

Übungsblatt 2

Automaten und Formale Sprachen

Sommersemester 2019, Übungsleitung: Dennis Nolte, Lara Stoltenow

Abgabe¹: Montag, 29. April 2019, 10:00 Uhr

Aufgabe 4: Grammatiken und ihre Sprachen

(6 Punkte)

(a) Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Im folgenden sind mehrere Grammatiken G_i aufgeführt. Geben Sie für jede dieser Grammatiken die Sprache an, die von der Grammatik erzeugt wird. Benutzen Sie dazu vorzugsweise Mengennotation oder Ihre eigenen Worte.

(i) $G_1 = (\{S\}, \Sigma, P, S)$, wobei P definiert ist als: $S \rightarrow \varepsilon \mid aSb$ (1 P)

(ii) $G_2 = (\{S, A, B\}, \Sigma, P, S)$, wobei P definiert ist als: (1,5 P)

$$S \rightarrow AB \quad A \rightarrow aA \mid \varepsilon \quad B \rightarrow bB \mid \varepsilon \quad ab \rightarrow ba \quad ba \rightarrow ab$$

(b) Im folgenden sind verschiedene Sprachen L_i gegeben. Geben Sie für jede der Sprachen eine Grammatik an, die genau diese Sprache erzeugt.

(i) $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ ist die Binärdarstellung einer ungeraden Zahl}\}$ (1 P)

(ii) $L_2 = \emptyset$, wobei das Alphabet $\{a, b\}$ ist. (1 P)

(iii) $L_3 = \{w_1w_2 \mid w_1 \in \{a, b\}^*, w_2 \in \{b, c\}^*\}$ (1,5 P)

¹Abgabemöglichkeiten für Ihre Lösungen: Briefkasten neben LF 259 (Campus Duisburg) oder per Moodle <https://moodle.uni-due.de/course/view.php?id=15777>

Aufgabe 5: Grammatiken und Chomsky-Hierarchie

(7 Punkte)

- (a) Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Ordnen Sie die folgenden Grammatiken so genau wie möglich in die Chomsky-Hierarchie ein. Geben Sie an, welche Sprachen ($L(G_i) = \{\dots\}$) von den Grammatiken erzeugt werden und von welchem Chomsky-Typ diese sind.

- (i) Sei $G_1 = (\{S\}, \Sigma, P, S)$, wobei P wie folgt gegeben sei: (2P)

$$S \rightarrow aSb \mid aS \mid \varepsilon$$

- (ii) Sei $G_2 = (\{S, A\}, \Sigma, P, S)$, wobei P wie folgt gegeben sei: (2P)

$$S \rightarrow aA \mid a \mid bS$$

$$A \rightarrow aS \mid bA \mid b$$

- (b) Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie für jede der folgenden Sprachen eine Grammatik maximalen Chomsky-Typs an, wobei Typ-3 der größte Typ und Typ-0 der kleinste Typ sind:

- (i) $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält mindestens ein } b\}$ (1,5 P)

- (ii) $L_4 = \{a^n b^k \mid n, k \in \mathbb{N}_0 \wedge n < k\}$ (1,5 P)

Aufgabe 6: Wortproblem

(7 Punkte)

Überprüfen Sie mit Hilfe des Wortproblem-Algorithmus' aus der Vorlesung, ob die folgenden Wörter in der Sprache der jeweiligen Grammatik liegen:

- (a) $G_1 = (\{S, X\}, \{a, b\}, P, S)$, wobei P wie folgt gegeben sei:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aX \\ X &\rightarrow aXb \mid bXa \mid ab \mid ba \\ aX &\rightarrow Xa \end{aligned}$$

Entscheiden Sie, ob das Wort $baaba$ zu der Sprache $L(G_1)$ gehört. (3P)

- (b) Sei $G_2 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$, wobei P wie folgt gegeben sei:

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow SAB \mid aB & aA \rightarrow aa & aB \rightarrow ab \\ & bB \rightarrow bb & BA \rightarrow AB \end{array}$$

Entscheiden Sie, ob das Wort $aaaabb$ zu der Sprache $L(G_2)$ gehört. (3P)

- (c) Geben Sie eine möglichst kleine Typ-0-Grammatik und ein von der Grammatik erzeugtes Wort an, so dass der Wortproblem-Algorithmus nicht erkennt, dass das Wort von der Grammatik erzeugt wird. (1P)