Einlesezeit

Für die Durchsicht der Klausur wird eine „Einlesezeit“ von **10 Minuten** gewährt. Während dieser Zeitdauer ist es Ihnen **nicht** gestattet, mit der Bearbeitung der Aufgaben zu beginnen. Dies bedeutet konkret, dass sich während der gesamten Dauer der Einlesezeit keinerlei Schreibgeräte (Stifte, Füller, etc.) auf dem Tisch befinden dürfen sowie die Nutzung von mitgeführten Unterlagen respektive (elektronischer) Wörterbücher bzw. tragbarer Translater strengstens untersagt ist. Nehmen Sie Ihre Schreibgeräte und Unterlagen erst zur Hand, wenn die Prüfungsaufsicht auf das Ende der Einlesezeit hingewiesen hat und füllen Sie zunächst das Deckblatt **vollständig** aus.

Viel Erfolg!

NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	
TISCH-NR.	

Klausurunterlagen

Ich versichere hiermit, dass ich sämtliche für die Durchführung der Klausur vorgesehenen Unterlagen erhalten, und dass ich meine Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Verwendung unerlaubter Hilfsmittel und sonstiger unlauterer Mittel angefertigt habe. Ich weiß, dass ein Bekanntwerden solcher Umstände auch nachträglich zum Ausschluss von der Prüfung führt. Ich versichere weiter, dass ich sämtliche mir überlassenen Arbeitsunterlagen sowie meine Lösung vollständig zurück gegeben habe. Die Abgabe meiner Arbeit wurde in der Teilnehmerliste von Aufsichtsführenden schriftlich vermerkt.

Die obigen Angaben sowie die Unterschrift sind zwingend zu Klausurbeginn zu leisten.

Duisburg, den ______________ ____
(Datum) (Unterschrift der/des Studierenden)

Falls Klausurunterlagen vorzeitig abgegeben: ______________Uhr

Bewertungstabelle

Aufgabe 1	
Aufgabe 2	
Aufgabe 3	
Gesamtpunktzahl	
Angehobene Punktzahl	
%	
Bewertung gem. PO in Ziffern	

____
(Datum und Unterschrift 1. Prüfer, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Söffker)

____
(Datum und Unterschrift 2. Prüfer, Dr.-Ing. Yan Liu)

____
(Datum und Unterschrift des für die Prüfung verantwortlichen Prüfers, Söffker)

Fachnote gemäß Prüfungsordnung:

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	5,0
sehr gut		gut			befriedigend			ausreichend		mangelhaft

Bemerkung: ____

Achtung: Schreiben Sie Ihre Antwort für ALLE Aufgaben direkt unter die entsprechende Aufgabe in den Aufgabenbogen!

Verwenden Sie KEINE Bleistifte oder roten Stifte für die Beantwortung von Fragen oder für Zeichnungen!
(Rote Stifte werden bei der Korrektur verwendet.)

Diese Prüfung lege ich ab als
☐ Pflichtfach
☐ Wahlfach
☐ Auflage
(Bitte EINES ankreuzen).

Maximal erreichbare Punktzahl:	**100**
Mindestprozentzahl für die Note 1,0:	**95%**
Mindestprozentzahl für die Note 4,0:	**50%**

Allgemeine Hinweise:

1) Für die Multiple-Choice und multiple-choice-ähnlichen Fragen gilt:
   i) Korrekte Teilantworten werden mit der vorgesehenen Teilpunktzahl bewertet.
   ii) Nichtkorrekte Teilantworten werden mit der vorgesehenen Teilpunktzahl negativ bewertet.
   iii) Keine Willensäußerung führt weder zu einer negativen noch zu einer positiven Anrechnung.
   iv) Die in einer Aufgabe anfallen positiven wie negativen Punkte werden aufsummiert. Eine negative Gesamtpunktzahl gibt es nicht.
2) Sollten im Einzelfall keine zulässigen Zahlenbereiche für Zeitkonstanten, Massen etc. angegeben sein, gehen Sie immer von positiven Zahlenwerten für die Zeit und für Massen aus.
3) Sollte im Einzelfall keine Angabe zu positiver oder negativer Rückführung angegeben sein, gehen Sie immer von der üblichen negativen Rückführung aus.

