

Zur hierarchisch optimalen Regelung nichtlinearer Systeme

Dirk Clemens

Forschungsbericht Nr. 2/93

Meß-, Steuer- und Regelungstechnik

Übersicht: In diesem Bericht wird eine Reglerauslegung für nichtlineare Systeme behandelt. Die Auslegung erfolgt durch Minimierung einer quadratischen Gütefunktion. Während der Reglersynthese können Teilsysteme unabhängig voneinander untersucht werden. Es ergeben sich Vorteile in Bezug auf Rechenzeit und -genauigkeit. Durch die Betrachtung von Teilsystemen kann der Regelung eine hierarchische Struktur gegeben werden. Die Vorgehensweise wird am Beispiel eines Turbogenerators dargestellt.

Universität - GH - Duisburg
Meß-, Steuer- und Regelungstechnik
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen und Bezeichnungen	II
1 Einleitende Übersicht	1
2 Grundlagen optimaler Regelungen	3
3 Hierarchische Optimierung	8
3.1 Iterative Optimierung	9
3.2 Optimale Regelung nichtlinearer Systeme	12
4 Optimale Regelung eines Turbogenerators	14
5 Zusammenfassung und Ausblick	21
6 Literaturverzeichnis	22
Anhang	24
A Parameter des Turbogenerators	24

Formelzeichen und Bezeichnungen

A	Systemmatrix
B	Eingangsmatrix
c_i	Konstante
C^T	Ausgangsmatrix
d	Differenz der nichtlinearen zur linearen Systembeschreibung
D	Bewertungsmatrix für den Endzustand
f	allgemeine nichtlineare Systembeschreibung
g	allgemeine nichtlineare Ausgangsbeschreibung
h	Vektorfunktion für den Endzustand
H	Hamilton-Funktion
J	Gütefunktion
k_i	Konstante
K	Reglermatrix
$k_{i,j}$	Elemente der Reglermatrix
l	Anzahl der Eingänge
L	allgemeine Bewertungsfunktion
n	Modellordnung
N	Anzahl der Teilsysteme
P	Lösung der Riccati-Gleichung
Q	Bewertungsmatrix für die Zustandsgrößen
r	Anzahl der Ausgänge
R	Bewertungsmatrix für die Eingangsgrößen
S	Bewertungsfunktion für den Endzustand
t	Zeit
u	Eingangsvektor
x	Zustandsvektor
y	Ausgangsvektor
β	Lagrange-Multiplikator für die Eingangsgrößen
Δ	Konstante
λ	Lagrange-Multiplikator für das Systemverhalten
ν	Lagrange-Multiplikator für den Endzustand
π	Lagrange-Multiplikator für die Zustandsgrößen
ρ	Abbruchkriterium der Iteration
ζ	zusätzliche Rückführung

Indizierung

e	Endpunkt, Arbeitspunkt
i, j	Laufindizes
j	Iterationsindex (hochgestellt)
o	optimal (hochgestellt)
R	geregelt
S	Synchronmaschine
T	Turbine
0	Anfangspunkt

Operatoren

$[\tilde{\cdot}]$	Abweichung vom Arbeitspunkt
$[\cdot]^{-1}$	Inverse Matrix
$[\cdot]^T$	Transponierte Matrix
$t \rightarrow \infty$	Grenzübergang nach unendlich
∂	Differential
δ	Abweichung vom optimalen Wert

1 Einleitende Übersicht

Mit den zunehmenden Steuer- und Regelungsaufgaben werden auch die betrachteten Systeme immer größer. Der Begriff „großes System“ (engl.: Large-Scale-System) ist jedoch nicht einheitlich definiert. Aus der Sicht der Modellbildung kann man dann von einem großen System sprechen, wenn die Systembeschreibung derart komplex ist, daß sie nur durch eine Aufteilung in Untersysteme ermöglicht wird. Andererseits, kann im Bereich der Regelungstechnik ein System als groß bezeichnet werden, wenn es mehrere Regler beinhaltet. Je nach Kriterien sind noch weitere Definitionen angebar. In diesem Bericht wird die folgende Definition verwendet.

Definition 1.1

Ein System wird als groß bezeichnet, wenn es in eine Anzahl von Teilsystemen zerlegbar ist, die über Energie-, Stoff- und Informationsströme verkoppelt sind (Schmidt 1982). Diese Teilsysteme beschreiben jeweils unterschiedliche physikalische Funktionen des Gesamtsystems.

Die Analyse und Synthese großer Systeme ist mit einem erheblichen Aufwand an die Computer Hard- und Software verbunden. Geringer Speicherplatzbedarf und vor allem hohe Rechengenauigkeit sowie -geschwindigkeit sind die wichtigsten Anforderungen an eine Reglerentwicklung. In den letzten Jahren wurden die Möglichkeiten der Parallelrechner untersucht, diese Anforderungen besser und kostengünstiger als ein Einprozessorrechner zu erfüllen (Hwang und Briggs 1984, Bertsekas und Tsitsiklis 1989 sowie Brent 1991). Für die Analyse und Synthese von Systemen ist die Simulation ein wichtiges Hilfsmittel. Eine intensive, durch gezielte Simulationsrechnungen gestützte Prozeßanalyse kann einen größeren wirtschaftlichen Gewinn erzielen als eine aufwendige Regelungsmaßnahme (Handschin und Voß 1982). Clemens (1992b) zeigt, daß, unter bestimmten Voraussetzungen, ein Parallelrechner die Simulation beschleunigt. Ein wichtiges Ergebnis ist, daß mit zunehmender Größe der Systeme auch der Gewinn an Rechenzeit zunimmt. Dies ist dann der Fall, wenn das zu untersuchende System aus Teilsystemen besteht, welche sich auf einzelnen Prozessoren berechnen lassen.

Bei der Entwicklung von Systemen mit Hilfe eines Digitalrechners, hier speziell die Auslegung von Regelungen, ist die Rechengenauigkeit ein wichtiges Kriterium. So können numerisch schlecht konditionierte Systemmatrizen, d. h. die Elemente weisen große Betragsunterschiede auf, oder numerisch weniger gut geeignete Analyse- und Syntheseverfahren zu schlechten oder sogar falschen Ergebnissen führen (Svaricek 1990). Durch die Aufteilung des Gesamtsystems in viele Teilsysteme ergeben sich einige Vorteile. Die Systemmatrizen sind von geringerer Ordnung und meist besser konditioniert als die Gesamtmatrix. Daher liefern die Programme zur Reglersynthese schnellere und genauere Ergebnisse. Jedes Teilsystem erhält einen eigenen Regler. Dies reduziert die Signalwege und erhöht die Ausfallsicherheit. Eine weit verbreitete Methode der Reglerauslegung ist die der Optimierung

eines quadratischen Gütefunktional. Entsprechend diesem Kriterium wird der gefundene Regler vielfach als "optimaler" Regler bezeichnet (Schwarz 1971, Ackermann 1988, Föllinger 1990). Dieser Begriff wird auch hier verwendet.

In diesem Bericht wird eine Möglichkeit zur Parallelisierung des Reglerentwurfes und des Reglers angegeben und untersucht. Abschnitt 2 beinhaltet die Grundlagen zur optimalen Regelung. Es wird speziell auf die Lösung der Optimierungsaufgabe nach Hamilton eingegangen. Die hierarchisch optimale Regelung von dynamischen Systemen ist Inhalt des 3. Abschnitts. In Abschnitt 4 werden an dem Beispiel eines Turbogenerators die Ergebnisse der hierarchisch optimalen Regelung vorgestellt. Zusammenfassung und Ausblick schließen den Bericht ab.

2 Grundlagen optimaler Regelungen

Die Regelung dynamischer Systeme durch eine Zustandsrückführung ist eine moderne und leistungsfähige Methode. Zur Entwicklung dieses Reglers gibt es zwei grundsätzlich unterschiedliche Ansätze. Erstens den der Polvorgabe, hierbei wird das dynamische Verhalten des geregelten Systems durch die Lage der Pole vorgegeben. Die Bestimmung der Zustandsrückführung kann z.B. über einen einfachen Koeffizientenvergleich mittels der Ackermann-Formel (Ackerman 1988) oder der modalen Regelung (Rosenbrock 1962) geschehen. Zweitens den der Optimierung, dabei wird die Struktur des Reglers nicht vorgegeben, sondern stellt ein wesentliches Syntheseergebnis dar. Die Berechnung eines Extremums einer vorgebbaren Gütefunktion liefert die optimalen Stellgrößen und vielfach auch einen optimalen Regler.

Betrachtet werden dynamische Systeme der Form

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad , \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.1a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(t)) \quad (2.1b)$$

mit $\mathbf{x}(t) \in R^n$, $\mathbf{u}(t) \in R^l$ und $\mathbf{y}(t) \in R^r$. Hier soll zunächst der Fall behandelt werden, daß der Regler das System von einem beliebigen Anfangszustand $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ in einen Endzustand $\mathbf{x}(t_e) = \mathbf{x}_e$ überführt. Daraus ergibt sich das in Bild 2.1 gezeigte Regelkreisschema.

