

Optische Spektroskopie  
an  
Halbleiter–Quantenstrukturen

Diplomarbeit  
von  
Stephan Lüttjohann

Durchgeführt an der  
Fakultät für Naturwissenschaften  
der  
Universität Duisburg–Essen  
am Lehrstuhl von  
Prof. Dr. A. Lorke

Duisburg, im September 2003





Spektroskop von Heele, Berlin (um 1890). Standardgerät in der Ausführung nach Kirchhoff und Bunsen als „kleiner Spectralapparat zum Gebrauch in Laboratorien“ (1862).

# Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden selbstorganisierte InAs-Quantenpunkte mittels optischer Spektroskopie untersucht. Die InAs-Quantenpunkte befinden sich dabei in einer MISFET-Heterostruktur, die es möglich macht, durch Anlegen einer Gatespannung die Zahl der Elektronen in den Quantenpunkten zwischen  $N = 0$  und  $N = 6$  einzustellen.

Diese Arbeit zeigt die gewonnenen Ergebnisse der Photolumineszenzspektroskopie in Abhängigkeit von der angelegten Gatespannung und der Anregungsleistung des Lasers. Die gewonnenen Ergebnisse werden dabei mit durchgeführten Messungen der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie verglichen. Es zeigt sich, dass die Ladevorgänge von Elektronen in die Quantenpunkte bei den Proben, die mit dem Laser beleuchtet werden, bei anderen Gatespannungen stattfinden als bei unbeleuchteten Proben. Die Gatespannungsskala verschiebt sich mit zunehmender Beleuchtung durch den Laser zu niedrigeren Spannungen. Dies ist sowohl in der Photolumineszenz als auch in den C-V-Kurven zu beobachten. Die Verschiebung wird mit einer Ladungsansammlung innerhalb der Heterostruktur in Verbindung gebracht. Lumineszenzmaxima der gewonnenen Spektren können einzelnen Ladevorgängen zugeordnet werden. Dennoch zeigen sich Eigenheiten in den Spektren, deren Ursprung noch näher untersucht werden muss.

Photolumineszenzspektren bei hohen Anregungen durch den Laser zeigen höhere Zustände. Die Energieeigenwerte dieser Zustände weichen von den vorausgesagten Energien des zweidimensionalen harmonischen Oszillators ab. Mögliche Gründe hierfür werden diskutiert.

Mittels Ferninfrarot-Fourier-Spektroskopie gelang es zudem, die Quantisierungsenergie der Elektronen im Quantenpunkt zu bestimmen. Mit Hilfe dieser Energie konnte unter Verwendung der übrigen Ergebnisse auf die Quantisierungsenergie der Löcher sowie auf verschiedene Coulomb-Blockade-Energien geschlossen werden.

# Abstract

In this work self organized InAs quantum dots are investigated using optical spectroscopy. The InAs quantum dots are situated within a MISFET heterostructure which enables us to set the number of electrons in the quantum dots between  $N = 0$  and  $N = 6$  by applying a gate voltage.

This work shows the results of photoluminescence spectroscopy as a function of the applied gate voltage as well as of the excitation power of the laser. The results are compared with measurements of c-v-spectroscopy. It is shown that under illumination resonant tunneling of electrons from the back contact into the quantum dots takes place at different gate voltages compared to not illuminated samples. The scale of the gate voltage shifts with increasing laser power towards lower gate voltages. This can be observed in the photoluminescence spectra as well as in the c-v-spectra. This shift is associated with an accumulation of charge within the heterostructure. Different maxima of the photoluminescence spectra can be related to different resonant charging conditions of electrons from the back contact into the quantum dots. Nonetheless the spectra show some unexpected features which still have to be explained.

The photoluminescence of the highly excited sample reveals also higher states of the quantum dots. The energy eigenvalues of these states differ from the ones theoretically predicted using the model of the two dimensional harmonic oscillator. Possible reasons are discussed.

Furthermore, using far infrared Fourier transform spectroscopy, it was possible to obtain the quantized energies of the confined electrons in the quantum dots. Using this energy together with the other results it was possible to derive the energy of quantization for the confined holes as well as the different Coulomb blockade energies.



# Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>II</b>	<b>Niedrigdimensionale Elektronensysteme</b>	<b>6</b>
<b>1</b>	<b>Elektronische Zustände von Quantenpunkten</b>	<b>6</b>
1.1	Der quantenmechanische zweidimensionale harmonische Oszillator . . . . .	6
1.2	Der endlich tiefe zweidimensionale parabolische Quantentopf . . . . .	9
1.3	Das Constant–Interaction–Model . . . . .	13
1.4	Coulombblockade . . . . .	14
1.5	Quantenpunkte in einer Kapazitätsstruktur . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Optische Übergänge und photonische Wechselwirkungen mit dem Festkörper</b>	<b>16</b>
2.1	Interbandübergänge . . . . .	17
2.2	Intrabandübergänge . . . . .	19
2.3	Photonische Wechselwirkungen mit dem Festkörper im fernen Infrarot (FIR) . . . . .	19
<b>III</b>	<b>Kristallwachstum und Probenpräparation</b>	<b>22</b>
<b>3</b>	<b>Selbstorganisiertes Wachstum der Quantenpunkte</b>	<b>22</b>
<b>4</b>	<b>Probendesign</b>	<b>24</b>
<b>5</b>	<b>Probenpräparation</b>	<b>28</b>
<b>IV</b>	<b>Experimentelle Messmethoden</b>	<b>32</b>
<b>6</b>	<b>Photolumineszenzaufbau</b>	<b>32</b>
<b>7</b>	<b>Fourier–Transform–Spektroskopie</b>	<b>36</b>
7.1	Das ideale Interferogramm . . . . .	36
7.2	Endliche Auflösung . . . . .	38
7.3	Apodisation . . . . .	39
7.4	Phasenkorrektur . . . . .	40
7.5	Der „Picket-Fence“-Effekt / Zerofilling . . . . .	40
7.6	Vorteile der Fourier–Spektroskopie . . . . .	41
7.7	Das IFS–113v . . . . .	41
<b>8</b>	<b>Kapazitäts–Spannungs–Spektroskopie</b>	<b>44</b>
8.1	Zusammenhang zwischen differentieller Kapazität und Zustandsdichte	44
8.2	Messung der Kapazität . . . . .	46

