Veranstaltung

„Logistik und Materialfluss (Lagerlogistik)“, Sommersemester 2013

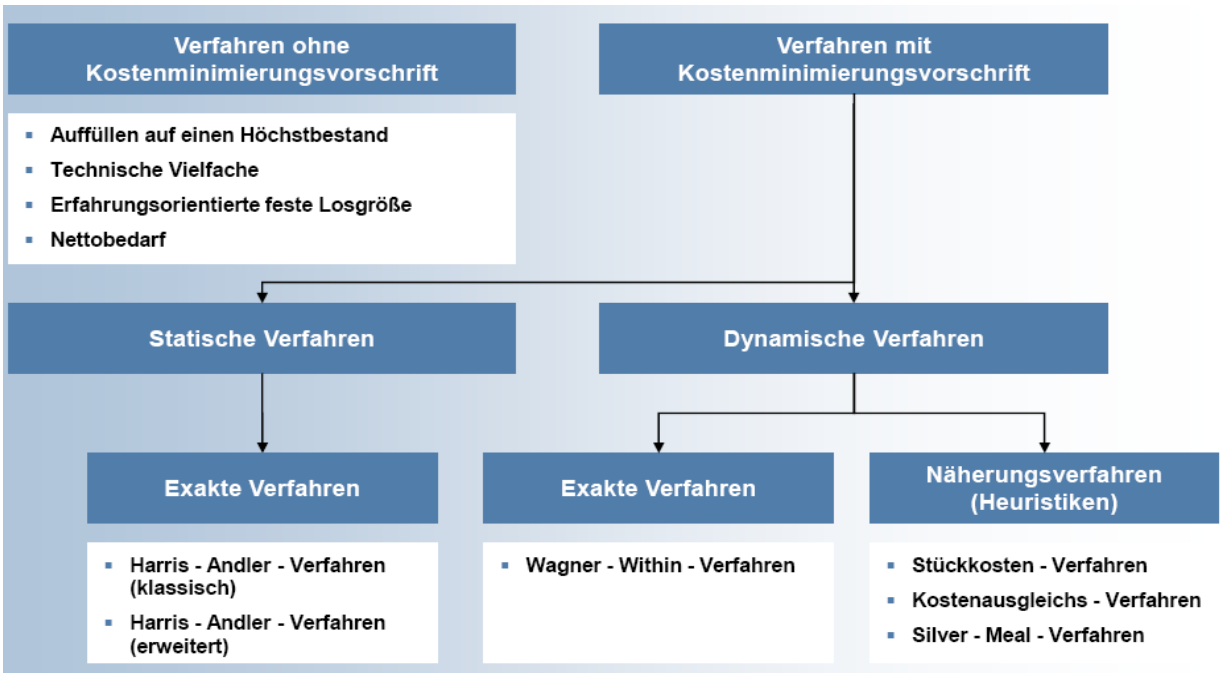
Übung 4: Thema: „Statische Losgröße – Andler Modell“

- Los (lot) : Menge eines Produktes, die ohne Unterbrechung gefertigt wird.
- Losgröße(lotsize): Größe des Loses
- Losgrößenplanung(lotsizing): sollen Produktionsmengen zu größeren Losen zusammengefasst werden, um Rüstkosten zu sparen?
- Zusammenfassung zu größeren Losen:
    - Vorproduktion auf Lager für späteren Perioden
    - Rüstkosten gespart, aber zusätzliche Lagerkosten!

Bei Losgrößen – bzw. Lagerhaltungskostenmodellen unterscheidet man:

- Deterministische Modelle (Nachfrage bekannt)
- Stochastische Modelle (Wahrscheinlichkeitsverteilungen über die Nachfragemengen bekannt)
- Statische Modelle (konstante Nachfrage eine typische Bestellperiode)
- Dynamische Modelle (Nachfrage variiert mit der Zeit)
- Ein – Produktmodelle
- Mehr - Produktmodelle

Kategorien von Losgrößenverfahren:



Deterministische Ein – Produktmodelle Annahmen:

