

Analytische Darstellung von Standard-Fuzzy-Reglern

Michael Berger

Forschungsbericht Nr. 19/94

Meß-, Steuer- und Regelungstechnik

Übersicht: In diesem Bericht wird eine analytische Darstellung von Standard-Fuzzy-Reglern vorgestellt. Analytische Gleichungen beschreiben die Standard-Fuzzy-Regler innerhalb der von den Fuzzy-Referenzmengen partitionierten Fuzzy-Unterräumen. Weiterhin wird aufgezeigt, daß die Art des Stellgrößenverlaufes innerhalb der Fuzzy-Unterräume nicht nur von der Anzahl der aktiven Regeln sondern auch von der Anordnung der in den Konklusionen zugewiesenen Fuzzy-Referenzmengen im Fuzzy-Unterraum abhängig ist.

Gerhard-Mercator-Universität - GH Duisburg

Meß-, Steuer- und Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	II
1 Einleitende Übersicht	1
2 Vollständigkeit und Widerspruchsfreiheit	3
3 Analytische Beschreibung der Standard–Fuzzy–Regler	9
3.1 Konventioneller Fuzzy–Algorithmus	10
3.2 Analytische Darstellung des Fuzzy–Algorithmus	12
4 Fuzzy–Unterräume und Anordnung der Konklusionen	17
5 Zusammenfassung und Ausblick	25
6 Literaturverzeichnis	26

Nomenklatur

ak_z	:	Aktivitätsgrad der z -ten Regel
α_z	:	Erfülltheitsgrad der Prämisse
$\alpha_{i_n,z}$:	Erfülltheitsgrad der Partialprämisse
α_A	:	linke Spannweite der Fuzzy-Menge A
B_n	:	n -ter Koeffizient der analytischen Gleichung
β_A	:	rechte Spannweite der Fuzzy-Menge A
c_A	:	Begrenzung des Einflußbereiches der Fuzzy-Menge A
m_A	:	Modalwert der Fuzzy-Referenzmenge A
m_E	:	Anzahl der Fuzzy-Referenzmengen X_i
$m_{\Delta E}$:	Anzahl der Fuzzy-Referenzmengen Y_j
m_U	:	Anzahl der Fuzzy-Referenzmengen U_k
$m_{\Delta U}$:	Anzahl der Fuzzy-Referenzmengen ΔU_l
e	:	Regelabweichung
Δe	:	Änderung der Regelabweichung
k	:	diskretes Zeitargument
T	:	Abtastzeit
T_M	:	Meßzeit
u	:	Stellgröße
$x^{(n)}$:	n -te Eingangsgröße
z	:	Anzahl der Regeln

Mengen:

A	:	Fuzzy-Menge
\mathbb{D}	:	Definitionsbereich
\mathbb{D}_N	:	Definitionsbereich normierter Größen
NG	:	Fuzzy-Menge <i>negativ groß</i>
NM	:	Fuzzy-Menge <i>negativ mittel</i>
NP	:	Fuzzy-Menge <i>in der Nähe des Nullpunktes</i>
PG	:	Fuzzy-Menge <i>positiv groß</i>
PM	:	Fuzzy-Menge <i>positiv mittel</i>
U_k	:	Fuzzy-Referenzmenge der Ausgangsgröße „Stellgröße u “
\mathbb{U}	:	Menge der Fuzzy-Referenzmengen der Ausgangsgröße „Stellgröße u “
ΔU_l	:	Fuzzy-Referenzmenge der Ausgangsgröße „Änderung der Stellgröße Δu “
$\Delta \mathbb{U}$:	Menge der Fuzzy-Referenzmengen der Ausgangsgröße „Änderung der Stellgröße Δu “
$X^{(n)}$:	Fuzzy-Menge, die (n -ter) Eingang eines Fuzzy-Systems ist
X_i	:	Fuzzy-Referenzmenge der Eingangsgröße „Regelabweichung e “
\mathbb{X}	:	Menge der Fuzzy-Referenzmengen der Eingangsgröße „Regelabweichung e “

Y_j	:	Fuzzy–Referenzmenge der Eingangsgröße „Änderung der Regelabweichung Δe “
\mathbb{Y}	:	Menge der Fuzzy–Referenzmengen der Eingangsgröße „Änderung der Regelabweichung Δe “

Unscharfe Größen:

E	:	fuzzifizierte Größe e
ΔE	:	fuzzifizierte Größe Δe
U	:	fuzzifizierte Größe u
ΔU	:	fuzzifizierte Größe Δu
$X^{(n)}$:	fuzzifizierte Größe $x^{(n)}$

Vektoren:

\mathbf{x}	:	Vektor der Eingangsgrößen
$\hat{\mathbf{x}}$:	Vektor der Modalwerte der Fuzzy–Einermengen

Operatoren:

$\min(\cdot)$:	Minimum–Operator
$\sup(\cdot)$:	Supremum
\in	:	Element von
\notin	:	kein Element von
$(\cdot)^T$:	Transponiert
\star	:	allgemeingültiger Operator
π	:	Possibilität
\Rightarrow	:	Fuzzy–Implikation

Funktionen:

μ_A	:	Zugehörigkeitsgrad zur Menge A
$\exp(\cdot)$:	Exponentialfunktion
fbf^z	:	Fuzzy–Basisfunktion der z –ten Regel nach Wang (1994a)
FBF^z	:	Fuzzy–Basisfunktion z –ten Regel nach Su und Stepanenko (1994)

1 Einleitende Übersicht

In diesem Bericht wird eine analytische Darstellung (Ying, Silver und Buckley 1990, Bertram 1992, Lukas, Rehfeldt und Schöne 1992, Wang 1994a, b) von Standard–Fuzzy–Reglern (Berger 1994a, b) vorgestellt. Die analytische Darstellung hat zum einen den großen Vorteil, im Vergleich zur sequentiellen Abarbeitung des Fuzzy–Algorithmus (Fuzzifizierung, Regelauswertung und Defuzzifizierung) erheblich an Rechenzeit einzusparen. Zum anderen entzieht sie sich nicht einer systematischen Analyse und Synthese, die auf analytischen Verfahren der Systemtheorie beruhen (Bertram 1992, Grimm 1992).

Dazu wird, wie im 3. Abschnitt dargelegt, die $e - \Delta e$ –Ebene in verschiedene Bereiche eingeteilt (Ying, Silver und Buckley 1990, Lukas, Rehfeldt und Schöne 1994, Malki, Li und Chen 1994). Die Einteilung der Bereiche (Fuzzy–Unterräume, Liu (1993), Ben Farhat (1994)) entsteht aufgrund der Partitionierung (Kruse, Gebhardt und Klawonn 1994) der Fuzzy–Referenzmengen X_i und Y_j mit $i = 1, \dots, m_E$ und $j = 1, \dots, m_{\Delta E}$ der Partialprämissen. Innerhalb dieser Fuzzy–Unterräume können dann die konfektionierten Standard–Fuzzy–Regler für Systemklassen durch eine analytische Gleichung in Form von

$$u(kT) = B_1 e(kT) + B_2 \Delta e(kT) + B_3 e(kT) \Delta e(kT) + B_4 \quad (1.1)$$

beschrieben werden. Weiterhin werden im 3. Abschnitt Aspekte zur Rechenzeitoptimierung von Fuzzy–Reglern vorgestellt. Es werden nur die Regeln ausgewertet die aktiv sind, um so die Rechenzeit zur Auswertung des Fuzzy–Algorithmus zu verkürzen. Dabei wird zwischen dem konventionellen Fuzzy–Algorithmus (sequentielle Abarbeitung) und der analytischen Darstellung des Fuzzy–Algorithmus unterschieden.

Aufbauend auf Arbeiten von Lukas, Rehfeldt und Schöne (1992, 1994), welche Gleichung (1.1) in Abhängigkeit der Anzahl der aktiven Regeln (Frenck 1993, 1994) untersucht haben, wird im 4. Abschnitt die Abhängigkeit der in den Konklusionen zugewiesenen Fuzzy–Referenzmengen U_k und ΔU_l mit $k = 1, \dots, m_U$ und $l = 1, \dots, m_{\Delta U}$ (Fuzzy–Ausgangsmengen) im Fuzzy–Unterraum untersucht. Dabei ist entscheidend, wie die Konklusionen im Fuzzy–Unterraum angeordnet sind. Zu diesem Zweck werden die Fuzzy–Unterräume in partielle Fuzzy–Unterräume $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ und \mathcal{D} unterteilt. Es wird gezeigt, daß sich in Abhängigkeit der Anordnung von den in der Konklusion zugewiesenen Fuzzy–Referenzmengen U_k und ΔU_l mit $k = 1, \dots, m_U$ und $l = 1, \dots, m_{\Delta U}$ in den partiellen Fuzzy–Unterräume das Kennfeld im Bereich der Fuzzy–Unterräume linear bezüglich der Regelabweichung $e(kT)$, linear bezüglich der Änderung der Regelabweichung $\Delta e(kT)$ und nichtlinear bezüglich der Regelabweichung $e(kT)$ und deren Änderung $\Delta e(kT)$ oder konstant verhält.

Die diskutierten Anordnungsfälle der in der Konklusion zugewiesenen Fuzzy–Referenzmengen U_k und ΔU_l mit $k = 1, \dots, m_U$ und $l = 1, \dots, m_{\Delta U}$ für die Fuzzy–Unterräume wird ohne Einschränkung auf die Regelbasis–Matrix (Karnaugh–Tafel) übertragen. Somit

kann bei der Erstellung der Regelbasis–Matrix direkt auf die Art des Stellgrößenverlaufes geschlossen werden. Die aufgestellten Fälle können als weiteres Entwurfskriterium zur Erstellung von Fuzzy–Reglern dienen.

Bevor Gleichung (1.1) für die Standard–Fuzzy–Regler hergeleitet wird, wird im 2. Abschnitt gezeigt, daß die Standard–Fuzzy–Regler die Definition der Vollständigkeit und der Widerspruchsfreiheit von Leichtfried und Heiss (1993) erfüllen. Durch diese Eigenschaft kann die Beschreibung der Stellgröße $u(kT)$ als Linearkombination der Modalwerte (Böhme 1993, Pedrycz 1993) der Fuzzy–Referenzmengen U_k und ΔU_l mit $k = 1, \dots, m_U$ und $l = 1, \dots, m_{\Delta U}$ der Konklusionen und der Fuzzy–Basisfunktion fbf (Wang 1994a) in eine Linearkombination der Modalwerte der Fuzzy–Referenzmengen U_k und ΔU_l mit $k = 1, \dots, m_U$ und $l = 1, \dots, m_{\Delta U}$ der Konklusionen und der Fuzzy–Basisfunktion FBF nach Su und Stepanenko (1994) überführt werden. Durch diese Beschreibung der Stellgröße $u(kT)$ lassen sich dann die konfektionierten Standard–Fuzzy–Regler für Systemklassen durch Gleichung (1.1) darstellen. Der Bericht schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick im 5. Abschnitt.

