# Einlesezeit

Für die Durchsicht der Klausur wird eine „Einlesezeit“ von **10 Minuten** gewährt. Während dieser Zeitdauer ist es Ihnen **nicht** gestattet, mit der Bearbeitung der Aufgaben zu beginnen. Dies bedeutet konkret, dass sich während der gesamten Dauer der Einlesezeit keinerlei Schreibgeräte (Stifte, Füller, etc.) auf dem Tisch befinden dürfen sowie die Nutzung von mitgeführten Unterlagen respektive (elektronischer) Wörterbücher bzw. tragbarer Translater strengstens untersagt ist. Nehmen Sie Ihre Schreibgeräte erst zur Hand, wenn die Prüfungsaufsicht auf das Ende der Einlesezeit hingewiesen hat und füllen Sie zunächst das Deckblatt **vollständig** aus.

*Viel Erfolg!*

| | |
|---|---|
| NAME | |
| VORNAME | |
| MATRIKEL-NR. | |
| TISCH-NR. | |

# Klausurunterlagen

Ich versichere hiermit, dass ich sämtliche für die Durchführung der Klausur vorgesehenen Unterlagen erhalten, und dass ich meine Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Verwendung unerlaubter Hilfsmittel und sonstiger unlauterer Mittel angefertigt habe. Ich weiß, dass ein Bekanntwerden solcher Umstände auch nachträglich zum Ausschluss von der Prüfung führt. Ich versichere weiter, dass ich sämtliche mir überlassenen Arbeitsunterlagen sowie meine Lösung vollständig zurückgegeben habe. Die Abgabe meiner Arbeit wurde in der Teilnehmerliste von Aufsichtsführenden schriftlich vermerkt.
**Durch die Teilnahme versichere ich, dass ich prüfungsfähig bin. Bei Krankheit werde ich die Klausur vorzeitig beenden und unmittelbar eine Ärztin/einen Arzt aufsuchen.**

Die obigen Angaben sowie die Unterschrift
sind zwingend zu Klausurbeginn zu leisten.

Duisburg, den ______________ ________________________________________
(Datum) (Unterschrift der/des Studierenden)

Falls Klausurunterlagen vorzeitig abgegeben: ______________Uhr

# Bewertungstabelle

| | |
|---|---|
| Aufgabe 1 | |
| Aufgabe 2 | |
| Die Bewertung gem. PO in Ziffern ist der xls-Tabelle bzw. dem Papierausdruck zu entnehmen. | |

________________________________________

(Datum und Unterschrift 1. Prüfer, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Söffker)

________________________________________

(Datum und Unterschrift 2. Prüfer, Prof. Dr.-Ing. Mohieddine Jelali, Priv.-Doz.)

________________________________________

(Datum und Unterschrift des für die Prüfung verantwortlichen Prüfers, Söffker)

Fachnote gemäß Prüfungsordnung: (alternativ: siehe xls-Tabelle bzw. beigefügter Papierausdruck)

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 1,0 | 1,3 | 1,7 | 2,0 | 2,3 | 2,7 | 3,0 | 3,3 | 3,7 | 4,0 | 5,0 |
| sehr gut | | gut | | | befriedigend | | | ausreichend | | mangelhaft |

Bemerkung: ____________________________________

**Achtung:** Schreiben Sie Ihre Antwort für ALLE Aufgaben direkt unter die entsprechende Aufgabe in den Aufgabenbogen!

Verwenden Sie KEINE Bleistifte oder roten Stifte für die Beantwortung von Fragen oder für Zeichnungen!
(Rote Stifte werden bei der Korrektur verwendet.)

Diese Prüfung lege ich ab als
☐ Pflichtfach
☐ Wahlfach
☐ Auflage
(Bitte EINES ankreuzen).

| | |
|---|---|
| Maximal erreichbare Punktzahl: | **60** |
| Mindestprozentzahl für die Note 1,0: | **95%** |
| Mindestprozentzahl für die Note 4,0: | **50%** |

**Allgemeine Hinweise:**

1) Für die Multiple-Choice und multiple-choice-ähnlichen Fragen gilt:
   i) Bei Aufgaben mit Einzelbewertung von Teilaufgaben gilt: Nur korrekte Teilantworten werden mit der vorgesehenen Teilpunktzahl bewertet.
   ii) Die in einer Teilaufgabe anfallenden Punkte werden aufsummiert.
   iii) Sofern nicht explizit anders dargestellt, ist nur eine der angegebenen Lösungsoptionen korrekt.
   iv) Falls Teilaufgaben mehr als zwei Antwortoptionen beinhalten und nur eine Lösung existiert: Das Ankreuzen von mehreren Antwortoptionen wird auf Grund der nicht eindeutigen Willensäußerung als NICHTantwort interpretiert. Hieraus resultiert, dass in diesem Fall keine Punkte gegeben werden können.