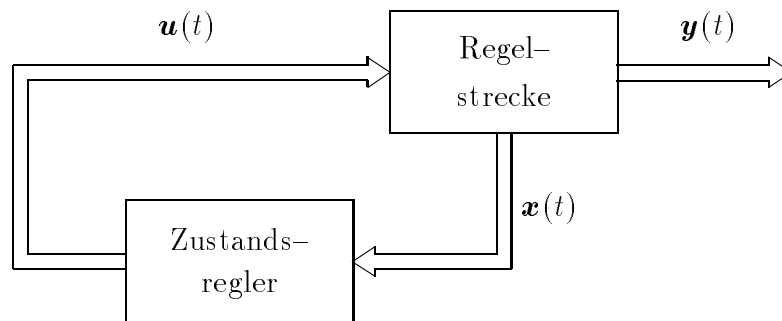


Bild 2.1: Schema für einen Regelkreis mit Zustandsregler

Der Endzustand \mathbf{x}_e stellt dabei den Arbeitspunkt des Systems dar. Durch eine Linearisierung der Gl. (2.1) in diesem Arbeitspunkt läßt sich eine lineare Systembeschreibung der Form

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}(t) \quad (2.2a)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}^T \tilde{\mathbf{x}}(t) \quad (2.2b)$$

finden. Das System sei als vollständig steuerbar vorausgesetzt. Auf der Grundlage dieser

Systembeschreibung läßt sich sehr einfach ein lineares zeitinvariantes Rückführgesetz der Form

$$\tilde{\mathbf{u}}(t) = -\mathbf{K}\tilde{\mathbf{x}}(t) \quad (2.3)$$

angeben. Die Reglermatrix \mathbf{K} ist so zu wählen, daß die Übergangsfunktion den folgenden qualitativen Anforderungen genügt:

- Der Übergang von $\tilde{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_e$ nach $\tilde{\mathbf{x}}_e = \mathbf{x}(t_e) - \mathbf{x}_e = \mathbf{0}$ soll nicht zu langsam sein und nicht zu stark oszillieren.
- Die für den Übergang erforderlichen Steuersignale sollen möglichst klein sein.

Diese beiden Anforderungen müssen nun in einer Gütefunktion

$$J = J(\tilde{\mathbf{x}}(t), \tilde{\mathbf{u}}(t)) \quad (2.4)$$

quantitativ erfaßt und bewertet werden.

Hier soll die Lösung einer allgemeinen Optimierungsaufgabe mit Hilfe der Variationsrechnung durchgeführt werden. Betrachtet wird das vollständig steuerbare, nichtlineare, dynamische System aus Gl. (2.1) und das zu minimierende Gütefunktional

$$J = \mathbf{S}(\mathbf{x}(t_e)) + \int_0^{t_e} \mathbf{L}(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau)) d\tau. \quad (2.5)$$

Für den Endzustand muß in diesem allgemeinen Fall eine Randbedingung definiert werden. Der zu erreichende Endzustand wird durch die Vektorfunktion

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}(t_e)) = \mathbf{0} \quad (2.6)$$

charakterisiert, mit $\mathbf{h} \in R^s$, $s \leq n$. Gesucht ist wiederum die optimale Steuerfunktion $\mathbf{u}^o(t)$, die das System von einem Anfangszustand \mathbf{x}_0 in einen Endzustand \mathbf{x}_e überführt.

Zur Lösung dieser Aufgabe werden Gl. (2.1a) und Gl. (2.6) mittels Lagrange-Multiplikatoren (Schwarz 1976) in dem Gütefunktional berücksichtigt. Aus Gl. (2.5) erhält man

$$J = \mathbf{S}(\mathbf{x}(t_e)) + \boldsymbol{\nu}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}_e) + \int_0^{t_e} \{ \mathbf{L}(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau)) + \boldsymbol{\lambda}^T(\tau) [\mathbf{f}(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau)) - \dot{\mathbf{x}}(\tau)] \} d\tau. \quad (2.7)$$

Dabei stellen die Lagrange-Multiplikatoren

- $\boldsymbol{\nu}$ eine zeitinvariante und
- $\boldsymbol{\lambda}(t)$ eine zeitabhängige Vektorfunktion

dar. Die Optimierung ist somit auf eine Extremwertaufgabe ohne Nebenbedingungen zurückgeführt. Mit der zu dem vorliegenden Problem definierten Hamilton-Funktion (Sage und White 1976)

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t)) = \mathbf{L}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) + \boldsymbol{\lambda}^T(t) \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (2.8)$$

und der Abkürzung

$$\mathbf{S}_0(\mathbf{x}_e, \boldsymbol{\nu}) = \mathbf{S}(\mathbf{x}_e) + \boldsymbol{\nu}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}_e) \quad (2.9)$$

läßt sich für das Gütefunktional

$$J = \mathbf{S}_0(\mathbf{x}_e, \boldsymbol{\nu}) + \int_0^{t_e} [\mathbf{H}(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \boldsymbol{\lambda}(\tau)) - \boldsymbol{\lambda}^T(\tau) \dot{\mathbf{x}}(\tau)] d\tau \quad (2.10)$$

schreiben. Durch eine partielle Integration des zweiten Integralterms erhält man die Form

$$J = \mathbf{S}_0(\mathbf{x}_e, \boldsymbol{\nu}^T) - \boldsymbol{\lambda}^T(t_e) \mathbf{x}(t_e) + \boldsymbol{\lambda}^T(t_0) \mathbf{x}(t_0) + \int_0^{t_e} [\mathbf{H}(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \boldsymbol{\lambda}(\tau)) - \dot{\boldsymbol{\lambda}}^T(\tau) \mathbf{x}(\tau)] d\tau. \quad (2.11)$$

Zur Berechnung des Minimums von Gl. (2.11) wird die Variationsrechnung angewendet. Dabei ist die Existenz einer optimalen Lösung mit t° , \mathbf{u}° und \mathbf{x}° vorausgesetzt. Die

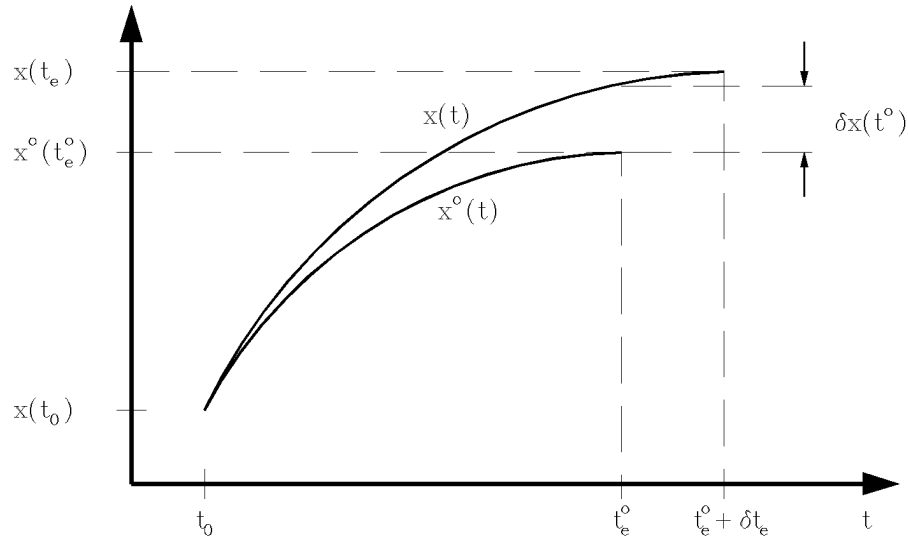


Bild 2.2: Optimaler und tatsächlicher Verlauf einer Komponente des Zustandsvektors

tatsächlichen Größen ergeben sich dann durch eine Abweichung gemäß Bild 2.2 zu

$$t_e = t_e^\circ + \delta t_e \quad (2.12)$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}^\circ(t) + \delta \mathbf{u}(t) \quad (2.13)$$

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^\circ(t) + \delta \mathbf{x}(t) \quad (2.14)$$

Betrachtet wird nun die Abweichung

$$\delta J = J(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) - J(\mathbf{x}^\circ(t^\circ), \mathbf{u}^\circ(t^\circ)) \quad (2.15)$$

der tatsächlichen von der minimalen Güte. Dies führt, bei der Beschränkung auf lineare Terme in den einzelnen Variationen, auf die Gleichung

$$\begin{aligned} \delta J = & \delta t_e \left[\mathbf{H}(\mathbf{x}(t_e), \mathbf{u}(t_e), \boldsymbol{\lambda}(t_e)) + \frac{\partial \mathbf{S}_0}{\partial t_e} \right] + \delta \mathbf{x}^T(t_e) \left[\frac{\partial \mathbf{S}_0}{\partial \mathbf{x}} - \boldsymbol{\lambda}(t_e) \right] + \\ & + \int_0^{t_e} \left\{ (\delta \mathbf{x}(\tau))^T \left[\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{x}} + \dot{\boldsymbol{\lambda}} \right] + \delta \mathbf{u}^T(\tau) \left[\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{u}} \right] \right\} d\tau . \end{aligned} \quad (2.16)$$

Das Minimum der Gütefunktion ist erreicht für

$$\delta J = 0 , \quad (2.17)$$

d.h. die einzelnen Terme der Gl. (2.16) müssen verschwinden. Es ergeben sich die Beziehungen für:

a) die Systemgleichung

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) , \quad (2.18)$$

b) die Gleichung des adjungierten Systems (Schwarz 1976)

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{x}} = -\dot{\boldsymbol{\lambda}}(t) = \frac{\partial \mathbf{f}^T(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))}{\partial \mathbf{x}} \boldsymbol{\lambda}(t) + \frac{\partial \mathbf{L}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))}{\partial \mathbf{x}} \quad \text{und} \quad (2.19)$$

c) die Steuergleichung

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{0} = \frac{\partial \mathbf{L}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))}{\partial \mathbf{u}} + \frac{\partial \mathbf{f}^T(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))}{\partial \mathbf{u}} \boldsymbol{\lambda}(t) . \quad (2.20)$$

Diese Gleichungen beschreiben $2n$ Differentialgleichungen eines Zweipunkttrandwertproblems mit der Anfangsbedingung

