in den Aufgabenbogen!

Verwenden Sie KEINE Bleistifte oder roten Stifte für die Beantwortung von Fragen oder für Zeichnungen!
(Rote Stifte werden bei der Korrektur verwendet.)

Diese Prüfung lege ich ab als
☐ Pflichtfach
☐ Wahlfach
☐ Auflage
(Bitte EINES ankreuzen).

Maximal erreichbare Punktzahl:	**90**
Mindestprozentzahl für die Note 1,0:	**95%**
Mindestprozentzahl für die Note 4,0:	**50%**

Allgemeine Hinweise:

1) Für die Multiple-Choice und multiple-choice-ähnlichen Fragen gilt:
   i) Korrekte Teilantworten werden mit der vorgesehenen Teilpunktzahl bewertet.
   ii) Nichtkorrekte Teilantworten werden mit der vorgesehenen Teilpunktzahl negativ bewertet.
   iii) Keine Willensäußerung führt weder zu einer negativen noch zu einer positiven Anrechnung.
   iv) Die in einer Aufgabe anfallenden positiven wie negativen Punkte werden aufsummiert. Eine negative Gesamtpunktzahl gibt es nicht.
2) Sollten im Einzelfall keine zulässigen Zahlenbereiche für Zeitkonstanten, Massen etc. angegeben sein, gehen Sie immer von positiven Zahlenwerten für die Zeit und für Massen aus.
3) Sollte im Einzelfall keine Angabe zu positiver oder negativer Rückführung angegeben sein, gehen Sie immer von der üblichen negativen Rückführung aus.

Aufgabe 1 (28 Punkte)

1a) (3 x 5 Punkte)
Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche sind falsch?

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
A1	Die Zustandsraumdarstellung ist eine Beschreibung, die nur für lineare zeitinvariante Systeme geeignet ist.	○	○
A2	Die Rosenbrockmatrix beschreibt das Systemverhalten im Zeitbereich.	○	○
A3	Die Übertragungsfunktionsmatrix beinhaltet weniger Informationen als die Rosenbrockmatrix.	○	○
A4	Die Lösung der Zustandsgleichung kann nur mittels der mathematischen Reihe $e^{At} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A^i t^i}{i!}$ ermittelt werden.	○	○
A5	Die freie Bewegung ist nicht von dem Eingang $u(t)$ abhängig.	○	○

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
B1	Eigenvektoren eines Systems sind immer linear unabhängig.	○	○
B2	Die Beobachtbarkeit eines Systems kann direkt mit der C Matrix geprüft werden, sofern die Systemmatrix eine Diagonalmatrix ist.	○	○
B3	Entkopplungsnullstellen sind identisch mit einigen Eigenwerten.	○	○
B4	Eine Eingangsentkopplungsnullstelle ist immer beobachtbar.	○	○
B5	Pole können keine Übertragungsnullstellen für das gleiche System sein.	○	○

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
C1	Das Lyapunovstabilitätskriterium ist für die Zustandsstabilitätsprüfung eines Systems geeignet.	○	○
C2	Das Hurwitzkriterium wird für die Lyapunovstabilitätsprüfung eines Systems angewandt.	○	○
C3	Optimaler Zustandsregler wird mittels gegebener gewünschter Pole entworfen.	○	○
C4	Der Beobachter kann unabhängig vom Reglerentwurf eines Systems entworfen werden.	○	○
C5	Die Ausgangsrückführung ist auch eine Rückführungstechnik.	○	○

Gegeben sei eine Systembeschreibung in der Regelungsnormalform mit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}, \quad \text{und} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

mit $a_{1,2,3} \neq 0$ und $c_{1,2,3} \neq 0$.

1b) (1 Punkt)
Geben Sie die Rosenbrockmatrix des Systems in Abhängigkeit der Parameter $a_{1,2,3}$ und $c_{1,2,3}$ an.

1c) (3 Punkte)
Berechnen Sie die Entkopplungsnullstellen. Geben Sie an, ob diese Eingangs- oder Ausgangsentkopplungsnullstellen sind.

1d) (4 Punkte)
Berechnen Sie das charakteristische Polynom der Systemmatrix A (abhängig von den Parametern $a_{1,2,3}$). Ist das System asymptotisch stabil?

1e) (2 Punkte)
Wie viele Ausgangsgrößen besitzt das System? Geben Sie die Gleichung(en) für den Ausgang/die Ausgänge an.