2) Sollten im Einzelfall keine zulässigen Zahlenbereiche für Zeitkonstanten, Massen etc. angegeben sein, gehen Sie immer von positiven Zahlenwerten für die Zeit und für Massen aus.

3) Sollte im Einzelfall keine Angabe zu positiver oder negativer Rückführung angegeben sein, gehen Sie immer von der üblichen negativen Rückführung aus.

**Aufgabe 1** (35 Punkte)

Markieren Sie in den folgenden Aussagen die richtige Lösung.

1a) (2 × 5 × 1 Punkt, 10 Punkte)

A1) (1 Punkt)

Mittels $0 = f(x, \dot{x}, u, t),\ y = g(u, x)$ wird

○ ein lineares SISO-System in der hierfür üblichen typischen Form

○ ein nichtlineares System in expliziter Form

⊗ ein nichtlineares System in impliziter Form

beschrieben.

A2) (1 Punkt)

Eine Steuerung dient der

⊗ rückwirkungsfreien

○ rückwirkenden

○ nicht rückwirkungsfreien

Beeinflussung des Ausgangs durch den Eingang.

A3) (1 Punkt)

Ein Signalflussgraph ist eine äquivalente Beschreibung zu einem

⊗ Blockschaltbild.

○ Zustandsvektor.

○ Vektorfeld.

A4) (1 Punkt)

Die erweiterte Verbesserung der Dynamik ist eines der zentralen Ziele

- ⊗ beim Entwurf von Regelkreisen mit geschlossenem Wirkablauf.
- ○ beim Entwurf von Regelkreisen mit offenem Wirkablauf.
- ○ bei der Auswahl geeigneter Sensoren zur Messung der Störung.

A5) (1 Punkt)

Am Eingang eines Systems liegt die Eingangsgröße $u(t) = a \sin(\omega_0 t)$ an. Auf der Ausgangsseite wird $y(t) = b \sin(\omega_0 t + \pi)$ gemessen. Bei einer Änderung auf $u_2(t) = ab \sin(\omega_0 t)$ wird ausgangsseitig $y_2(t) = b^2(\sin(\omega_0 t + b\pi))$ ermittelt. Das System ist

- ⊗ nichtlinear.
- ○ linear.
- ○ chaotisch.

B1) (1 Punkt)

Der Zustandsraum ist die

⊗ $n$-dimensionale Darstellung des Zeitverhaltens eines Systems

○ $n/2$-dimensionale Darstellung der Zustandsvariablen sowie der zugehörigen Geschwindigkeiten

○ $n/2$-fache jeweils 2-dimensionale Darstellung der Ableitung einer Zustandsvariablen über der Zustandsvariablen

beschrieben durch $A$ mit $n = \dim(x)$.

B2) (1 Punkt)

Die Dynamik eines linearen Systems wird vollständig durch

○ die Matrix $A$ in Kombination mit $B$, $C$ und $D$

⊗ die Systemmatrix $A$

○ das Ausgangs-/Eingangsgrößenverhältnis

beschrieben.

B3) (1 Punkt)

Die Dynamik eines PIDT$_1$-Systems wird durch die Gleichung

○ $\frac{1}{{\omega_0}^2}\ddot{y} + \frac{2D}{\omega_0}\dot{y} + y = Ku$

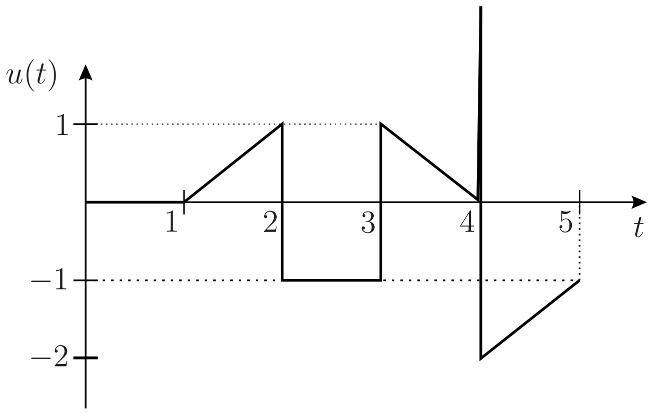
○ $\frac{T_1}{K}\ddot{y} + \frac{1}{T_\mathrm{D}}\dot{y} = \dot{u} + T_\mathrm{I}u + T_\mathrm{D}\int u\,dt$

⊗ $\frac{T_1}{K}\ddot{y} + \frac{1}{K}\dot{y} = \dot{u} + \frac{1}{T_\mathrm{I}}u + T_\mathrm{D}\ddot{u}$

beschrieben.