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.21)$$

sowie den Endzeitbedingungen

$$\boldsymbol{\lambda}(t_e) = \frac{\partial \mathbf{S}_0(\mathbf{x}(t_e))}{\partial \mathbf{x}(t_e)} = \frac{\partial \mathbf{S}(\mathbf{x}(t_e))}{\partial \mathbf{x}(t_e)} + \left[\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))}{\partial \mathbf{x}(t_e)} \right] \boldsymbol{\nu} \quad (2.22)$$

und

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t)) + \frac{\partial \mathbf{S}(\mathbf{x}(t_e))}{\partial t_e} + \left[\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))}{\partial t_e} \right] \boldsymbol{\nu} = 0 . \quad (2.23)$$

Die Endzeitbedingung in Gl. (2.23) wird nur benötigt, wenn die Endzeit nicht vorgegeben ist. Wie man leicht zeigen kann (Schwarz 1976), führen die Beziehungen aus Gl. (2.18)

bis Gl. (2.23) für die lineare Systembeschreibung aus Gl. (2.2) mit der zu minimierenden Gütefunktion

$$J = \tilde{\mathbf{x}}^T(t_e) \mathbf{D} \tilde{\mathbf{x}}(t_e) + \frac{1}{2} \int_0^{t_e} \left[\tilde{\mathbf{x}}^T(\tau) \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{x}}(\tau) + \tilde{\mathbf{u}}^T(\tau) \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}(\tau) \right] d\tau \quad (2.24)$$

zu der bekannten Zustandsrückführung

$$\tilde{\mathbf{u}}(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \tilde{\mathbf{x}}(t). \quad (2.25)$$

Die Matrix \mathbf{P} ist durch die Lösung der algebraischen Riccati-Gleichung ($t_e \rightarrow \infty$)

$$\mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (2.26)$$

gegeben. Der durch \mathbf{P} bestimmte Regler aus Gl. (2.25) wird deshalb auch häufig als Riccati-Regler bezeichnet. Zur Lösung der Riccati-Gleichung, welche aus n^2 skalaren nichtlinearen Gleichungen zur Bestimmung der (n, n) -Matrix \mathbf{P} besteht, sind viele Verfahren bekannt (Schwarz 1976).

Die Gütefunktion aus Gl. (2.24) hat in der Praxis eine besondere Bedeutung, da eine physikalische Interpretation ermöglicht wird. Die Teilausdrücke in Gl. (2.24) werden so gedeutet, als bewerteten sie die von dem System verarbeitete Energie (Schwarz 1976). So gewichtet der erste Term in Gl. (2.24) den Abstand von dem gewünschten Endzustand, der zweite den Verlauf der Trajektorie des Zustandsvektors und der dritte stellt ein Maß für die aufzuwendende Stellgrößenenergie dar. Die Bewertungsmatrizen müssen positiv definit und symmetrisch sein. Da hier vorausgesetzt wird, daß der gewünschte Endzustand $\tilde{\mathbf{x}}_e = \mathbf{0}$ erreicht wird liefert der erste Term keinen Beitrag und wird im weiteren nicht mehr betrachtet.

3 Hierarchische Optimierung

Ein hierarchisches System besteht aus mehreren Ebenen. Die Komponenten höherer Ebenen wirken nur auf die Elemente der untergeordneten Ebenen in der Hierarchie. Bild 3.1 zeigt ein Zweiebenen-Regelungsschema für große System nach Definition 1.1. Es handelt sich um ein einfaches hierarchisches System.

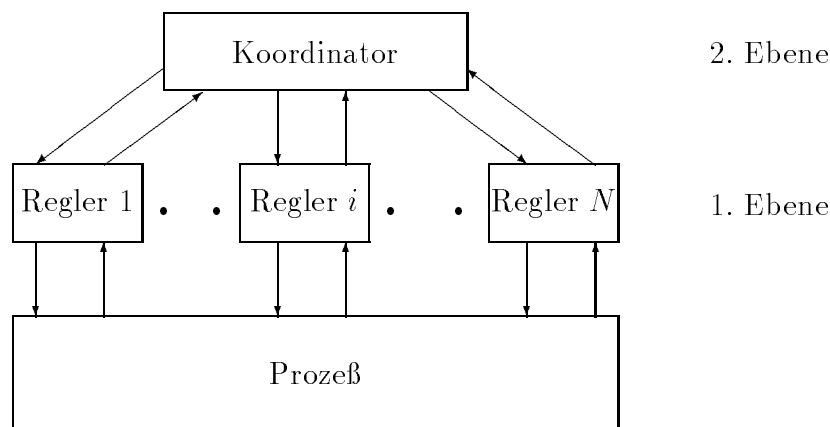


Bild 3.1: Hierarchisches Regelungssystem mit zwei Ebenen

Es besteht aus N lokalen Reglern in der ersten Ebene. Diese regeln jeweils einen Teilprozeß des Gesamtsystems. Sie haben nur Zugriff auf die jeweiligen Teilsysteme und können daher als dezentral bezeichnet werden. Die gesamte Regelungsstruktur ist jedoch nicht dezentral im Sinne des Informationsflusses (Litz 1983), da über die zweite Ebene ein lokaler Regler Informationen über das Gesamtsystem erhält. Ein übergeordneter Regler soll das Erreichen eines vorgegebenen globalen Ziels des Gesamtsystems sichern. Dazu beeinflusst er die lokalen Regler und koordiniert deren Regelverhalten. In vielen Arbeiten, so z.B. bei Bernussou und Titli (1982), Mahmoud, Hassan und Darwish (1985), Singh und Titli (1978), Singh (1981) und Wend (1976), wird der Regler der zweiten Ebene Koordinator genannt. Dieser Begriff soll auch hier verwendet werden.

Die Theorie hierarchischer Systeme wurde von Mesarovic, Macko und Takahara (1970) eingeführt. Der Grundgedanke besteht darin, die lokalen Regler so zu koordinieren, daß das Verhalten des hierarchischen Systems so gut ist wie mit einem einzelnen globalen Regler. Im Gegensatz zu einem Gesamtsystem liegen die Vorteile der hierarchischen Struktur in der geringeren Rechenleistung und dem niedrigeren Speicherbedarf bei der Behandlung vieler kleiner Teilsysteme niedriger Ordnung. Dies resultiert aus dem überproportionalen Anwachsen der Rechenoperationen mit der Erhöhung der Systemordnung. Ein weiterer Aspekt ist das Aufrechterhalten der Regelung bei dem Ausfall eines lokalen Reglers oder gar des Koordinators. Die Entwicklung eines hierarchischen Systems gliedert sich in zwei Schritte. Der erste Schritt ist die Aufteilung des Gesamtsystems in Teilsysteme. Kriterien,

nach denen eine Aufteilung vorgenommen werden sollte, gibt Clemens (1992a) an. Dieser Bericht behandelt nun den zweiten Schritt, nämlich den Entwurf der lokalen Regler und des Koordinators.

3.1 Iterative Optimierung

Betrachtet werden allgemeine nichtlineare Systeme mit der Beschreibung nach Gl. (2.1). Eine hierarchische Regelungsstruktur soll ebenfalls das quadratische Gütefunktional aus Gl. (2.24) minimieren. Wend (1976) stellt einige wichtige Koordinationsverfahren für lineare Systeme vor, wie z.B. die Ziel-Koordinationsmethode, das kombinierte Koordinationsverfahren, die Koordination durch kontrahierende Abbildungen und das Koordinationsverfahren mittels der Methode der Straffunktion. Alle Verfahren erreichen durch eine Iteration das globale Optimum. Diese Iteration muß jedoch off-line durchgeführt werden und eignet sich daher nur für dynamisch langsame Systeme. Bzgl. der Arbeitsweise des Koordinators handelt es sich bei diesen Verfahren um eine Steuerung, welche von den Anfangswerten $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ abhängt.

In diesem Bericht wird ein Algorithmus für den Koordinator angegeben, der unabhängig von den Anfangswerten ist. Der Koordinator benötigt keine Iteration und eignet sich daher für eine On-line-Implementierung bei dynamisch schnellen Systemen. Die Erweiterung der iterativen Bestimmung der Steuergrößen des Koordinators auf nichtlineare Systembeschreibungen wurde von Hassan und Singh (1976) durchgeführt. Dieser Ansatz ist auch die Grundlage des neuen Algorithmus und wird deshalb im folgenden in modifizierter Form vorgestellt.

Betrachtet wird das nichtlineare System aus Gl. (2.1a)

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad , \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$$

mit $\mathbf{x}(t) \in R^n$, $\mathbf{u}(t) \in R^l$ und $\mathbf{y}(t) \in R^r$. Mit der linearen Approximation um den Arbeitspunkt \mathbf{x}_e , \mathbf{u}_e ergibt sich die Systembeschreibung

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}^* \tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}^* \tilde{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) - \mathbf{A}^* \tilde{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{B}^* \tilde{\mathbf{u}}(t) \quad (3.1)$$

mit

$$\mathbf{A}^* = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e} \quad , \quad \mathbf{B}^* = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e} \quad (3.2)$$

und

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_e(t) \quad , \quad \tilde{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_e(t) . \quad (3.3)$$

In der Gl. (3.1) werden nun für den linearen Teil nur die Blockdiagonalen \mathbf{A} und \mathbf{B} der Matrizen \mathbf{A}^* und \mathbf{B}^* betrachtet. Die einzelnen N Blöcke repräsentieren die Teilsysteme. Gl. (3.1) ergibt sich somit zu

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B} \tilde{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{d}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (3.4)$$

mit

$$\mathbf{d}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) - \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}(t). \quad (3.5)$$

Das System aus Gl. (3.4) soll die Gütefunktion

$$J = \int_0^{t_e} \frac{1}{2} [\tilde{\mathbf{x}}^T(\tau) \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{x}}(\tau) + \tilde{\mathbf{u}}^T(\tau) \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}(\tau)] d\tau \quad (3.6)$$

minimieren. Da das System den stationären Endwert erreichen soll, der dem Arbeitspunkt entspricht, kann der erste Term aus Gl. (2.24) wegen $\tilde{\mathbf{x}}(t_e) = \mathbf{0}$ vernachlässigt werden. Nimmt J ein Minimum an, so gilt für die optimalen Trajektorien $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^\circ(t)$ und $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}^\circ(t)$. Damit ergibt sich aus Gl. (3.4)