<b>V</b>	<b>Ergebnisse und Diskussion</b>	<b>48</b>
<b>9</b>	<b>Ferninfrarotspektren</b>	<b>48</b>
<b>10</b>	<b>Photolumineszenzspektren bei niedriger Anregungsleistung des Lasers (Teil 1)</b>	<b>53</b>
<b>11</b>	<b>Kapazitätsspektren</b>	<b>63</b>
11.1	Kapazitätsspektren ohne Beleuchtung . . . . .	63
11.2	Kapazitätsspektren mit Beleuchtung . . . . .	64
11.3	Abschätzung der Quantenpunktdichte . . . . .	66
<b>12</b>	<b>Vergleich zwischen PL und CV</b>	<b>68</b>
12.1	PL- und CV-Spektrum bei gleicher Anregungsintensität . . . . .	68
12.2	Abschätzung der Ladungsansammlung am Übergitter . . . . .	71
<b>13</b>	<b>Photolumineszenzspektren bei niedriger Anregungsleistung des Lasers (Teil 2)</b>	<b>74</b>
<b>14</b>	<b>Photolumineszenzspektren bei hoher Anregungsleistung des Lasers</b>	<b>75</b>
<b>VI</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>81</b>
<b>VII</b>	<b>Anhang</b>	<b>83</b>
<b>A</b>	<b>Nummerische Lösung des endlich tiefen zweidimensionalen parabolischen Potenzials (Ausschnitt des Java-Programms)</b>	<b>83</b>
<b>B</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>86</b>



# Teil I

## Einleitung

Physikalische Erkenntnisse haben unser Bild der Welt maßgeblich beeinflusst und geprägt. So ist beispielsweise der Ursprung der Welt oder die Stellung des Menschen im Universum eine jahrtausendalte Frage, die die Menschheit beschäftigt. Auch die Untersuchung und Ausnutzung verschiedener Materialeigenschaften sind seit jeher von fundamentalem Interesse und Bedeutung. Verschiedene Revolutionen in der Erkenntnis über die Natur haben dabei stattgefunden. Zu den wohl wichtigsten Erneuerungen im letzten Jahrhundert gehört die Entwicklung der Quantenmechanik. Mit ihr war es möglich, die Spektren der Atome zu verstehen und die Eigenschaften von Festkörpern vorauszusagen. Mit dem ging einher die Entdeckung der Halbleiter und die gezielte Ausnutzung ihrer Eigenschaften.

Heute sind Halbleiter aus dem modernen Leben nicht mehr wegzudenken. Computer, Handys, CD-Player, ja die gesamte Informations- und Unterhaltungselektronik beruht auf Halbleitersystemen. Dabei werden auch optische Systeme wie Laser, verschiedene Detektoren beispielsweise in Digitalkameras, sowie Leuchtdioden aus halbleitenden Materialien gefertigt. Die fortwährende Leistungssteigerung dieser Systeme erfordert eine kontinuierliche Miniaturisierung der Bauelemente. Dadurch können immer mehr Bauelemente auf einem Chip untergebracht werden. Zwischen 1990 und 2000 schrumpften die charakteristischen Strukturbreiten der CMOS-Technologie von  $1,0\text{ }\mu\text{m}$  auf  $180\text{ nm}$ ; die Taktfrequenzen der Mikroprozessoren stieg um den Faktor 50 von 20 MHz auf 1 GHz. Heute vereint Intels Flaggschiff, der Titanium, in  $130\text{ nm}$ -Technik rund 410 Millionen Transistoren auf einem Prozessorchip [43].

Diese Verkleinerung der Strukturen durch herunterskalieren hat allerdings ihre natürlichen Grenzen, die schon bald erreicht sein werden. Mit immer kleiner werdenden Strukturen (Nanotechnologie) werden mehr und mehr Quanteneffekte deutlich, die auf der einen Seite zu Problemen führen, auf der anderen Seite aber auch ganz neue Möglichkeiten und Perspektiven für Bauelemente eröffnen. So ist beispielsweise das durch den Tunneleffekt ermöglichte Überspringen von Elektronen zweier sehr eng benachbarter Leiterbahnen ein Problem für die Halbleiterindustrie. Andererseits werden bereits heute quantenmechanische Effekte ausgenutzt. Man denke hierbei beispielsweise an den *Quantentopflaser*, bei dem die Laserwellenlänge über die Strukturbreite von Halbleiterheterostrukturen eingestellt werden kann, oder an elektronische Bauelemente wie z.B. die *Esaki-Tunneldiode* (Nobelpreis 1971) oder den *High-Electron-Mobility-Transistor (HEMT)*, bei dem durch Anlegen einer Gatespannung ein leitfähiger Kanal durch ein zweidimensionales Elektronengas erzeugt wird.

Um Strukturen in der Nanowelt herstellen zu können, ist ein hoher Aufwand und großes Know-How notwendig. Mittels moderner Epitaxieverfahren lassen sich aus Halbleitern bereits atomar scharfe Schichten verschiedener Halbleiter aufeinander aufwachsen.

Somit ist es möglich, niedrigdimensionale Systeme zu erstellen, die insbesondere interessante elektronische und optische Eigenschaften aufweisen. So dient beispielsweise der quantisierte Hall-Widerstand (Nobelpreis 1985 für K. von Klitzing)

eines zweidimensionalen Elektronengases (2DEG) als Widerstandsnormale, das sich allein durch Naturkonstanten ausdrücken lässt. Niedrigdimensionale Systeme sind in optischer Hinsicht hochinteressant wegen ihrer erhöhten Zustandsdichten. Aus Halbleitern aufgebaute nanostrukturierte Heterostrukturen bilden so beispielsweise Bauelemente, die höchst effizient Licht emittieren. Hier zu erwähnen ist unter anderem der von H. Krömer entwickelte *Heterostrukturelaser* (Nobelpreis 2000) oder der *Quanten-Kaskaden-Laser*, die auf zweidimensionalen Systemen beruhen. Eine weitere Reduzierung der Dimensionalität führt in Quantendrähten und Quantenpunkten wegen der zunehmenden Erhöhung der Zustandsdichten zur weiteren Vergrößerung der Lumineszenz.

Während die Erzeugung von Nanostrukturen in Wachstumsrichtung atomar genau geschehen kann, ist die Nanostrukturierung in lateraler Richtung noch nicht so weit. Hier begrenzen die bisher verfügbaren lithographischen Prozesse die möglichen Strukturgrößen und die ex-situ-Methoden die Qualität der Grenzflächen. Eine Möglichkeit, auch in lateraler Richtung Strukturen zu erstellen, die kleiner sind als 50 nm, besteht in der sogenannten *bottom-up* Technologie, zu der auch das selbstorganisierte Wachstum gehört.