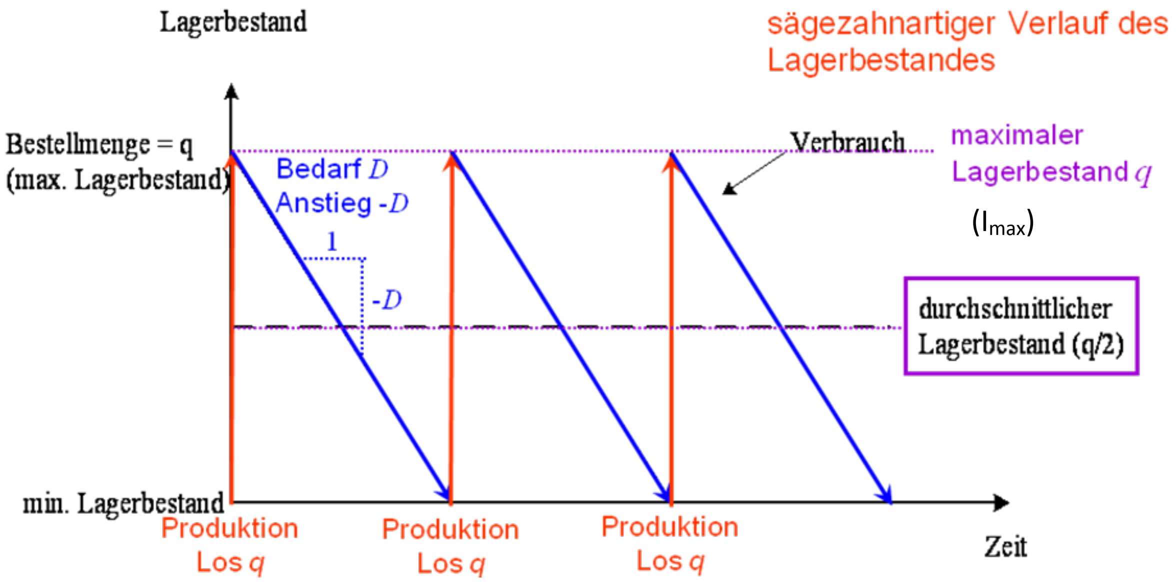
- Fehlmenge („negatives Lager“) nicht erlaubt,
- Lieferung beansprucht keine Zeit
- Bestände werden sofort aufgefüllt

Bekannt: Nachfrage d_t zu jedem Zeitpunkt t.

Statisch $\Rightarrow$ Annahme, dass der Bedarf in jeder Periode t gleich ist: $d_t = d$.

Standardproblem: „klassisches Losgrößenmodell“ „Economic Order Quantity“ (EOQ) !

Zielsetzung: Losgröße so wählen, dass ein Abgleich von Auftrags(Rüst-) und Lagerkosten erzielt wird (Summe minimal!)



Es gilt die so genannte Zero Inventory Ordering Policy, d. h. eine neue Bestellung wird erst auf- gegeben, wenn der Lagerbestand auf 0 gesunken ist.

Gesucht: eine optimale Bestellpolitik.

Zu Bestimmen:

Q : wie viel soll bestellt werden?

T : In welchen Zeitabständen soll bestellt werden?