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{d}(\mathbf{x}^\circ(t), \mathbf{u}^\circ(t)) \quad (3.7)$$

und die zugehörige Hamilton-Funktion zu

$$\begin{aligned} H(\tilde{\mathbf{x}}(t), \tilde{\mathbf{u}}(t), \boldsymbol{\lambda}(t), \boldsymbol{\pi}(t), \boldsymbol{\beta}(t)) &= \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T(\tau) \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{x}}(\tau) + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{u}}^T(\tau) \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}(\tau) + \\ &+ \boldsymbol{\lambda}^T(t) [\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{d}(\mathbf{x}^\circ(t), \mathbf{u}^\circ(t))] + \\ &+ \boldsymbol{\pi}^T(t) [\tilde{\mathbf{x}}(t) - \tilde{\mathbf{x}}^\circ(t)] + \boldsymbol{\beta}^T(t) [\tilde{\mathbf{u}}(t) - \tilde{\mathbf{u}}^\circ(t)] \end{aligned} \quad (3.8)$$

mit den Lagrange-Multiplikatoren $\boldsymbol{\lambda}^T(t)$, $\boldsymbol{\pi}^T(t)$ und $\boldsymbol{\beta}^T(t)$. Diese bewerten das Abweichen der Trajektorien von dem optimalen Verlauf. Die Bedingungen für ein Minimum der Gütefunktion lauten

$$\frac{\partial H}{\partial \tilde{\mathbf{x}}} = -\dot{\boldsymbol{\lambda}}(t) \quad \rightarrow \quad \dot{\boldsymbol{\lambda}}(t) = -\mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda}(t) - \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{x}}(t) - \boldsymbol{\pi}(t), \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \tilde{\mathbf{u}}} = \mathbf{0} \quad \rightarrow \quad \tilde{\mathbf{u}}(t) = -\mathbf{R}^{-1} [\mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}(t) + \boldsymbol{\beta}(t)] \quad (3.10)$$

sowie

$$\frac{\partial H}{\partial \tilde{\mathbf{x}}^\circ} = \mathbf{0} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\pi}(t) = \left[\frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}^\circ, \mathbf{u}^\circ} - \mathbf{A}^T \right] \boldsymbol{\lambda}(t), \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \tilde{\mathbf{u}}^\circ} = \mathbf{0} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\beta}(t) = \left[\frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{u}} \Big|_{\mathbf{x}^\circ, \mathbf{u}^\circ} - \mathbf{B}^T \right] \boldsymbol{\lambda}(t) \quad (3.12)$$

und

$$\frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\pi}} = \mathbf{0} \quad \rightarrow \quad \tilde{\mathbf{x}}(t) = \tilde{\mathbf{x}}^\circ(t), \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \mathbf{0} \quad \rightarrow \quad \tilde{\mathbf{u}}(t) = \tilde{\mathbf{u}}^\circ(t). \quad (3.14)$$

Zur Lösung dieser Bedingungen wird der Ansatz

$$\boldsymbol{\lambda}(t) = \mathbf{P}(t) \tilde{\mathbf{x}}(t) + \boldsymbol{\zeta}(t) \quad (3.15)$$

verwendet. Mit Gl. (3.15) folgt aus Gl. (3.9)

$$\dot{\mathbf{P}}(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{P}(t)\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) + \dot{\boldsymbol{\zeta}}(t) = -\mathbf{A}^T\mathbf{P}(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{A}^T\boldsymbol{\zeta}(t) - \mathbf{Q}\tilde{\mathbf{x}}(t) - \boldsymbol{\pi}(t) \quad (3.16)$$

und mit Gl. (3.4) und Gl. (3.10)

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}}(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1} \left[\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}^T\boldsymbol{\zeta}(t) + \boldsymbol{\beta}(t) \right] + \\ + \mathbf{P}(t)\mathbf{d}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) + \dot{\boldsymbol{\zeta}}(t) + \mathbf{A}^T\mathbf{P}(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{A}^T\boldsymbol{\zeta}(t) + \mathbf{Q}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \boldsymbol{\pi}(t) = \mathbf{0} . \end{aligned} \quad (3.17)$$

Diese Gleichung läßt sich in die zwei Differentialgleichungen

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = -\mathbf{P}(t)\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t) - \mathbf{Q} \quad (3.18)$$

und

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\zeta}}(t) = \left[-\mathbf{A}^T + \mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \right] \boldsymbol{\zeta}(t) - \mathbf{P}(t)\mathbf{d}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) + \\ + \mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\boldsymbol{\beta}(t) - \boldsymbol{\pi}(t) \end{aligned} \quad (3.19)$$

mit $\mathbf{P}(t_e) = \mathbf{0}$ und $\boldsymbol{\zeta}(t_e) = \mathbf{0}$ zerlegen. Gl. (3.18) ist eine Matrix–Riccati–Differentialgleichung, für die spezielle Lösungsmethoden bekannt sind (Schwarz 1976). Da jedoch die Matrizen \mathbf{A} und \mathbf{B} als blockdiagonal bestimmt wurden, läßt sich die Berechnung der Matrix $\mathbf{P}(t)$ in N Teilprobleme zerlegen. Mit der Lösung findet man den lokalen Teil des Regelgesetzes aus Gl. (3.10) zu

$$\mathbf{u}_i(t) = -\mathbf{R}_i^{-1}\mathbf{B}_i^T\mathbf{P}_i(t)\tilde{\mathbf{x}}_i(t) \quad , \quad i = 1, \dots, N . \quad (3.20)$$

Die zeitabhängigen Größen des Regelgesetzes aus Gl. (3.10) und Gl. (3.15), $\mathbf{P}(t)$, $\boldsymbol{\zeta}(t)$, $\boldsymbol{\beta}(t)$ und $\boldsymbol{\pi}(t)$, werden durch Iteration bestimmt. Dabei gibt der Koordinator Trajektorien für $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{u}(t)$, $\boldsymbol{\pi}(t)$ und $\boldsymbol{\beta}(t)$ vor. Die lokalen Regler bestimmen mit diesen Trajektorien sowie den Gln. (3.18) und (3.19) neue Werte für $\mathbf{x}(t)$ und $\mathbf{u}(t)$. Da Gl. (3.19) bei bekannten Kopplungen ebenfalls in N Teilprobleme zerlegbar ist, bestimmt jeder Regler sein Regelgesetz

$$\mathbf{u}_i(t) = -\mathbf{R}_i^{-1} \left[\mathbf{B}_i^T\mathbf{P}_i(t)\tilde{\mathbf{x}}_i(t) + \mathbf{B}_i^T\boldsymbol{\zeta}_i(t) + \boldsymbol{\beta}_i(t) \right] \quad , \quad i = 1, \dots, N \quad (3.21)$$

und die Trajektorien des Teilsystems aus

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_i(t) = \mathbf{A}_i\tilde{\mathbf{x}}_i(t) - \mathbf{B}_i\mathbf{R}_i^{-1}\mathbf{B}_i^T\mathbf{P}_i(t)\tilde{\mathbf{x}}_i(t) - \mathbf{B}_i\mathbf{R}_i^{-1} \left[\mathbf{B}_i^T\boldsymbol{\zeta}_i(t) + \boldsymbol{\beta}_i(t) \right] + \\ + \mathbf{d}_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad , \quad i = 1, \dots, N . \end{aligned} \quad (3.22)$$

Diese Trajektorien werden an den Koordinator übergeben. Damit ist ein Iterationsschritt abgeschlossen. Der Koordinator überprüft anhand eines Abbruchkriteriums

$$\int_0^{t_e} (\rho^{j+1} - \rho^j)^2 d\tau \leq \Delta \quad , \quad \rho^k = [\mathbf{x}^k, \mathbf{u}^k, \boldsymbol{\pi}^k, \boldsymbol{\beta}^k]^T \quad , \quad (3.23)$$

mit dem Iterationsindex j und einer vorgebbaren positiven Konstanten Δ , die Verbesserung in jedem Iterationsschritt. Ist das Abbruchkriterium nicht erfüllt, werden mit Gl. (3.11) und Gl. (3.12) neue Trajektorien für $\boldsymbol{\pi}(t)$ und $\boldsymbol{\beta}(t)$ berechnet. Die Konvergenz des Algorithmus gegen die Lösung der Riccati-Gleichung für das vollständige System wird in Singh und Hassan (1977) gezeigt. Aufgrund der notwendigen Iteration und der Abhängigkeit der Regelung von den Anfangswerten ist dieses Verfahren nur bei dynamisch langsamen Systemen anwendbar. Der Koordinator ist bei diesem Verfahren als Steuerung ausgelegt.