2 Vollständigkeit und Widerspruchsfreiheit

Die konfektionierten Standard–Fuzzy–Regler für Systemklassen (Berger 1994a, b) werden durch die relationalen Fuzzy–Regeln

$$\text{WENN } (E \text{ IST } X_i) \text{ UND } (\Delta E \text{ IST } Y_j) \text{ DANN } (U \text{ IST } U_k) \quad (2.1)$$

bzw.

$$\text{WENN } (E \text{ IST } X_i) \text{ UND } (\Delta E \text{ IST } Y_j) \text{ DANN } (\Delta U \text{ IST } \Delta U_l) \quad (2.2)$$

mit der linguistischen Beschreibungsweise der Fuzzy–Referenzmengen

$$X_i, Y_j, U_k, \Delta U_l \in \{NG, NM, NP, PM, PG\} \quad (2.3)$$

beschrieben, wobei gilt

$$\mathbb{X} = \{X_i \mid X_i \rightarrow [0, 1] \quad \forall i = 1, \dots, m_E\} \quad (2.4)$$

$$\mathbb{Y} = \{Y_j \mid Y_j \rightarrow [0, 1] \quad \forall j = 1, \dots, m_{\Delta E}\} \quad (2.5)$$

sowie

$$\mathbb{U} = \{U_k \mid U_k \rightarrow [0, 1] \quad \forall k = 1, \dots, m_U\} \quad (2.6)$$

bzw.

$$\Delta \mathbb{U} = \{\Delta U_l \mid \Delta U_l \rightarrow [0, 1] \quad \forall l = 1, \dots, m_{\Delta U}\}. \quad (2.7)$$

Die Partialprämissen werden über das algebraische Produkt (Böhme 1992) verknüpft. Das Ergebnis ist der Erfülltheitsgrad (Bertram 1991)

$$\alpha_z(e(kT), \Delta e(kT)) = \mu_{X_i}(e(kT)) \mu_{Y_j}(\Delta e(kT)) \quad (2.8)$$

der Prämisse der z –ten Regel. Der Indez z einer Regel berechnet sich aus

$$z = m_{\Delta E} i - m_E + j \quad (2.9)$$

mit $i = 1, \dots, m_E$ und $j = 1, \dots, m_{\Delta E}$. Die Defuzzifizierung erfolgt nach der Schwerpunktmetode für Fuzzy–Einermengen (Kahlert und Frank 1993, Bertram u.a. 1994)

$$u(kT) = \frac{\sum_{z=1}^{m_E m_{\Delta E}} \alpha_z(e(kT), \Delta e(kT)) m_z}{\sum_{z=1}^{m_E m_{\Delta E}} \alpha_z(e(kT), \Delta e(kT))}, \quad (2.10)$$

wobei bei Fuzzy–Einermengen der Modalwert m (Böhme 1993) gleich dem Schwerpunkt der Fuzzy–Referenzmengen U_k bzw. ΔU_l mit $k = 1, \dots, m_U$ bzw. $l = 1, \dots, m_{\Delta U}$ ist (Bild 2.1).

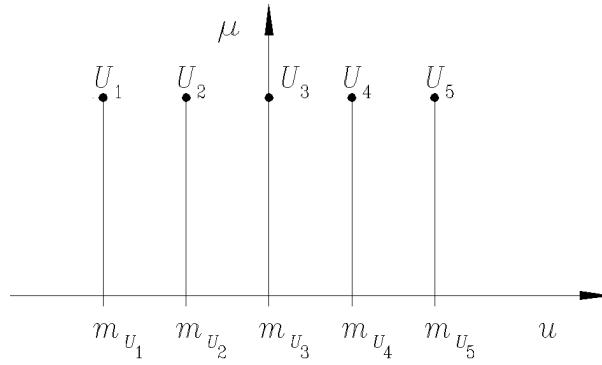


Bild 2.1: Fuzzy–Referenzmengen U_k der Konklusionen

Mit der Definition der Fuzzy–Basisfunktion (Wang 1994a)

$$fbf^z = \frac{\alpha_z(e(kT), \Delta e(kT))}{\sum_{z=1}^{m_E m_{\Delta E}} \alpha_z(e(kT), \Delta e(kT))} \quad (2.11)$$

ergibt sich die Stellgröße

$$u(kT) = \sum_{z=1}^{m_E m_{\Delta E}} fbf^z m_z \quad (2.12)$$

als eine Linearkombination der Fuzzy–Basisfunktionen und den Modalwerten.

Die Fuzzy–Basisfunktion ermöglicht eine einfache Darstellung der Zusammenhänge zwischen Regeln, Zugehörigkeiten und Kennfeld und erleichtert somit den Abgleich des Fuzzy–Reglers (Leichtfried und Heiss 1993). Jeder Regel nach Gleichung (2.1) bzw. (2.2) ist ein Erfülltheitsgrad $\alpha_z(e(kT), \Delta e(kT))$ entsprechend Gleichung (2.8) zugeordnet. Der Wert des Erfülltheitsgrades $\alpha_z(e(kT), \Delta e(kT))$ ist ein Maß für die Gültigkeit einer Regel R_z (Frenck 1993, 1994). Aber wie man aus Gleichung (2.10) erkennen kann, ist es kein direktes Maß für den Anteil der Fuzzy–Implikation, charakterisiert über den Modalwert der Fuzzy–Referenzmenge U_k bzw. ΔU_l an der Stellgröße $u(kT)$. Aus Gleichung (2.12) ist zu erkennen, daß der Wert der Fuzzy–Basisfunktion fbf^z den Anteil einer Fuzzy–Implikation an der Stellgröße $u(kT)$ beschreibt.

Erfüllen die Standard–Fuzzy–Regler die Definition 1 von Vollständigkeit und Widerspruchsfreiheit (Leichtfried und Heiss 1993), so ergibt sich die Stellgröße

$$u(kT) = \sum_{z=1}^{m_E m_{\Delta E}} FBF^z m_z \quad (2.13)$$

mit

$$FBF^z = \alpha_z(e(kT), \Delta e(kT)) \quad (2.14)$$

nach Su und Stepanenko (1994). Das heißt, im Falle der Vollständigkeit und der Widerspruchsfreiheit sind die Erfülltheitsgrade mit den Fuzzy–Basisfunktionen identisch.

Definition 1 (Leichtfried und Heiss 1993)

Ein Satz von z Regeln R_z ist vollständig und widerspruchsfrei, wenn

$$\sum_{z=1}^{m_E m_{\Delta E}} \alpha_z(e(kT), \Delta e(kT)) = 1 \quad \forall \quad e(kT), \Delta e(kT) \in \mathbb{D}_N$$

gilt. Ist die Summe der Erfülltheitsgrade kleiner als 1, sind die Regeln an der Stelle $e(kT), \Delta e(kT)$ unvollständig. Ist die Summe der Erfülltheitsgrade $\alpha_z(e(kT), \Delta e(kT))$ größer als 1, besteht an der Stelle $e(kT), \Delta e(kT)$ ein Widerspruch in den Regeln.

□

Die Fuzzy–Basisfunktion

$$FBF^z = \prod_{n=1}^2 \mu_{A_{i_n, z}^{(n)}}^{(n)}(\boldsymbol{x}) \quad (2.15)$$

mit $\boldsymbol{x} = [x^{(1)}, x^{(2)}] = [e(kT), \Delta e(kT)]^T$ und $A_{i_n, z}^{(n)} \in \{X_{i_1}, Y_{i_2}\}$ mit $i_1 = 1, \dots, m_E$ und $i_2 = 1, \dots, m_{\Delta E}$ berechnet sich in diesem Fall aus dem algebraischen Produkt der Partialprämissen. Es ergibt sich somit eine allgemeingültige Definition für die konventionierten Standard–Fuzzy–Regler für Systemklassen (Berger 1994a, b).

Definition 2

Standard–Fuzzy–Regler mit Fuzzifizierung über Fuzzy–Einermengen, algebraischem Produkt als t –Norm und normalisierten, orthogonalen Fuzzy–Referenzmengen werden durch eine Funktion der Form

$$u(kT) = \sum_{z=1}^{m_E m_{\Delta E}} m_z \left(\prod_{n=1}^2 \mu_{A_{i_n, z}^{(n)}}^{(n)}(\boldsymbol{x}) \right)$$

mit $\boldsymbol{x} = [x^{(1)}, x^{(2)}] = [e(kT), \Delta e(kT)]^T$ und $A_{i_n, z}^{(n)} \in \{X_{i_1}, Y_{i_2}\}$ mit $i_1 = 1, \dots, m_E$ und $i_2 = 1, \dots, m_{\Delta E}$ beschrieben.

□

Unter der Fuzzifizierung über Fuzzy–Einermengen sowie der Fuzzifizierung über nicht Fuzzy–Einermengen wird die Beschreibung von Wang (1994a) verstanden.

Fuzzifizierung über Fuzzy–Einermengen:

$\tilde{A}^{(n)}$ ist eine Fuzzy–Einermenge mit den Modalwerten $\tilde{\mathbf{x}}$, dann ist $\mu_{\tilde{A}^{(n)}}^{(n)}(\mathbf{x}) = 1$ für $\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{x}}$ und $\mu_{\tilde{A}^{(n)}}^{(n)}(\mathbf{x}) = 0$ für alle anderen $\mathbf{x} \in \mathbb{D}$ mit $\mathbf{x} \neq \tilde{\mathbf{x}}$.

Fuzzifizierung über nicht Fuzzy–Einermengen:

$\mu_{\tilde{A}^{(n)}}^{(n)}(\tilde{\mathbf{x}}) = 1$ und $\mu_{\tilde{A}^{(n)}}^{(n)}(\mathbf{x})$ beschreibt die Zugehörigkeitsfunktion abweichend von 1 wenn \mathbf{x} von $\tilde{\mathbf{x}}$ abweicht, z. B. durch $\mu_{\tilde{A}^{(n)}}^{(n)} = \exp\left(-\frac{(\mathbf{x}-\tilde{\mathbf{x}})^T(\mathbf{x}-\tilde{\mathbf{x}})}{\sigma^2}\right)$, wobei σ^2 ein charakteristischer Parameter der Funktion $\mu_{\tilde{A}^{(n)}}$ ist.

Nach Wang (1994a) wird jedoch fast ausschließlich die Fuzzifizierung über Fuzzy–Einermengen praktiziert. Die Fuzzifizierung über nicht Fuzzy–Einermengen könnte bei verrauschten Eingangsgrößen Anwendung finden. Das heißt, bei den meisten Fuzzy–Reglern werden die scharfen Meßwerte direkt bei der Auswertung der Regeln verwendet, so daß nach Kruse, Gebhardt und Klawonn (1994) keine „echte“ Fuzzifizierung vorgenommen wird. Bei ungenauen Meßwerten ist eine Fuzzifizierung der scharfen Meßwerte denkbar, indem anstelle des Meßwertes eine geeignete Fuzzy–Menge betrachtet wird (etwa eine normierte Dreiecksfunktion oder eine entsprechende Trapezfunktion). Nach Küpper (1994) ergibt sich der Erfülltheitsgrad der Partialprämisse zu

$$\alpha_{i_n,z} = \pi\left(\tilde{A}^{(n)}|A_{i_n,z}^{(n)}\right) \quad (2.16)$$

wobei die von Pedrycz (1993) definierte Possibilität π (Kruse, Gebhardt und Klawonn 1994) des Eingangs $\tilde{A}^{(n)}(\mathbf{x})$ in Bezug auf die Fuzzy–Referenzmenge $A_{i_n,z}^{(n)}(\mathbf{x})$

$$\pi\left(\tilde{A}^{(n)}|A_{i_n,z}^{(n)}\right) = \sup_{\mathbf{x} \in \mathbb{D}} \left[\min\left(\tilde{A}^{(n)}(\mathbf{x}), A_{i_n,z}^{(n)}(\mathbf{x})\right) \right] \quad (2.17)$$

verwendet wird.