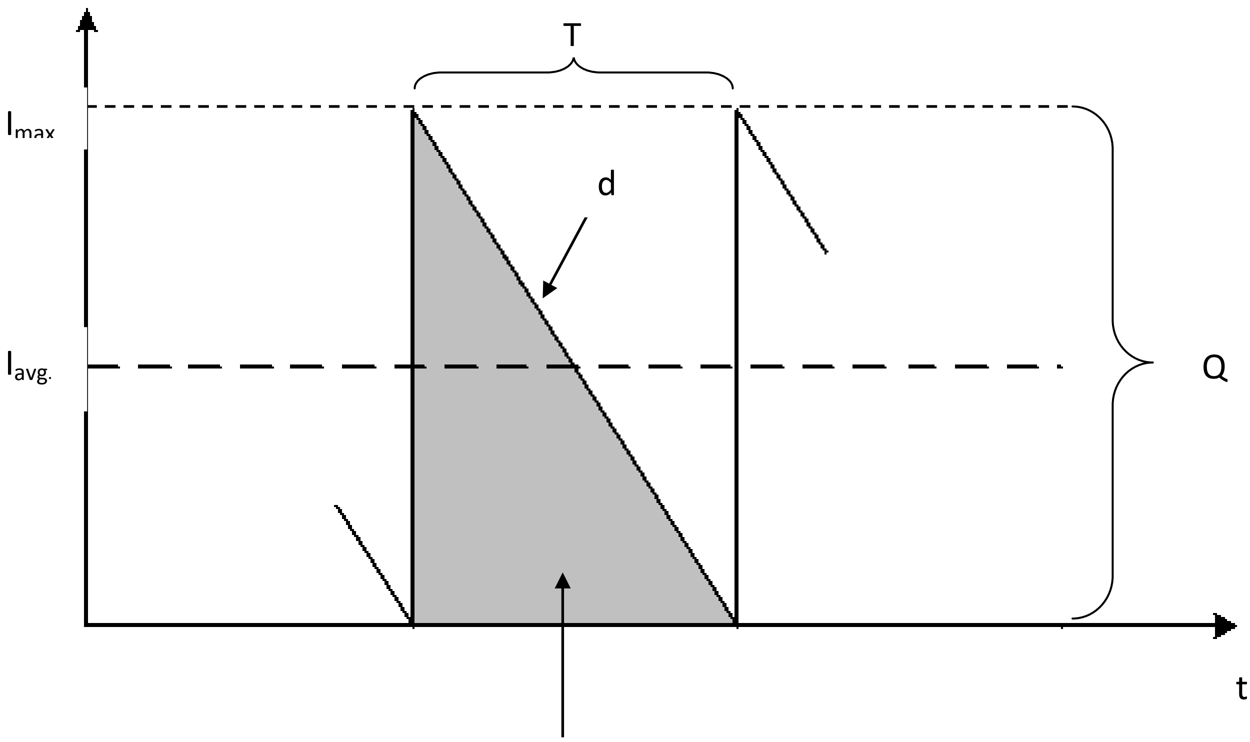
Gilt: $Q = D \cdot T$ und $I_{max} = Q$

Wobei $Q =$ Bestellmenge

$D =$ konstante Nachfrage pro Zeiteinheit

$I_{max} =$ max. Lagerbestand

$T =$ Bestellzyklus: Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Bestellungen.



Fläche des Dreiecks $= \frac{1}{2} \cdot Q \cdot T$

Lagerbestand pro Bestellzyklus:

$$\int_0^T I(t)\cdot dt = \int_0^T (Q - D\cdot t)\cdot dt = \left[Q\cdot t - \frac{1}{2}\cdot D\cdot t^2\right]_0^T = \frac{1}{2}\cdot Q\cdot T$$

$\Rightarrow$ durchschnittlicher Lagerbestand: $I_{avg} = \frac{1}{2}\cdot Q$

Durchschnittliche Gesamtkosten pro Zeiteinheit:

$$C(Q) = \frac{1}{T}\cdot\{\text{Kosten pro Bestellzyklus}\}$$

$$= \frac{1}{T}\cdot(\underbrace{K}_{\text{Auftragskosten}} + \underbrace{\frac{h}{2}\cdot Q\cdot T}_{\text{Lagerbestandskosten}})$$

K : Auftragskosten pro Bestellung

h : Lagerbestandskosten pro Mengen und Zeiteinheit

Bestimme Q^*, welches die Kostenfunktion $C(Q)$ minimiert!

$C(Q)$ ist stetig differenzierbar und konvex.

$$C(Q) = \frac{1}{T}\left(K + \frac{h}{2}\cdot Q\cdot T\right)$$

$$C(Q) = \frac{K\cdot D}{Q} + \frac{h}{2}\cdot Q$$

$\Rightarrow$ Setze Ableitung zu Null und löse nach Q auf:

$$Q = \frac{\partial C(Q)}{\partial Q} = -\frac{K\cdot D}{Q^2} + \frac{h}{2} \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2\cdot K\cdot D}{h}}$$