Aufgabe 1 (30 Punkte)

1a) (3 x 5 Punkte)
Bestimmen Sie die Eigenschaften der Mehrgrößensysteme (MIMO-Systeme) bezüglich der Systembeschreibung. Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche sind falsch?

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
A1	Das System kann im Zeitbereich beschrieben werden.	○	○
A2	Das System kann im Frequenzbereich beschrieben werden.	○	○
A3	Für die MIMO-Beschreibung ist die Darstellung mittels Eigenwerte eine geeignete Methode, um das dynamische Verhalten aller Zustände zu beschreiben.	○	○
A4	Die Dimensionen der Gewichtungsmatrizen (Q und R) beziehen sich nur auf die Dimension der Systemmatrix (A).	○	○
A5	Die Ränge der Matrizen B und C sind identisch und gleich eins.	○	○

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
B1	Eigenwerte sind real oder konjugiert komplex.	○	○
B2	Die Prüfung der exakt asymptotischen Stabilität mittels Hurwitz-Kriterium ist prinzipiell angemessen.	○	○
B3	Ein System mit den Nullstellen $s_{o1,2} = 0.0007 \pm j\omega$, $s_{o3} = -10.000 \pm 0.0007j\omega$, $s_{o4} = -1 \pm j\omega$ und den Polen $s_{p1,2,3,4,5} = -1$ kann als (zustands)stabil gekennzeichnet werden.	○	○
B4	Die Zustandsstabilitätsprüfung bezieht sich auf die Systemstabilität.	○	○
B5	Mit der Bedingung $r = m = 1$ und dem Rang $B = m$ sowie dem Rang $C = r$ ist das System ein SISO-System.	○	○

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
C1	Die Rückführung mit $u = -Kx$ ist eine typische Regelung in diesem Kontext.	◯	◯
C2	Der Reglerentwurf zur Bestimmung von K kann im allgemeinen durch die Ackermann-Formel realisiert werden.	◯	◯
C3	Eine Ausgangsrückführung ist eine geeignete Rückführungstechnik.	◯	◯
C4	Die nichtsteuerbaren Eigenwerte sind identisch mit den Ausgangsentkopplungsnullstellen des Systems.	◯	◯
C5	Die nichtbeobachtbaren Eigenvorgänge sind identisch mit den Eingangsentkopplungsnullstellen des Systems.	◯	◯

Gegeben sei ein System

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 1 & 3 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{and} \quad D = \begin{bmatrix} d & 0 \end{bmatrix}$$

mit $a_{1,2,3} \neq 0$, $b_{1,2} \neq 0$, $c \neq 0$ und $d = 0$.

1b) (2 Punkte)
Geben Sie die Rosenbrockmatrix des Systems in Abhängigkeit der Parameter $a_{1,2,3}$, $b_{1,2}$ und c an.

1c) (4 Punkte)
Berechnen Sie das charakteristische Polynom der Systemmatrix A (abhängig von den Parametern $a_{1,2,3}$). Ist das System unter den Annahmen $a_1 = -2$, $a_2 = -3$ und $a_3 = -4$ asymptotisch stabil?

1d) (1 Punkt)

Angenommen wird $A^* = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix}$ und $B^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix}$ mit $a_1 = -5$, $a_2 = 2$, $a_3 = -4$, $b_1 = 1$ und $b_2 = 1$. Geben Sie die aktuellen Matrizen A^* und B^* an.

$\square$

1e) (4 Punkte)

Ist der Eigenwert $\lambda_1 = -2$ von A^* steuerbar? Begründen Sie Ihre Antwort (Verwenden Sie das originale Hautus-Kritierium basierend auf Eigenvektoren.).