B4) (1 Punkt)

Das anhand von




dargestellte Verhalten lässt sich mittels

○ $$u(t) = 2(t-2) - 2(t-4)1(t-4) + 2(t-4) - 3(t-3) - (t-3)1(t-3) + \delta(t-4) - 1(t-1) + (t-2)1(t-2)$$

⊗ $$u(t) = -(t-2)1(t-2) - 2(t-2) + 2(t-3) - (t-3)1(t-3) + \delta(t-4) - 2(t-4) + (t-1)1(t-1) + 2(t-4)1(t-4)$$

○ $$u(t) = 1(t-1) - (t-2)1(t-2) + 2(t-2) - 3(t-3) - (t-3)1(t-3) + \delta(t-4) - 2(t-4) + 2(t-4)1(t-4)$$

beschreiben.

B5) (1 Punkt)

Bezogen auf das System $\dot{x} = ax + bu$ beschreibt die nachfolgende Gleichung

$$x(t) = \int_0^t e^{a(t-\tau)}\, b\, u(\tau)\, d\tau + e^{at} x_0(t=0)$$

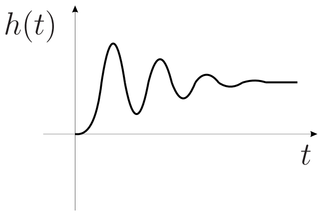
○ den inhomogenen Lösungsanteil einer DGL 1. Ordnung.

○ den homogenen Lösungsanteil einer DGL 1. Ordnung.

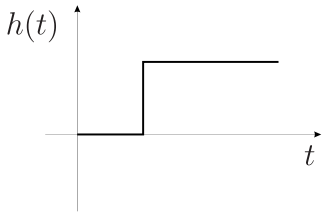
⊗ die Lösung einer allgemeinen DGL 1. Ordnung.

1b) (1 Punkt)

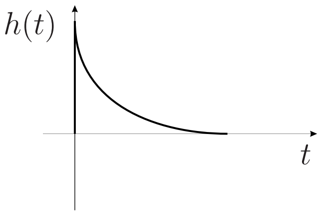
Nachstehende Übergangsfunktion weist auf Systeme mit Trägheiten höherer Ordnung ($n \geq 2$) hin.



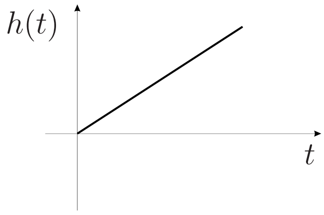

⊗




○



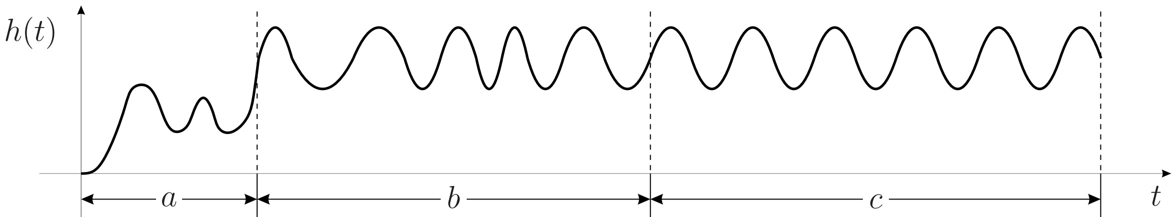

○




○

1c) (1 Punkt)

Das stationäre Systemverhalten in der nachstehenden Übergangsfunktion liegt




○ in den Bereichen $a$, $b$ und $c$.

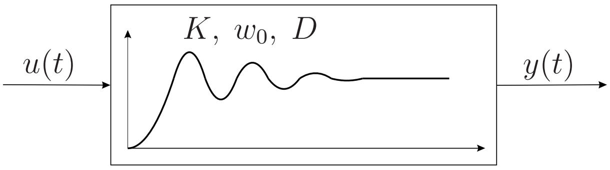
○ in den Bereichen $b$ und $c$.

⊗ im Bereich $c$.

1d) (6 × 1 Punkt, 6 Punkte)

1) (1 Punkt)

Betrachtet werde das durch




beschriebene SISO-System. Es handelt sich um ein

- ○ $PT_1$-System.
- ⊗ $PT_2$-System.
- ○ $PDT_3$-System.

2) (1 Punkt)

Zur Regelung des Systems aus 1d)1) werde ein P-Regler verwendet. Alle Parameter sind als 1 anzunehmen. Das in Gegenkopplung (negative Rückführung) geregelte System ist

- ⊗ asymptotisch stabil.
- ○ grenzstabil.
- ○ instabil.