Da bei den Standard–Fuzzy–Reglern zunächst nur die Fuzzifizierung über Fuzzy–Einermengen durchgeführt wird, werden zur vereinfachten Darstellung die Erfülltheitsgrade der Partialprämissen gleich den Zugehörigkeitsfunktionen der Fuzzy–Referenzmengen X_i und Y_j gesetzt

$$\alpha_{i_1,z} = \mu_{A_{i_1,z}^{(1)}}^{(1)} \quad (2.18)$$

$$\alpha_{i_2,z} = \mu_{A_{i_2,z}^{(2)}}^{(2)}, \quad (2.19)$$

wobei $A_{i_1,z}^{(1)} = X_i$ und $A_{i_2,z}^{(2)} = Y_j$ ist mit $i_1 = 1, \dots, m_E$ und $i_2 = 1, \dots, m_{\Delta E}$.

Die Stellgröße $u(kT)$ berechnet sich wie in Gleichung (2.12) direkt als Linearkombination

der Fuzzy-Basisfunktion FBF^z (Erfülltheitsgrad $\alpha_z(e(kT), \Delta e(kT))$), jedoch in vereinfachter Form, wodurch die Transparenz der Systemeigenschaften wesentlich besser wird. Die Bedingung der Definition 1 kann so gedeutet werden, daß ein Satz von Regeln eine durch den Erfülltheitsgrad $\alpha_z(e(kT), \Delta e(kT))$ begründete Entscheidung $u(kT)$ trifft (Leichtfried und Heiss 1993): Ist die Summe der Erfülltheitsgrade $\alpha_z(e(kT), \Delta e(kT))$ kleiner als 1, so ist die Entscheidung nicht ausreichend begründet und somit das Wissen (der Satz von Regeln) unvollständig. Ist die Summe größer als 1, dann besteht ein Widerspruch in den Regeln, denn die Erfülltheitsgrade $\alpha_z(e(kT), \Delta e(kT))$ bestimmen entsprechend Gleichung (2.12) den Anteil der Konklusion an der Stellgröße $u(kT)$.

Der Beweis, daß die verwendeten konfektionierten Standard-Fuzzy-Regler für Systemklassen die Definition 1 erfüllen und somit die Defuzzifizierung nach Gleichung (2.13) durchgeführt werden kann, wird im folgenden erbracht. Um die Definition 1 zu erfüllen, muß

$$\sum_{z=1}^{m_E} \alpha_z(e(kT), \Delta e(kT)) = \underbrace{\sum_{z=1}^{m_E} \mu_{X_i}(e(kT))}_{=1} \underbrace{\sum_{z=1}^{m_{\Delta E}} \mu_{Y_j}(\Delta e(kT))}_{=1} = 1 \quad (2.20)$$

gelten. Diese Eigenschaft ist gegeben durch die Orthogonalität der Fuzzy-Referenzmengen X_i und Y_j nach der

Definition 3 (Rommelfanger 1993)

Eine Menge $\mathbb{A} = \{A_{i_n}^{(n)}\}_{i=1,\dots,K}$ unscharfer Mengen $A_{i_n}^{(n)} = \{(x^{(n)}, \mu_{A_{i_n}^{(n)}}^{(n)}(x^{(n)})) \mid x^{(n)} \in \mathbb{D}_N\}$ heißt genau dann orthogonal auf \mathbb{D}_N , wenn gilt

$$\sum_{i=1}^K \mu_{A_{i_n}^{(n)}}^{(n)}(x^{(n)}) = 1 \quad \forall x^{(n)} \in \mathbb{D}_N .$$

□

Für die Fuzzy-Referenzmengen X_i und Y_j nach Berger (1994a, b) gilt somit

$$\sum_{i=1}^{m_E} \mu_{X_i}(e(kT)) = 1 \quad \forall e(kT) \in \mathbb{D}_N \quad (2.21)$$

$$\sum_{j=1}^{m_{\Delta E}} \mu_{Y_j}(\Delta e(kT)) = 1 \quad \forall \Delta e(kT) \in \mathbb{D}_N , \quad (2.22)$$

womit die Gleichung (2.20) bewiesen ist. Damit sind die konfektionierten Standard-Fuzzy-Regler vollständig und widerspruchsfrei, wenn die Regelbasis durch

$$R = \prod_{k=1}^n m_{A_{i_k}^{(k)}} \quad (2.23)$$

Regeln, mit n der Anzahl der Eingangsgrößen und $m_{A_i^{(n)}}$ Anzahl der Fuzzy–Referenzmengen pro Eingang beschrieben wird. Dies bedeutet, daß die konfektionierten Standard–Fuzzy–Regler die Definition 1 erfüllen, wenn die Regelbasis–Tabelle vollständig ausgefüllt ist. Dies ist jedoch nur bei den hier vorgestellten konfektionierten Standard–Fuzzy–Reglern garantiert. Bei der oft verwendeten MAX–MIN–Inferenz (Bertram 1991) reicht die Gleichung (2.23) nicht aus, um die Eigenschaften der Vollständigkeit und der Widerspruchsfreiheit zu erfüllen.

3 Analytische Beschreibung der Standard–Fuzzy–Regler

Durch die Orthogonalität (Rommelfanger 1994) und die einfache Überlappung (Ying, Silver und Buckley 1990, Grimm 1994) der Fuzzy–Referenzmengen X_i und Y_j der Parti–alprämissen (Bild 3.1) gilt

$$\mu_{X_i}(e(kT)) + \mu_{X_{i+1}}(e(kT)) = 1 \quad (3.1)$$

u

f

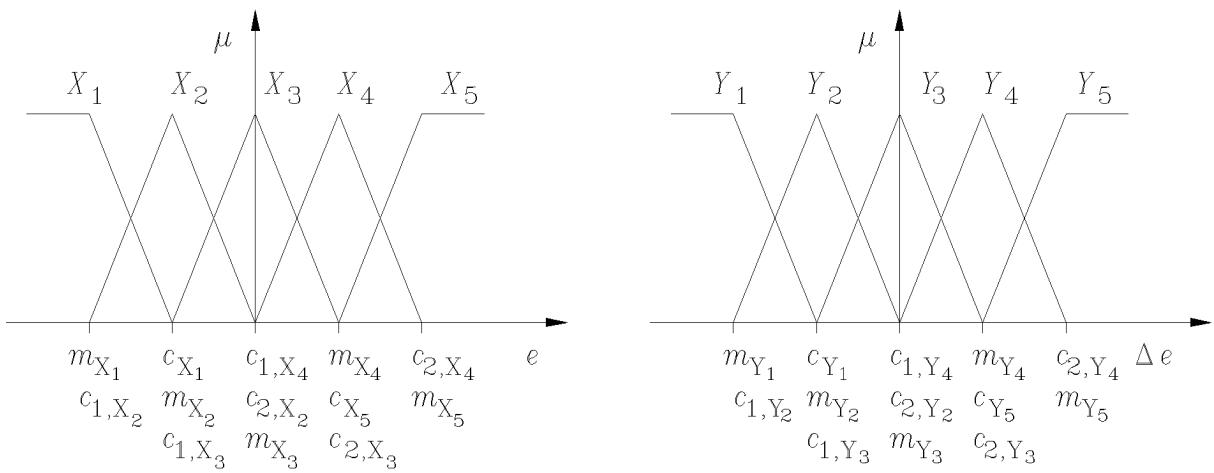


Bild 3.1: Fuzzy–Referenzmengen der Prämissen X_i (links) und Y_j (rechts) mit den Modalwerten m und den Begrenzungen der Einflußbereiche c

Daraus resultiert, daß nur maximal 4 Regeln pro Abtastschritt kT aktiv sind, einen Erfülltsheitsgrad $\alpha_z(e(kT), \Delta e(kT)) > 0$ besitzen und so zur Stellgrößengenerierung beitragen. Somit liegt es nahe, nur die Regeln auszuwerten, welche auch aktiv sind, um so die Rechenzeit zur Auswertung des Fuzzy–Algorithmus zu verkürzen. In den folgenden Unterabschnitten wird gezeigt, wie dies im Fuzzy–Algorithmus berücksichtigt werden kann. Dabei wird zwischen dem konventionellen Fuzzy–Algorithmus (sequentielle Abarbeitung des Fuzzy–Algorithmus) und der analytischen Darstellung des Fuzzy–Algorithmus unterschieden.

3.1 Konventioneller Fuzzy–Algorithmus

Beim konventionellen Fuzzy–Algorithmus mit der sequentiellen Abarbeitung der Fuzzy–Regeln gibt es die Möglichkeit in der Abarbeitung der Regelbasis teilweise nur die aktiven Regeln zu berücksichtigen. Ausgangspunkt ist hier die allgemeine Beschreibung eines relationalen MISO¹ Fuzzy–Reglers mit den Regeln (Kruse, Gebhardt und Klawonn 1994)

$$\begin{aligned} R_z : \quad & \text{WENN } (X^{(1)} \text{ IST } A_{i_1,z}^{(1)}) \text{ UND } (X^{(2)} \text{ IST } A_{i_2,z}^{(2)}) \text{ UND } \dots \\ & \text{UND } (X^{(n-1)} \text{ IST } A_{i_{n-1},z}^{(n-1)}) \text{ UND } (X^{(n)} \text{ IST } A_{i_n,z}^{(n)}) \\ & \text{DANN } (U \text{ IST } U_k) \end{aligned} \quad (3.3)$$

mit

- $x^{(n)}$: scharfe Eingangsgröße, $n = 1, \dots, m_{X^{(n)}}$,
- $X^{(n)}$: fuzzifizierte Eingangsgröße $x^{(n)}$, $n = 1, \dots, m_{X^{(n)}}$,
- $A_{i_n,z}^{(n)}$: i_n -te Fuzzy–Referenzmenge der n -ten Eingangsgröße der z -ten Regel und
- U_k : k -te Fuzzy–Referenzmenge der Ausgangsgröße U .

Jede Regel R_z kann als eine Fuzzy–Implikation

$$A_{i_1,z}^{(1)} \times A_{i_2,z}^{(2)} \times \dots \times A_{i_{n-1},z}^{(n-1)} \times A_{i_n,z}^{(n)} \implies U_k \quad (3.4)$$

mit einer Fuzzy–Menge in $U \times R$ und einem Erfülltheitsgrad

$$\begin{aligned} \alpha_z(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n-1)}, x^{(n)}) &= \mu_{A_{i_1,z}^{(1)}}^{(1)}(x^{(1)}) \star \mu_{A_{i_2,z}^{(2)}}^{(2)}(x^{(2)}) \star \dots \star \\ &\star \mu_{A_{i_{n-1},z}^{(n-1)}}^{(n-1)}(x^{(n-1)}) \star \mu_{A_{i_n,z}^{(n)}}^{(n)}(x^{(n)}) \end{aligned} \quad (3.5)$$

angesehen werden. Bei dieser Betrachtung hier wird der allgemeingültige Operator \star durch das algebraische Produkt mit dem Erfülltheitsgrad

$$\alpha_z(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n-1)}, x^{(n)}) = \prod_{k=1}^n \mu_{A_{i_k,z}^{(k)}}^{(k)}(x^{(k)}) \quad (3.6)$$

oder alternativ über den MIN–Operator mit dem Erfülltheitsgrad

$$\begin{aligned} \alpha_z(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n-1)}, x^{(n)}) &= \\ &= \min \left(\mu_{A_{i_1,z}^{(1)}}^{(1)}(x^{(1)}), \mu_{A_{i_2,z}^{(2)}}^{(2)}(x^{(2)}), \dots, \mu_{A_{i_{n-1},z}^{(n-1)}}^{(n-1)}(x^{(n-1)}), \mu_{A_{i_n,z}^{(n)}}^{(n)}(x^{(n)}) \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

ersetzt.