1f) (4 Punkte)

Welche Bedingungen für das System A^* und die Elemente c_1, c_2 von $C = \begin{bmatrix} 0 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & c_2 \end{bmatrix}$ müssen für die vollständige Beobachtbarkeit erfüllt werden? Prüfen Sie die Beobachtbarkeit der Eigenwerte ($\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = 0$ und $\lambda_3 = 1$) mit dem Hautus-Kritierium zuerst durch die Berechnung der Rechtseigenvektoren.

$\square$

$\sum \square$

Aufgabe 2 (35 Punkte)

Bewerten Sie die folgenden Aussagen bezüglich der Analyse von MIMO-Systemen sowie des Entwurfes für lineare MIMO-Systeme.

2a) (4 Punkte)

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1	Ein System mit den Eigenwerten $\lambda_{1,2} = 2$, $\lambda_3 = -1 + j$, $\lambda_4 = -1 - j$, $\lambda_5 = \epsilon$ mit $\epsilon = 0.001$ ist asymptotisch stabil.	○	○
2	Ein zu beobachtendes System ($\hat{=}$ mit Zustandsbeobachter) muss vollständig steuerbar oder steuerbar sein.	○	○

Ein System mit $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -a \end{bmatrix}$ und $B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}$ soll mit einer vollständigen Zustandsrückführung geregelt werden.

3	Für $a < 0$ und $b \neq 0$ kann das geregelte System stabilisiert werden.	○	○
4	Für $a > 0$ und $b \neq 0$ kann das geregelte System nicht stabilisiert werden.	○	○

☐

2b) (4 Punkte)

Mit Hilfe $\det(\lambda_i I - A) = 0$ können die Links- und Rechtseigenvektoren $\widetilde{\widetilde{x}}$ und $\widetilde{x}$ durch $\widetilde{\widetilde{x}}_i^T(\lambda_i I - A) = 0$ und $(\lambda_i I - A)\widetilde{x}_i = 0$ für alle λ_i von A berechnet werden. Im detaillierten Fall sind $\widetilde{x}_1$, $\widetilde{\widetilde{x}}_1$, $\widetilde{x}_2$, $\widetilde{\widetilde{x}}_2$ als $\widetilde{\widetilde{x}}_1 = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \\ 9 \end{bmatrix}$, $\widetilde{\widetilde{x}}_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\widetilde{x}_1 = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \\ 4 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ und $\widetilde{x}_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \\ 9 \\ 2 \\ 9 \end{bmatrix}$ für ein System mit

$B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -6 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 5 & c & 3 & -2 & -7 \end{bmatrix}$ berechnet worden.

Was kann aus den angegebenen Daten geschlossen werden?

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1	Das System hat 2 Eigenwerte.	○	○
2	Für $c = 0$ ist die zweite Eigenbewegung nicht beobachtbar.	○	○
3	Für $c \neq 0$ ist die zweite Eigenbewegung nicht beobachtbar.	○	○
4	Die erste Eigenbewegung ist nicht steuerbar.	○	○

☐

2c) (4 Punkte)
Ein System mit $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -d & -k \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_2 & x_1 \end{bmatrix}^T$ soll für Diagnosezwecke überwacht werden. Die Dämpfung d kann nicht modelliert werden. Das Verhalten scheint offensichtlich perfekt gedämpft, deswegen wird d als 10 angenommen.

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1	Die Messungen des Systems sind c_1x_2 und c_2x_1.	◯	◯
2	Die Messungen sind gekoppelt (nur eine unabhängige Messung existiert).	◯	◯
3	Die Systembeschreibung zeigt, dass $\dot{x}_2 = x_1$, deswegen kann x_2 als $x_2 = \int x_1 dt$ berechnet werden. Es ist daher keine Messung für die absoluten Werte von x_2 notwendig.	◯	◯
4	Im Fall von negativer Dämpung $(d < 0)(=$ Erregung) ist das System instabil. In diesem Fall eines instabilen Systems kann ein stabiler Beobachter für die Abschätzung von x_2 und x_1 definiert werden.	◯	◯

☐

2d) (7 Punkte)
Für das System mit

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= -3 \pm j \\ \lambda_{3,4} &= -1 \pm j \\ \lambda_{5,6} &= 2 \pm 3j \\ \lambda_7 &= 4 \\ \lambda_{8,9} &= 0 \pm 2j \end{aligned}$$

soll ein Reglerentwurf realisiert werden. Es ist berechnet worden, dass die nicht beobachtbaren Eigenwerte $\lambda_{5,6} = 2 \pm 3j$ und $\lambda_{8,9} = 0 \pm 2j$, sowie die nicht steuerbaren Eigenwerte $\lambda_{1,2} = -3 \pm j$ sind.