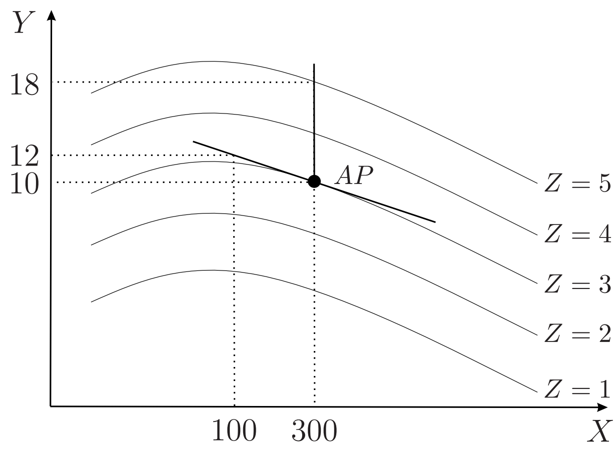
3) (1 Punkt)

Für die Impulsfunktion $\delta(t)$ gilt immer:

- ○ $\delta(t) = \frac{d}{dt}h(t)$.
- ⊗ $\delta(t) = \frac{d}{dt}1(t)$.
- ○ $\delta(t) = \frac{d}{dt}g(t)$.

4) (1 Punkt)

Die Linearisierung des Kennfeldes um den Arbeitspunkt $AP(X_0, Y_0, Z_0)$




führt auf die Gleichung

○ $y(x,z) = 0,01x - 4z$.

⊗ $y(x,z) = -0,01x + 4z$.

○ $y(x,z) = -0,1x - 4z$.

Der Ursprung des Koordinatensystems $(x, y, z)$ ist im $AP$ anzunehmen.

5) (1 Punkt)

Die Ein-/Ausgangsbeschreibung

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + ... + a_0 y = K[u(t) + \frac{1}{T}\int u\, dt];\ a_0 = 1$$

beschreibt

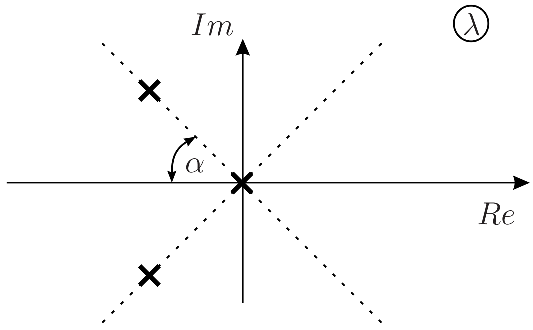
⊗ ein allgemeines SISO-System der Ordnung $n$.

○ ein allgemeines MIMO-System der Ordnung $n$.

○ einen PI-Regler mit $u$ als Ausgang und $y$ als Eingang.

6) (1 Punkt)

Ein System mit der Eigenwertverteilung




weist variable Dämpfungen auf. Wenn die Dämpfung erhöht wird, dann

- ⊗ klingen Schwingungen schneller ab.
- ○ kann kein aperiodischer Grenzfall ($D = 1$) mehr eintreten.
- ○ können Dauerschwingungen auftreten.

1e) (5 × 1 Punkt + 4 × 1 Punkt, 9 Punkte)

In der Abbildung 1.1 sind die Eigenwerte von vier verschiedenen linearen Systemen ohne Totzeit grafisch dargestellt. In Abbildung 1.2 werden vier gemessene Ausgangsfunktionen wiedergegeben. Markieren Sie in den folgenden Aussagen die richtige Lösung.