Die in dieser Arbeit untersuchten Quantenpunkte aus InAs auf GaAs sind durch selbstorganisiertes Wachstum entstanden. Sie bilden dabei Strukturen aus InAs auf GaAs, die in Wachstumsrichtung ungefähr 7 nm, in lateraler Richtung nur 20 nm groß sind. Sie schließen Elektronen und Löcher in allen drei Raumrichtungen ein und bilden so nulldimensionale Elektronen-/Lochsysteme. Daher besitzen die Quantenpunkte diskrete Energieniveaus wie Atome. Oft werden sie daher auch als *künstliche Atome* beschrieben.

Die Quantenpunkte sind sowohl von grundlagenphysikalischem Interesse, als auch von großem Interesse für mögliche Anwendungen. Ihre Untersuchung fördert das allgemeine Verständnis niedrigdimensionaler Systeme und fördert die Optimierung der Wachstumsbedingungen für selbstorganisierte Systeme. Mögliche Anwendungen für Quantenpunkte bestehen zum einen in der Möglichkeit, die Elektronenzahl in den Quantenpunkten durch geeignete Strukturen und angelegte Gatespannungen zu variieren. Auf diese Weise ist die Speicherung von Informationen mittels der Quantenpunkte möglich. Auf der anderen Seite bilden Quantenpunkte aufgrund ihrer diskreten Energieniveaus und zugleich hohen Zustandsdichten geeignete Systeme für hocheffiziente *Laser*. Viele andere möglichen Anwendungen sind bereits angedacht, darunter auch die Möglichkeit der Erzeugung von Q-Bits (Quanten-Bits) zum Aufbau von *Quantencomputern*, oder die Nutzung von Quantenpunkten als Detektoren. Einzelne Quantenpunkte können in elektronische Strukturen eingebaut werden und in *Einzel-Elektronen-Transistoren* Verwendung finden.

In dieser Arbeit stand die Untersuchung der optischen Eigenschaften der InAs-Quantenpunkte im Vordergrund. Die Arbeit ist wie folgt gegliedert.

- Das **2. Kapitel** beinhaltet eine theoretische Übersicht über niedrigdimensionale Elektronensysteme. Hier wird insbesondere auf die elektronischen Eigenschaften der Quantenpunkte eingegangen. Ferner werden Überlegungen zu den optischen Eigenschaften der Quantenpunkte angestellt.
- Im **3. Kapitel** wird näher auf das selbstorganisierte Wachstum der Quantenpunkte und auf die Probenstruktur sowie die Probenpräparation eingegangen.

- Das **4.Kapitel** stellt die verschiedenen experimentellen Messmethoden zur Charakterisierung der Quantenpunkte dar. Hier wird insbesondere der Photolumineszenzaufbau, die Ferninfrarot–Fourier–Spektroskopie und die C–V–Spektroskopie beschrieben.
- Im **5.Kapitel** werden die gewonnenen Messergebnisse dargestellt und diskutiert.
- Das **6.Kapitel** fasst die wichtigsten Ergebnisse noch einmal zusammen und gibt einen Ausblick auf mögliche folgende Arbeiten.

## Teil II

# Niedrigdimensionale Elektronensysteme

Niedrigdimensionale Elektronensysteme findet man in der Natur zu allererst bei Atomen. Hier ist die Bewegung der Elektronen durch ein vom Atomkern verursachtes Potenzial in alle drei Raumrichtungen eingeschränkt. Die Elektronen können sich durch dieses dreidimensionale Einschlusspotenzial in keiner der drei Raumrichtungen frei bewegen. Das dreidimensionale Potenzial bewirkt damit einen nulldimensionalen Einschluss der Elektronen und führt dadurch zur Quantisierung der energetischen Zustände. Die Entdeckung dieser quantisierten Zustände über die diskreten Spektrallinien der Atomemission war ein wichtiger Ausgangspunkt für die Quantenmechanik.

Heute können mittels verschiedener epitaktischer Verfahren, wie z.B. Molekularstrahlepitaxie, verschiedene Halbleitermaterialien aufeinander aufgebracht werden und somit einschließende Potenziale für Elektronen maßgeschneidert werden. Bei hinreichender Enge dieser Strukturen (*Nanostrukturen*) treten vermehrt *Quanteneffekte* auf. So ist beispielsweise die quasifreie Bewegung eines Elektrons auf zwei Dimensionen dann eingeschränkt, wenn die Länge  $l$  des einschließenden Potentials in der dritten Raumrichtung kleiner ist als eine charakteristische Länge  $\lambda$  für das Elektron, wie zum Beispiel die Fermi-Wellenlänge  $\lambda_F$  des Elektrons oder der Weg  $\lambda_S$ , den ein Elektron im Mittel zwischen zwei Streuprozessen zurücklegt. Neben diesem Kriterium gibt es weitere Kriterien, die zur Dimensionalität des Systems herangezogen werden können. Ein scharfes Kriterium ist beispielsweise, dass ein System in einer Dimension eingeschränkt ist, wenn in dieser Dimension nur im Grundzustand besetzt ist.

Auf diese Weise lassen sich künstlich zweidimensionale elektronische Systeme (*Quantentöpfe*, *zweidimensionales Elektronengas*, *2DEG*), eindimensionale Systeme (*Quantendrähte*) und nulldimensionale Systeme (*Quantenpunkte*) herstellen. Bei den Quantenpunkten sind die Elektronen und Löcher in allen drei Raumrichtungen eingeschränkt. Sie verhalten sich daher wie künstliche Atome. Auf die elektronischen Zustände dieser Quantenpunkte soll nun im folgenden Kapitel näher eingegangen werden. Dabei soll speziell auf die Eigenschaften von selbstorganisierten InAs-Quantenpunkten eingegangen werden, die auch Gegenstand der experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit waren.

## 1 Elektronische Zustände von Quantenpunkten

### 1.1 Der quantenmechanische zweidimensionale harmonische Oszillator

Der dreidimensionale Einschluss von Elektronen und Löchern kann im Fall der selbstorganisierten InAs-Quantenpunkte in guter Näherung auf ein effektiv zweidimensionales Problem, das Problem des zweidimensionalen harmonischen Oszilla-

tors, zurückgeführt werden. Dies wird sowohl durch eine Anzahl von experimentellen Ergebnissen, als auch durch eine Vielzahl von theoretischen Arbeiten als ein guter Ausgangspunkt zur Beschreibung der Quantenpunkte bestätigt [2][9][10][17][40]. Die Tatsache, dass sich die Quantenpunkte durch ein effektiv zweidimensionales Potenzial beschreiben lassen, liegt vornehmlich in ihrer Morphologie begründet. Sie sind in Wachstumsrichtung sehr viel kleiner als in lateraler Richtung. Ist das Energieeigenwertproblem separabel, so stellt sich heraus, dass sich die Elektronen bzw. Löcher in Wachstumsrichtung ausschließlich im Grundzustand aufhalten können, da dies der einzig vorhandene Zustand ist. Mehr zur Morphologie und zum Wachstum der Quantenpunkte findet sich in Kapitel 3.