Stellt sich bei der Auswertung einer Regel R_z heraus, daß eine Partialprämisse $(X^{(n)} \text{ IST } A_{i_n,z}^{(n)})$ nicht aktiv ist, also einen Zugehörigkeitswert $\mu_{A_{i_n,z}^{(n)}}^{(n)}(x^{(n)}) = 0$ besitzt, dann ist

¹Multi Input Single Output

der Erfülltheitsgrad $\alpha_z(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n-1)}, x^{(n)})$ der z -ten Regel gleich Null und damit die gesamte Regel R_z nicht aktiv. Alle weiteren Partialprämissen $(X^{(n)} \text{ IST } A_{i_n,z}^{(n)})$ dieser Regel brauchen dann nicht mehr ausgewertet zu werden und es kann direkt die nächste Regel bearbeitet werden. Weiterhin können dann die Regeln, die diese nicht aktive Partialprämissen auch besitzen, direkt übersprungen werden, weil damit die gesamte Regel nicht aktiv ist. Deshalb ist es sinnvoll, Regeln mit gleicher Partialprämissen hintereinander im Fuzzy–Algorithmus anzurufen. Im folgenden ist eine solche Anordnung von Regeln aufgelistet:

$$\begin{aligned} R_1 : \quad & \text{WENN } (X^{(1)} \text{ IST } A_{1_1,1}^{(1)}) \text{ UND } (X^{(2)} \text{ IST } A_{1_2,1}^{(2)}) \text{ UND } \dots \\ & \text{UND } (X^{(n-1)} \text{ IST } A_{1_{n-1},1}^{(n-1)}) \text{ UND } (X^{(n)} \text{ IST } A_{1_n,1}^{(n)}) \\ & \text{DANN } (U \text{ IST } U_1) \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} R_2 : \quad & \text{WENN } (X^{(1)} \text{ IST } A_{1_1,2}^{(1)}) \text{ UND } (X^{(2)} \text{ IST } A_{2_2,2}^{(2)}) \text{ UND } \dots \\ & \text{UND } (X^{(n-1)} \text{ IST } A_{1_{n-1},2}^{(n-1)}) \text{ UND } (X^{(n)} \text{ IST } A_{1_n,2}^{(n)}) \\ & \text{DANN } (U \text{ IST } U_1) \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} R_3 : \quad & \text{WENN } (X^{(1)} \text{ Ist } A_{1_1,3}^{(1)}) \text{ UND } (X^{(2)} \text{ Ist } A_{3_2,3}^{(2)}) \text{ UND } \dots \\ & \text{UND } (X^{(n-1)} \text{ Ist } A_{1_{n-1},3}^{(n-1)}) \text{ UND } (X^{(n)} \text{ Ist } A_{1_n,3}^{(n)}) \\ & \text{DANN } (U \text{ Ist } U_1) \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} R_4 : \quad & \text{WENN } (X^{(1)} \text{ IST } A_{2_1,4}^{(1)}) \text{ UND } (X^{(2)} \text{ IST } A_{4_2,4}^{(2)}) \text{ UND } \dots \\ & \text{UND } (X^{(n-1)} \text{ IST } A_{1_{n-1},4}^{(n-1)}) \text{ UND } (X^{(n)} \text{ IST } A_{1_n,4}^{(n)}) \\ & \text{DANN } (U \text{ IST } U_1) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Ist nun der Zugehörigkeitswert $\mu_{A_{1_1,z}^{(1)}}^{(1)}(x^{(1)}) = 0$ mit $z = 1, 2, 3$, so brauchen hier die Regeln R_1, R_2 und R_3 nicht ausgewertet werden, sondern es kann direkt ein Sprung zur Regel R_4 erfolgen. Durch diesen Sprung kann relativ viel Rechenzeit bei der Auswertung der Regelbasis eingespart werden. Es sollten möglichst viele Regeln R_z mit gleicher Partialprämissen am Anfang in der Regelbasis stehen. Die Optimierungsmaßnahme dieser Art wirkt sich jedoch erst bei großen Regelbasen stark aus, da dann die Anzahl der nicht auszuwertenden Partialprämissen und Regeln steigt. Bei der Anordnung der Regeln der Standard–Fuzzy–Regler ist dies in Gleichung (2.9) realisiert.

3.2 Analytische Darstellung des Fuzzy–Algorithmus

Eine andere Möglichkeit zur Beschreibung eines Fuzzy–Algorithmus ist über die analytische Darstellung eines Fuzzy–Systems gegeben (Ying, Silver und Buckley 1990, Bertram 1992). Da die Standard–Fuzzy–Regler eine $m_E \times m_{\Delta E}$ Regelbasismatrix besitzen, ist es nicht möglich, das gesamte Regelverhalten der Standard–Fuzzy–Regler durch nur eine analytische Gleichung zu beschreiben. Zu diesem Zweck wird die e – Δe –Ebene entsprechend der Partitionierung (Kruse, Gebhardt und Klawonn 1994) der Fuzzy–Referenzmengen X_i und Y_j mit $i = 1, \dots, m_E$ bzw. $j = 1, \dots, m_{\Delta E}$ in $(m_E - 1) \times (m_{\Delta E} - 1)$ Bereiche eingeteilt (Fuzzy–Unterräume, Liu (1993), Ben Farhat (1994)). Innerhalb dieser Fuzzy–Unterräume lassen sich die Standard–Fuzzy–Regler durch eine analytische Beziehung der Form (Lukas, Rehfeldt und Schöne 1994)

$$u(kT) = B_1 e(kT) + B_2 \Delta e(kT) + B_3 e(kT) \Delta e(kT) + B_4 \quad (3.12)$$

beschreiben. Die Koeffizienten B_n mit $n = 1, \dots, 4$ erhalten in den verschiedenen Fuzzy–Unterräumen unterschiedliche konstante Werte. Aus Gleichung (3.12) ist zu erkennen, daß die Nichtlinearität des Fuzzy–Regelungsalgorithmus der Standard–Fuzzy–Regler aus dem Produkt $e(kT) \Delta e(kT)$ besteht. Wie später gezeigt wird, werden die Koeffizienten B_n mit $n = 1, \dots, 4$ in Abhängigkeit der Anordnung der Konklusionen im Fuzzy–Unterraum gleich oder ungleich Null. Zur Darstellung der Fuzzy–Unterräume werden die Erfülltheitsgrade $\alpha_z(e(kT), \Delta e(kT))$ für $z = 1, \dots, m_E m_{\Delta E}$ bzw. die Zugehörigkeitsfunktionen $\mu_{X_i}(e(kT))$ und $\mu_{Y_j}(\Delta e(kT))$ (Bild 3.2) weiter unterschieden in

$$\alpha_z^{LR}(e(kT), \Delta e(kT)) = \mu_{X_i}^L(e(kT)) \mu_{Y_j}^R(\Delta e(kT)), \quad (3.13)$$

$$\alpha_z^{RL}(e(kT), \Delta e(kT)) = \mu_{X_i}^R(e(kT)) \mu_{Y_j}^L(\Delta e(kT)), \quad (3.14)$$

$$\alpha_z^{RR}(e(kT), \Delta e(kT)) = \mu_{X_i}^R(e(kT)) \mu_{Y_j}^R(\Delta e(kT)) \quad (3.15)$$

und

$$\alpha_z^{LL}(e(kT), \Delta e(kT)) = \mu_{X_i}^L(e(kT)) \mu_{Y_j}^L(\Delta e(kT)), \quad (3.16)$$

wobei die Indizierung L und R auf den linken bzw. rechten Teil der Fuzzy–Referenzmengen X_i und Y_j verweisen.

Im Bild 3.3 ist die Unterteilung der e – Δe –Ebene in Fuzzy–Unterräume dargestellt. Größe sowie Lage der Fuzzy–Unterräume sind abhängig von der Partitionierung der Fuzzy–Referenzmengen X_i und Y_j . Da bei den Standard–Fuzzy–Reglern orthogonale und einfach–überlappende Fuzzy–Referenzmengen verwendet werden, wird die Größe eines Fuzzy–Unterraumes durch die *linke Spannweite* α_A bzw. *rechte Spannweite* β_A (Böhme 1993) mit $A \in \{X_i, Y_j\}$ den Fuzzy–Referenzmengen X_i und Y_j bestimmt.

Für diese Fuzzy–Unterräume lassen sich dann Gleichungen der Form (3.12) herleiten. Dies wird am Beispiel des Fuzzy–Unterraumes 6 (markiertes Quadrat im Bild 3.3) gezeigt.

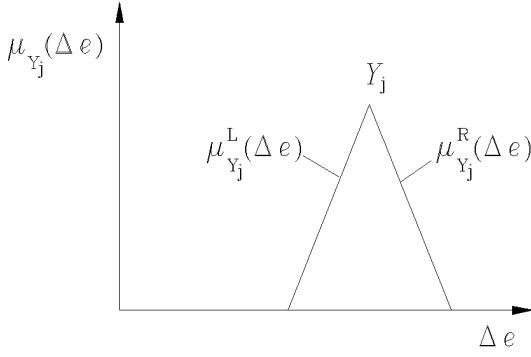


Bild 3.2: Unterscheidung der Zugehörigkeitsfunktion $\mu_{Y_j}(\Delta e(kT))$ in $\mu_{Y_j}^L(\Delta e(kT))$ und $\mu_{Y_j}^R(\Delta e(kT))$