3.2 Optimale Regelung nichtlinearer Systeme

Im folgenden soll das in Abschnitt 3.1 angegebene Verfahren so verändert werden, daß sich der Koordinator als Regler verhält. Damit wird das Verfahren unabhängig von den Anfangswerten und benötigt auch keine Iteration. Man wähle die Endzeit $t_e \rightarrow \infty$. Zu diesem Fall zeigt Kalman (1960), daß für vollständig steuerbare Systeme

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{P}(t) = \mathbf{P} \quad (3.24)$$

gilt, mit \mathbf{P} als einer positiv definiten konstanten Matrix. Diese Matrix ist die Lösung der algebraischen Riccati-Gleichung, welche sich für $\dot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{0}$ aus Gl. (3.18) zu

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (3.25)$$

ergibt. Für den zusätzlichen Vektor $\boldsymbol{\zeta}(t)$ kann ebenfalls

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\zeta}(t) = \boldsymbol{\zeta}^* \quad (3.26)$$

gesetzt werden, mit $\boldsymbol{\zeta}^*$ als einem konstanten Vektor. Damit reduziert sich die Gl. (3.19) für $\dot{\boldsymbol{\zeta}}(t) = \mathbf{0}$ auf die algebraische Gleichung

$$\boldsymbol{\zeta}(t) = - \left[\mathbf{A}^T - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \right]^{-1} \left[\mathbf{P}d(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\boldsymbol{\beta}(t) + \boldsymbol{\pi}(t) \right]. \quad (3.27)$$

$\boldsymbol{\zeta}(t)$ kann für jeden Abtastschritt somit On-line berechnet werden. Es ist keine Iteration notwendig. Der Koordinator erhält aus den lokalen Reglern die Teilzustände sowie $\boldsymbol{\lambda}(t)$ und bestimmt die Lagrange-Vektoren $\boldsymbol{\beta}(t)$ und $\boldsymbol{\pi}(t)$. Damit wird der notwendige Datenaustausch erheblich reduziert. Anstatt der Übergabe der Trajektorien werden nur lokale Größen $\mathbf{x}_i(t)$, $\boldsymbol{\lambda}_i(t)$, $\boldsymbol{\beta}_i(t)$ und $\boldsymbol{\pi}_i(t)$ sowie die Kopplungen ausgetauscht. Dies muß jedoch innerhalb eines Abtastschrittes geschehen, was einen schnellen Datenaustausch zwischen dem Koordinator und den lokalen Reglern erfordert. Hier bieten sich die Transputer-Prozessoren mit ihren Verbindungskanälen (Links) an. Durch ihre direkten Verbindungen zwischen den einzelnen Prozessoren erzielen sie einen wesentlich höheren Datenaustausch pro Zeit, als z. B. ein Bussystem.

Das somit entwickelte neue hierarchische Regelungsschema kann nun folgendermaßen implementiert werden:

1. Lösen der separierbaren algebraischen Matrix–Riccati–Gleichung (3.25) und Bestimmung des konstanten Teils der lokalen Regler aus Gl. (3.20). Die algebraische Matrix–Riccati–Gleichung braucht nur einmal off–line bestimmt zu werden. Eine Berechnung kann auf einem Parallelrechner mit N Prozessoren vollständig parallel erfolgen, d. h. ohne Datenaustausch. Dies kann die Off–line–Berechnungszeit erheblich reduzieren.
2. Der Koordinator in der zweiten Ebene berechnet aus den übermittelten Teilsystemzuständen mit Gl. (3.11) und Gl. (3.12) die Lagrange–Multiplikatoren $\boldsymbol{\pi}(t)$ und $\boldsymbol{\beta}(t)$. An die Teilsysteme werden die entsprechenden Komponenten sowie die Kopplungsgrößen übergeben.
3. Aus der ebenfalls separierbaren Gl. (3.27) ermittelt jeder lokale Regler den zusätzlichen Regelungsanteil $\boldsymbol{\zeta}_i(t)$. In dieser Gleichung werden die Kopplungen der Teilsysteme durch den Term $\mathbf{P}\mathbf{d}$ und die Abweichungen vom Arbeitspunkt durch die Lagrange–Multiplikatoren $\boldsymbol{\pi}$ und $\boldsymbol{\beta}$ berücksichtigt.

Das gesamte Regelgesetz lautet somit

$$\mathbf{u}_i(t) = -\mathbf{R}_i^{-1} \left[\mathbf{B}_i^T \mathbf{P}_i \tilde{\mathbf{x}}_i(t) + \mathbf{B}_i^T \boldsymbol{\zeta}_i(t) + \boldsymbol{\beta}_i(t) \right] \quad , \quad i = 1, \dots, N . \quad (3.28)$$

Hier sei angemerkt, daß es sich nicht um ein dezentrales Regelgesetz handelt, da $\boldsymbol{\zeta}_i(t)$ und $\boldsymbol{\beta}_i(t)$ die auf das i -te Teilsystem einwirkenden Zustände (Kopplungen) mit berücksichtigen. Im nächsten Abschnitt wird dieses hierarchische Regelungskonzept anhand eines Beispiels untersucht.

4 Optimale Regelung eines Turbogenerators

Die Kombination von Dampfturbine und Synchronmotor wird als Turbogenerator oder kurz Turbosatz bezeichnet. Er dient zur Erzeugung von elektrischem Strom. Die Synchronmaschine ist ein Bauelement der mechanisch–elektrischen Energieumwandlung. Sie ist ursprünglich als Wechselstrommaschine entworfen worden, bei der sich ein Polrad synchron mit einem Drehfeld dreht. Die Synchronmaschine wird auch vielfach als Generator zur Erzeugung von Wechselspannung betrieben. Dabei wird das Polrad gewöhnlich von einem thermodynamischen Energiewandler, z.B. einer Dampfturbine, angetrieben. Bild 4.1 zeigt den schematischen Aufbau eines Turbogenerators (Muckhopadhyay und Malik 1973). Zu Beginn dieses Kapitels werden die physikalischen Zusammenhänge zwischen den. Der erste Ein-

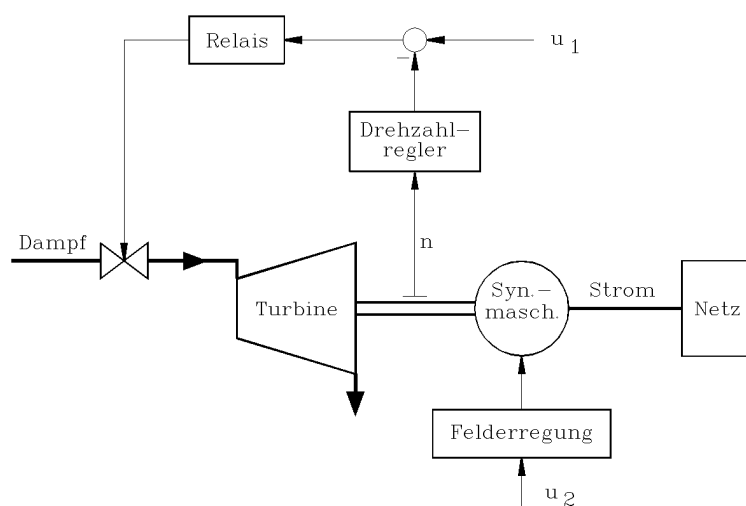


Bild 4.1: Aufbau eines Turbogenerators

gang u_1 bestimmt die Geschwindigkeit, mit der das Dampfventil am Eingang der Turbine verfahren wird. Abhängig vom zweiten Eingang u_2 wird in dem Läufer der Synchronmaschine ein magnetisches Feld erzeugt, mit dem sich der Läuferwinkel einstellen läßt. Die Zustandsgleichungen für dieses System ergeben sich mit (Hassan und Singh 1977):

- x_1 : Läuferwinkel
- x_2 : Geschwindigkeit des Läuferwinkels
- x_3 : Magnetischer Fluß
- x_4 : Erregerspannung
- x_5 : Dampfleistung am Turbineneingang
- x_6 : Mechanisches Moment der Turbine

zu

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (4.1a)$$

$$\dot{x}_2 = -c_1 x_2 - c_2 \sin(x_1) x_3 - 0.5 c_3 \sin(2 x_1) + \frac{1}{M} x_6 \quad (4.1b)$$

$$\dot{x}_3 = c_5 \cos(x_1) - c_4 x_3 + x_4 \quad (4.1c)$$

$$\dot{x}_4 = k_6 u_2 - k_7 x_4 \quad (4.1d)$$

$$\dot{x}_5 = k_1 u_1 - k_2 x_2 - k_3 x_5 \quad (4.1e)$$

$$\dot{x}_6 = k_4 x_5 - k_5 x_6. \quad (4.1f)$$

Die Koeffizienten sind im Anhang A enthalten. Gl. (4.1) stellt ein nichtlineares System nach Gl. (2.1a) dar. Das System kann in die Teilsysteme Turbine und Synchronmaschine zerlegt werden. Die Zustände x_1 bis x_4 repräsentieren die Synchronmaschine sowie x_5 und x_6 die Turbine. Mit Hilfe der linearen Approximation in dem Arbeitspunkt $\mathbf{x}_e = [0.7105 \ 0 \ 5.604 \ 2.645 \ 0.8 \ 0.8]^T$ und $\mathbf{u}_e = [0.4236 \ 0.8817]^T$ findet man die block-diagonalen Matrizen aus Gl. (3.4)

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{d}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$$

zu

$$\mathbf{A} = \left(\begin{array}{cccc|cc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -51.17 & -2.17 & -9.13 & 0 & 0 & 0 \\ -2.64 & 0 & -1.02 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.04 & -2.04 \end{array} \right) \quad (4.2)$$

und

$$\mathbf{B} = \left(\begin{array}{cccc|cc} 0 & 0 & 0 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9.44 & 0 \end{array} \right)^T. \quad (4.3)$$

Da die Systembeschreibung linear in den Eingängen ist ($\boldsymbol{\beta}(t) = \mathbf{0}$), ergibt sich die zugehörige Hamilton-Funktion zu

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\tilde{\mathbf{x}}(t), \tilde{\mathbf{u}}(t), \boldsymbol{\lambda}(t), \boldsymbol{\pi}(t)) &= \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T(\tau) \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{x}}(\tau) + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{u}}^T(\tau) \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}(\tau) + \\ &+ \boldsymbol{\lambda}^T(t) [\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{d}(\mathbf{x}^\circ(t), \mathbf{u}^\circ(t))] + \\ &+ \boldsymbol{\pi}^T(t) [\tilde{\mathbf{x}}(t) - \tilde{\mathbf{x}}^\circ(t)] \end{aligned} \quad (4.4)$$

mit \mathbf{Q} und \mathbf{R} als positiv definiten Diagonalmatrizen.