Der zweidimensionale harmonische Oszillator wurde bereits 1928 bzw. 1930 von V. Fock [13] und C.G. Darwin [7] gelöst. Die Eigenenergien für das zweidimensionale parabolische Potenzial sind daher auch als *Fock–Darwin–Energien* bekannt. Das Problem soll im Folgenden in der Interpretation von C. Cohen–Tannoudji [6] behandelt werden.

Die Schrödingergleichung für ein Elektron im zweidimensionalen parabolischen Potenzial mit Magnetfeld lautet

$$\left( \frac{1}{2m} (\vec{p} - e\vec{A})^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 (x^2 + y^2) \right) \Psi = E \Psi. \quad (1)$$

Hierbei ist  $\omega_0$  die Eigenfrequenz des Systems,  $m^*$  die isotrope effektive Masse und  $\vec{A}$  das zum schichtsenkrechten Magnetfeld  $\vec{B} = (0, 0, B)$  gehörige Vektorpotenzial. Unter symmetrischer Eichung, d.h. mit

$$\vec{A} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -yB \\ xB \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r}$$

kann der Hamiltonoperator wie folgt umgeschrieben werden:

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2m} (\vec{p} - e\vec{A})^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 (x^2 + y^2) \\ &= \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2) + \frac{1}{2} m \omega_0^2 (x^2 + y^2) + \frac{eB}{2m} (xp_y - yp_x) + \frac{e^2 B^2}{8m} (x^2 + y^2) \\ &= \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2) + \frac{1}{2} m \left( \omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4} \right) (x^2 + y^2) - \frac{\omega_c}{2} (xp_y - yp_x) \\ &= H'_{xy} - \frac{\omega_c}{2} L_z \end{aligned} \quad (2)$$

Aus Gleichung 2 ist bereits ersichtlich, dass das Magnetfeld einen zusätzlichen Einschluss des Potenzials bedeutet. Durch das Magnetfeld erhöht sich die Eigenfrequenz des Systems von  $\omega_0$  auf  $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 + \omega_c^2/4}$ . Hierbei ist  $\omega_c = \frac{eB}{m}$  die Zyklotronfrequenz und  $L_z$  der Drehimpulsoperator in z-Richtung.

Unter Verwendung der kartesischen Leiteroperatoren

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \beta x + \frac{i}{\beta \hbar} p_x \right), & a_x^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \beta x - \frac{i}{\beta \hbar} p_x \right) \\ a_y &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \beta y + \frac{i}{\beta \hbar} p_y \right), & a_y^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \beta y - \frac{i}{\beta \hbar} p_y \right) \end{aligned}$$

mit  $\beta^2 = \frac{m\omega}{\hbar}$  lassen sich zirkuläre Leiteroperatoren  $a_{\odot}$  und  $a_{\ominus}$  einführen, die das Problem wegen seiner Radialsymmetrie eleganter beschreiben. Dabei setzt man

$$a_{\odot} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_x - ia_y) \quad \text{und} \quad a_{\ominus} = \frac{1}{\sqrt{2}}a_x + ia_y. \quad (3)$$

Mit Hilfe der zirkulären Leiteroperatoren aus Gleichung 3 lassen sich sowohl der modifizierte Hamiltonoperator  $H'_{xy}$  als auch der Drehimpuls in  $z$ -Richtung  $L_z$  ausdrücken

$$H'_{xy} = \hbar\Omega \cdot (a_{\odot}^{\dagger}a_{\odot} + a_{\ominus}^{\dagger}a_{\ominus} + 1) = \hbar\Omega(n_{\odot} + n_{\ominus} + 1) \quad (4)$$

$$L_z = \hbar(a_{\odot}^{\dagger}a_{\odot} - a_{\ominus}^{\dagger}a_{\ominus}) = \hbar(n_{\odot} - n_{\ominus}). \quad (5)$$

Die Energien des zweidimensionalen parabolischen Potentials lassen sich damit durch die beiden Quantenzahlen  $n_{\odot}$  und  $n_{\ominus}$  eindeutig beschreiben, wobei  $n_{\odot}, n_{\ominus} \in \mathbb{N}_0$  ist. Mit  $N = n_{\odot} + n_{\ominus}$  und  $l = n_{\odot} - n_{\ominus}$  ergibt sich das *Fock–Darwin–Energiespektrum* zu

$$E_{N,l} = (N+1)\hbar\sqrt{\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}} + l \cdot \frac{\hbar\omega_c}{2}. \quad (6)$$

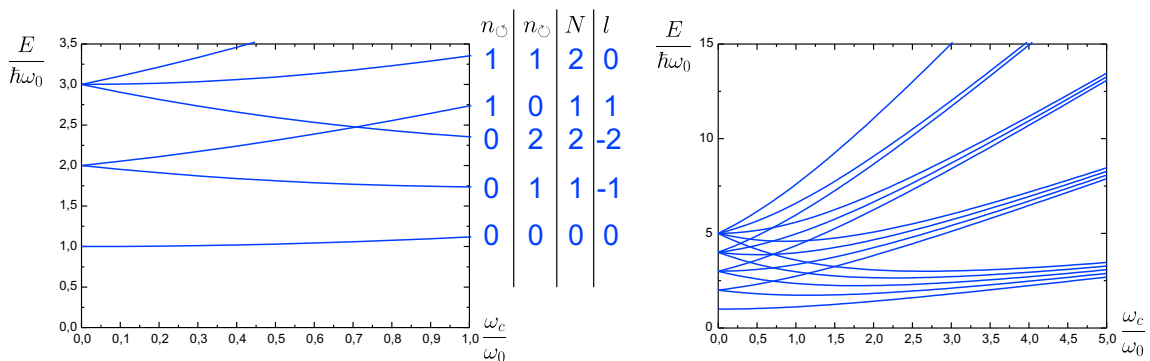


Abbildung 1: *Energieeigenwerte des zweidimensionalen harmonischen Oszillators unter Einfluss eines senkrechten Magnetfeldes B*

Ohne Magnetfeld haben die Energieeigenwerte wie beim eindimensionalen harmonischen Oszillator einen Abstand von  $\Delta E = \hbar\omega_0$ . Beim zweidimensionalen harmonischen Oszillator ist aber die Grundzustandsenergie nicht  $\frac{1}{2}\hbar\omega_0$  wie im eindimensionalen Fall, sondern  $1 \cdot \hbar\omega_0$ . Der Entartungsgrad der Zustände ist unter Berücksichtigung des Elektronenspins  $2(N+1)$ .

