*Universität Duisburg-Essen*
*Fakultät für Ingenieurwissenschaften*
*Abteilung Informatik und Angewandte Kognitionswissenschaften*
*Fachbereich Theoretische Informatik*
*Prof. Dr. Barbara König*

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

# Übungsblatt 8

**Automaten und Formale Sprachen**

Sommersemester 2019, Übungsleitung: Dennis Nolte, Lara Stoltenow

Abgabe[1]: Mittwoch, 12. Juni 2019[2], 10:00 Uhr

**Aufgabe 24** *Pumping-Lemma für Fortgeschrittene* (5 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Beweisen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind:

(a) $L_1 = \{a^{m^2} \mid m \in \mathbb{N}_0\}$ (2,5 P)

(b) $L_2 = \{a^n b a^{2n} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ (2,5 P)

*Hinweis:* Nur die Lücken des Lückentextes anzugeben ist *nicht ausreichend*. Schreiben Sie den vollständigen Beweis auf!

[1] *Abgabemöglichkeiten für Ihre Lösungen:* Briefkasten neben LF 259 (Campus Duisburg) oder per Moodle `https://moodle.uni-due.de/course/view.php?id=15777`

[2] Einmalig geändert wegen Pfingstferien

**Aufgabe 25** *Äquivalenz von Wörtern* (6 Punkte)

In den folgenden zwei Teilaufgaben soll die Äquivalenz von Wörtern bezüglich der Myhill-Nerode Äquivalenzrelation überprüft werden. Begründen Sie dabei die Korrektheit Ihrer Lösungen in jeder Teilaufgabe.

(a) Gegeben sei die Sprache $L_1 = \{(abc)^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Im Folgenden wird die Myhill-Nerode-Äquivalenzrelation $\equiv_{L_1}$ verwendet.

  (i) Geben Sie für jedes der Wörter $a$, $c$ und $abc$ jeweils ein weiteres Wort an, das zu dem jeweiligen Wort äquivalent ist. Geben Sie außerdem ein Wort an, das zu keinem der drei Wörter äquivalent ist. (2 P)

  (ii) Geben Sie die Äquivalenzklasse, in der das Wort $a$ liegt und die Äquivalenzklasse in der das Wort $abc$ liegt, jeweils in Mengennotation, an. (1 P)

(b) Gegeben sei die Sprache $L_2 = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N}_0 \text{ und } n + m \text{ ist gerade}\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Im Folgenden wird die Myhill-Nerode-Äquivalenzrelation $\equiv_{L_2}$ verwendet.

  (i) Geben Sie für jedes der Wörter $ab$, $b$ und $a$ jeweils ein weiteres Wort an, das zu dem jeweiligen Wort äquivalent ist. Geben Sie außerdem ein Wort an, das zu keinem der drei Wörter äquivalent ist. (2 P)

  (ii) Geben Sie die Äquivalenzklasse, in der das Wort $ab$ liegt und die Äquivalenzklasse in der das Wort $a$ liegt, jeweils in Mengennotation, an. (1 P)

*Hinweis:* Verwechseln Sie *nicht* die Myhill-Nerode-Äquivalenzklassen mit der in Aufgabe 23 behandelten Sprache eines Zustandes! (An einem Automaten veranschaulicht, sind Äquivalenzklassen Mengen von Wörtern, die zu erkennungsäquivalenten Zuständen *hin*führen, während die Sprache eines Zustands Mengen von Wörtern sind, die von einem Zustand *weg* zu einem Endzustand führen.)

**Aufgabe 26** *Modelle für reguläre Sprachen (alte Klausuraufgabe)* (6 Punkte)

Sei die folgende reguläre Sprache über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ gegeben:

$$L = \{wv \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält genau ein } a \text{ und } v \text{ enthält genau ein } b\}$$

(a) Geben Sie eine reguläre Grammatik an, die $L$ erzeugt. (2 P)

(b) Geben Sie einen endlichen Automaten an, der $L$ akzeptiert. (2 P)

(c) Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der $L$ erzeugt. (1 P)

(d) Ist die Sprache $L$ endlich? (1 P)

**Aufgabe 27** *Abschlusseigenschaften und Sprachklassifikation* (3 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Gegeben ist die Sprache

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$$

Begründen Sie mit Hilfe der Abschlusseigenschaften für reguläre Sprachen, warum $L$ nicht regulär sein kann. Sie dürfen verwenden, dass die Sprache $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ nicht regulär ist.

(Insgesamt werden für diese Übungsaufgaben **20** Punkte vergeben.)