

DIRK SÖFFKER

## Kopplungen in Balkenelementen - Systematische nichtlineare finite Modellbildung und Simulation innerer Kopplungen höherer Ordnung

*Modellbildung und Simulation flexibler Strukturen und Elemente spielen in zunehmendem Maß auch auf Grund von Raumfahrtanwendungen eine bedeutende Rolle. In diesem Beitrag wird die geometrisch nichtlineare Modellbildung elastischer Balken als finites Element dargestellt. Hierbei wird eine Systematik angewandt mit der Kopplungen höherer Art in Folge der Berücksichtigung quadratischer Kinematikterme und quadratischer Zustandsvariablen dargestellt werden können. Die dennoch matrizielle Darstellung läßt sich leicht in bestehende MKS- oder FEM - Umgebungen integrieren.*

*An Hand eines sehr weichen elastischen Balkens als Simulationsbeispiel werden einige innere Kopplungen als elastische Kopplungen dargestellt.*

### 1. Modellbildung

Die Modellbildung eines finiten Balkenelementes unter Berücksichtigung der geometrisch nichtlinearen Verformung ist in [1] entwickelt worden. Hierbei wird die nichtlineare Kinematik bis hin zu quadratischen Termen entwickelt. Zur Herleitung der Bewegungsgleichungen wurde das Prinzip der virtuellen Arbeit verwendet, wobei hier Kopplungen in den Verschiebungen prinzipiell bis zu Termen 2. Ordnung erhalten bleiben. Mit Hilfe einer speziellen zustandsabhängigen Matrizendarstellung können nun die Balkengleichungen in struktur-dynamisch angenehmer Matrizendarstellung als Balkenmodell 3. Ordnung genutzt werden. Dies bedeutet auch die leichte Integrierbarkeit elastischer Balkenelementdarstellungen höherer Ordnung in übliche Struktur-dynamikdarstellungen.

### 2. Kopplungen höherer Ordnung

In der Struktur-dynamik sind auf Grund der matriziellen Darstellung die einzelnen Balkenschwingungsgleichungen in der linearen Darstellung typischerweise entkoppelt. In diesem Sinn können Kopplungen höherer Ordnung auf Grund • einer Linearisierung quadratischer Terme, oder • auf Grund von verkoppelten (hier: quadratischen) Termen entstehen. Für den ersten Fall ist die lineare Darstellung weiterhin ausreichend, der zweite Fall kann z.B. ueber die in [1] angegebene zustandsabhängige Matrizendarstellung 'gehandelt' werden.

Kopplungen höherer Ordnungen sind bekannt • als 'Dynamic - Stiffening' Terme, welche auf Grund von axialen Zuglasten, z.B. durch Fliehkräfte zur Versteifung der Biegeschwingungen führen, aber auch • in Form der Biege - Torsions Kopplung, welche zum Kippen des Balkens führen kann, vgl. z.B. [2].

In den letzten Jahren sind zahlreiche Arbeiten zur Bedeutung dieser Kopplungen und deren leichte Berücksichtigung z.B. in MKS - Programmen entwickelt worden, z.B. [3].

In [1] finden sind zahlreiche Kopplungsbeispiele, von denen hier nur der aufweichende Effekt bei sehr elastischen Balkensystemen, z.B. bei Weltraumauslegerarmen bei gleichzeitiger dynamischer Versteifung dargestellt sein soll.

### 3. Simulationsergebnisse

Als Simulationsbeispiele werden hier der sehr weiche Teleskopauslegerarm aus [1] und der NASA Minimast gegenübergestellt. Nur die für die auf Grund der geometrischen Nichtlinearität relevanten Terme sind nachfolgend in der 'Steifigkeitsmatrix'

$$K_{e,0,nl,us} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2}EA \sum_{i=1}^4 u_{yi} D_{g'ih'g'} & \frac{1}{2}EA \sum_{i=1}^4 u_{zi} D_{g'ih'g'} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ EA \sum_{i=1}^4 u_{yi} D_{g'ig'h'} & \dots & 0 & 0 \\ EA \sum_{i=1}^4 u_{zi} D_{g'ig'h'} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

dargestellt. Die Darstellungsweise ist im Detail in [1] entwickelt worden. Dort sind ebenfalls weitere 'Steifigkeitsanteile' angegeben. Ausgehend vom Zustandsvektor der Verschiebungen und Neigungen  $u = (u_x^T \beta^T u_y^T u_z^T)^T$ , welche die axialen Verschiebungen  $u_x$ , die Torsion  $\beta$  und die Biegevariablen  $u_y, u_z$  bezeichnen, werden unterschiedliche Kopplungen dargestellt. Die Terme der 1. Zeile koppeln hier die Biegebewegung in die Axialgleichung, die Terme der 1. Spalte verknüpfen die Axialverschiebung mit der Biegeverschiebung in die Biegegleichungen. Letztere Terme sind für den 'Stiffening - Effekt' verantwortlich. Eine Linearisierung nach den Biegevariablen  $\frac{\partial}{\partial u_y}, \frac{\partial}{\partial u_z}$  würde hier eine lineare Kopplung mit der Axialgleichung ergeben. Eine Linearisierung der ersten Zeile nach  $\frac{\partial}{\partial u_x}$  würde die angegebene Kopplung streichen, weshalb sie bisher auch nicht systematisch berücksichtigt wurde, obwohl sie, wie z.B. in [3], bei einer systematischen Betrachtung leicht bestimmt werden kann, allerdings in der üblichen matriziellen Darstellung nicht berücksichtigt werden konnte, wie z.B. in [4].