Aus den Bedingungen für ein Minimum der Gütefunktion (Gl. (3.9) und Gl. (3.10)) findet sich mit $\boldsymbol{\lambda}(t) = \mathbf{P}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \boldsymbol{\zeta}(t)$ die separierbare algebraische Riccati-Gleichung

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (4.5)$$

und die Gleichung

$$\zeta(t) = - \left[\mathbf{A}^T - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \right]^{-1} \left[\mathbf{P} \mathbf{d}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) + \boldsymbol{\pi}(t) \right]. \quad (4.6)$$

Die Riccati-Gleichung zur Bestimmung der Matrix \mathbf{P} wird einmal off-line gelöst. Den zusätzlichen Term $\zeta(t)$ berechnen die lokalen Regler aus der Gl. (4.6). Damit ergibt sich das Regelgesetz

$$u_i(t) = -\mathbf{R}_i^{-1} \left[\mathbf{B}_i^T \mathbf{P}_i \tilde{\mathbf{x}}_i(t) + \mathbf{B}_i^T \zeta_i(t) \right], \quad i = S, T. \quad (4.7)$$

Der Index S steht für die Synchronmaschine und der Index T für die Turbine. Die zur Lösung der Gl. (4.6) notwendigen Terme $\boldsymbol{\pi}_S(t)$, $\boldsymbol{\pi}_T(t)$ sowie die Kopplungen $x_2(t)$ und $x_6(t)$ werden von dem Koordinator übergeben. Dieser ermittelt aus

$$\boldsymbol{\pi}(t) = \left[\frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}^\circ, \mathbf{u}^\circ} - \mathbf{A}^T \right] \boldsymbol{\lambda}(t) \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{\lambda}(t) = (\boldsymbol{\lambda}_S^T, \boldsymbol{\lambda}_T^T)^T \quad (4.8)$$

den Fehler der linearen Approximation. Bild 4.2 zeigt das Gesamtsystem.

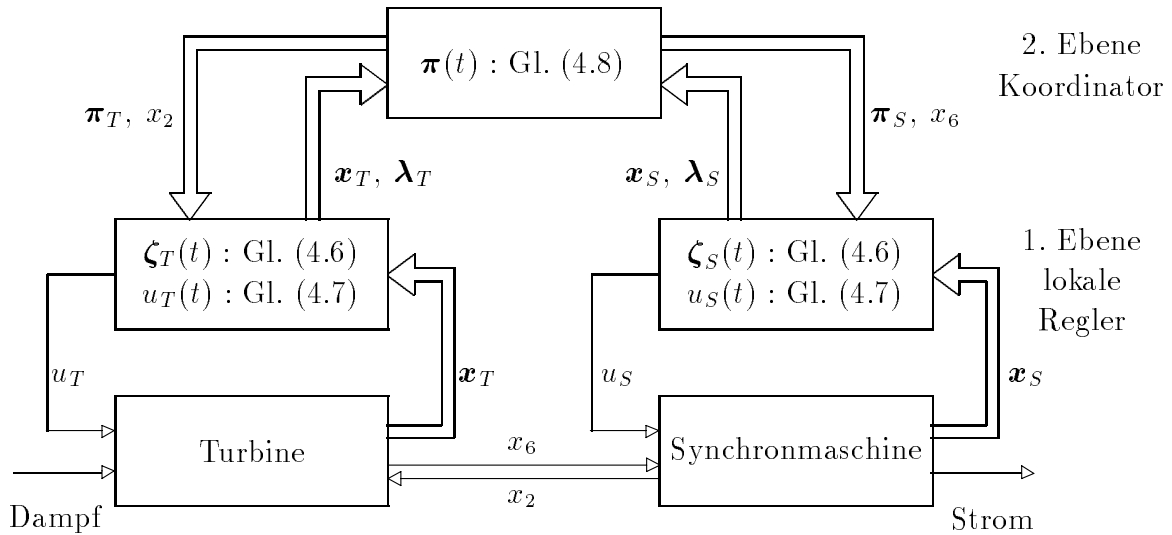


Bild 4.2: Blockschaltbild der hierarchisch optimalen Regelung eines Turbosatzes

Die Regelung des Turbosatzes soll vorrangig den Läuferwinkel konstant halten. Damit wird eine konstante Frequenz der erzeugten Wechselspannung gewährleistet. Um die Belastung der Turbine in Grenzen zu halten, sollte die Änderung des Zustandes x_6 nicht zu schnell erfolgen. Eine quantitative Bestimmung ist aus entsprechender strömungstechnischer Literatur zu entnehmen, hier jedoch nicht von Bedeutung. Der Vorteil einer optimalen Regelung ist die einfache Umsetzung der oben gemachten Aussagen in die Gütefunktion. Mit den diagonalen Bewertungsmatrizen (nur Diagonalelemente notiert)

$$\mathbf{Q} = (1000, 0, 0, 0, 0, 1000) \quad (4.9)$$

$$\mathbf{R} = (1, 1) \quad (4.10)$$

wird in der Gütefunktion nur der Läuferwinkel und das mechanische Moment bewertet.

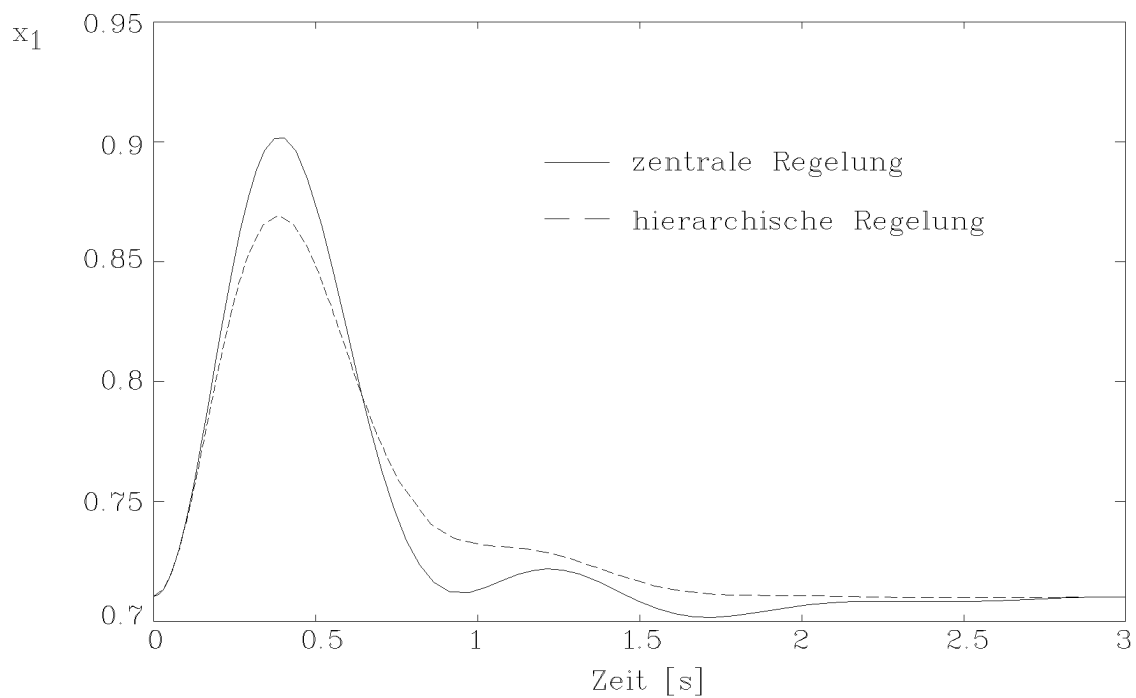


Bild 4.3: Übergangsfunktion des Läuferwinkels

Die Bilder 4.3 und 4.4 zeigen die Verläufe dieser Zustände für die Anfangswerte

$$\mathbf{x}_0 = [0.7105 \ 0 \ 5.604 \ 2.645 \ 0.6 \ 0.6]^T. \quad (4.11)$$

Dies entspricht einer verminderten Dampfmenge am Eingang der Turbine von 20 %.

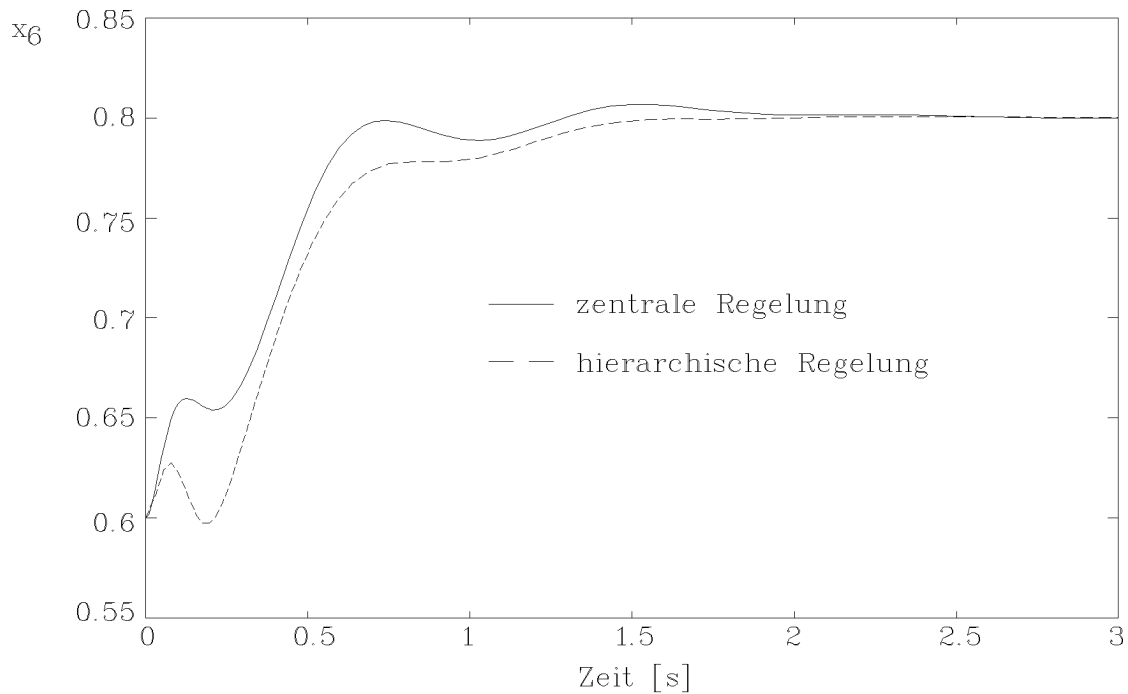


Bild 4.4: Übergangsfunktion des mechanischen Moments der Turbine

Die Synchronmaschine befindet sich in ihrem Arbeitspunkt. Die hierarchische Regelung wird mit der optimalen Regelung des Gesamtsystems für gleiche Bewertungsmatrizen verglichen. In den Bildern ist diese Regelung als zentrale Regelung aufgetragen. Man erkennt, daß die hierarchische Regelung für die Bewertungsmatrizen aus Gl. (4.9) und Gl. (4.10) prinzipiell gleiches Regelverhalten aufweist. Studien mit anderen Matrizen haben ergeben, daß das Regelverhalten auch unterschiedlich sein kann. So ergibt sich für