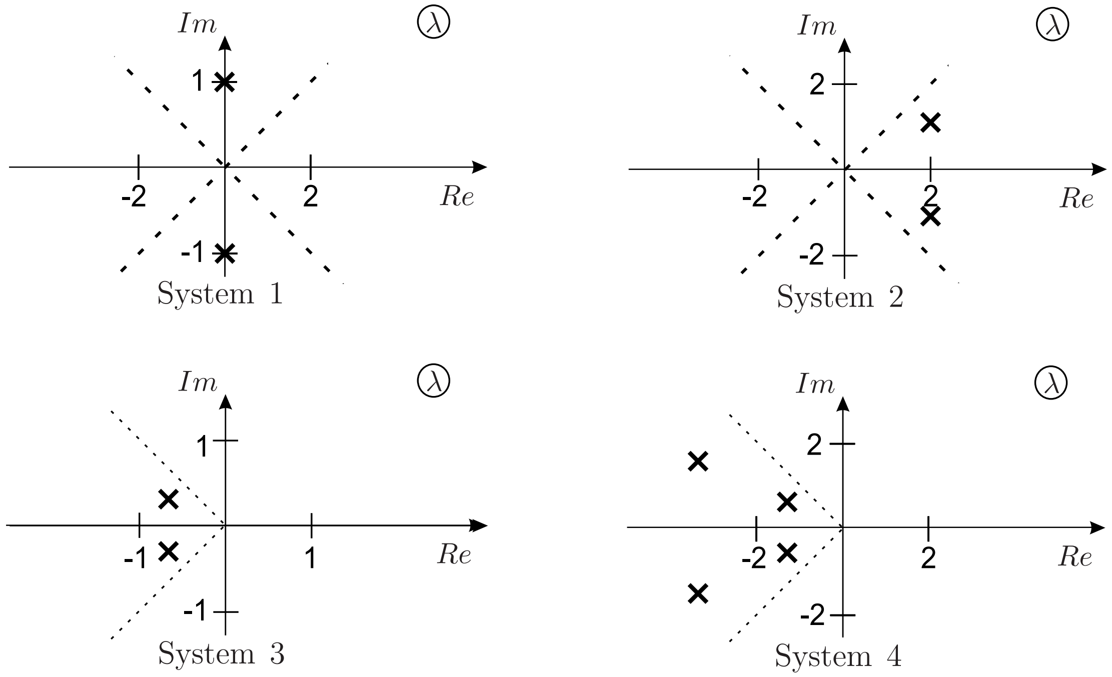



**Abbildung 1.1**: Eigenwertverteilungen von vier verschiedenen Systemen

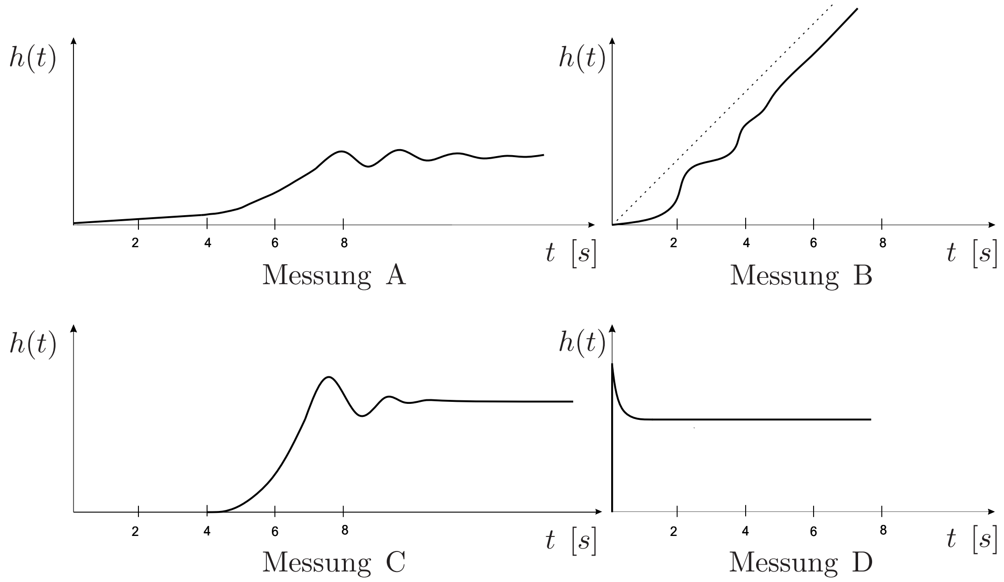



**Abbildung 1.2**: Ausgangsfunktionen

A1) (1 Punkt)

Die Messung B zeigt ein System

- ⊗ mit schwingungsfähigem Verhalten auf.
- ○ mit Totzeit auf.
- ○ ohne schwingungsfähiges Verhalten auf.

A2) (1 Punkt)

Die Messung D zeigt ein Systemverhalten auf, das

- ○ keine Trägheit aufweist.
- ⊗ eine Trägheit aufweist.
- ○ eine Schwingung aufweist.

A3) (1 Punkt)

Die Messung C weist auf folgendes Verhalten hin:

- ○ ein schwingungsfähiges System ohne Totzeit.
- ⊗ ein schwingungsfähiges System mit Totzeit.
- ○ ein schwingungsfähiges System ohne Dämpfung.

A4) (1 Punkt)

Bei der Messung D handelt es sich um die Übergangsfunktion eines

- ○ PD-Systems.
- ⊗ $\mathrm{PDT_1}$-Systems.
- ○ $\mathrm{DT_1}$-Systems.

A5) (1 Punkt)

Die Messung B kann

- ○ dem Verhalten eines $\mathrm{PDT_1T_t}$-Systems mit $\mathrm{T_t} > 0$ entsprechen.
- ○ nicht klassifiziert werden.
- ⊗ dem Verhalten eines $\mathrm{IT_2}$-Systems entsprechen.

□

B1) (1 Punkt)

Das System 3 lässt sich beispielsweise durch die Gleichung

- ◯ $\ddot{y} + y = u$
- ⊗ $\ddot{y} + 1,6\dot{y} + y = u$
- ◯ $\ddot{y} + 3\dot{y} + y = u$

beschreiben.