1f) (3 Punkte)
Ist das System vollständig steuerbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

$\sum$

Aufgabe 2 (31 Punkte)

2a) (4 Punkte)
Ein System werde mit A, B und C beschrieben. Die Dimension des Zustandsvektors x ist 35. Die investierbare Modalmatrix von A ist V. Was kann aus den gegebenen Tatsachen geschlossen werden?

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1	Die beobachtbaren Eigenwerte können numerisch mit $\tilde{B} = V^{-1}B$ berechnet werden.	○	○
2	Die transformierte Systemmatrix $\tilde{A} = V^{-1}AV$ besitzt neue und zu A verschiedene Eigenwerte.	○	○
3	Die Modalmatrix beschreibt die Struktur der Lösung mit $x(t) = V\tilde{x}(t)$.	○	○
4	Mittels $\tilde{C} = CV$ kann die Beobachtbarkeit einiger Eigenwerte nicht bewertet werden.	○	○

2b) (4 Punkte)
Mit $\det(\lambda_i I - A) = 0$ können die Links- und Rechtseigenvektoren $\widetilde{\widetilde{x}}$ und $\widetilde{x}$ durch $\widetilde{\widetilde{x}}_i^T(\lambda_i I - A) = 0$ und $(\lambda_i I - A)\widetilde{x}_i = 0$ für alle λ_i von A berechnet werden. Im detaillierten Fall sind $\widetilde{x}_1$, $\widetilde{\widetilde{x}}_1$, $\widetilde{x}_2$, $\widetilde{\widetilde{x}}_2$ als $\widetilde{\widetilde{x}}_1 = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ 7 \\ 2 \\ 8 \end{bmatrix}$, $\widetilde{\widetilde{x}}_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\widetilde{x}_1 = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ 6 \\ 2 \\ 9 \end{bmatrix}$ und $\widetilde{x}_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \\ 8 \end{bmatrix}$ für ein System mit $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} c & 9 & -3 & 5 & -5 \end{bmatrix}$ berechnet worden.

Was kann aus den gegebenen Tatsachen geschlossen werden?

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1	Das System besitzt 5 Eigenwerte.	○	○
2	Für $c \neq 1$ ist der zweite Eigenwert steuerbar.	○	○
3	Das System ist vollständig steuerbar, da keine Null in B existiert.	○	○
4	Für $c = 1$ ist der erste Eigenwert λ_1 ein Pol.	○	○

2c) (4 Punkte)
Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche sind falsch?

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1	Ein Beobachter kann für diagnostische Zwecke verwendet werden.	○	○
2	Ein Residuum wird durch die Differenz zwischen Ausgang und Referenzwert $r = y - y_{ref}$ definiert.	○	○
3	Die Eigenwerte des geregelten Systems sollen eindeutig auf der linken Seite der Eigenwerte der Regelstrecke liegen.	○	○
4	Die Abtastrate der Recheneinheit für die Simulation der beobachterbasierten Zustandsrückführung soll größer als oder gleich zu $2\omega_{max}$ (ω_{max}: Die maximale Frequenz der Eigenwerte von dem geschlossenen System und dem Beobachter) sein.	○	○

□

2d) (7 Punkte)
Für das System mit

$\lambda_{1,2} = -5 \pm 2j$
$\lambda_{3,4} = -1 \pm 3j$
$\lambda_5 = -2$
$\lambda_{6,7} = 3 \pm j$
$\lambda_{8,9} = 0 \pm 3j$

soll ein Reglerentwurf realisiert werden. Eine Berechnung ergab die nicht beobachtbaren Eigenwerte $\lambda_{3,4} = -1 \pm 3j$, sowie die nicht steuerbaren Eigenwerte $\lambda_{3,4} = -1 \pm 3j$ und $\lambda_{6,7} = 3 \pm j$.

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1	$\lambda_{3,4} = -1 \pm 3j$ sind beide Ein- und Ausgangsentkopplungsnullstellen.	○	○
2	Das System hat 5 Übertragungsnullstellen.	○	○
3	Das System ist asymptotisch stabil.	○	○
4	Die Pole sind $s_{p1,2} = -5 \pm 2j$, $s_{p3} = -2$ und $s_{p4,5} = 0 \pm 3j$.	○	○
5	$\lambda_{3,4} = -1 \pm 3j$ sind keine Eigenwerte.	○	○
6	Das System kann mittels eines Zustandsreglers stabilisiert werden.	○	○
7	Das System ist ermittelbar.	○	○

□

2e) (12 Punkte)

Gegeben sei ein System

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \\ b_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & c & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad D = [0].$$

i) (3 Punkte)
Die Übertragungsfunktionsmatrix $G(s)$ ist

◯ $\frac{2b_2c}{s^2+4s+3}$ ◯ $\frac{b_2c}{s^2+4s+3}$
◯ $\frac{b_1c}{s^2+4s+3}$ ◯ Keine der Antworten ist richtig.