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1	Das System hat 2 Ausgangsentkopplungsnullstellen.	◯	◯
2	Das System hat mindestens 6 invariante Nullstellen.	◯	◯
3	Das System ist stabilisierbar.	◯	◯
4	Die Pole sind $s_{p1,2} = -1 \pm j$, $s_{p3} = 4$ und $s_{p4,5} = -3 \pm j$.	◯	◯
5	Die Eigenwerte sind $\widetilde{\lambda}_{1,2} = -3 \pm j$, $\widetilde{\lambda}_{3,4} = -1 \pm j$, $\widetilde{\lambda}_{5,6} = 2 \pm 3j$, $\widetilde{\lambda}_7 = 4$ und $\widetilde{\lambda}_{8,9} = 0 \pm 2j$.	◯	◯
6	Ein vollständiger Zustandsbeobachter kann den Mode bezüglich $\widetilde{\lambda}_{8,9} = 0 \pm 2j$ schätzen.	◯	◯
7	Das System ist nicht ermittelbar.	◯	◯

☐

2e) (16 Punkte)

Gegeben sei ein System

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \\ -2 & -3 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{und} \quad D = [0].$$

i) (3 Punkte)
Die Übertragungsfunktionsmatrix $G(s)$ ist

- ◯ $\frac{(s^2+6s+11)bc}{s^3+6s^2+12s+6}$ ◯ $\frac{-(2s+1)bc}{s^3+6s^2+12s+6}$
- ◯ $\frac{sbc}{s^3+6s^2+12s+6}$ ◯ $\frac{bc}{s^3+6s^2+12s+6}$

ii) (3 Punkte)
Berechnen Sie die Eigenwerte von A. Das Ergebnis ist:

- ◯ $\lambda_1 = -1,\ \lambda_{2,3} = -2 \pm j$ ◯ $\lambda_1 = \sqrt{2},\ \lambda_{2,3} = -\sqrt{2} \pm \sqrt{2}j$
- ◯ $\lambda_1 = -1,\ \lambda_{2,3} = \pm j$ ◯ Keine der Antworten ist richtig.

iii) (2 Punkte)
Ist das System vollständig steuerbar?

- ◯ Ja. ◯ Ja, für $b \neq 0$.
- ◯ Nein. ◯ Keine der Antworten ist richtig.

iv) (2 Punkte)
Ist das System vollständig beobachtbar?

- ◯ Nein. ◯ Ja.
- ◯ Ja, für $c = 0$. ◯ Ja, für $c \neq 0$.

v) (3 Punkte)
Berechnen Sie mittels Polvorgabe die Rückführungsverstärkungen des Zustandsreglers des gegebenen Systems. Die gewünschten Eigenwerte des geregelten Systems sind $\lambda_1 = 4$, $\lambda_2 = 2$ und $\lambda_3 = -1$.

○ $k_1 = -b/2$, $k_2 = b/3$, $k_3 = b/2$

○ $k_1 = -10/b$, $k_2 = 11/b$, $k_3 = 13/b$

○ $k_1 = 1/b$, $k_2 = b$, $k_3 = b/3$

○ $k_1 = 13/b$, $k_2 = 12/b$, $k_3 = -11/b$

☐

vi) (3 Punkte)
Berücksichtigung des Gilbertverfahrens:

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1	Das Gilbertverfahren ermöglicht eine detaillierte Berechnung der Parameterabhängigkeiten zwischen dem System A und dem entsprechenden Ausgang C.	○	○
2	Das Gilbertverfahren kann auch als Stabilitätsanalyse verwendet werden.	○	○
3	Das Gilbertverfahren ermöglicht eine modeweise Berücksichtigung der Beobachtbarkeit und der Steuerbarkeit.	○	○