B2) (1 Punkt)

Das System 4 lässt sich

- ⊗ mit einer technisch sinnvollen Gleichung beschreiben.
- ◯ mit keiner technisch sinnvollen Gleichung beschreiben.
- ◯ zwar mit einer Gleichung beschreiben,
derartige Systeme kommen jedoch in der Technik nicht vor.

B3) (1 Punkt)

Das System 3 weist eine Dämpfung

- ⊗ von mindestens $D = \frac{\sqrt{2}}{2}$ auf.
- ◯ von maximal $D = \frac{\sqrt{2}}{2}$ auf.
- ◯ auf, bei der Dauerschwingungen sehr leicht auftreten, die auch sehr gefährlich sind.

B4) (1 Punkt)

Das System 4 weist 2 asymptotisch stabile konjugiert komplexe Polpaare auf. Diese beiden Polpaare repräsentieren folgende Systemeigenschaft:

- ○ identische Eigenfrequenzen.
- ⊗ identische Dämpfungen.
- ○ 4 verschiedene Eigenbewegungen.

□

1f) (8 Punkte)

Betrachtet werde der Regelkreis $u \to y$. Das dynamische Verhalten der Komponenten ist in Abbildung 1.3 darstellt.

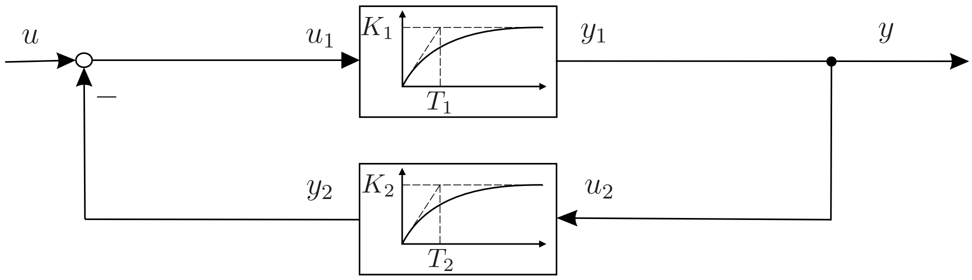



**Abbildung 1.3**: Regelkreis

1f) i) (4 Punkte)
Begründen Sie (durch eine Eigenwertberechnung), ob stabiles Verhalten des Regelkreises erzeugt werden kann. Unter welchen Bedingungen liegt der aperiodische Grenzfall vor?

$$\lambda_{1,2} = -\underbrace{\frac{T_1+T_2}{2T_1T_2}}_{=a} \pm \underbrace{\sqrt{\left(\frac{T_1+T_2}{2T_1T_2}\right)^2 - \frac{1+K_1K_2}{T_1T_2})}}_{=b}$$

Der Regelkreis ist asymptotisch stabil für $a > b$.

Der aperiodische Grenzfall liegt für $b = 0$ vor.

1f) ii) (2 Punkte)
Berechnen Sie die statische Verstärkung $K_\mathrm{S}$ des Regelkreises. Für welche Reglereinstellung $K_2$ lässt sich die stationäre Verstärkung des Regelkreises minimieren? Begründen Sie Ihre Aussage durch eine Rechnung.

$$K_\mathrm{S} = \frac{K_1}{1 + K_1 K_2}$$

Minimale stationäre Verstärkung für $K_2 \to \infty$.

1f) iii) (2 Punkte)
Wie sind die Reglerparameter für eine möglichst langsame Störunterdrückung zu wählen?

$$T_2 \to \infty$$

$\sum$

**Aufgabe 2** (25 Punkte)
Gegeben ist das Blockschaltbild eines Systems, bestehend aus vier Übertragungselementen, mit den Eingängen $w$, $u$ und dem Ausgang $y$ (siehe Abbildung 2.1).