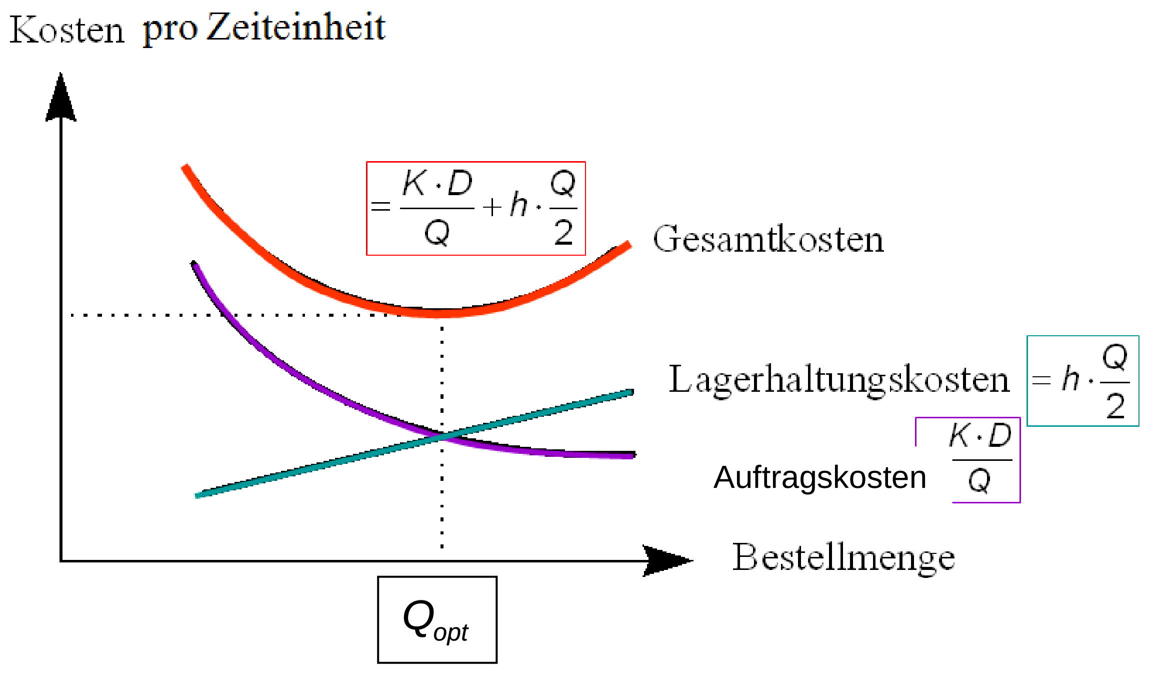
$$Q^* = Q_{opt}$$

Kostenminimales Q_{opt} wird als Economic Order Quantity (EOQ) bezeichnet **(Andler Formel).**

Eine kostenminimale Bestellmenge Q_{opt} balanciert die Lagerbestandskosten pro Zeiteinheiten mit den Auftragskosten pro Zeiteinheit.

Fremdfertigung: Auftrags-(Bestell)kosten!

Eigenfertigung: Rüstkosten!



$\Rightarrow$ Q_{opt} ist der Schnittpunkt der beiden Kostenfunktionen.

Prinzip: Linearer Zusammenhang zwischen Lagerungskosten und Beschaffungsmenge, degressiver Zusammenhang zwischen Auftragskosten und Beschaffungsmenge!

Vorteil: relativ unkomplizierte Formel

Nachteil: realitätsfremde Annahmen.

Anzahl der Bestellungen pro Zeiteinheit:

$$N = \frac{D}{Q_{opt}} = \frac{D}{\sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot K}{h}}}$$

h: Lagerbestandskosten, K: Auftragskosten

$$N = \sqrt{\frac{D \cdot h}{2 \cdot K}}$$

Zeit zwischen zwei Bestellungen:

$$T = \frac{1}{N} = \sqrt{\frac{2 \cdot K}{D \cdot h}}$$

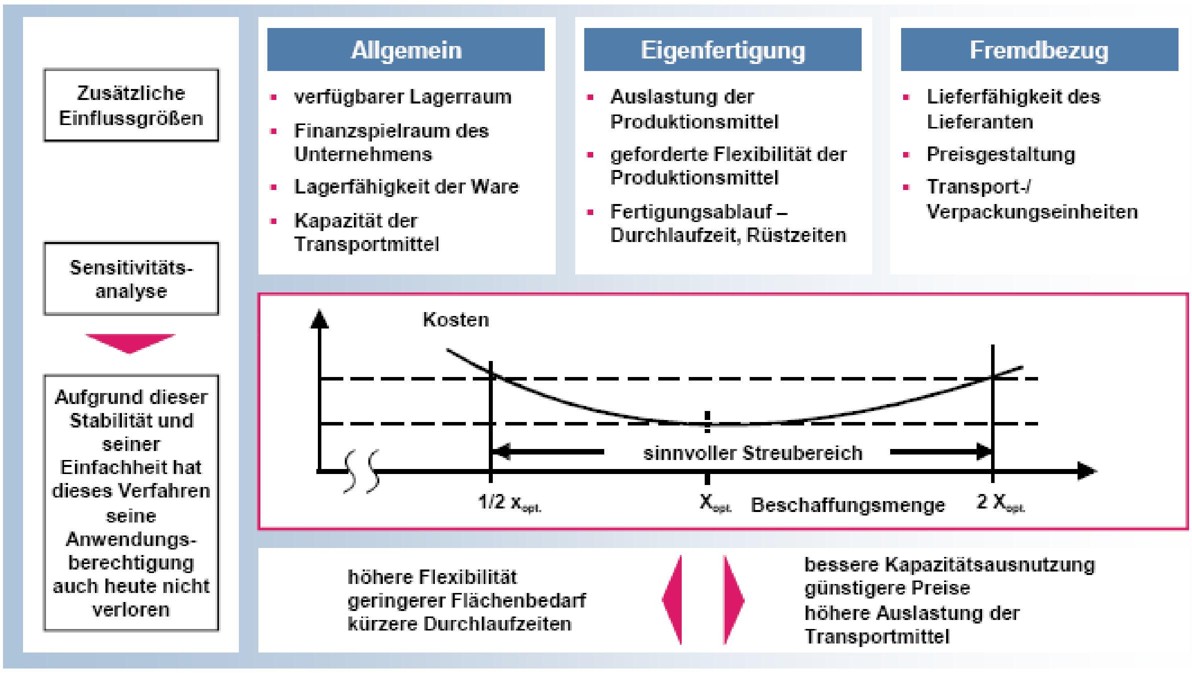
Optimale Gesamtkosten

Gesamtkosten pro Jahr: $C(Q) = \frac{K \cdot D}{Q} + \frac{Q}{2} \cdot h$

Einsetzen in die Andler Formel:

$$C(Q_{opt}) = \sqrt{2 \cdot K \cdot D \cdot h}$$

Variable Bestell- oder Herstellkosten beeinflussen Q_{opt} nicht.



Beispiel 1

Der Nettobedarf eines Produktes mit den Rüstkosten (K) von 200€ und den Lagerkosten (h) von 1€ pro Produkteinheit und Periode sei durch die folgende Zeitreihe gegeben:

$$D = \{120, 160, 60, 80, 120, 60, 100\}$$
$$\rightarrow \bar{D} = 100 \text{ ME pro Periode}$$

a)Wie lautet die optimale klassische Losgröße, wenn von dem durchschnittlichen Nettobedarf von 100 ausgegangen wird?

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot \bar{D} \cdot k}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 200}{1}} = 200 \text{ ME}$$

b)Um wie viel % vergrößert bzw. verringert sich die optimale klassische Losgröße, wenn sich der durchschnittliche Bedarf um den Faktor $1{,}1 \cdot 1{,}1 = 1{,}21$ **bzw.** $0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}81$ **ändert?**

$$D_{neu_1} = 1{,}21 \cdot D$$

$$Q_{opt_{neu_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot D_{neu_1} \cdot K}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}21 \cdot D \cdot K}{h}}$$
$$= \sqrt{1{,}21} \cdot Q_{opt} = 1{,}1 \cdot Q_{opt}$$

$$D_{neu_2} = 0{,}81 \cdot D$$

$$Q_{opt_{neu_2}} = \sqrt{0{,}81} \cdot Q_{opt} = 0{,}9 \cdot Q_{opt}$$

c)Um wie viel % müssten sich die Rüstkosten erhöhen bzw. verringern, damit man eine <u>Halbierung</u> der optimalen klassischen Losgröße erzielt?

$$Q_{opt_{neu}} = 0{,}5 \cdot Q_{opt} = 0{,}5 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot K}{h}}$$

$$Q_{opt_{neu}} = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot \overbrace{(0{,}25 \cdot K)}^{K_{neu}}}{h}}$$

Rüstkosten müssen auf ¼ also um 75% sinken!

Beispiel 2:

Die CityCar AG benötigt für die Erstausrüstung der von ihr hergestellten Automobile jährlich 240.000 Reifen eines ganz bestimmten Typs, die sie von der Rundlauf AG zum Stückpreis von 48€ bezieht.

a) In welchen zeitlichen Intervallen müssen die Reifen bestellt werden, wenn

- **einmalige Kosten je Bestellung in Höhe von 1600€ anfallen,**
- **die Lagerhaltungskosten für einen Reifen 12€ pro Jahr betragen,**
- **die Gesamtkosten minimiert werden sollen?**

$D = 240000€$ zu 48€ pro Stück
$h = 12€/\text{jahr},\ K = 1600€$

Andler Formel:

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 240000 \cdot 1600}{12}} = 8000 \text{ Reifen pro Bestellung}$$

$$I = \frac{D}{Q_{opt}} = \frac{240000}{8000} = 30 \text{ Bestellungen pro Jahr}$$

$$\frac{365}{30} = 12 \Rightarrow \text{ alle 12 Tage sollte bestellt werden.}$$

b) Wie stark müssten die Kosten je Bestellung reduziert werden, damit wöchentliche Bestellungen <u>optimal</u> wären?