Im Fuzzy–Unterraum 6 sind nur die Regeln R_7, R_8, R_{12} und R_{13} aktiv, es haben somit auch nur die Erfülltheitsgrade $\alpha_7^{RR}(e(kT), \Delta e(kT)), \alpha_8^{RL}(e(kT), \Delta e(kT)), \alpha_{12}^{LR}(e(kT), \Delta e(kT))$ und $\alpha_{13}^{LL}(e(kT), \Delta e(kT))$ einen Wert größer Null. Aus Bild 3.4 ist ersichtlich, welche Regel welche Fuzzy–Referenzmenge $U_{k(k=1, \dots, m_U)}$ in der Konklusion besitzt. Aufgrund dieser Zuordnungen ergibt sich die Stellgröße

$$\begin{aligned} u(kT) = & \sum_{z=1}^{m_E m_{\Delta E}} m_z \alpha_z(e(kT), \Delta e(kT)) = (\alpha_7^{RR}(e(kT), \Delta e(kT)) + \\ & + \alpha_8^{RL}(e(kT), \Delta e(kT))) m_{U_2} + (\alpha_{12}^{LR}(e(kT), \Delta e(kT)) + \\ & + \alpha_{13}^{LL}(e(kT), \Delta e(kT))) m_{U_3} \end{aligned} \quad (3.17)$$

aus den aktiven Erfülltheitsgraden α_z und den entsprechenden Modalwerten m_{U_k} der Fuzzy–Referenzmengen U_k . Unter Verwendung des algebraischen Produktes (Gleichungen (3.13) – (3.16)) berechnet sich die Stellgröße aus

$$\begin{aligned} u(kT) = & (\mu_{X_2}^R(e(kT)) \mu_{Y_2}^R(\Delta e(kT)) + \mu_{X_2}^R(e(kT)) \mu_{Y_3}^L(\Delta e(kT))) m_{U_2} + \\ & + (\mu_{X_3}^L(e(kT)) \mu_{Y_2}^R(\Delta e(kT)) + \mu_{X_3}^L(e(kT)) \mu_{Y_3}^L(\Delta e(kT))) m_{U_3}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Die Zugehörigkeitsfunktionen $\mu_{X_i}(e(kT))$ und $\mu_{Y_j}(\Delta e(kT))$ lassen sich durch ihre mathematische Beschreibung (Berger 1994a) ansetzen (zur Vereinfachung der Darstellung wird $A = A_{i_n}^{(n)}$ gesetzt):

$$\mu_A^{(n)}(x^{(n)}) = \begin{cases} 0 & \text{für } x^{(n)} \notin]c_{1,A}, c_{2,A}[\\ \mu_A^L(x^{(n)}) = \frac{x^{(n)} - c_{1,A}}{m_A - c_{1,A}} & \text{für } x^{(n)} \in [c_{1,A}, m_A[\\ 1 & \text{für } x^{(n)} = m_A \\ \mu_A^R(x^{(n)}) = \frac{c_{2,A} - x^{(n)}}{c_{2,A} - m_A} & \text{für } x^{(n)} \in]m_A, c_{2,A}] \end{cases} \quad (3.19)$$

für $A \in \{X_i, Y_j\}$ mit $i = 2, \dots, (m_E - 1)$ und $j = 2, \dots, (m_{\Delta E} - 1)$,

$$\mu_A^{(n)}(x^{(n)}) = \begin{cases} 0 & \text{für } x^{(n)} < c_A \\ \mu_A^L(x^{(n)}) = \frac{x^{(n)} - c_A}{m_A - c_A} & \text{für } x^{(n)} \in [c_A, m_A[\\ 1 & \text{für } x^{(n)} \geq m_A \end{cases} \quad (3.20)$$

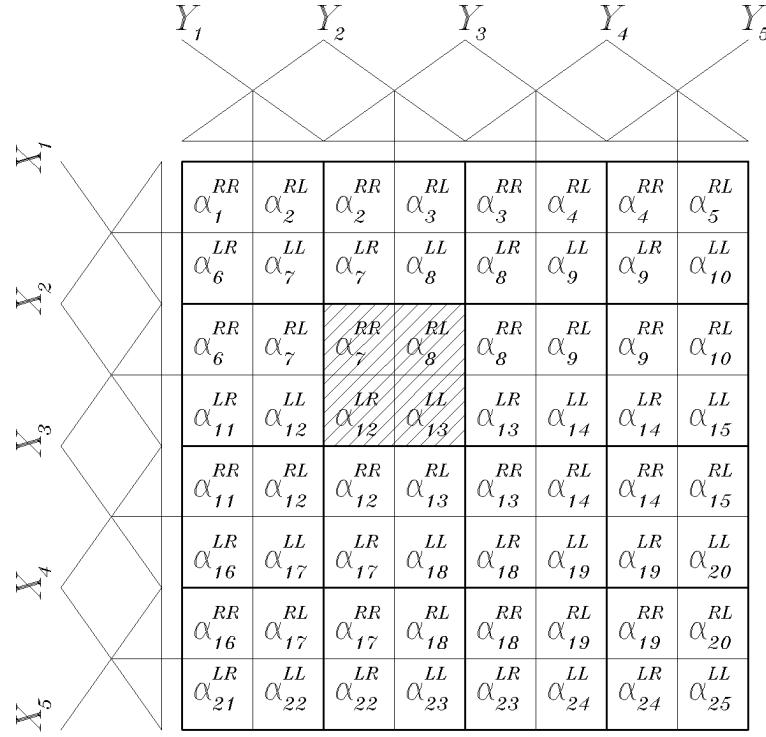


Bild 3.3: Fuzzy–Unterräume und Fuzzy–Referenzmengen X_i und Y_j der Partialprämissen in der e – Δe –Ebene

für $A \in \{X_i, Y_j\}$ mit $i = m_E$ und $j = m_{\Delta E}$ und

$$\mu_A^{(n)}(x^{(n)}) = \begin{cases} 0 & \text{für } x^{(n)} > c_A \\ \mu_A^R(x^{(n)}) = \frac{c_A - x^{(n)}}{c_A - m_A} & \text{für } x^{(n)} \in [c_A, m_A] \\ 1 & \text{für } x^{(n)} \leq m_A \end{cases} \quad (3.21)$$

für $A \in \{X_i, Y_j\}$ mit $i = 1$ und $j = 1$, der Fuzzy–Referenzmengen X_i und Y_j ersetzen.

Durch Einsetzen der Gleichung (3.19) in die Gleichung (3.18) erhält man für die Stellgröße

$$\begin{aligned} u(kT) = & \left(\frac{c_{2,X_2} - e(kT)}{c_{2,X_2} - m_{X_2}} \frac{c_{2,Y_2} - \Delta e(kT)}{c_{2,Y_2} - m_{Y_2}} + \frac{c_{2,X_2} - e(kT)}{c_{2,X_2} - m_{X_2}} \times \right. \\ & \times \left. \frac{\Delta e(kT) - c_{1,Y_3}}{m_{Y_3} - c_{1,Y_3}} \right) m_{U_2} + \left(\frac{e(kT) - c_{1,X_3}}{m_{X_3} - c_{1,X_3}} \frac{c_{2,Y_2} - \Delta e(kT)}{c_{2,Y_2} - m_{Y_2}} + \right. \\ & \left. + \frac{e(kT) - c_{1,X_3}}{m_{X_3} - c_{1,X_3}} \frac{\Delta e(kT) - c_{1,Y_3}}{m_{Y_3} - c_{1,Y_3}} \right) m_{U_3}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Aufgrund der gleichmäßigen Partitionierung der Fuzzy–Referenzmengen X_i und Y_j über den normierten Definitionsbereich $\mathbb{D}_N = [-1, 1]$ ergibt sich für die linke Spannweite

$$\alpha_A = m_A - c_A = 0,5 \quad (3.23)$$

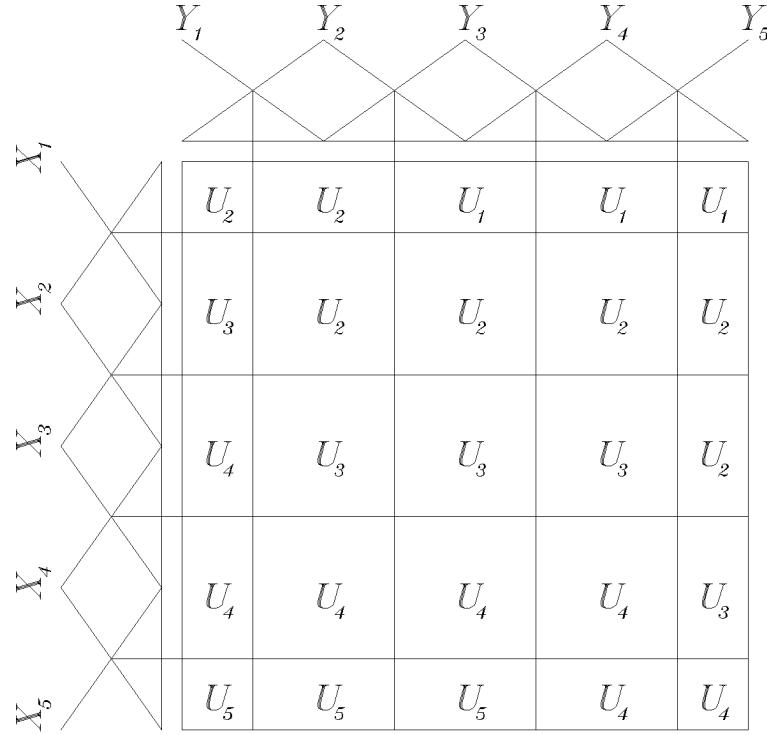


Bild 3.4: Regelbasis-Matrix und Fuzzy-Referenzmengen X_i und Y_j der Partialprämissen in der $e - \Delta e$ -Ebene mit den Fuzzy-Referenzmengen U_k der Konklusionen

und für die *rechte Spannweite*

$$\beta_A = c_A - m_A = 0,5 \quad (3.24)$$

mit $A \in \{X_i, Y_j\}$ (Berger 1994a). Unter Verwendung der Gleichungen (3.23) und (3.24) genügt die Stellgröße der Beziehung,

$$\begin{aligned} u(kT) = & 4[((c_{2,X_2} - e(kT)) (c_{2,Y_2} - \Delta e(kT)) + (c_{2,X_2} - e(kT)) \times \\ & \times (\Delta e(kT) - c_{1,Y_3})) m_{U_2} + ((e(kT) - c_{1,X_3}) (c_{2,Y_2} - \\ & - \Delta e(kT)) + (e(kT) - c_{1,X_3}) (\Delta e(kT) - c_{1,Y_3})) m_{U_3}] . \end{aligned} \quad (3.25)$$

Multipliziert man die Linearfaktoren von Gleichung (3.25) aus, so erhält man

$$u(kT) = B_1 e(kT) + B_2 \Delta e(kT) + B_3 e(kT) \Delta e(kT) + B_4 \quad (3.26)$$

mit

$$\begin{aligned} B_1 &= 4(-c_{2,Y_2} m_{U_2} - c_{1,Y_3} m_{U_2} + c_{2,Y_2} m_{U_3} + c_{1,Y_3} m_{U_3}) , \\ B_2 &= 0 , \\ B_3 &= 0 , \\ B_4 &= 4(c_{2,X_2} c_{2,Y_2} m_{U_2} - c_{2,X_3} c_{1,Y_3} m_{U_2} + c_{1,Y_3} c_{2,Y_2} m_{U_3} + c_{1,X_3} c_{1,Y_3} m_{U_3}) . \end{aligned}$$

Wie aus Gleichung (3.26) zu erkennen ist, werden bei dieser Zuordnung der Konklusionen mit den Fuzzy–Referenzmengen U_k die Koeffizienten B_2 und B_3 gleich Null. Somit ist in diesem Fuzzy–Unterraum der Stellgrößenverlauf nur linear von der Regelabweichung $e(kT)$ abhängig. Gleichung (3.12) beschreibt den Standard–Fuzzy–Regler innerhalb eines Fuzzy–Unterraumes von den „Abmaßen“ $-0,5 \leq e(kT) \leq 0$ und $-0,5 \leq \Delta e(kT) \leq 0$. Die „Abmaße“ entstehen aufgrund der festgelegten Partitionierung der Fuzzy–Referenzmengen X_i und Y_j der konfektionierten Standard–Fuzzy–Regler über D_N . Durch diese Art der Beschreibung der Standard–Fuzzy–Regler ist es möglich, das Regelungsverhalten innerhalb des Fuzzy–Unterraumes durch eine Gleichung zu beschreiben und somit erheblich an Rechenzeit einzusparen (Bertram 1992).