In der Herleitung der Eigenenergien wurde der Elektronenspin vernachlässigt. Dies ist für das untersuchte System vom Quantenpunkten, welche in eine Heterostruktur eingebettet sind (siehe auch Kapitel 4), gerechtfertigt, da der effektive Landé'sche  $g$ -Faktor für die verwendeten Materialien klein ist [33].

Abbildung 1 zeigt das Verhalten der Eigenenergien im Magnetfeld. Man erkennt zum einen, dass die Entartung mit dem Magnetfeld aufgrund der Zeeman-Energie

(Kopplung des Magnetfeldes  $B$  an den Drehimpuls des Elektrons  $l \cdot \hbar$ ) aufgehoben wird und sich die Energien linear mit dem Magnetfeld (proportional zu  $l$ ) verschieben, zum anderen, dass die Energien unabhängig von  $l$  mit steigendem Magnetfeld ansteigen, da das Magnetfeld einen zusätzlichen Einschluss der Elektronen bewirkt, die Krümmung des Potentials somit zunimmt.

Die zugehörigen Zustandsfunktionen  $\Psi(r, \varphi)$  sind separabel. Sie können in der Form

$$\Psi(r, \varphi) = \rho(r) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{il\varphi}. \quad (7)$$

geschrieben werden.

Aufgrund des azimuthalen Anteils der Zustandsfunktion und in Analogie zur Atomphysik sind Zustände mit

- $l = 0$  s-artig,
- $l = 1$  p-artig und
- $l = 2$  d-artig.

In der Literatur hat es sich etabliert, auch den Zustand mit  $n_{\odot} = 1$  und  $n_{\ominus} = 1$ , also mit  $N = 2$  und  $l = 0$  d-Zustand zu nennen, obwohl er eigentlich s-artig ist.

## 1.2 Der endlich tiefe zweidimensionale parabolische Quantentopf

Das durch die InAs-Quantenpunkte in GaAs verursachte Einschlusspotential (vergleiche hierzu auch Kapitel 3) lässt sich sicherlich in guter Näherung als zweidimensionaler harmonischer Oszillator beschreiben. Hierbei handelt es sich in Wirklichkeit aber nicht um einen unendlich hohen parabolischen Potentialtopf in zwei Dimensionen, sondern nur um einen endlich hohen. Das endlich hohe Einschlusspotential kommt dadurch zustande, dass sich die Quantenpunkte aus InAs in einer Matrix aus GaAs befinden. InAs hat eine kleinere Bandlücke (0,42 eV bei 0K) als GaAs (1,52 eV bei 0K) [8]. Die Inseln aus InAs bilden daher Quantentöpfe für Elektronen und Löcher in allen drei Dimensionen.

In der adiabatischen Näherung [23] lässt sich das Problem der Zustände in den InAs-Quantenpunkten in folgender Weise lösen. Da die Quantenpunkte in Wachstumsrichtung sehr viel kleiner sind ( $\approx 7$  nm) als in lateraler Richtung ( $d \approx 20$  nm), ist die Quantisierung in  $z$ -Richtung sehr viel stärker als in radialer Richtung. Man separiert daher das Problem in  $z, r$  und  $\varphi$  mit

$$\Psi(r, \varphi, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{il\varphi} g(z) \rho(r)$$

und bestimmt zunächst die Lösungen in  $z$ -Richtung [23]:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(r, z) \right) g(z) = E_0(r) g(z).$$

In  $z$ -Richtung bildet die Benetzungsschicht einen rechteckigen Quantentopf aus InAs, umgeben von GaAs (vergleiche auch Kapitel 3. Dieser hat wegen seiner geringen Breite lediglich einen Zustand. Dort, wo sich auf der Benetzungsschicht die InAs-Inseln gebildet haben, ist der rechteckige Quantentopf etwas breiter als dort, wo sich keine Inseln gebildet haben. Die Zustandsfunktion dieses Quantentopfes ist an den Orten der Quantenpunkte somit energetisch etwas tiefer. In der adiabatischen Näherung wird die Grundzustandsenergie  $E_0(r)$ , die in dieser Betrachtung von  $x$  und  $y$ , d.h. der Lage innerhalb der Benetzungsschicht, abhängt, als Potenzial für das verbleibende Problem in  $r$  und  $\varphi$  eingesetzt:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \left( \frac{l}{r} - \frac{r}{2\hbar} eB \right)^2 + E_0(r) \right] \cdot \rho(r) = E \cdot \rho(r)$$

Die Tiefe des endlichen parabolischen Potenzials in den verbleibenden zwei Dimensionen ist demzufolge die Differenz aus der Grundzustandsenergie eines rechteckigen Quantentopfes in einer Dimension ( $z$ ) von der Breite der Benetzungsschicht und der Grundzustandsenergie eines rechteckigen Quantentopfes in einer Dimension von einer Breite, die der Höhe der Quantenpunkte plus der Höhe der Benetzungsschicht entspricht. Die Tiefe des zweidimensionalen Einschlusspotenzials ist somit geringer als die Banddiskontinuität zwischen GaAs und InAs. Die Banddiskontinuität ergibt sich als Summe der Quantisierungsenergie in  $z$ -Richtung und der Tiefe des zweidimensionalen parabolischen Potenzials.

Der Einfluss der endlichen Höhe eines solchen Potenzials soll in diesem Kapitel untersucht werden und anhand eines Beispiels mit dem unendlich hohen Paraboloiden verglichen werden.