☐

$\sum$ ☐

Aufgabe 3 (35 Punkte)

3a) (4 Punkte)
Ein elektrisches System wird durch die Differenzialgleichung

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = 4 \cdot u(t),$$

mit den Skalaren $m, d > 0$ und $u(t) = 1(t)$ beschrieben. Die Variable x wird gemessen. Geben Sie die Matrizen A, B und C an. Berechnen Sie mittels Polvorgabe die Rückführungsverstärkungen des Zustandsreglers des gegebenen Systems. Die gewünschten Eigenwerte des geregelten Systems sind

$$\lambda_1 = -\frac{d}{m} + \sqrt{\frac{d^2}{m^2} + \frac{4k}{m}} \text{ und } \lambda_2 = -\frac{d}{m} - \sqrt{\frac{d^2}{m^2} + \frac{4k}{m}}.$$

3b) (2 Punkte)
Das System mit der Systemmatrix $A - BK$ besitzt die Eigenwerte $\lambda_{1,2} = -2 \pm j\sqrt{5}$, die nicht von K beeinflusst werden, sowie die übrigen Eigenwerte λ_i, $i = 3...n$, die von K abhängig sind. Stellen Sie dar, ob das System $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ vollständig steuerbar ist. Stellen Sie ebenfalls dar, ob das genannte System stabilisierbar ist.

Das System $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),\ y = Cx(t)$ mit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a & -2a \end{bmatrix};\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix};\ C = \begin{bmatrix} c & 0 \end{bmatrix}\ (b,\ c \neq 0)$$

soll untersucht werden.

3c) (3 Punkte)

Für welche Werte von a kann ein asymptotisch stabiles, geregeltes System mit einem geeigneten Regler realisiert werden? Bestimmen Sie zusätzlich die Rosenbrock-Matrix des Systems.

3d) (2 Punkte)
Für welche Werte von a und b ist das System i) vollständig beobachtbar und ii) ermittelbar?

3e) (4 Punkte)
Für den Entwurf einer linearen quadratisch optimalen Zustandsrückführung, die dem Qualitätskriterium

$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty x^T \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} x + u^2 dt$

entspricht, sollen die Elemente p_{11}, p_{12}, und p_{22} von P bestimmt werden. Geben Sie für $a = 3$ und $b = 2$ die entsprechenden Gleichungen zur Bestimmung von P an.

3f) (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Modalmatrix des Systems

$\dot{x}(t) = Ax(t)$, mit $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$.

3g) (3 Punkte)

Ein System wird mit A, B und C beschrieben. Die Dimension des Zustandsvektors x ist 35. Die Modalmatrix von A ist V. Wie können die beobachtbaren und steuerbaren Moden numerisch berechnet werden? Nennen Sie den Namen des Verfahrens.

3h) (3 Punkte)
Skizzieren Sie das Schema eines modellbasierten Reglers, der einen Luenberger-Beobachter verwendet. Bezeichnen Sie die Matrizen, die Signalflüsse sowie die Ein-und Ausgänge.

3i) (3 Punkte)
Wie kann der Beobachter für diagnostische Zwecke verwendet werden? Erklären Sie zusätzlich den Begriff Residuum.

3j) (4 Punkte)
Geben Sie Empfehlungen bezüglich der Beziehung zwischen den Eigenwerten des geschlossenen Regelkreises und den Eigenwerten des Beobachters an. Welche Bedingung soll die Abtastrate der Recheneinheit in Bezug auf die Dynamik des zu regelnden Systems erfüllen?

3k) (3 Punkte)
Die Systemmatrix A eines linearen dynamischen Systems ist definiert als

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Berechnen Sie unter Verwendung des Lyapunovverfahrens die Lösungsmatrix P (mit der Gewichtungsmatrix $Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$) und bestimmen Sie die Stabilität des Systems.

$\sum$