Im Falle der konfektionierten Standard–Fuzzy–Regler für Systemklassen (Berger 1994a, b) ergeben sich 16 analytische Gleichungen, die in einem einfachen *if–else if*–Algorithmus abgelegt sind. Um weitere Rechenzeit einzusparen, sollten die analytischen Gleichungen (Regeln) anhand ihres Aktivitätsgrades

$$ak_z = \frac{\sum_{k=1}^{T_M/T+1} \begin{cases} 1 & \text{für } \alpha_z(k) > 0 \\ 0 & \text{für } \alpha_z(k) = 0 \end{cases}}{T_M/T + 1} \quad (3.27)$$

im *if–else if*–Algorithmus angeordnet werden. Analytische Gleichungen, die häufig aktiv sind (also einen hohen Aktivitätsgrad ak_z haben), werden am Anfang des Algorithmus gesetzt und solche mit einem kleinen Aktivitätsgrad am Ende des Algorithmus gesetzt. Somit werden unnötige *if*–Abfragen im Algorithmus vermieden. Es wird im folgenden Abschnitt gezeigt, daß die Art des Stellgrößenverlaufes im Fuzzy–Unterraum (also im Teil–Bereich des Kennfeldes des Fuzzy–Reglers) von der Anordnung der in den Konklusionen zugewiesenen Fuzzy–Referenzmengen U_k bzw. ΔU_l innerhalb des Fuzzy–Unterraumes abhängig ist.

4 Fuzzy–Unterräume und Anordnung der Konklusionen

In diesem Abschnitt wird die Art des Stellgrößenverlaufes im Fuzzy–Unterraum in Abhängigkeit von der Anordnung der Konklusionen diskutiert. Es werden verschiedene Fälle aufgezeigt und dargelegt, bei welcher Anordnung der Konklusionen der Stellgrößenverlauf linear, konstant, nichtlinear, nur von der Regelabweichung $e(kT)$ abhängig oder nur von der Änderung der Regelabweichung $\Delta e(kT)$ abhängig ist. Zu diesem Zweck werden partielle Fuzzy–Unterräume $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ und \mathcal{D} eingeführt (Tabelle 4.1). Im Bild 3.3 sind die partiellen Fuzzy–Unterräume jeweils durch einen Erfülltheitsgrad, z. B. α_1^{RR} , gekennzeichnet. Das heißt, ein Fuzzy–Unterraum repräsentiert eine aktive Regel zum Abtastzeitpunkt kT . Wie gezeigt wurde, sind nur 4 Regeln pro Abtastzeitpunkt kT aktiv, wodurch sich die Unterteilung des Fuzzy–Unterraumes in 4 partielle Fuzzy–Unterräume $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ und \mathcal{D} erklärt.

\mathcal{A}	\mathcal{B}
\mathcal{C}	\mathcal{D}

Tabelle 4.1: Fuzzy–Unterraum mit zusätzlicher Unterteilung in partielle Fuzzy–Unterräume $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ und \mathcal{D}

Ausgangspunkt ist Gleichung (4.1) mit vier unterschiedlichen Konklusionen, das heißt, allen vier Regeln werden in der Konklusion unterschiedliche Fuzzy–Referenzmengen (U_A, U_B, U_C und U_D) zugeordnet (Tabelle 4.2).

U_A	U_B
U_C	U_D

Tabelle 4.2: Fuzzy–Unterraum mit unterschiedlichen Fuzzy–Referenzmengen

Allgemein gilt dann

$$\begin{aligned} u(kT) = & 4 \left[(c_{2,X_{i+1}} - e(kT)) (c_{2,Y_{j+1}} - \Delta e(kT)) m_{U_A} + (c_{2,X_{i+1}} - e(kT)) \times \right. \\ & \times (\Delta e(kT) - c_{1,Y_j}) m_{U_B} + (e(kT) - c_{1,X_i}) (c_{2,Y_{j+1}} - \Delta e(kT)) \times \\ & \times m_{U_C} + (e(kT) - c_{1,X_i}) (\Delta e(kT) - c_{1,Y_j}) m_{U_D} \left. \right]. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Bei Verwendung von Gleichung (4.1) ergibt sich die Stellgröße

$$u(kT) = B_1 e(kT) + B_2 \Delta e(kT) + B_3 e(kT) \Delta e(kT) + B_4 \quad (4.2)$$

mit

$$\begin{aligned} B_1 &= 4 \left(-c_{2,Y_{j+1}} m_{U_A} + c_{1,Y_j} m_{U_B} + c_{2,Y_{j+1}} m_{U_C} - c_{1,Y_j} m_{U_D} \right) \\ B_2 &= 4 \left(-c_{2,X_{i+1}} m_{U_A} + c_{2,X_{i+1}} m_{U_B} + c_{1,X_i} m_{U_C} - c_{1,X_i} m_{U_D} \right) \\ B_3 &= 4 (m_{U_A} - m_{U_B} - m_{U_C} + m_{U_D}) \\ B_4 &= 4 \left(c_{2,X_{i+1}} c_{2,Y_{j+1}} m_{U_A} - c_{2,X_{i+1}} c_{1,Y_j} m_{U_B} - c_{1,X_i} c_{2,Y_{j+1}} m_{U_C} + \right. \\ &\quad \left. + c_{1,X_i} c_{1,Y_j} m_{U_D} \right) \end{aligned}$$

für $i = 1, \dots, (m_E - 1)$, $j = 1, \dots, (m_{\Delta E} - 1)$ und $U_A, U_B, U_C, U_D \in \mathbb{U}$.

1. Fall:

Im ersten Fall, welcher hier untersucht wird, sind alle Konklusionen im Fuzzy–Unterraum gleich (Tabelle 4.3).

U_A	U_A
U_A	U_A

Tabelle 4.3: Fuzzy–Unterraum mit vier gleichen in der Konklusion zugeordneten Fuzzy–Referenzmengen U_A

Das heißt, alle vier aktiven Regeln in diesem Fuzzy–Unterraum besitzen in der Konklusion die gleichen Fuzzy–Referenzmengen $U_k = U_A$ (Fuzzy–Ausgangsmengen, Fuzzy–Einermengen). Die Koeffizienten B_n aus Gleichung (4.2) mit $n = 1, \dots, 4$ ergeben sich dann zu

$$\begin{aligned} B_1 &= 0 \\ B_2 &= 0 \\ B_3 &= 0 \\ B_4 &= 4 m_{U_A} (c_{2,X_{i+1}} c_{2,Y_{j+1}} - c_{2,X_{i+1}} c_{1,Y_j} - c_{1,X_i} c_{2,Y_{j+1}} + c_{1,X_i} c_{1,Y_j}) \\ &= m_{U_A} = \text{const. .} \end{aligned}$$

Die Stellgröße

$$u(kT) = B_4 = m_{U_A} = \text{const.} \quad (4.3)$$

ist in diesem Fall der Anordnung der Konklusionen konstant und entspricht dem Modalwert der Fuzzy–Referenzmenge.

2. Fall:

Im zweiten Fall besitzen die partiellen Fuzzy–Unterräume \mathcal{A}, \mathcal{B} bzw. die partiellen Fuzzy–Unterräume \mathcal{C}, \mathcal{D} die Konklusionen mit den Fuzzy–Referenzmengen U_A bzw. U_B (Tabelle 4.4).

U_A	U_A
U_B	U_B

Tabelle 4.4: Fuzzy–Unterraum mit zwei gleichen in der Konklusion zugewiesenen Fuzzy–Referenzmengen U_A und U_B

Für die Koeffizienten B_n mit $n = 1, \dots, 4$ erhält man

$$\begin{aligned} B_1 &= 4 \left[(-c_{2,Y_{j+1}} + c_{2,Y_j}) m_{U_A} + (c_{2,Y_{j+1}} - c_{1,Y_j}) m_{U_B} \right] \\ B_2 &= 0 \\ B_3 &= 0 \\ B_4 &= 4 \left[(c_{2,X_{i+1}} c_{2,Y_{j+1}} - c_{2,X_{i+1}} c_{1,Y_j}) m_{U_A} + (-c_{1,X_i} c_{2,Y_{j+1}} + c_{1,X_i} c_{1,Y_j}) m_{U_B} \right]. \end{aligned}$$

Die Stellgröße

$$u(kT) = B_1 e(kT) + B_4 \quad (4.4)$$

ist in diesem Fall linear von der Regelabweichung $e(kT)$ abhängig, wobei die Koeffizienten B_1 und B_4 von den Begrenzungen der Einflußbereiche und den Modalwerten der Fuzzy–Referenzmengen abhängig sind.

3. Fall:

Im dritten Fall besitzen die partiellen Fuzzy–Unterräume \mathcal{A}, \mathcal{C} bzw. die partiellen Fuzzy–Unterräume \mathcal{B}, \mathcal{D} die Konklusionen U_A bzw. U_B (Tabelle 4.5).

U_A	U_B
U_A	U_B

Tabelle 4.5: Fuzzy–Unterraum mit zwei gleichen in der Konklusion zugewiesenen Fuzzy–Referenzmengen U_A und U_B

Die Koeffizienten B_n mit $n = 1, \dots, 4$ ergeben sich dann zu

$$\begin{aligned} B_1 &= 0 \\ B_2 &= 4 \left[(-c_{2,X_{i+1}} + c_{1,X_i}) m_{U_A} + (c_{2,X_{i+1}} - c_{1,X_i}) m_{U_B} \right] \\ B_3 &= 0 \\ B_4 &= 4 \left[(c_{2,X_{i+1}} c_{2,Y_{j+1}} - c_{1,X_i} c_{2,Y_{j+1}}) m_{U_A} + (-c_{2,X_{i+1}} c_{1,Y_j} + c_{1,X_i} c_{1,Y_j}) m_{U_B} \right]. \end{aligned}$$

Für die Stellgröße erhält man

$$u(kT) = B_2 \Delta e(kT) + B_4 \quad (4.5)$$

mit einer linearen Abhängigkeit der Änderung der Regelabweichung $\Delta e(kT)$.

4. Fall:

Im vierten Fall besitzen die partiellen Fuzzy–Unterräume \mathcal{A}, \mathcal{D} bzw. die partiellen Fuzzy–Unterräume \mathcal{B}, \mathcal{C} die Konklusionen U_A bzw. U_B (Tabelle 4.6).

U_A	U_B
U_B	U_A

Tabelle 4.6: Fuzzy–Unterraum mit zwei gleichen in der Konklusion zugewiesenen Fuzzy–Referenzmengen U_A und U_B

Die Koeffizienten B_n mit $n = 1, \dots, 4$ ergeben sich dann zu

$$\begin{aligned} B_1 &= 4 \left[(-c_{2,Y_{j+1}} - c_{1,Y_j}) m_{U_A} + (c_{1,Y_j} + c_{2,Y_{j+1}}) m_{U_B} \right] \\ B_2 &= 4 \left[(-c_{2,X_{i+1}} - c_{1,X_i}) m_{U_A} + (c_{2,X_{i+1}} + c_{1,X_i}) m_{U_B} \right] \\ B_3 &= 4 (2 m_{U_A} - 2 m_{U_B}) \\ B_4 &= 4 \left[(c_{2,X_{i+1}} c_{2,Y_{j+1}} + c_{1,X_i} c_{1,Y_j}) m_{U_A} + (-c_{2,X_{i+1}} c_{1,Y_j} + c_{1,X_i} c_{2,Y_{j+1}}) m_{U_B} \right]. \end{aligned}$$

Bei dieser Anordnung der Konklusionen ergibt sich die Stellgröße

$$u(kT) = B_1 e(kT) + B_2 \Delta e(kT) + B_3 e(kT) \Delta e(kT) + B_4 \quad (4.6)$$

als nichtlineare Funktion der Regelabweichung $e(kT)$ und der Änderung der Regelabweichung $\Delta e(kT)$.