$$\mathbf{Q} = (1000, 100, 100, 100, 10, 1000) \quad (4.12)$$

und \mathbf{R} wie Gl. (4.10) ein wesentlich besserer Verlauf des Läuferwinkels für die hierarchische Regelung (Bild 4.5).

Dies wird jedoch nur mit einer höheren Belastung der Turbine erreicht (Bild 4.6). Es zeigt sich somit, daß mit der Variation der Bewertungsmatrizen das Regelverhalten der hierarchischen Regelung beeinflusst werden kann.

Ein weiterer Vorteil neben der Separation der Reglerbestimmung ist die erhöhte Ausfallsicherheit des hierarchischen Konzeptes verglichen mit der zentralen Regelung. In Bild 4.7 ist der Läuferwinkel zum einen mit arbeitendem zum andern mit ausgefallenem Koordinator aufgetragen. Die Bewertungsmatrix \mathbf{Q} ist nach Gl. (4.9) gewählt. Ist der Koordinator ausgefallen, handelt es sich um eine dezentrale Regelung. Die Teilsysteme werden nur noch lokal geregelt. Der Läuferwinkel zeigt jetzt stärkeres oszillatorisches Verhalten, jedoch wird der Endwert bei der dezentralen Regelung ebenfalls nach etwa 3s erreicht. Bei einem Ausfall der zentralen Regelung wird das Gesamtsystem für die Anfangswerte

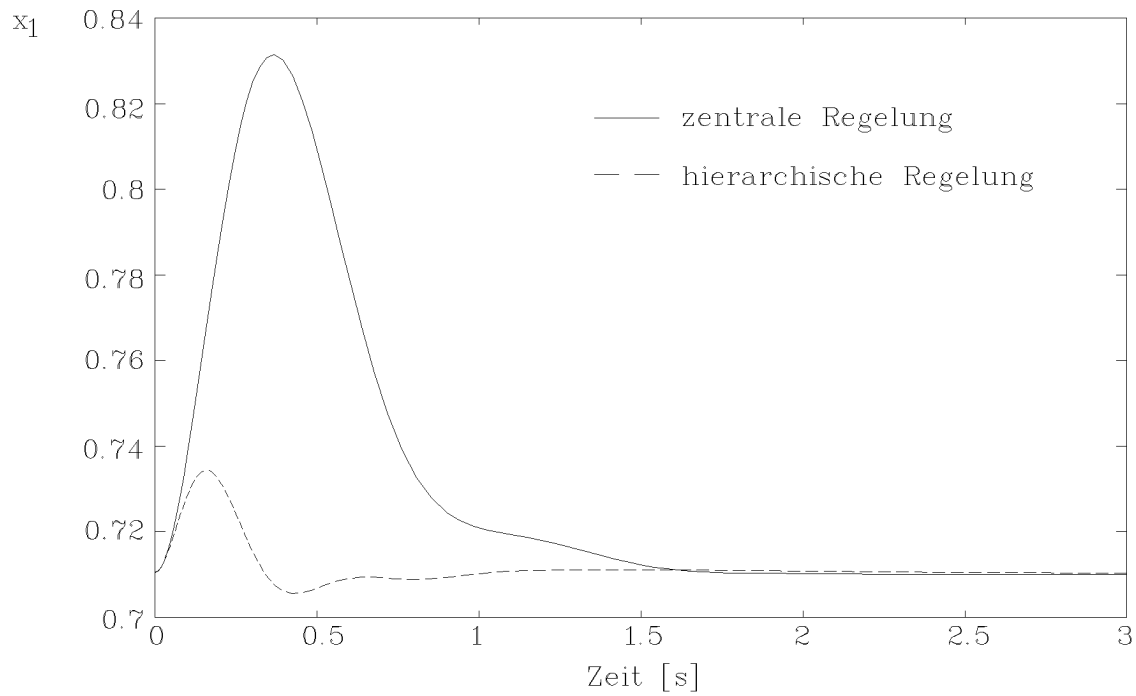


Bild 4.5: Übergangsfunktion des Läuferwinkels

nach Gl. (4.11) instabil. Die Stabilität des dezentral geregelten Systems muß mit entsprechenden Syntheseverfahren gesondert betrachtet werden. graphentheoretische Methoden haben sich dabei als sehr wirkungsvoll erwiesen (Ulm 1987).

