

Logik

Die Hausaufgaben zu diesem Übungsblatt müssen bis spätestens Mittwoch, den 14. November 2018 um 16:00 Uhr abgegeben werden. Bitte werfen Sie Ihre Abgabe in den mit *Logik* beschrifteten Briefkasten neben Raum LF259, *oder* geben Sie sie online ab über die MOODLE-Plattform. Wenn Sie online abgeben, laden Sie bitte ihre Lösungen in Form einer einzigen pdf-Datei hoch. Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe *deutlich* Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer, die Gruppennummer und die Vorlesung (“Logik”).

Aufgabe 8 *Vollständigkeit von Operatormengen* (6 Punkte)

- (a) Argumentieren Sie, dass $\{\wedge, \vee\}$ keine vollständige Operatormenge ist. (1p)
- (b) Zeigen Sie, dass die Operatormenge $\{\rightarrow, 1\}$ vollständig ist, wobei 1 eine gültige Formel repräsentiert und \rightarrow durch folgende Wahrheitstafel definiert wird:

A	B	$A \rightarrow B$	B
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0

(2p)

- (c) Überprüfen Sie, ob die Operatormenge $\{\rightarrow, 0\}$ vollständig ist, wobei 0 eine unerfüllbare Formel repräsentiert und \rightarrow der übliche Implikationsoperator ist. (3p)

Hinweis: Sie wissen aus der Vorlesung, dass die Operatormengen $\{\neg, \wedge\}$ und $\{\neg, \vee\}$ vollständig sind. Diese Tatsache dürfen Sie in ihren Argumentationen verwenden.

Aufgabe 9 *Die (un)endliche Geschichte* (8 Punkte)

- (a) Sei M eine (endliche oder unendliche) Menge von Formeln und F eine Formel. Zeigen Sie, dass $M \models F$ gilt genau dann, wenn $M \cup \{\neg F\}$ unerfüllbar ist. (4p)

Hinweis: Um eine Aussage der Form „ X genau dann, wenn Y “ zu beweisen, braucht man zwei Teilbeweise: erstens, nimmt man X an, und beweist unter dieser Annahme, dass Y gilt; und zweitens, nimmt man Y an, und beweist unter dieser Annahme, dass X gilt.

- (b) Zeigen Sie mit Hilfe des Endlichkeitssatzes und des Ergebnisses der Aufgabe (a), dass die folgende Aussage gilt:

Es gelte $M \models F$ für eine unendliche Menge M . Dann gibt es eine endliche Teilmenge $M' \subseteq M$, so dass $M' \models F$ gilt.

(4p)

Aufgabe 10 *Viva la Resolution!*

(6 Punkte)

Überprüfen Sie mit Hilfe der Resolution, ob die folgenden Formeln erfüllbar sind. Wenn eine Formel unerfüllbar ist, reicht eine Ableitung der leeren Klausel. Ansonsten müssen Sie alle Resolventen der angegebenen Formel auflisten.

(a) $(A \vee B \vee \neg C) \wedge \neg B \wedge C \wedge (\neg A \vee \neg C)$. (3p)

(b) $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee C) \wedge \neg C \wedge (\neg B \vee D)$ (3p)

(Insgesamt werden für diese Übungsaufgaben **20** Punkte vergeben.)