5. Fall:

Im fünften Fall besitzen drei partielle Fuzzy–Unterräume z. B. $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ die gleiche Konklusion U_A und ein partieller Fuzzy–Unterraum z. B. \mathcal{D} die Konklusion U_B (Tabelle 4.7).

U_A	U_A
U_A	U_B

Tabelle 4.7: Fuzzy–Unterraum mit zwei gleichen in der Konklusion zugewiesenen Fuzzy–Referenzmengen U_A und U_B

Die Koeffizienten B_n mit $n = 1, \dots, 4$ ergeben sich dann wie folgt

$$\begin{aligned} B_1 &= 4 (c_{1,Y_j} m_{U_A} - c_{1,Y_j} m_{U_B}) \\ B_2 &= 4 (c_{1,X_i} m_{U_A} - c_{1,X_i} m_{U_B}) \\ B_3 &= 4 (-m_{U_A} + m_{U_B}) \\ B_4 &= 4 \left[(c_{2,X_{i+1}} c_{2,Y_{j+1}} - c_{2,X_{i+1}} c_{1,Y_j} - c_{1,X_i} c_{2,Y_{j+1}}) m_{U_A} + c_{1,X_i} c_{1,Y_j} m_{U_B} \right]. \end{aligned}$$

Die Stellgröße

$$u(kT) = B_1 e(kT) + B_2 \Delta e(kT) + B_3 e(kT) \Delta e(kT) + B_4 \quad (4.7)$$

ergibt sich als nichtlineare Funktion der Regelabweichung $e(kT)$ und der Änderung der Regelabweichung $\Delta e(kT)$.

Wie hier zu erkennen ist, ist die Stellgröße nichtlinear von der Regelabweichung $e(kT)$ und der Änderung der Regelabweichung $\Delta e(kT)$ abhängig, obwohl drei partielle Fuzzy–Unterräume die gleiche Konklusion besitzen. Die Art des Stellgrößenverlaufes ist in diesem Fall also bei drei gleichen Fuzzy–Referenzmengen unabhängig von der Anordnung der Konklusionen im Fuzzy–Unterraum. Dies liegt in der paarweisen Kürzung der Summanden der Koeffizienten B_n für $n = 1, \dots, 3$ begründet (Gl. (4.4)).

6. Fall:

Im sechsten Fall besitzen die Fuzzy–Unterräume drei unterschiedliche Konklusionen. Dem partiellen Fuzzy–Unterraum \mathcal{A} wird die Fuzzy–Referenzmenge U_A , dem partiellen Fuzzy–Unterraum \mathcal{B} die Fuzzy–Referenzmenge U_B und den partiellen Fuzzy–Unterräumen \mathcal{C}, \mathcal{D} die Fuzzy–Referenzmengen U_C, U_D zugeordnet (Tabelle 4.8).

U_A	U_B
U_C	U_D

Tabelle 4.8: Fuzzy–Unterraum mit drei unterschiedlichen in der Konklusion zugewiesenen Fuzzy–Referenzmengen U_A, U_B und U_D

Die Koeffizienten B_n mit $n = 1, \dots, 4$ ergeben sich dann zu

$$\begin{aligned} B_1 &= 4 \left[-c_{2,Y_{j+1}} m_{U_A} + c_{1,Y_j} m_{U_B} + (c_{2,Y_{j+1}} - c_{1,Y_j}) m_{U_C} \right] \\ B_2 &= 4 \left(-c_{2,X_{i+1}} m_{U_A} + c_{2,X_{i+1}} m_{U_B} \right) \\ B_3 &= 4 (m_{U_1} + m_{U_B}) \\ B_4 &= 4 \left[c_{2,X_{i+1}} c_{2,Y_{i+1}} m_{U_A} - c_{2,X_{i+1}} c_{1,Y_j} m_{U_B} + (-c_{1,X_i} c_{2,Y_{j+1}} + c_{1,X_i} c_{1,Y_j}) m_{U_D} \right]. \end{aligned}$$

Auch bei einer Zuordnung von drei unterschiedlichen Konklusionen in einem Fuzzy–Unterraum wird die Stellgröße nach Gleichung (4.7) beschrieben. Die Art des Stellgrößenverlaufs ist auch in diesem Fall unabhängig von der Anordnung der Konklusionen im Fuzzy–Unterraum. Dies ist genauso wie im Fall 5 durch die paarweisen Kürzungen der Summanden der Koeffizienten B_n für $n = 1, \dots, 3$ begründet.

Vorausgesetzt wird jedoch, daß bei der Zuordnung der Fuzzy–Referenzmengen die Modalwerte nicht betragsgleich sind. Im Fall 6 würde das bedeuten, daß der Koeffizient $B_3 = 0$ und somit der Stellgrößenverlauf linear ist. Da jedoch eine solche Zuordnung der Fuzzy–Referenzmengen zu den partiellen Unterräumen einen sehr großen Stellgrößengradienten verursacht und dieses in der Regel nicht erwünscht ist, kann von einer solchen Zuordnung der Fuzzy–Referenzmengen der Konklusionen abgesehen werden. Die hier aufgestellten Fälle zeigen, daß mit der Verwendung des algebraischen Produktes (t -Norm)

für die konjunktive Verknüpfung (fuzzy–logisches „und“) sich die Standard–Fuzzy–Regler durch einfache (numerische Verarbeitung) analytische Gleichungen beschreiben lassen. Zur Auswertung sind maximal vier Multiplikationen und drei Additionen notwendig. Diese Anzahl von Multiplikationen und Additionen sind selbst bei einer off line Abarbeitung der Regelbasis mit linearer Interpolation zwischen den Stützstellen (Meyer–Gramann und Jüngst 1993) kaum zu reduzieren, so daß von einem fast gleich geringen Rechenaufwand ausgegangen werden kann.

Weiterhin kann festgestellt werden, daß das mit dem Erstellen der Regelbasis–Matrix erwünschte Regelungsverhalten „voll“ vom Fuzzy–Regler unter Verwendung des algebraischen Produktes abgebildet wurde (Approximation der relationalen Regeln). Dies zeigt sich z. B. im Fall 2. Die dabei diskutierte Anordnung der in den Konklusionen zugewiesenen Fuzzy–Referenzmengen U_A und U_B in den Fuzzy–Unterraum \mathcal{A} , \mathcal{B} , \mathcal{C} und \mathcal{D} kann z. B. durch folgende vier relationale Regeln beschrieben werden:

$$\text{WENN } (E \text{ IST } X_1) \text{ UND } (\Delta E \text{ IST } Y_1) \text{ DANN } (U \text{ IST } U_A) \quad (4.8)$$

$$\text{WENN } (E \text{ IST } X_1) \text{ UND } (\Delta E \text{ IST } Y_2) \text{ DANN } (U \text{ IST } U_A) \quad (4.9)$$

$$\text{WENN } (E \text{ IST } X_2) \text{ UND } (\Delta E \text{ IST } Y_1) \text{ DANN } (U \text{ IST } U_B) \quad (4.10)$$

$$\text{WENN } (E \text{ IST } X_2) \text{ UND } (\Delta E \text{ IST } Y_2) \text{ DANN } (U \text{ IST } U_B) \quad (4.11)$$

Bei den relationalen Regeln ist zu erkennen, daß unabhängig davon, mit welchem Zugehörigkeitswert die Änderung der Regelabweichung $\Delta\epsilon(kT)$ auf die Fuzzy–Referenzmengen Y_1 und Y_2 abgebildet werden, die Konklusion immer ($U \text{ IST } U_A$) bzw. ($U \text{ IST } U_B$) ist. Dieses ist jedoch nicht von der fuzzifizierten Änderung der Regelabweichung ΔE selbst abhängig, sondern von der fuzzifizierten Regelabweichung E . Das heißt, die relationalen Regeln beschreiben das Regelungsverhalten unabhängig von der Änderung der Regelabweichung $\Delta\epsilon(kT)$. Dieses Regelungsverhalten kann durch die Gleichung (4.4), welche den Standard–Fuzzy–Regler innerhalb des Fuzzy–Unterraumes beschreibt, dokumentiert werden.

Als Fazit kann gesagt werden, daß die in der Fuzzy–Implikation zugewiesenen Fuzzy–Referenzmengen U_k bzw. ΔU_l den Stellgrößenverlauf und die Anordnung der Konklusionen im Fuzzy–Unterraum die Art des Stellgrößenverlaufes beeinflussen. Die Beeinflussung des Stellgrößenverlaufes geschieht direkt über die Veränderung der Koeffizienten B_n durch die Modalwerte der Fuzzy–Referenzmengen U_k bzw. ΔU_l und den Begrenzungen der Einflußbereiche c der Fuzzy–Referenzmengen X_i und Y_j . Somit kann z. B. der Gradient des Stellgrößenverlaufes oder der Grad der Nichtlinearität beeinflußt werden. In der Tabelle 4.9 sind die Abhängigkeiten der Anordnung der Fuzzy–Ausgangsmengen und der Art des Stellgrößenverlaufes übersichtlich für alle Anordnungen der in den Konklusionen zugewiesenen Fuzzy–Referenzmengen U_k bzw. ΔU_l dargestellt.

Anordnung der Fuzzy–Ausgangsmengen	Art des Stellgrößenverlaufes
$\begin{array}{ c c } \hline U_A & U_A \\ \hline U_A & U_A \\ \hline \end{array}$	konstant
$\begin{array}{ c c } \hline U_A & U_A \\ \hline U_B & U_B \\ \hline \end{array}$	linear abhängig von der Regelabweichung e
$\begin{array}{ c c } \hline U_A & U_B \\ \hline U_A & U_B \\ \hline \end{array}$	linear abhängig von der Änderung der Regelabweichung Δe
$\begin{array}{ c c } \hline U_A & U_B \\ \hline U_B & U_A \\ \hline \end{array}$	nichtlinear abhängig von der Regelabweichung e und deren Änderung Δe
$\begin{array}{ c c } \hline U_A & U_A \\ \hline U_A & U_B \\ \hline \end{array}$	nichtlinear abhängig von der Regelabweichung e und deren Änderung Δe
$\begin{array}{ c c } \hline U_A & U_B \\ \hline U_D & U_D \\ \hline \end{array}$	nichtlinear abhängig von der Regelabweichung e und deren Änderung Δe

Tabelle 4.9: Art des Stellgrößenverlaufes in Abhängigkeit der Anordnung der Fuzzy–Ausgangsmengen U_k , mit $k = 1, \dots, 4$ im Fuzzy–Unterraum

Die hier herausgestellten Fälle der Anordnungen der in den Konklusionen zugewiesenen Fuzzy–Referenzmengen U_k bzw. ΔU_l für die partiellen Fuzzy–Unterräume $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ und \mathcal{D} können nun auf die Regelbasis–Matrix (Karnaugh–Tafel) übertragen werden. Zu diesem Zweck werden vier Regelbasis–Elemente zu einer Regelbasis–Zone zusammengefaßt. Es werden nur solche Regelbasis–Elemente zu einer Regelbasis–Zone zusammengefaßt, die aufgrund ihrer Lage in der Regelbasis–Matrix einen Regelbasis–Zonenschwerpunkt (\bullet) ergeben (Bild 4.1).

