

# Longevity-linked Securities – Analyse und Bewertung anhand des Lee-Carter Modells

Fachbereich Betriebswirtschaft  
Lehrstuhl für Versicherungsbetriebslehre und Risikomanagement  
Prof. Dr. Antje Mahayni  
Studiengang: Master of Science in Accounting & Finance  
Betreuer der Thesis: Daniel Steuten



Zur Person:

Danijel Radulovic, geb. am 13.10.1984  
Aug 2007: Abschluss als Bachelor of Science in Business Administration  
Sep 2009: Abschluss als Master of Science in Accounting & Finance  
Seit Jan 2010: Associate bei KPMG in Düsseldorf

Einführung in das Thema:

„Nichts in dieser Welt ist sicher, außer dem Tod und den Steuern“, sagte einst der Erfinder und Naturwissenschaftler Benjamin Franklin 1789. Zwar ist der Tod nach wie vor ein unausweichlicher Bestandteil des menschlichen Daseins, jedoch hat sich der Zeitpunkt des Todes immer weiter nach hinten verschoben. Menschen leben im Durchschnitt länger.

Durch die steigende Lebenserwartung, steigen auch die Pensionsverpflichtungen von Unternehmen. Dieser positive Zusammenhang ist jedoch unproblematisch, solange die erhöhte Lebenserwartung von den Pensionsgebern korrekt antizipiert und im Rahmen ihrer Prämienbestimmung berücksichtigt wird. Allerdings hat auch die Schwankungsbreite des Todeszeitpunktes in den vergangenen Jahrzehnten immer mehr zugenommen. Die Gefahr, die Sterblichkeitsentwicklung zu unterschätzen und somit zu geringe Prämien zu kalkulieren, wird auch als Langlebkeitsrisiko bezeichnet. Diese Risikokomponente ist zu einem entscheidenden Risikofaktor bei vielen Versicherungsunternehmen geworden.

Um sich diesem Problem zu stellen, bedarf es neben verlässlichen Sterblichkeitsmodellen auch Absicherungsstrategien seitens des Risikomanagements. Dabei verbreitet sich in der Fachliteratur vermehrt die Meinung, dass eine Verlagerung der Langlebkeitsrisiken auf den Kapitalmarkt, ähnlich wie es bereits mit Zinsrisiken erfolgreich praktiziert wird, eine ernstzunehmende Absicherungsstrategie gegen ein Anwachsen der Langlebkeitsrisiken darstellt. Die neuartigen Finanzprodukte die hierbei ins Spiel kommen, werden auch als Longevity-linked Securities bezeichnet.

Bewertung eines Vanilla Longevity Swaps mittels Lee-Carter Modell

An die Langlebigkeit gekoppelte Finanzinstrumente werden auch als Longevity-linked Securities bezeichnet. Dabei hängt der Wert des Finanzinstruments von der Entwicklung der Langlebigkeit ab. Zu den prominentesten Vertretern zählen Longevity Swaps. Mit periodischen Swapzahlungen über n-Jahre ergibt sich aus Sicht des Versicherers (Fixed-Payers) folgende Swap Bewertung:

$$\begin{aligned} \text{Swap-Wert} &= V(S_t) - V((1 + \pi)H_t) = V(S_t) - (1 + \pi)V(H_t) \\ &= \sum_{t=1}^n D(0,t)E(S_t) - (1 + \pi) \sum_{t=1}^n D(0,t)H_t \end{aligned}$$

wobei  $V(S_t)$  den floating Leg des Swaps darstellt und  $V((1 + \pi)H_t)$  den Wert des fixed Leg aufzeigt. Wie zu sehen ist, wurde hierbei eine von den zu Vertragsbeginn festgelegten Überlebensraten  $H_t$  abhängige Prämie  $\pi$  unterstellt.

Die Swap-Prämie  $\pi$  wird dabei so gesetzt, dass der Wert der variablen Zahlungen mit dem Wert der festen Zahlungen übereinstimmt. Der Swapkontrakt weist somit zu Anfang der Vertragslaufzeit einen Wert von Null auf.

Über das Lee-Carter Modell können nunmehr die Sterbe- resp. Überlebensraten prognostiziert werden. Dabei konzentriert sich das Modell zunächst auf eine möglichst genaue Replizierung der vergangenen Sterbedaten, um darauf aufbauend Aussagen über die zukünftige Entwicklung der Sterblichkeit zu erhalten. Basierend auf die von Lee und Carter (1992) bereits verwendete Notation kann die zentrale Sterberate  $m(x,t)$  definiert werden als:

$$m(x,t) = \exp\{a_x + k_t b_x + \varepsilon_{x,t}\}$$

bzw.  $\ln[m(x,t)] = a_x + k_t b_x + \varepsilon_{x,t}$

Die Parameter  $a_x$  und  $b_x$  sind Alterseffekte, wobei  $a_x$  den Verlauf der Sterblichkeitsentwicklung einer bestimmten Altersgruppe  $x$  widerspiegelt.  $b_x$  stellt einen Sensitivitätsparameter dar, der die Abweichung der beobachteten Sterblichkeitsentwicklung vom durchschnittlichen Verlauf aufzeigt. Dabei hängt der Parameter  $b_x$  von dem zeitabhängigen Parameter  $k_t$  ab. Dieser wiederum ist ein altersunabhängiger Parameter und gibt die Veränderung der allgemeinen Sterblichkeit im Zeitablauf an. Dies bedeutet, dass Altersgruppen mit einem hohen  $b_x$  im Vergleich zu anderen Altersgruppen besonders stark auf allgemeine Veränderungen der Sterblichkeit reagieren. Schließlich greift die Störgröße  $\varepsilon_{x,t}$  mit Erwartungswert von Null und Varianz von  $\sigma^2$  die von dem Modell nicht berücksichtigten Einflüsse auf die Sterblichkeit auf.

Fazit

Das Langlebkeitsrisiko ist zu einer ernstzunehmenden Risikokomponente in der Versicherungsbranche geworden. Ein Bewusstsein für dieses Problem hat sich jedoch erst in den letzten Jahren entwickelt. Neben den klassischen Ansätzen zur Absicherung des Langlebkeitsrisikos, wie die Möglichkeit des "bulk buy outs", werden immer häufiger auch Longevity-linked Securities als mögliche Absicherungsstrategie gegen eine unerwartet ansteigende Lebenserwartung gesehen. Zwar werden bereits derartige Produkte in der Praxis gehandelt, wobei sich insbesondere Longevity Swaps als bilaterale Vereinbarungen etablieren konnten, jedoch hat sich bislang noch kein liquider Markt für Longevity-linked Securities entwickelt.

So ist die hohe Anzahl an Sterblichkeitsmodellen zu einem erheblichen Hindernis in der Entwicklung eines Marktes für Langlebkeitsderivate geworden. Das Standardmodell existiert nicht.

Ein möglicher Kandidat könnte dabei das Lee-Carter Modell sein. Die im Verhältnis zu anderen Modellen einfache Berechnungsweise hat das Modell zumindest in der Fachliteratur zur führenden statistischen Methode in der Projektion der Sterblichkeit gemacht. Nichtsdestotrotz kommt auch dieses Modell nicht ohne Kritik aus. Durch zahlreiche Erweiterungen des Modells wird allerdings versucht, den Kritikpunkten zu begegnen. Entscheidend für die Zukunft wird es aber sein, ob durch die Erweiterungen und der damit verbundenen Erhöhung der Komplexität des Modells die Akzeptanz als Standardmodell insbesondere bei branchenfremden Investoren aufrecht erhalten werden kann.