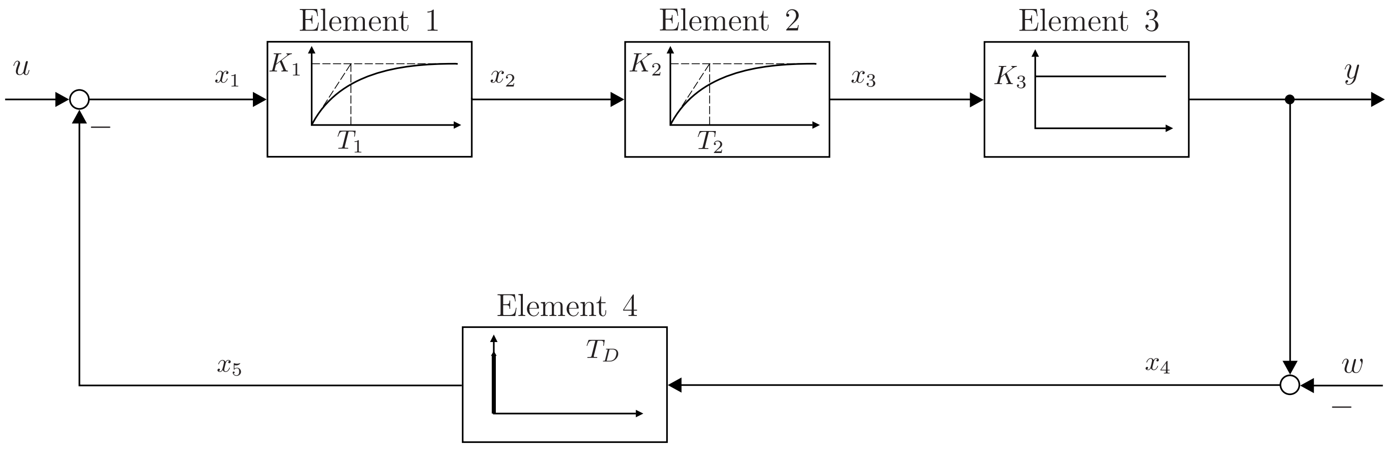



**Abbildung 2.1**: Blockschaltbild des Systems

2a) (4 Punkte)
Klassifizieren Sie die Übertragungsverhaltensweisen (Typ des Einzelübertragungsverhaltens) der Elemente 1 bis 4 und geben Sie jeweils die entsprechende Differenzialgleichung unter Berücksichtigung der vorgegebenen Bezeichnungen der Ein- und Ausgänge in einer zur Klassifizierung geeigneten Form an.

| | | |
|---|---|---|
| Element 1: | $PT_1$ | $T_1\dot{x}_2 + x_2 = K_1 x_1$ |
| Element 2: | $PT_1$ | $T_2\dot{x}_3 + x_3 = K_2 x_2$ |
| Element 3: | P | $y = K_3 x_3$ |
| Element 4: | D | $x_5 = T_D \dot{x}_4$ |

2b) (3 Punkte)
Bestimmen Sie für die Parameter $T_1 = T_2 = T_\mathrm{D} = K_1 = K_2 = K_3 = 1$ die Differenzialgleichung des Gesamtsystems mit $w$ als Eingang und $y$ als Ausgang aus Abbildung 2.1.
Klassifizieren Sie das Übertragungsverhalten des Gesamtsystems.

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + y = \dot{w}$$

$$\mathrm{DT}_2$$

Das mathematische Modell eines hydraulischen Antriebs (siehe Abbildung 2.2) wird stückweise durch die Gleichung

$$T_1\dot{y} + y = K[u + \frac{1}{T_{I1}}\int u\,dt]$$

beschrieben, wobei

$y$ : Zylinderposition und
$u$ : Ventilspannung

bezeichnen.

