

## Logik

Die Hausaufgaben zu diesem Übungsblatt müssen bis spätestens Mittwoch, den 05. Dezember 2018 um 16:00 Uhr abgegeben werden. Bitte werfen Sie Ihre Abgabe in den mit *Logik* beschrifteten Briefkasten neben Raum LF259, *oder* geben Sie sie online ab über die MOODLE-Plattform. Wenn Sie online abgeben, laden Sie bitte ihre Lösungen in Form einer einzigen pdf-Datei hoch. Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe *deutlich* Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer, die Gruppennummer und die Vorlesung (“Logik”).

### Aufgabe 17 *Syllogismen Reloaded*

(6 Punkte)

Auf dem ersten Übungsblatt haben wir uns mit Syllogismen von Aristoteles beschäftigt. Gegeben seien die folgenden Syllogismen:

- (a) Alle  $P$  sind  $M$  (1 p)
- (b) Kein  $P$  ist  $M$  (1 p)
- (c) Einige  $S$  sind  $M$  (1 p)
- (d) Einige  $S$  sind nicht  $M$  (1 p)
- (e) Kein  $P$  ist  $M$ , einige  $S$  sind  $M$ , dann gilt: einige  $S$  sind nicht  $P$  (2 p)

Formalisieren Sie diese Aussagen mit Hilfe der Prädikatenlogik. Verwenden Sie dazu die einstelligen Prädikatsymbole  $S$ ,  $M$  und  $P$ .

### Aufgabe 18 *Strukturen*

(6 Punkte)

In dieser Aufgabe ist  $a$  eine Konstante,  $P$  ein einstelliges Prädikat,  $R$  ein zweistelliges Prädikat und  $f$  eine einstellige Funktion. Gegeben seien die folgende Strukturen  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{B}$ :

$\mathcal{A} = (U_{\mathcal{A}}, I_{\mathcal{A}})$ , wobei $U_{\mathcal{A}} = \{a, b, c\}$ , und	$\mathcal{B} = (U_{\mathcal{B}}, I_{\mathcal{B}})$ , mit $U_{\mathcal{B}} = \mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$ und
$a^{\mathcal{A}} = c$	$a^{\mathcal{B}} = 0$
$P^{\mathcal{A}} \subseteq U_{\mathcal{A}}$	$P^{\mathcal{B}} \subseteq U_{\mathcal{B}}$
$P^{\mathcal{A}} = \{a, b\}$	$P^{\mathcal{B}} = \{x \mid x \bmod 2 = 0\}$
$R^{\mathcal{A}} \subseteq U_{\mathcal{A}} \times U_{\mathcal{A}}$	$R^{\mathcal{B}} \subseteq U_{\mathcal{B}} \times U_{\mathcal{B}}$
$R^{\mathcal{A}} = \{(c, a), (c, b), (c, c)\}$	$R^{\mathcal{B}} = \{(x, y) \mid x > y\}$
$f^{\mathcal{A}}: U_{\mathcal{A}} \rightarrow U_{\mathcal{A}}$	$f^{\mathcal{B}}: U_{\mathcal{B}} \rightarrow U_{\mathcal{B}}$
$f^{\mathcal{A}}(a) = b$	$f^{\mathcal{B}}(x) = 2 \cdot x$
$f^{\mathcal{A}}(b) = a$	
$f^{\mathcal{A}}(c) = c$	

Geben Sie jeweils für die folgenden Formeln  $F_1, F_2, F_3$  an, ob  $\mathcal{A}$  ein Modell für  $F_i$  ( $\mathcal{A} \models F_i$ ) oder ob  $\mathcal{B}$  ein Modell für  $F_i$  ( $\mathcal{B} \models F_i$ ) mit  $1 \leq i \leq 3$  ist.

(Es ist auch möglich, dass keine oder beide Aussagen gelten.)

$$F_1 = \exists x \exists y (R(f(x), y) \wedge P(x))$$

$$F_2 = \forall x \forall y (R(x, a) \rightarrow R(x, y))$$

$$F_3 = \forall x (R(x, a) \rightarrow P(f(x)))$$

Begründen Sie *kurz* Ihre Antworten. Antworten ohne Begründung erhalten Punkteabzug.

**Aufgabe 19** *Finde (k)ein Modell*

(8 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Formeln jeweils zwei passende Strukturen  $\mathcal{A}_i$  und  $\mathcal{B}_i$  an, so dass  $\mathcal{A}_i$  ein Modell und  $\mathcal{B}_i$  kein Modell für  $F_i$ ,  $1 \leq i \leq 3$ , ist. Begründen Sie ihre Antworten. Antworten ohne Begründung erhalten *keine* Punkte.

(a)  $F_1 = \exists x \forall y (P(x) \wedge Q(x, y))$  (2 p)

(b)  $F_2 = \forall x (P(a) \leftrightarrow \neg P(f(x)))$  (2 p)

(c)  $F_3 = \forall x (Q(x, a) \rightarrow \exists z R(x, g(x, z)))$  (4 p)

(Insgesamt werden für diese Übungsaufgaben **20** Punkte vergeben.)