Sei das Einschlusspotenzial (siehe Abbildung 2) gegeben durch

$$V(r, \varphi) = \begin{cases} \frac{4 \cdot V_0}{d^2} r^2 & \text{für } -\frac{d}{2} \leq r \leq \frac{d}{2} \\ V_0 & \text{für } |r| > \frac{d}{2} \end{cases}. \quad (8)$$

Während das Problem des unendlich hohen zweidimensionalen parabolischen Potenzials noch analytisch lösbar ist, ist der hier betrachtete Fall des endlich hohen Potenzials nur noch numerisch lösbar. Da das Problem radialsymmetrisch ist, lässt sich die Lösung der Schrödingergleichung

$$\left( \frac{1}{2m} (\vec{p} - e\vec{A})^2 + V(r) \right) \Psi = E \Psi \quad (9)$$

mit dem Separationsansatz

$$\Psi(r, \varphi) = \rho(r) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{il\varphi} \quad (10)$$

lösen. Es bietet sich hierbei an, die ganze Rechnung in Zylinderkoordinaten durchzuführen. Für den radialen Anteil ergibt sich somit nach Einsetzen des Ansatzes in die Schrödingergleichung folgende Differentialgleichung:

$$\rho''(r) = \left[ -\frac{2m}{\hbar^2} \cdot (E - V) + \left( \frac{l}{r} - \frac{r}{2\hbar} eB \right)^2 \right] \cdot \rho(r) - \frac{1}{r} \cdot \rho'(r). \quad (11)$$



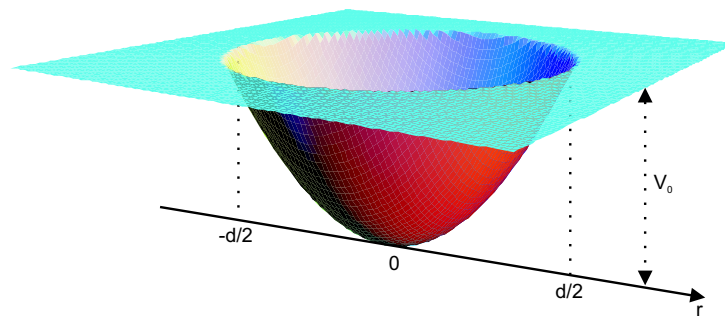


Abbildung 2: Zweidimensionales parabolisches Einschlusspotenzial der Tiefe  $V_0$  und der Breite  $d$

Um die Lösungen dieser Gleichung zu erhalten wurde ein Java-Programm geschrieben, das die Gleichung numerisch mit dem Runge-Kutta-Verfahren 4.Ordnung löst. Dieses Programm ist frei zugänglich erreichbar unter der Adresse:

[http://fkpme246a.uni-duisburg.de/ag\\_lorke/applets/qd/applet.shtml](http://fkpme246a.uni-duisburg.de/ag_lorke/applets/qd/applet.shtml)

Der Teil des Quelltextes, der für die mathematische Lösung des Problems zuständig ist, ist im Anhang abgedruckt. Beim Runge-Kutta-Verfahren 4.Ordnung handelt es sich um ein Prädiktor-Korrektor-Verfahren, dessen Fehler von der Größenordnung  $h^5$  ist, wobei  $h$  die Schrittweite der Iteration ist. Im erstellten Programm wurde sie auf  $h = 0,01 \text{ nm}$  eingestellt. Die Bestimmung der Eigenenergien erfolgt durch Ausprobieren von Energien mit Hilfe einer Intervallschachtelung. Jede ausprobierte Energie wird dabei mittels der durch das Potenzial und die vom eingestellten Drehimpuls  $l$  abhängigen Randbedingungen darauf überprüft, ob es sich hierbei um eine Eigenenergie handelt. Bei der Bestimmung der einzelnen Zustände wird die Intervallschachtelung dann abgebrochen, wenn die bestimmte Eigenenergie in dieser Simulation auf  $0,001 \text{ meV}$  genau bestimmt worden ist. Dies ist natürlich kein Maß für die tatsächliche Genauigkeit der Simulation.

Als Parameter für die erstellte Simulation können die Potenzialbreite  $d$ , die Tiefe des zweidimensionalen Paraboloiden  $V_0$  sowie die Masse des eingeschlossenen Elektrons oder Lochs und das in  $z$ -Richtung weisende Magnetfeld  $B$  eingegeben werden. Über die Breite  $d$  und die Tiefe  $V_0$  ergibt sich die Krümmung des Potenzials.

Abbildung 3 zeigt als Beispiel die Zustandsfunktionen eines zweidimensionalen parabolischen Quantentopfs mit  $d = 20 \text{ nm}$  und  $V_0 = 300 \text{ meV}$ . Die Zustände beziehen sich auf ein Elektron mit einer reduzierten Masse von  $m^* = 0,067m_0$  ohne angelegtes Magnetfeld  $B$ . Mit diesen Daten ergibt sich die Eigenenergie des unendlich hohen Potenzials mit gleicher Krümmung zu  $\hbar\omega_0 = 82,12 \text{ meV}$ . Diese wird in Tabelle 1 mit den Energien des endlich hohen Potenzials verglichen

Tabelle 1 zeigt vergleichend die Eigenenergien eines  $0,3 \text{ eV}$  tiefen und  $20 \text{ nm}$  breiten parabolischen Quantentopfes in zwei Dimensionen und die eines unendlich tiefen parabolischen Potenzials in zwei Dimensionen mit gleicher Krümmung. Man erkennt, dass die Abweichungen nur sehr gering ausfallen. Hauptunterschied zwischen endlich tiefem und unendlich tiefem Modell ist, dass der endlich tiefe Trog nur endlich viele Zustände hat.

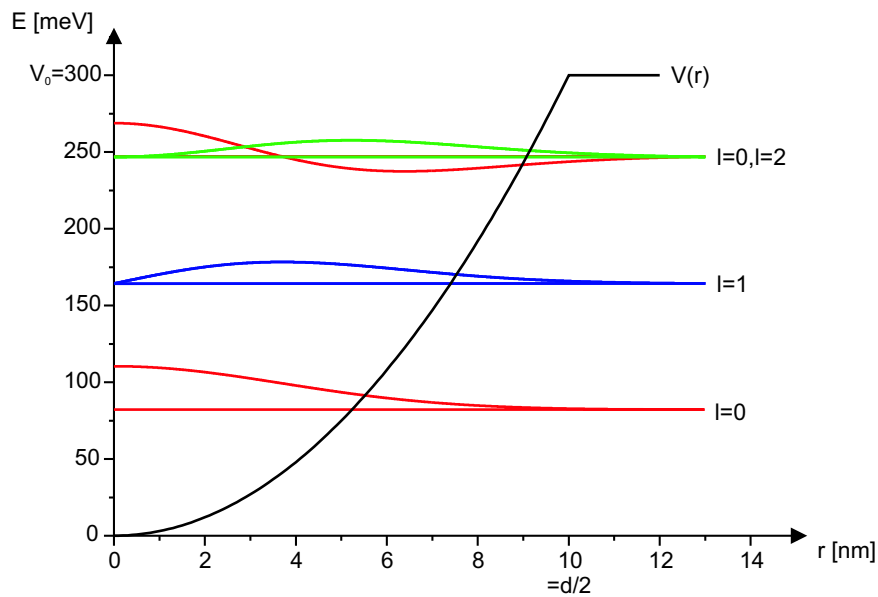


Abbildung 3: *Energetische Zustände eines 0,3eV tiefen und 20nm breiten parabolischen Quantentopfes in zwei Dimensionen (radialer Anteil der Wellenfunktion)*