Annahme: 50 Wochen pro Jahr $\rightarrow$ 50 Bestellungen

$$Q_{opt} = \frac{D}{I} = \frac{240000}{50} = 4800 \text{ Stück pro Woche}$$

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{h}} \Rightarrow K = \frac{Q_{opt}^2 \cdot h}{2 \cdot D} = \frac{4800^2 \cdot 12}{2 \cdot 240000} = 576$$

$\Rightarrow$ Die Kosten müssen auf 576€ sinken, d.h. $1600 - 576 = 1024$€

Fazit: Reduktion um 1024€ notwendig!

Anwendung der Klassischen Losgröße bei Mengenrabatten:

a. Berechnung der optimalen Bestellmenge unter Verwendung des Rabattpreises
    a. Liegt optimale Bestellmenge über Mindestbestellmenge, ist Optimum gefunden,
    b. Berechnung der Gesamtkosten:

$$K_{Gesamt} = \frac{K \cdot D}{Q} + \frac{h \cdot Q}{2} + p \cdot D$$ p - Stückpreis

b. Ist die errechnete Bestellmenge kleiner als die Mindestbestellmenge, kann sie nicht realisiert werden:
    a. Berechnung der Gesamtkosten bei Preis ohne Rabatt,
    b. Berechnung der Gesamtkosten bei Mindeststückzahl und Gewährung von Rabatt,
    c. Auswahl der preisgünstigsten Alternative.

Beispiel 3:

Die Emil Siedentopf KG stellt Haushaltskaffeemaschinen her, die dafür benötigten Glaskannen werden von der Paul Deckel KG zu einem Stückpreis von *p = 6€* beschafft. Die Lagerkosten für die Kaffekannen betragen *h = 1€/Jahr*, Bestellkosten (bestellmengenunabhängig) belaufen sich auf *K = 400€/Bestellung*. Die Emil Siedentopf KG geht für das kommende Jahr von einer Absatzmenge von *D = 80.000 Stück* aus.

a) Wie groß ist die kostenminimale Bestellmenge?

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 400 \cdot 80000}{1}} = 8000 \; \textit{Kaffeekannen}$$

b) Wie stark müssten die Bestellkosten gesenkt werden, damit der Übergang zur monatlichen Bestellung zu empfehlen ist?

Aus Andler-Formel: $K = \frac{Q^2 \cdot h}{2 \cdot D}$ l – Anzahl der Bestellungen

l = 12 Bestellungen/Jahr, Q = D/l = 80000/12 = 6666,67 Bestellungen/Monat

K = 278€, d.h. ΔK = 400 – 278 = 122€

c) Die Paul Deckel AG biete für Bestellmengen von mind. 20.000 Stück einen 5% Preisnachlass. Lohnt es sich für die Emil Siedentopf KG (unter den Ausgangsbedingungen) von diesem Angebot Gebrauch zu machen?

1. Q = 8000 St.

$$K = \frac{400 \cdot 80000}{8000} + \frac{1 \cdot 8000}{2} + 6 \cdot 80000 = 488.000€$$

2. Q = 20000 St. $p_{neu} = 0{,}95 \cdot p = 0{,}95 \cdot 6 = 5{,}70€$

$$K_{Rabatt} = 467000€$$

Fazit: **Angebot 2 ist günstiger**, daher sollte von diesem Angebot Gebrauch gemacht werden!

Kontrollfragen:

1. Was verstehen Sie unter einem Los und unter einer Losgröße?
2. Welche Kategorien von Losgrößenmodellen gibt es?
3. Welche Annahmen liegen dem Andler Modell zu Grunde?
4. Welche Kostenarten werden beim Auflegen eines Loses berücksichtigt?
5. Unter welcher Voraussetzung wird ein Los als optimales Los bezeichnet?

Literatur:

1. H. Ehrmann: „**Logistik**“, 7. Aufl., Kiehl Verlag, 2012
2. U. Vossebein: „**Materialwirtschaft und Produktionstheorie**“, 2. Aufl., Dr. Th. Gabler Verlag, 2001
3. G. Geiger, E. Hering, R. Kummer: „**Kanban: Optimale Steuerung von Prozessen**“, 3. Aufl., Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG, 2011
4. H.-O. Günther, H. Tempelmeier: „**Produktion und Logistik**“, 9. Aufl., Springer Verlag, 2012
5. R. Koether: „**Taschenbuch der Logistik**“, 4. Aufl., Hanser Verlag, 2011