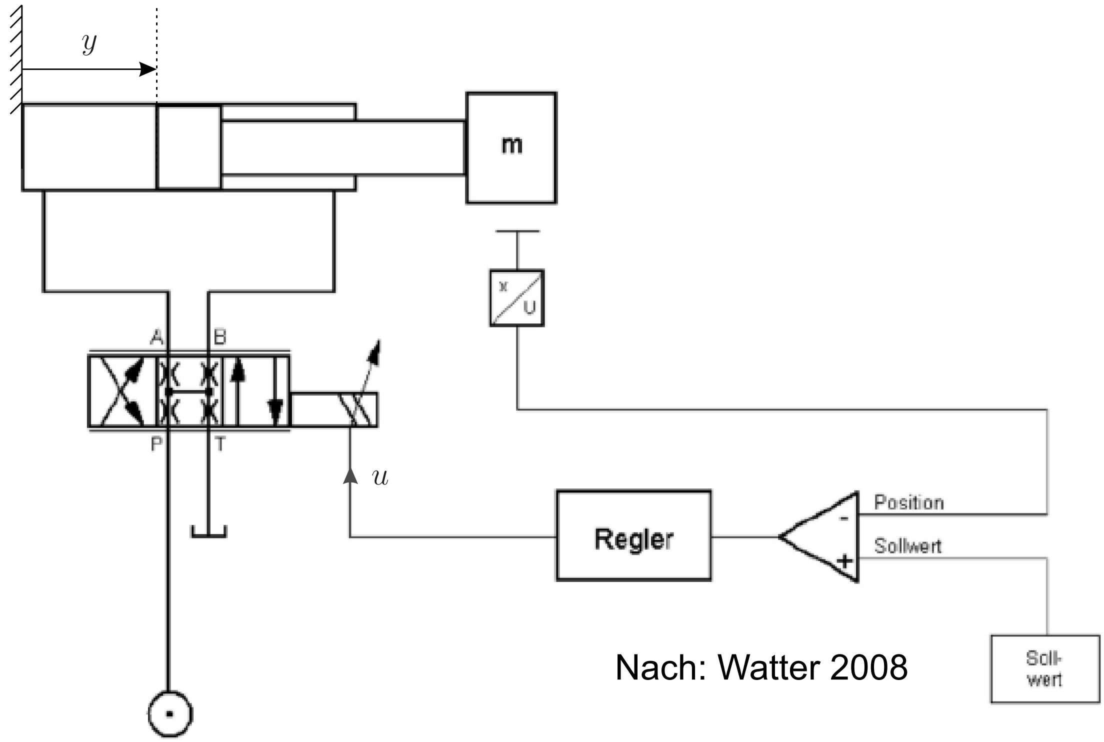



**Abbildung 2.2**: Modell eines hydraulischen Systems

2c) (2 Punkte)
Geben Sie die Zustandsraumdarstellung des Systems an. Verwenden Sie $x = [y \quad \int u]^T$ als unkonventionellen Zustandsvektor, $u$ als Eingangsgröße und $y$ als Ausgangsgröße.

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & \frac{K}{T_1 T_{I1}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \int u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{K}{T_1} \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \int u \end{bmatrix}$$

2d) (1 Punkt)
Die Zylinderposition des Systems wird mit einem PI-Regler geregelt. Geben Sie die zugehörige Reglergleichung an. Verwenden Sie hierbei die gegebenen Bezeichnungen der Regelstrecke.

$$u = K\left((w - y) + \frac{1}{T_\mathrm{I}}\int (w - y)\,\mathrm{d}t\right)$$

2e) (4 Punkte)
Bestimmen Sie die Differenzialgleichung des Übertragungsverhaltens des in Rückkopplung geregelten Systems für eine Führungsübertragung. Klassifizieren Sie das Führungsübertragungsverhalten des geregelten Systems. Mit einem Filter werde die Ableitung zweiter Ordnung des Eingangs herausgefiltert (zu Null gesetzt).

$$\frac{T_1 T_{\mathrm{I1}} T_{\mathrm{I2}}}{K_1 K_2}\dddot{y} + \frac{(1 + K_1 K_2)\, T_{\mathrm{I1}} T_{\mathrm{I2}}}{K_1 K_2}\ddot{y} + (T_{\mathrm{I1}} + T_{\mathrm{I2}})\,\dot{y} + y = (T_{\mathrm{I1}} + T_{\mathrm{I2}})\,\dot{w} + w$$

$\mathrm{PDT}_3$

2f) (4 Punkte)

Für die nachfolgende Aufgabe gilt: $K_1 = T_1 = T_{\mathrm{I1}} = T_{\mathrm{I2}} = 1$ und $\lambda_1 = -1$.
Kann das System konjugiert komplexe Eigenwerte aufweisen? Geben Sie die zugehörige Bestimmungsgleichung an. Unter welchen Bedingungen weist das System die Dämpfung $D = 0,5$ auf?

$$\lambda^2 + K_2\lambda + K_2 = 0$$

Ja, das System kann konjugiert komplexe Eigenwerte aufweisen für $0 < K_2 < 4$.
Das System weist die Dämpfung $D = 0,5$ auf, wenn $K_2 = 1$ ist.

2g) (5 Punkte)
Ein System wird durch

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 8 \\ a & b & -4 \\ 10 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

beschrieben. Ein Eigenwert sei $\lambda_1 = b$ und der zugehörige Eigenvektor sei $V_1 = [0 \quad 1 \quad 0]^T$. Bestimmen Sie die Eigenwerte $\lambda_2$ und $\lambda_3$ sowie die fehlenden Eigenvektorelemente $v_{22}$, $v_{23}$, $v_{31}$ und $v_{32}$ der zugehörigen Eigenvektoren $V_2 = [1 \quad v_{22} \quad v_{23}]^T$ und $V_3 = [v_{31} \quad v_{32} \quad 1]^T$. Zeigen Sie mathematisch, ob $V_4 = [-\frac{1}{2} \quad 2 \quad 1]^T$ Eigenvektor des Systems sein kann. (*Hinweis:* $\sqrt{441} = 21$.)

$$V_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{-8-a}{10+b} \\ -2 \end{bmatrix}, \quad V_3 = \begin{bmatrix} \frac{8}{5} \\ \frac{8a-20}{5(11-b)} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$V_4$ kann Eigenvektor des Systems sein für $4b - a = -32$.

2h) (2 Punkte)
Die Systemmatrix eines Regelungssystems wird durch

$$A = \begin{bmatrix} -3a & 2 \\ -4a^2 & -9a \end{bmatrix}$$

beschrieben. Bestimmen Sie das charakteristische Polynom $p(\lambda)$ des Systems in Abhängigkeit von dem Parameter $a$. Für welche Parameter $a$ kann das System asymptotisch stabil sein?

$$P(\lambda) = \lambda^2 + 12a\lambda + 35a^2$$

Für $a > 0$ kann das System asymptotisch stabil sein.

$\sum$