

## Kurze Themenbeschreibungen

Aufgrund der aktuellen Lage verteilen wir die Themen via E-Mail. Unten ist eine Auflistung der Themen mit kurzen Beschreibungen zu finden. Meist ist eine kurze Wikipedia-Suche auch schon recht aufklärend, ob einem das Thema liegen könnte oder nicht.

Bei Interesse an einer Teilnahme am Seminar würden wir Sie bitten, Herrn Eggert bis zum 27.04 eine E-Mail zu schreiben (richard.eggert@uni-due.de), bei der Sie folgende Angaben machen:

- 1. Themenwunsch:
- 2. Themenwunsch:
- 3. Themenwunsch:

Hierbei wird ihr 1. Themenwunsch ihnen eher zugeordnet als der 2 und 3. Bitte geben Sie auch an, ob Sie sich im Bachelor- oder Masterstudium befindet. Einige Themen sind deutlich schwieriger als andere, deshalb würden wir es bevorzugen, einfache Themen an Bachelorstudenten und sehr schwierige an Masterstudenten zu vergeben.

### 1. Einführung in die lineare Optimierung

Schwierigkeit: ★ Literatur: [10, 3]

Im weiteren Verlauf des Seminars werden zahlreiche lineare Optimierungsprobleme auftauchen. Deshalb sollen in diesem Vortrag die Grundlagen für ein besseres Verständnis geschaffen werden. Hierbei sollen auch einige wichtige Aussagen dargelegt werden, die die theoretische Grundlagen bestärken sollen (Dualitätsresultate, etc.).

### 2. Lösungsverfahren für lineare Programme

Schwierigkeit: ★★ Literatur: [10, 3]

Lineare Programme können eine Vielzahl an Problemen lösen, deshalb ist ein effizientes Lösungsverfahren von großem Interesse. Hierzu soll das Simplex-Verfahren vorgestellt werden, eventuell kann auch kurz auf andere Lösungsverfahren eingegangen werden.

### 3. Kürzeste Wege

Schwierigkeit: ★ Literatur: [10, 4, 5]

In einem gerichteten Graph mit Kantengewichten soll ein kürzester Weg von einem speziellen Knoten zu einem anderen gefunden werden. Für dieses simple Problem gibt es eine Vielzahl an Lösungsverfahren und eine recht anschauliche LP-Formulierung.

### 4. Minimale Spannbäume und Branchings

Schwierigkeit: ★ Literatur: [10, 4, 11]

Spannbäume und Branchings sind zwei simple Graphkonstrukte. Hierbei sind minimale Spannbäume und Branchings mit maximalem Gewicht von besonderem Interesse. Um solche zu bestimmen gibt es einige Algorithmen, allerdings könne diese Probleme auch mit linearer Optimierung gelöst werden. Jedoch sind diese LP-Formulierungen eher kompliziert.

### 5. Maximale Netzwerkflüsse & Max-Flow/Min-Cut Theorem

Schwierigkeit: ★ Literatur: [10, 4, 14]

Gegeben sei ein Graph mit Kantenkapazitäten. Nun will man maximal viel "Fluss" von einem Knoten zu einem anderen senden. Hierzu gibt es recht nette Lösungsalgorithmen und eine sehr anschauliche LP-Formulierung. Das Problem der maximalen Netzwerkflüsse ist zudem eng mit dem Minimalen-Schnitt-Problem verwandt.

## 6. Flüsse mit minimalen Kosten

Schwierigkeit: ★★    Literatur: [10, 4]

B-Flüsse sind Flüsse, bei denen man angibt, wie viel in jeden Knoten herein und heraus fließt (in Relation zueinander). Unter diesen b-Flüssen möchte man nun den kostenminimalen finden. Auch hierzu gibt es Lösungsverfahren und eine lineare Optimierungsdarstellung.

## 7. Perfekte Matchings

Schwierigkeit: ★★    Literatur: [10, 4, 9]

In einem ungerichteten Graphen soll jedem Knoten genau ein Partner zugeordnet werden. Ist jeder Knoten verkoppelt, so liegt ein perfektes Matching vor. In bipartiten Graphen ist diese Verkopplung noch recht einfach zu finden, in allgemeinen Graphen geht das nur komplizierter. Auch sind lineare Programme nicht mächtig genug, um solche Matchings zu bestimmen, hierbei muss man eine stärkere Formulierung wählen.

## 8. Zeichnen von Graphen mit physikalisch-inspirierten Methoden

Schwierigkeit: ★★    Literatur: [2]

Einen gegebenen Graphen will man möglichst anschaulich darstellen. Hier schaffen physikalisch-inspirierte Methoden wie kräftebasierte Verfahren Abhilfe. Dieses Thema weicht etwas von den anderen Seminarthemen ab.

## 9. Baumweite und dynamisches Programmieren

Schwierigkeit: ★★    Literatur: [1]

Für manche schwierig zu lösende Probleme mag es sinnvoll sein, das Probleme in kleinere Probleme zu zerlegen. Dies lässt sich sehr gut an Bäumen illustrieren, wobei die Baumweite von entscheidender Bedeutung ist.

