

Logik

Die Hausaufgaben zu diesem Übungsblatt müssen bis spätestens Mittwoch, den 16. Januar 2019 um 16:00 Uhr abgegeben werden. Bitte werfen Sie Ihre Abgabe in den mit *Logik* beschrifteten Briefkasten neben Raum LF259, *oder* geben Sie sie online ab über die MOODLE-Plattform. Wenn Sie online abgeben, laden Sie bitte ihre Lösungen in Form einer einzigen pdf-Datei hoch. Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe *deutlich* Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer, die Gruppennummer und die Vorlesung ("Logik").

Aufgabe 31 *Herbrand-Universen und -Expansionen* (8 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Formeln F_i ($i = 1, 2, 3, 4$) jeweils das Herbrand-Universum $D(F_i)$ und die dazu passende Herbrand-Expansion $E(F_i)$ an. Falls sich eine Formel F_i ($i = 1, 2, 3, 4$) nicht in Skolemform befindet, so bestimmen Sie die Skolemform F'_i und geben das Herbrand-Universum $D(F'_i)$ und die passende Herbrand-Expansion $E(F'_i)$ für die in Skolemform gebrachte Formel F'_i an.

(a) $F_1 = \forall x \left((P(x) \rightarrow Q(x, x)) \leftrightarrow R(x) \right)$ (1p)

(b) $F_2 = \forall x \left(Q(a, f(x)) \rightarrow R(b) \right)$ (2p)

(c) $F_3 = \forall x \forall y \left((R(x) \wedge R(y)) \rightarrow \neg R(g(x, y)) \right)$ (2p)

(d) $F_4 = \forall x \exists y \left(Q(x, f(y)) \vee R(x) \right)$ (3p)

(*Hinweis:* Geben Sie für unendliche Herbrand-Universen und -Expansionen mindestens so viele Elemente an, dass das Schema der Elemente deutlich wird.)

Aufgabe 32 *Algorithmus von Gilmore* (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass $F = \neg \forall x (P(x) \wedge \exists x \neg P(f(x)))$ gültig ist. Gehen Sie dabei folgendermaßen vor:

(a) Bringen Sie zunächst $\neg F$ in Klauselnormalform. (3p)

(b) Zeigen Sie anschließend mit dem Algorithmus von Gilmore, dass $\neg F$ unerfüllbar ist. Wählen Sie dazu eine geeignete Aufzählung der Herbrand-Expansion. (3p)

Aufgabe 33 *Grundresolution* (6 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe von Grundresolution, dass die folgenden Formeln unerfüllbar sind:

(a) $F_1 = \forall x \left(R(f(x), x) \wedge (\neg P(x) \vee \neg P(f(x))) \wedge (\neg R(x, a) \vee P(x)) \wedge R(f(f(x)), x) \right)$ (3p)

(b) $F_2 = \forall x \forall y \left((\neg P(y) \vee Q(b)) \wedge P(f(x)) \wedge (\neg R(x, x) \vee \neg Q(y)) \wedge (\neg P(x) \vee R(x, f(y))) \right)$ (3p)

Geben Sie die Resolutionsbeweise an.

(Insgesamt werden für diese Übungsaufgaben **20** Punkte vergeben.)