ii) (2 Punkte)
Berechnen Sie die Eigenwerte von A. Das Ergebnis ist:

◯ $\lambda_1 = -1,\ \lambda_{2,3} = 0 \pm j$ ◯ $\lambda_{1,2} = 1$ und $\lambda_3 = 3$
◯ $\lambda_{1,2} = -1$ und $\lambda_3 = -3$ ◯ Keine der Antworten ist richtig.

iii) (2 Punkte)
Ist das System vollständig steuerbar?

◯ Ja, für $b_1 \neq 0$ und $b_2 \neq 0$. ◯ Nein.
◯ Ja, für $b_2 \neq 0$. ◯ Keine der Antworten ist richtig.

iv) (2 Punkte)
Ist das System vollständig beobachtbar?

◯ Ja. ◯ Nein.
◯ Ja, für $c \neq 0$. ◯ Keine der Antworten ist richtig.

v) (3 Punkte)
Berechnen Sie mittels Polvorgabe die Verstärkungsmatrix des Zustandsreglers des gegebenen Systems. Die gewünschten Eigenwerte des geregelten Systems sind $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = -4$ und $\lambda_3 = -6$.

- ○ $k_1 = 0$, $k_2 = 9/b_2$, $k_3 = 6/b_2$
- ○ $k_1 = 1/b_2$, $k_2 = 9/b_2$, $k_3 = 6/b_2$
- ○ $k_1 = 1/b_2$, $k_2 = b2$, $k_3 = b2/3$
- ○ Keine der Antworten ist richtig.

$\square$

$\sum \square$

Aufgabe 3 (31 Punkte)
Gegeben sei ein System

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 0 & -8 \\ 10 & -2 & -10 \\ 4 & 0 & -5 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}, \; C = \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ und } D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \; (b \neq 0, \; c \neq 0).$$

Die Eigenwerte der Systemsmatrix A sind $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = -2$ und $\lambda_3 = 3$.

3a) (7 Punkte)
- Berechnen Sie die Übertragungsfunktionsmatrix für das System.
- Geben Sie die Pole an.
- Ist das System BIBO-stabil (Begründen Sie Ihre Antwort)?
- Ist das System zustandsstabil (Begründen Sie Ihre Antwort)?

3b) (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Modalmatrix des Systems $A = \begin{bmatrix} 7 & 0 & -8 \\ 10 & -2 & -10 \\ 4 & 0 & -5 \end{bmatrix}$.

3c) (4 Punkte)
Bestimmen Sie die Entkopplungsnullstellen für das System und klassifizieren Sie die Entkopplungsnullstellen.

3d) (4 Punkte)
Ist das System stabilisierbar (Begründen Sie Ihre Antwort)? Ist es möglich, eine vollständige Zustandsrückführung zu realisieren (Begründen Sie Ihre Antwort)?

3e) (4 Punkte)
Eine dritte Messung $y_3 = 2x_1 + cx_2 + 3x_3$ ist realisiert. Bestimmen Sie die neue Ausgangsmatrix C_{neu}. Geben Sie die Bedingung für die vollständige Beobachtbarkeit abhängig von dem Parameter c ($c \neq 0$) für das neue System (A, C_{neu}) an.

3f) (4 Punkte)
Bestimmen Sie die Gewichtungsmatrizen Q und R mit der gegebenen Gütefunktion

$$\begin{aligned} J &= \int_0^\infty [x^T Q x + y^T R y] dt \\ &= \int_0^\infty [{x_1}^2(t) + x_1(t)x_2(t) + {x_2}^2(t) + {y_1}^2(t) + 0.25 y_1(t) y_2(t) + {y_2}^2(t)] dt. \end{aligned}$$

Geben Sie die Berechnungsschritte mit erfordlichen Gleichungen und Bedingungen für die Berechnung der Matrix L des linearen quadratischen optimalen Beobachters an (Annahme: System vollständig beobachtbar).

3g) (4 Punkte)

Die Systemmatrix A eines linearen dynamischen Systems ist definiert als $A = \begin{bmatrix} 0 & 9 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$.
Berechnen Sie unter Verwendung des Lyapunovverfahrens die Lösungsmatrix P (mit der Gewichtungsmatrix $Q = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$) und bestimmen Sie die Stabilität des Systems nach Lyapunov mit Hilfe der Lösungsmatrix P.

$\sum$ $\square$