Die Biegeauslenkung des Endeffektors bei einem ebenen rotatorischen Anfahrmanöver ist in den folgenden Darstellungen wiedergegeben:

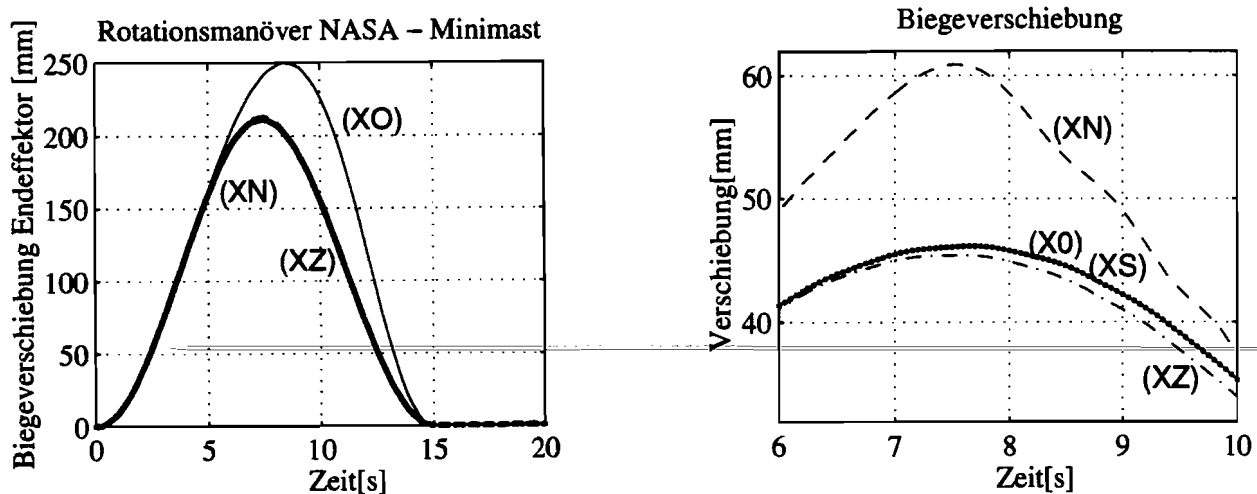


Bild 1: Biegeauslenkung des Endeffektors beim NASA-Minimast (links) und beim Teleskopauslegerarm aus [1] (rechts), (Anfahrmanöver:  $T_o = 15 \text{ sec}$ ,  $\Omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ )

Dargestellt sind die Auslenkungen bei Berücksichtigung aller Kopplungen, also als Modell 3. Ordnung (XN), bei Berücksichtigung ausschließlich der 'Stiffening - Kopplungen' (XZ), bei Berücksichtigung ausschließlich der anderen Kopplungen (XS) und des linearen Modells (XO).

Die Biegeauslenkung des Teleskopauslegerarmes wird maßgeblich durch beide Kopplungen beeinflusst. Der zu erwartende 'Stiffening - Effekt' gegenüber der linearen Darstellung tritt nur auf, wenn die 'Kopplungen der 1. Zeile' nicht berücksichtigt werden. Dies bedeutet, daß bei dieser sehr weichen Struktur beide Kopplungen relevant sind, also ein Balkenmodell 3. Ordnung zur korrekten Modellierung notwendig ist. Im Gegensatz hierzu bestimmt beim NASA - Minimast der klassische 'Stiffening - Effekt' die Dynamik.

Beide Strukturen weisen eine ähnliche Geometrie und Massenbelegung auf, der NASA - Minimast ist jedoch auf Grund seiner Bauweise steifer.

Weitere analytische Betrachtungen sind nunmehr notwendig, um in Abhängigkeit von Geometrie- und Materialparametern sowie Belastungsmanövern die Notwendigkeit der Berücksichtigung von Termen höherer Ordnung analytisch zu zeigen, da in [1] dargestellt wurde, daß einige Terme das Systemverhalten destabilisieren können.

#### 4. References

- 1 Söffker, D.: Zur Modellbildung und Regelung längenvariabler, elastischer Roboterarme. Dissertation. Bergische Universität Wuppertal, 1995.
- 2 Bremer, H.; Pfeiffer, F.: Elastische Mehrkörpersysteme, Verlag Teubner, 1992.
- 3 Botz, M.: Zur Dynamik von Mehrkörpersystemen mit elastischen Balken. Dissertation. TH Darmstadt, 1992.
- 4 Albrecht, S.: Bewegungsgleichungen elastischer Balken und Platten für MKS-Simulationen. Bericht IB. Nr. 515-92/09, DLR - Institut für Dynamik der Flugsysteme, Oberpfaffenhofen, 1992.

Address: Dirk Söffker, Sicherheitstechnische Regelungs- und Meßtechnik, Bergische Universität - Gesamthochschule Wuppertal, D-42097 Wuppertal, Bundesrepublik Deutschland.