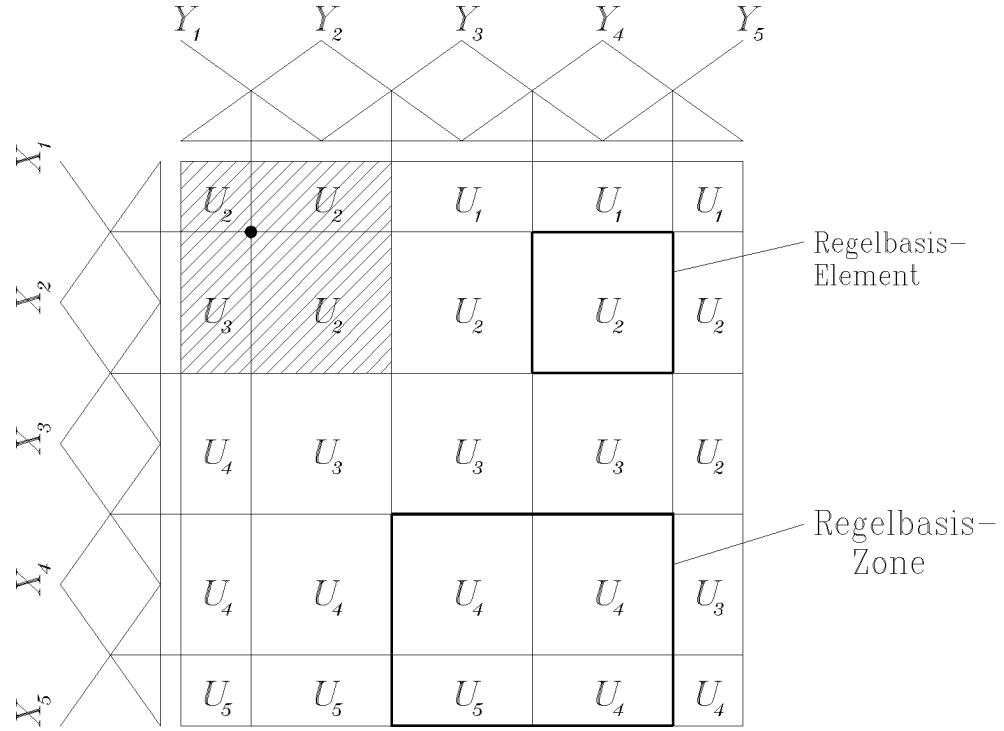


Bild 4.1: Regelbasis–Matrix und Fuzzy–Referenzmengen X_i und Y_j der Partialprämissen in der $e-\Delta e$ –Ebene mit Markierung der Regelbasis–Zone und dem Regelbasis–Matrixschwerpunkt

Die Art des Stellgrößenverlaufes ist bei den Regelbasis–Zonen genauso wie bei den Fuzzy–Unterräumen nicht nur von den in der Konklusion zugewiesenen Fuzzy–Referenzmengen U_k mit $k = 1, \dots, m_U$ bzw. ΔU_l mit $l = 1, \dots, m_{\Delta U}$, sondern auch von der Anordnung der Konklusionen der Regelbasis–Elemente in der Regelbasis–Zone abhängig. Somit kann bei der Belegung der Regelbasis–Zone direkt auf die Art des Stellgrößenverlaufes innerhalb dieser Regelbasis–Zone geschlossen werden. Die ist z. B. mit einem Vergleich der im allgemeinen beim Erstellen eines Fuzzy–Reglers aufgestellten Karnaugh–Tafel mit der Tabelle 4.9 möglich. Diese hier aufgestellten Fälle können somit als weiteres Entwurfskriterium zur Erstellung von Fuzzy–Reglern dienen.

5 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Bericht² wurde eine analytische Darstellung der Standard–Fuzzy–Regler (Berger 1994a, b) hergeleitet. Dazu wurde die $e-\Delta e$ –Ebene wie von Lukas, Rehfeldt und Schöne (1994) in verschiedene Bereiche eingeteilt. Die Einteilung in Fuzzy–Unterräume entstand aufgrund der Partitionierung der Fuzzy–Referenzmengen. Innerhalb dieser Fuzzy–Unterräume wurden die konfektionierten Standard–Fuzzy–Regler durch eine analytische Gleichung beschrieben.

Zuvor wurde die Stellgröße $u(kT)$ als Linearkombination der Modalwerte der Fuzzy–Referenzmengen U_k bzw. ΔU_l (mit $k = 1, \dots, m_U$ bzw. $l = 1, \dots, m_{\Delta U}$) der Konklusionen und der Fuzzy–Basisfunktion FBF^z hergeleitet, womit sich die Beschreibung der Stellgröße $u(kT)$ über eine analytische Gleichung im jeweiligen Fuzzy–Unterraum wesentlich vereinfachen ließ. Die Beschreibung der Stellgröße $u(kT)$ als Linearkombination der Modalwerte und der Fuzzy–Basisfunktion FBF^z konnte unter Verwendung der Eigenschaften der Vollständigkeit und Widerspruchsfreiheit der konfektionierten Standard–Fuzzy–Regler für Systemklassen erzielt werden.

Weiterhin wurde aufgezeigt, daß die Art des Stellgrößenverlaufes nicht nur von der Anzahl der aktiven Regeln abhängt, sondern auch von der Anordnung der Konklusionen im Fuzzy–Unterraum. Zu diesem Zweck wurden die Fuzzy–Unterräume in partielle Fuzzy–Unterräume $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ und \mathcal{D} unterteilt. Es wurde gezeigt, daß sich in Abhängigkeit der Anordnung von Konklusionen die Kennfelder im Bereich der Fuzzy–Unterräume linear bezüglich der Regelabweichung $e(kT)$, linear bezüglich der Änderung der Regelabweichung $\Delta e(kT)$, nichtlinear oder konstant sind.

Die Abhängigkeit der Anordnung der Konklusionen im Fuzzy–Unterraum wurde auf die Regelbasis–Matrix bezogen, wo diese diskutierten Fälle ohne Einschränkungen angewendet werden können. Somit kann man beim Erstellen der Regelbasis–Matrix direkt Rückschlüsse auf die Art des Stellgrößenverlaufes ziehen. Im weiteren soll nun überprüft werden, ob sich diese vorteilhafte Transparenz beim Erstellen der Regelbasis–Matrix sowie die genaue Abbildung der relationalen Regeln auf das Regelungsverhalten (Kennfeld) auch bei anderen t –Normen (Gottwald 1993, Böhme 1993, Kitainik 1993) einstellt.

²Die Ergebnisse dieses Berichtes entstanden im Rahmen des Projektes „Fuzzy–Regler für lineare und bilineare Systeme bei veränderlichen Systemparametern“, das von der DFG Az.: schw 120/53–1 gefördert wurde.

6 Literaturverzeichnis

- Ben Farhat, H.** 1994. *Selbsteinstellende Funktional-Fuzzy-Regelung*. Studienarbeit MSRT. Universität -GH- Duisburg.
- Berger, M.** 1994a. *Konfektionierte relationale Fuzzy-Regler für Systemklassen*. Forschungsbericht Nr. 16/94 MSRT. Universität -GH- Duisburg.
- Berger, M.** 1994b. *Klassifizierung und Reglersynthese für Strecken, die sich aus verschiedenen Systemklassen zusammensetzen*. Forschungsbericht Nr. 17/94 MSRT. Universität -GH- Duisburg.
- Bertram, T.** 1991. *Einführung in die Fuzzy-Regelung*. Forschungsbericht Nr. 4/91 MSRT. Universität -GH- Duisburg.
- Bertram, T.** 1992. *Herleitung einer analytischen Darstellung für ein Fuzzy-System*. Forschungsbericht Nr. 13/92 MSRT. Universität -GH- Duisburg.
- Bertram, T., F. Svaricek, T. Bindel, R. Böhm, H. Kiendl, B. Pfeiffer, und M. Weber.** 1994. Fuzzy Control. Zusammenstellung und Beschreibung wichtiger Begriffe. *Automatisierungstechnik* at 42. 322–326.
- Böhme, G.** 1992. *Algebra*. Berlin: Springer.
- Böhme, G.** 1993. *Fuzzy-Logik*. Berlin: Springer.
- Gottwald, S.** 1993. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic*. Braunschweig: Vieweg.
- Frenck, C.** 1993. Ein Verfahren zur Untersuchung der Verträglichkeit der Regelbasen von Fuzzy-Reglern. *3. Workshop Fuzzy Control*. Dortmund.
- Frenck, C.** 1994. Ein Verfahren zur Untersuchung der Konsistenz der Regelbasen von Fuzzy-Reglern. *VDI Bericht 1113. Fuzzy Control*, 471–481.
- Grimm, W.** 1992. Ein- Ausgangsverhalten von Fuzzy Reglern. *2. Workshop Fuzzy Control*. Dortmund.
- Grimm, W.** 1994. Regelungstechnische Bedeutung von linguistischen Fuzzy-Operatoren. *VDI-Berichte 1113. Fuzzy Control*. 483–496.
- Kahlert, J und H. Frank.** 1993. *Fuzzy-Logic und Fuzzy-Control*. Braunschweig: Vieweg.
- Kitainik, L.** 1993. *Fuzzy decision procedures with binary relations*. Boston: Kluwer Academic.

- Küpper, K.** 1994. *Modellbildung mittels eines selbstlernenden Fuzzy–Systems*. Forschungsbericht Nr. 8/94 MSRT. Universität –GH– Duisburg.
- Kruse, R., J. Gebhardt und F. Klawonn.** 1994. *Foundations of Fuzzy Systems*. New York: John Wiley & Sons.
- Leichtfried J. und M. Heiss.** 1993. Ein kennfeldorientiertes Konzept für Fuzzy–Regler. *Automatisierungstechnik at.*(angenommener Beitrag)
- Liu, M.** 1993. Fuzzy–Modellbildung für automatisiertes Roboterentgraten. *3. Workshop Fuzzy Control*. Dortmund.
- Lukas, P., K. Rehfeldt und A. Schöne.** 1992. Vergleich von Fuzzy–Reglern mit konventionellen digitalen Reglern. *2. Workshop Fuzzy Control*. Dortmund.
- Lukas, P., K. Rehfeldt und A. Schöne.** 1994. Verfahren zur Adaption von Fuzzy–Reglern für nichtlineare Regelungssysteme. *VDI Bericht 1113. Fuzzy Control*, 419–437.
- Malki, H., H. Li und G. Chen.** 1994. New Design and Stability Analysis of Fuzzy Proportional–Derivative Control Systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol 2, 285–294.
- Meyer–Gramann, K und E. Jüngst.** 1994. Fuzzy Control – schnell und kostengünstig implementiert mit Standard–Hardware. *Automatisierungstechnik at* 41. 166–172.
- Pedrycz, W.** 1993. *Fuzzy Control and Fuzzy Systems*. New York: John Wiley & Sons.
- Rommelfanger, H.** 1994. *Fuzzy Decision Support–Systeme*. Berlin: Springer.
- Su, C. und Y. Stepanenko.** 1994. Adaptive Control of a Class of Nonlinear Systems with Fuzzy Logic. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 2. 285–294.
- Wang, L.** 1994a. *Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis* Englewood Cliffs N.J.: Prentice Hall.
- Wang, L.** 1994b. A Supervisory Controller for Fuzzy Control Systems that guarantees Stability. *IEEE Transactions on Automatic Control* 39. 1845–1847.
- Ying, H., W. Silver und J. Buckley.** 1990. Fuzzy Control Theory: A Nonlinear Case. *Automatica* 26. 513–520.