## 10. Ganzzahlige Optimierung

Schwierigkeit: ★★★    Literatur: [10, 6]

In Thema 7 war zu erkennen, dass lineare Probleme nicht jedes Problem lösen können. Ganzzahlige Optimierung ist eine Erweiterung der linearen Optimierung, wobei hier insbesondere Variablen auf ganze Zahlen beschränkt werden können. Allerdings sind ganzzahlige Programme schwer zu lösen; aufgrund ihrer Nützlichkeit sind entsprechende Lösungsverfahren (oder Lösungsapproximierungen) von großem Interesse.

## 11. Das Problem des chinesischen Postboten

Schwierigkeit: ★★    Literatur: [10, 7]

Der chinesische Postbote will jeden Knoten eines Graphen besuchen und dann wieder an seinem Startknoten enden. Natürlich ist eine möglichst kurze Route wünschenswert. Hier gibt es ein paar Varianten dieses Problems, zudem kann man eine optimale Route auch mit ganzzahliger Optimierung finden.

## 12. Das Problem des Handlungsreisenden

Schwierigkeit: ★★★    Literatur: [10, 12]

Der Handlungsreisende ähnelt dem chinesischen Postboten, allerdings will dieser jeden Knoten höchstens einmal besuchen. Dies entspricht dem Finden einer Hamiltonkreise, wozu man unter gewissen Umständen in der Lage ist.

### 13. Das Rucksackproblem

Schwierigkeit: ★★ Literatur: [10]

Man besitzt verschiedene Gegenstände, deren Wert und Größe sich unterscheiden. Wie kann ich möglichst viel "Wert" in meinen Rucksack stopfen, dessen Kapazität natürlich beschränkt ist. Hierzu gibt es recht nette algorithmische Lösungen, das Rucksackproblem ist auch ein klassisches Beispiel der ganzzahligen Optimierung.

### 14. Das Bin-Packing-Problem

Schwierigkeit: ★★ Literatur: [10]

Wieder besitzt man eine Vielzahl an Gegenständen unterschiedlicher Größe. Diese will man nun auf Behälter fester Größe verteilen, allerdings will man möglichst wenige Behälter benutzen. Zum Lösen dieses Problems gibt es unterschiedliche heuristische Herangehensweisen.

### 15. Matroide

Schwierigkeit: ★★★ Literatur: [10, 8, 13]

Matroide sind mathematische Strukturen, mit deren Hilfe der Begriff der Unabhängigkeit aus der linearen Algebra verallgemeinert wird. So gibt es beispielsweise das graphische Matroid, welches aus der Familie der Wälder eines Graphens besteht. Auch sind Matroidschnitte recht interessant, so kann man einen Hamiltonkreis als Schnitt dreier Matroide bestimmen.

## References

- [1] H.L. Bodlaender and A.M.C.A. Koster. Combinatorial optimization on graphs of bounded treewidth. *The Computer Journal*, 2007. <https://pdfs.semanticscholar.org/fcb5/d0e8a0e92ee9a6bd8a0150b38529de50d7c4.pdf>.
- [2] Ulrik Brandes. *Drawing on Physical Analogies*. pages 71-86, Springer Berlin Heidelberg, 2001.
- [3] Rainer E. Burkard and Uwe T. Zimmermann. *Einführung in die Mathematische Optimierung*. Springer, 2013.
- [4] William J. Cook, William H. Cunningham, William R. Pulleyblank, and Alexander Schrijver. *Combinatorial Optimization*. John Wiley & Sons, 2011.
- [5] Edsger W. Dijkstra. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik*, 1:269–271, 1959. <http://www-m3.ma.tum.de/foswiki/pub/MN0506/WebHome/dijkstra.pdf>.
- [6] Wolfgang Domschke, Andreas Drexl, Robert Klein, and Armin Scholl. *Einführung in Operations Research*, volume 9. Springer, 2015.
- [7] HA Eiselt, M. Gendreau, and G. Laporte. Arc routing problems. I: The chinese postman problem. *Operations research*, 43(2):231–242, 1995. <https://pubsonline.informs.org/doi/pdf/10.1287/opre.43.2.231>.
- [8] Hayley Hillman. Matroid theory. <https://www.whitman.edu/Documents/Academics/Mathematics/hillman.pdf>. Accessed: 2020-02-13.
- [9] John E. Hopcroft and Richard M. Karp. An  $n^{5/2}$  algorithm for maximum matchings in bipartite graphs. *SIAM J. Comput.*, 2(4):225–231, 1973.
- [10] Bernhard Korte and Jens Vygen. *Kombinatorische Optimierung*, volume 3. Springer, 2018.
- [11] J.B. Kruskal. On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 7(1):48–50, 1956. <http://5010.mathed.usu.edu/Fall2018/THigham/Kruskal.pdf>.

- [12] Adam N. Letchford, Saeideh D. Nasiri, and Dirk Oliver Theis. Compact formulations of the steiner traveling salesman problem and related problems. *European Journal of Operational Research*, 228(1):83–92, 2013.
- [13] Angelika Steger. *Kombinatorik, Graphentheorie, Algebra*, volume 1. Springer, 2001.
- [14] Vince Vatter. Graphs, flows, and the ford-fulkerson algorithm. <https://moodle.uni-due.de/pluginfile.php/970217/course/section/187270/vatter2004.pdf>.