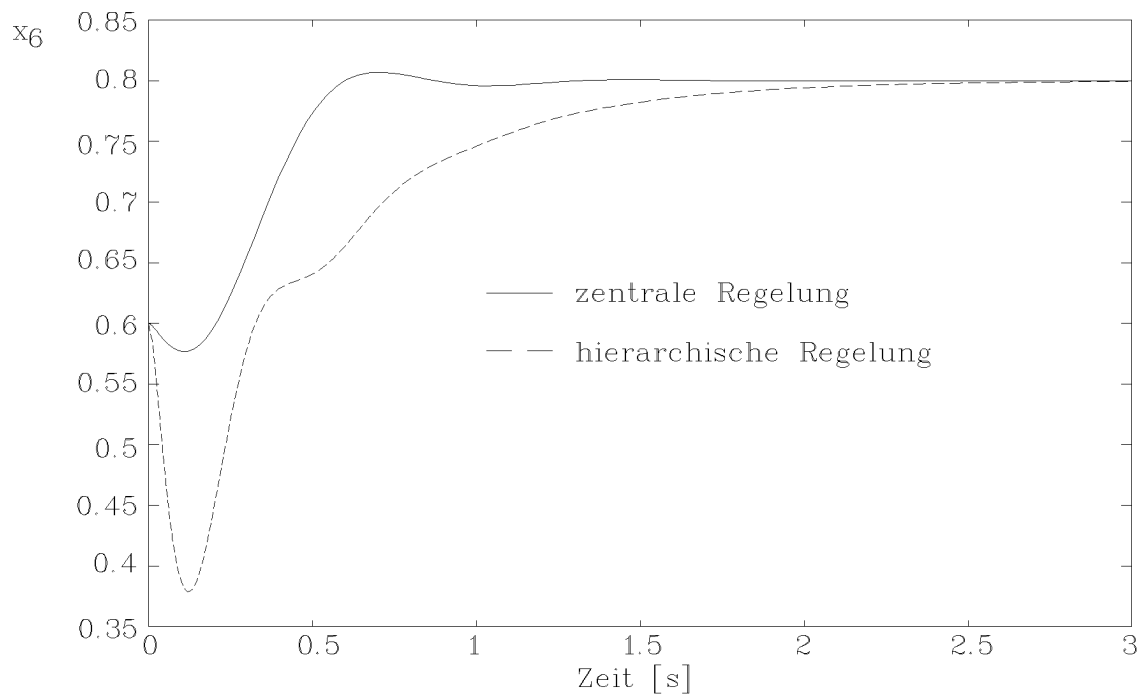


Bild 4.6: Übergangsfunktion des mechanischen Moments der Turbine

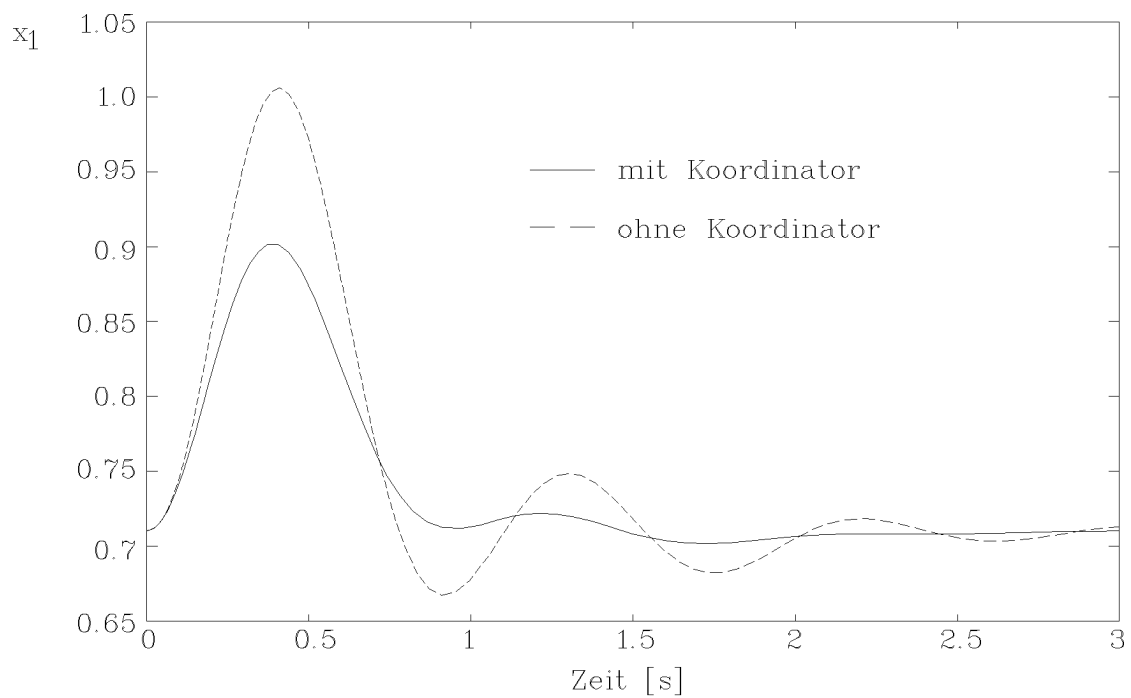


Bild 4.7: Übergangsfunktion des Läuferwinkels für die hierarchische Regelung

5 Zusammenfassung und Ausblick

Dieser Bericht stellt ein neues Konzept zur optimalen Regelung großer Systeme vor. Der Regelalgorithmus wurde aus einem bekannten Optimierungsverfahren (Singh und Hassan 1977) abgeleitet, benötigt jedoch keine Iteration. Somit entfällt eine anfangswertabhängige Off-line-Berechnung des Koordinators. Die Systembeschreibung kann nichtlinear sein. Das betrachtete System muß sich in Teilsysteme zerlegen lassen. Damit kann die notwendige Lösung der Riccati-Gleichung in mehrere Teilprobleme zerlegt werden, wodurch sich die Rechengenauigkeit erhöht und die Off-line-Berechnungszeit ganz erheblich reduziert. Für den Vergleich von Regelungen mit unterschiedlichen Bewertungsmatrizen brauchen im Gegensatz zur Gesamtsystembetrachtung nur die Riccati-Gleichungen einzelne Teilsysteme erneut berechnet werden. Wird z. B. ein Bewertungsfaktor geändert, ist nur das entsprechende Teilsystem und nicht das Gesamtsystem neu zu optimieren.

Die Lösungen der Teilsystemprobleme beschreiben lokale Zustandsrückführungen. Auftretende Kopplungen sowie Abweichungen der linearen von der nichtlinearen Systembeschreibung werden durch den Koordinator berücksichtigt. Das Regelungskonzept kann daher als hierarchisch bezeichnet werden. Der zur optimalen Regelung des Gesamtsystems notwendige On-line-Rechenaufwand kann durch diesen Ansatz auf mehrere Prozessoren verteilt werden. Damit wird eine kleinere Abtastzeit erreicht, die u. U. die Regelung des Gesamtsystems erst ermöglicht.

Die Stabilität der Regelung ist in diesem Bericht nur durch Simulationsstudien untersucht worden. Im weiteren sollte ein Stabilitätsbeweis für eine lineare und für spezielle nichtlineare Systembeschreibungen, wie z. B. der bilinearen, geführt werden. Für den Ausfall einzelner Prozessoren kann untersucht werden, unter welchen Bedingungen sich das Gesamtsystem noch stabil verhält. Speziell für den Ausfall des Koordinators ist diese Frage interessant, da es sich dann um ein dezentral geregeltes System handelt. Ein geändertes Regelungsschema, bei dem der Koordinator nicht mit den lokalen Reglern Daten austauscht, wird beim Ausfall eines lokalen Reglers Vorteile haben. Hier sind noch weitere Forschungsaktivitäten notwendig. Das vorgestellte Konzept geht von der Meßbarkeit der Zustände aus. Dies ist zum einen aus Gründen des Systemaufbaus und zum andern der damit verbundenen Kosten jedoch meistens nicht möglich. Zur Rekonstruktion der Zustände werden deshalb Beobachter eingesetzt. Die Beobachtung der Teilsysteme durch die lokalen Regler erfordern dezentrale Beobachter (Konik 1986). Für das System Turbogenerator können solche Beobachter entworfen werden. Die Ergebnisse werden demnächst vorgestellt. Mit der Betrachtung spezieller nichtlinearer Systeme erweitert sich auch die Theorie der Beobachter. Schwarz (1991) stellt Beobachter für bilineare Systembeschreibungen vor. Für die Verwendung als Teilsystembeobachter muß eine Erweiterung als Störgrößenbeobachter für bilineare Systembeschreibungen erfolgen.

6 Literaturverzeichnis

- Ackermann, J.** 1988. *Abtastregelung*. Berlin: Springer.
- Bernussou, J. und A. Titli.** 1982. *Interconnected Dynamical Systems: Stability, Decomposition and Decentralisation*. Amsterdam: North-holland.
- Bertsekas, D. P. und J. N. Tsitsiklis.** 1989. *Parallel and Distributed Computation*. Englewood Cliffs/New Jersey: Prentice Hall.
- Brent, R. P.** 1991. *Parallel algorithms for digital signal processing*. NATO ASI Series F: Computer and systems sciences Vol. 70. Berlin: Springer.
- Clemens, D.** 1992a. *Parallele Simulation mit Transputer-Systemen*. Forschungsbericht 5/92. MSRT Universität Duisburg.
- Clemens, D.** 1992b. Simulation with Parallel Computers applied to a Diesel-Hydraulic Drive. *12th IFAC World Congress*, Sydney. (eingereicht)
- Föllinger, O.** 1990. *Regelungstechnik*. Heidelberg: Hüthig.
- Handschin, E. und J. Voß.** 1982. Das Energieversorgungssystem als komplex-strukturiertes technisches System. Aussprachetag des VDI/VDE-Ausschusses "Anwendung theoretischer Verfahren der Regelungstechnik" 1.3 über "Verfahren der Steuerung und Regelung von dynamischen System mit komplexer Struktur". Bad Godesberg.
- Hassan, M. und M. G. Singh.** 1976. The Optimization of Non-Linear Systems Using a New Two Level Method. *Automatica* 12. 359-363.
- Hassan, M. und M. G. Singh.** 1977. A Two-Level Costate Prediction Algorithm for Non-Linear Systems. *Automatica* 13. 629-634.
- Hwang, K. und F. A. Briggs.** 1984. *Computer architecture and parallel processing*. New York: Prentice Hall.
- Kalman, R. E.** 1960. Contributions to the Theory of Optimal Control. *Bol. Soc. Mat. Mex.* 5. 102-119.
- Konik, D.** 1986. *Zur Analyse und Synthese zentral und dezentral geregelter linearer Mehrgrößensysteme*. Dissertation MSRT Universität-GH-Duisburg. Fortschrittsbericht VDI Reihe 8 Nr. 123. Düsseldorf: VDI-Verlag.
- Litz, L.** 1983. *Dezentrale Regelungen*. München: Oldenbourg.
- Mahmoud, M. S., M. F. Hassan und M. G. Darwish.** 1985. *Large Scale Control Systems*. New York: Marcel Decker Inc..

- Mesarovic, M. D., D. Macko und Y. Takahara.** 1970. *Theory of Hierarchical Multilevel Systems*. New York: Academic Press.
- Mukhopadhyay, B. K. und O. P. Malik.** 1973. Solution of non-linear optimization problems in power systems. *International Journal of Control* 5. 1041–1058.
- Rosenbrock, H. H.** 1962. Distinctive Problems of Process Control. *Chemical Engineering Progress* 58. 43–50.
- Sage, A. P. und C. C. White, III.** 1976. *Optimum Systems Control*. Englewood Cliffs/New Jersey: Prentice Hall.
- Schmidt, G.** 1982. Was sind und wie entstehen komplexe Systeme, und welche spezifischen Aufgaben stellen sie für die Regelungstechnik? *Regelungstechnik* 30. 331–339.
- Schwarz, H.** 1971. *Mehrfachregelungen II*. Berlin: Springer.
- Schwarz, H.** 1976. *Optimale Regelung linearer Systeme*. Mannheim: B.I.–Wissenschaftsverlag.
- Schwarz, H.** 1991. *Nichtlineare Regelungssysteme: Systemtheoretische Grundlagen*. München, Wien: Oldenbourg.
- Singh, M. G. und M. Hassan.** 1977. A Two Level Prediction Algorithm for Non-Linear Systems. *Automatica* 13. 95–96.
- Singh, M. G. und A. Titli.** 1978. *Systems: Decomposition, Optimisation and Control*. Oxford: Pergamon Press.
- Singh, M. G.** 1981. *Decentralised Control*. Amsterdam: North-Holland.
- Svaricek, F.** 1990. Zur numerischen Zuverlässigkeit regelungstechnischer Analyse- und Syntheseprogramme. *Automatisierungstechnik* 12. 447–453.
- Ulm, M.** 1987. *Zur graphentheoretischen Ermittlung der dezentralen Stabilisierbarkeit dynamischer Systeme*. Dissertation MSRT Universität –GH– Duisburg. Fortschrittsberichte VDI Reihe 8 Nr. 144. Düsseldorf: VDI-Verlag.
- Wend, H.–D.** 1976. *Zur Anwendung der Theorie hierarchischer Systeme auf die Optimierung linearer Regelungssysteme*. Dissertation Fakultät für Maschinenwesen. Technische Universität Hannover.

A Parameter des Turbogenerators

$$\begin{aligned}c_1 &= 2.1656 \\c_2 &= 13.997 \\c_3 &= -55.565 \\c_4 &= 1.020 \\c_5 &= 4.049 \\k_1 &= 9.4429 \\k_2 &= 1.0198 \\k_3 &= 5.0 \\k_4 &= 2.0408 \\k_5 &= 2.0408 \\k_6 &= 1.5 \\k_7 &= 0.5 \\M &= 0.0338\end{aligned}$$