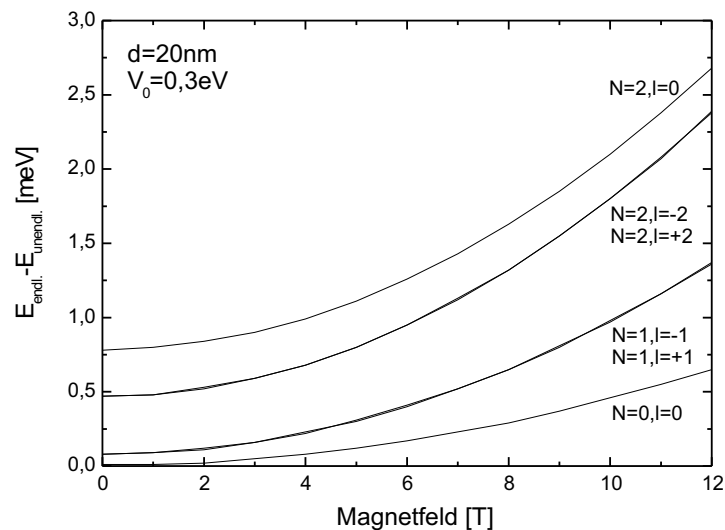


Abbildung 4: *Vergleich der Eigenenergien eines 20nm breiten und 0,3eV tiefen zweidimensionalen parabolischen Quantentopfes mit den Eigenenergien eines unendlich tiefen zweidimensionalen parabolischen Potentials gleicher Krümmung in Abhängigkeit von  $B$*

$n_{\odot}$	$n_{\ominus}$	$l$	$N$	$E_{\infty}$	$E_{\text{endl.}}$
0	0	0	0	82,12meV	82,13meV
1	0	1	1	164,23meV	164,32meV
0	1	-1	1	164,23meV	164,32meV
2	0	2	2	246,35meV	246,83meV
1	1	0	2	246,35meV	247,14meV
0	2	-2	2	246,35meV	246,83meV

Tabelle 1: Vergleich der Eigenenergien eines endlich hohen und unendlich hohen zweidimensionalen Potenzialtopfs für  $B = 0T$

Abbildung 4 zeigt den Unterschied der Eigenenergien der beiden Modelle in Abhängigkeit des Magnetfeldes  $B$ . Mit zunehmendem Magnetfeld nimmt die Energiedifferenz zu. Auffallend ist auch die geringe Aufhebung der Entartung zwischen  $N = 2, l = 0$  und  $N = 2, l = \pm 2$ .

### 1.3 Das Constant–Interaction–Model

Bisher wurden die energetischen Zustände des quantenmechanischen zweidimensionalen harmonischen Oszillators im Einelektronen–Modell behandelt. Ist ein solcher Oszillator mit mehr als einem Elektron besetzt, so ergeben sich Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Elektronen, so dass sich die Energieeigenwerte verändern. Es muss hierzu die Vielteilchen–Schrödingergleichung

$$\left( \sum_i \frac{\vec{p}_i^2}{2m} + \sum_i \frac{1}{2} m \omega_0^2 \vec{r}_i^2 + \sum_{j \neq i} \frac{e^2}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|} \right) \Psi = E \Psi \quad (12)$$

zur Lösung des Problems herangezogen werden. Der zusätzliche Term beschreibt die Coulomb–Wechselwirkung der Elektronen untereinander. Gleichung 12 ist allerdings nicht mehr geschlossen lösbar.

Als eine gute Näherung hat sich bei Quantenpunkten das „Constant–Interaction–Model“ erwiesen [4] [26]. Hierbei werden die Quantisierungsenergien, hervorgerufen durch das äußere Potenzial, und die Elektron–Elektron–Wechselwirkungen völlig getrennt voneinander behandelt. Man nimmt an, dass jedes Elektronenpaar  $(i, j)$  einen konstanten Coulomb–Beitrag  $E_{\text{Coulomb}}$  zur Energie beiträgt. Die Gesamtenergie für  $N$  Elektronen im Quantenpunkt ergibt sich demnach zu

$$E(N) = \sum_{i=1}^N E_i + \frac{N(N+1)}{2} E_C. \quad (13)$$

Das Modell beruht auf der Annahme, dass die Einteilchenenergien und die Wechselwirkungsenergien verschiedene Größenordnungen besitzen und sich daher separieren lassen.

Experimentell relevant sind die Energien, die notwendig sind, um die Anzahl der Elektronen im Quantenpunkt zu ändern. Die sogenannte Coulombblockade ist ein Grund dafür, dass Energie notwendig ist, um ein weiteres Elektron auf den Quantenpunkt zu bringen.

## 1.4 Coulombblockade

Das Laden der Quantenpunkte mit Elektronen kann beschrieben werden, indem man die Quantenpunkte als einen Kondensator mit einer kleinen Kapazität  $C_Q$  (Ladung  $Q_Q$  und Elektronenanzahl  $N_Q$ ) auffasst, der von einem weiteren Kondensator (Batterie mit großer Kapazität  $C_B$ , großer Elektronenanzahl  $N_B$  und damit großer Ladung  $Q_B$ ) mit Elektronen versorgt werden kann. Daher ist die Spannung  $U$  konstant.



