

Logik

Die Hausaufgaben zu diesem Übungsblatt müssen bis spätestens Mittwoch, den 05. Dezember 2018 um 16:00 Uhr abgegeben werden. Bitte werfen Sie Ihre Abgabe in den mit *Logik* beschrifteten Briefkasten neben Raum LF259, *oder* geben Sie sie online ab über die MOODLE-Plattform. Wenn Sie online abgeben, laden Sie bitte ihre Lösungen in Form einer einzigen pdf-Datei hoch. Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe *deutlich* Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer, die Gruppennummer und die Vorlesung (“Logik”).

Aufgabe 17 *Syllogismen Reloaded* (6 Punkte)

Auf dem ersten Übungsblatt haben wir uns mit Syllogismen von Aristoteles beschäftigt. Gegeben seien die folgenden Syllogismen:

- (a) Alle P sind M (1 p)
- (b) Kein P ist M (1 p)
- (c) Einige S sind M (1 p)
- (d) Einige S sind nicht M (1 p)
- (e) Kein P ist M , einige S sind M , dann gilt: einige S sind nicht P (2 p)

Formalisieren Sie diese Aussagen mit Hilfe der Prädikatenlogik. Verwenden Sie dazu die einstelligen Prädikatsymbole S , M und P .

Aufgabe 18 *Strukturen* (6 Punkte)

In dieser Aufgabe ist a eine Konstante, P ein einstelliges Prädikat, R ein zweistelliges Prädikat und f eine einstellige Funktion. Gegeben seien die folgende Strukturen \mathcal{A} und \mathcal{B} :

$\mathcal{A} = (U_{\mathcal{A}}, I_{\mathcal{A}})$, wobei $U_{\mathcal{A}} = \{a, b, c\}$, und	$\mathcal{B} = (U_{\mathcal{B}}, I_{\mathcal{B}})$, mit $U_{\mathcal{B}} = \mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$ und
$a^{\mathcal{A}} = c$	$a^{\mathcal{B}} = 0$
$P^{\mathcal{A}} \subseteq U_{\mathcal{A}}$	$P^{\mathcal{B}} \subseteq U_{\mathcal{B}}$
$P^{\mathcal{A}} = \{a, b\}$	$P^{\mathcal{B}} = \{x \mid x \bmod 2 = 0\}$
$R^{\mathcal{A}} \subseteq U_{\mathcal{A}} \times U_{\mathcal{A}}$	$R^{\mathcal{B}} \subseteq U_{\mathcal{B}} \times U_{\mathcal{B}}$
$R^{\mathcal{A}} = \{(c, a), (c, b), (c, c)\}$	$R^{\mathcal{B}} = \{(x, y) \mid x > y\}$
$f^{\mathcal{A}}: U_{\mathcal{A}} \rightarrow U_{\mathcal{A}}$	$f^{\mathcal{B}}: U_{\mathcal{B}} \rightarrow U_{\mathcal{B}}$
$f^{\mathcal{A}}(a) = b$	$f^{\mathcal{B}}(x) = 2 \cdot x$
$f^{\mathcal{A}}(b) = a$	
$f^{\mathcal{A}}(c) = c$	

Geben Sie jeweils für die folgenden Formeln F_1, F_2, F_3 an, ob \mathcal{A} ein Modell für F_i ($\mathcal{A} \models F_i$) oder ob \mathcal{B} ein Modell für F_i ($\mathcal{B} \models F_i$) mit $1 \leq i \leq 3$ ist.

(Es ist auch möglich, dass keine oder beide Aussagen gelten.)

$$F_1 = \exists x \exists y (R(f(x), y) \wedge P(x))$$

$$F_2 = \forall x \forall y (R(x, a) \rightarrow R(x, y))$$

$$F_3 = \forall x (R(x, a) \rightarrow P(f(x)))$$

Begründen Sie *kurz* Ihre Antworten. Antworten ohne Begründung erhalten Punkteabzug.

Aufgabe 19 *Finde (k)ein Modell*

(8 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Formeln jeweils zwei passende Strukturen \mathcal{A}_i und \mathcal{B}_i an, so dass \mathcal{A}_i ein Modell und \mathcal{B}_i kein Modell für F_i , $1 \leq i \leq 3$, ist. Begründen Sie ihre Antworten. Antworten ohne Begründung erhalten *keine* Punkte.

(a) $F_1 = \exists x \forall y (P(x) \wedge Q(x, y))$ (2 p)

(b) $F_2 = \forall x (P(a) \leftrightarrow \neg P(f(x)))$ (2 p)

(c) $F_3 = \forall x (Q(x, a) \rightarrow \exists z R(x, g(x, z)))$ (4 p)

(Insgesamt werden für diese Übungsaufgaben **20** Punkte vergeben.)