Abbildung 5: Einfaches Ersatzschaltbild zur Coulombblockade

Abbildung 5 zeigt ein einfaches Ersatzschaltbild. Die Gesamtenergie des Systems setzt sich zusammen aus den elektrostatischen Energien der Coulombinsel und der Batterie:

$$E_{\text{ges}} = \frac{1}{2} \frac{Q_Q^2}{C_Q} + \frac{1}{2} \frac{Q_B^2}{C_B} = e^2 \left( \frac{N_Q^2}{2C_Q} + \frac{N_B^2}{2C_B} \right).$$

Ungehindertes Laden bzw. Entladen des Quantenpunkts mit einem Elektron ist nur dann möglich, wenn die Gesamtenergie unabhängig davon ist, ob sich das Elektron im Quantenpunkt befindet oder in der Batterie[32], also wenn

$$\begin{aligned} e^2 \left( \frac{N_Q^2}{2C_Q} + \frac{N_B^2}{2C_B} \right) &= e^2 \left( \frac{(N_Q + 1)^2}{2C_Q} + \frac{(N_B - 1)^2}{2C_B} \right) \\ \Leftrightarrow e^2 \left( \frac{N_Q^2}{2C_Q} + \frac{N_B^2}{2C_B} \right) &= e^2 \left( \frac{N_Q^2 + 2N_Q + 1}{2C_Q} + \frac{N_B^2 - 2N_B + 1}{2C_B} \right) \\ \Leftrightarrow 0 &= e^2 \left( \frac{2N_Q + 1}{2C_Q} - \frac{2N_B - 1}{2C_B} \right) \\ \Rightarrow e^2 \frac{2N_Q + 1}{2C_Q} &= e^2 \frac{2N_B - 1}{2C_B} \approx e^2 \frac{N_B}{C_B} = e^2 \frac{U}{e} = eU \end{aligned} \quad (14)$$

$$\Rightarrow U = e \frac{2N_Q + 1}{2C_Q} \quad (15)$$

Die Näherung in 14 ist gerechtfertigt, da die Anzahl  $N_B$  der Elektronen in der Batterie sehr groß ist. Gleichung 15 gibt an, dass bei der Spannung  $U$  ein Quantenpunkt mit  $N_Q$  Elektronen mit einem weiteren Elektron geladen wird, so dass sich die Gesamtzahl der Ladungen auf  $N_Q + 1$  erhöht.

Eine entsprechende Rechnung ergibt sich für die Ladung des  $N_Q + 2$ -ten Elektrons. Dieses wird bei der Spannung

$$U' = e \frac{2N_Q + 3}{2C_Q} \quad (16)$$

geladen. Die Coulombblockadeenergie wird definiert als die Energie zwischen zwei Ladevorgängen. Sie ergibt sich zu

$$\Delta E = e \cdot (U' - U) = \frac{e^2}{C_Q}. \quad (17)$$

## 1.5 Quantenpunkte in einer Kapazitätsstruktur

Die untersuchten Quantenpunkte befinden sich eingebettet in eine Kondensatorstruktur. Die Platten des Kondensators haben einen Abstand  $D$ , die Quantenpunkte befinden sich  $d$  von der in Abbildung 6 unteren Platte entfernt. Zwischen den beiden Kondensatorplatten befindet sich ein Dielektrikum mit der Dielektrizitätskonstanten  $\varepsilon_r$ . Eine genauere Beschreibung des Probedesigns findet sich in Kapitel 4.

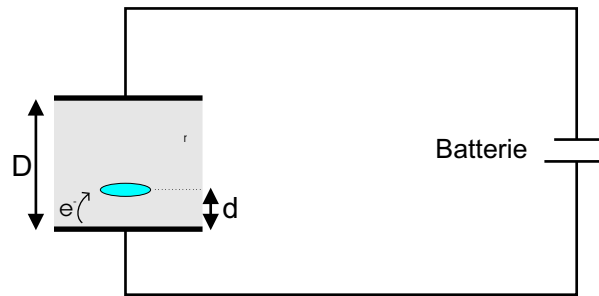


Abbildung 6: Geometrie der Kondensatorstruktur mit eingebetteten Quantenpunkten

Der Kondensator habe eine Kapazität  $C$  mit einer Ladung  $Q$  und einer Flächenladungsdichte  $\sigma$ . Ist der Quantenpunkt ungeladen, so hat das System eine Energie von

$$E = \frac{Q_1^2}{2C}.$$

Das erste Elektron wird von der unteren Platte zum Quantenpunkt tunneln, wenn

$$\frac{Q_1^2}{2C} = \frac{Q_1^2}{2C} - \frac{e\sigma_1}{\varepsilon_r\varepsilon_0} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0} \frac{e^2}{4d} \quad (18)$$

ist. Der erste Term auf der rechten Seite aus Gleichung 18 beschreibt die Energie des Kondensators. Diese hat sich praktisch nicht verändert (gleiche Energie wie der linke Term der Gleichung) nachdem ein Elektron auf den Quantenpunkt geladen worden ist, da  $Q \gg e$  ist. Der zweite Term der Gleichung beschreibt den Gewinn an potentieller Energie beim Durchlaufen des Weges  $d$  durch den Kondensator und damit entlang des elektrischen Feldes. Die Feldstärke wird durch die Flächenladungsdichte  $\sigma_1$  bestimmt. Der dritte Term der Gleichung ist die Bildladungsenergie. Ladung und Bildladung haben den Abstand  $2d$ . Der Energiebeitrag der Bildladung bezüglich der weiter entfernten Kondensatorplatte wird vernachlässigt.

Beim Laden des zweiten Elektrons ergibt sich eine entsprechende Energiebilanz:

$$\frac{Q_2^2}{2C} - \frac{e\sigma_1}{\varepsilon_r\varepsilon_0} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0} \frac{e^2}{4d} = \frac{Q_2^2}{2C} - \frac{e\sigma_2}{\varepsilon_r\varepsilon_0} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0} \frac{(2e)^2}{4d} + E_{ee}. \quad (19)$$

In Gleichung 19 taucht ein weiterer Term auf. Er beschreibt die Elektron–Elektron–Wechselwirkung und ergibt sich nach dieser Gleichung zu

$$E_{ee} = \frac{e\sigma_2}{\varepsilon_r\varepsilon_0}d + \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0} \frac{3e^2}{4d} \quad (20)$$

Bringt man nun alle Terme in Gleichung 18 auf eine Seite und zieht diese Gleichung von Gleichung 20 ab, so erhält man einen Ausdruck für die Elektron–Elektron–Wechselwirkung:

$$\begin{aligned} E_{ee} &= \frac{ed}{\varepsilon_r\varepsilon_0}(\sigma_2 - \sigma_1) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0} \frac{e^2}{d} \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \right) \\ \Leftrightarrow E_{ee} &= e\Delta U \frac{d}{D} + \frac{1}{8\pi\varepsilon_r\varepsilon_0} \frac{e^2}{d}. \end{aligned} \quad (21)$$

Die Wechselwirkungsenergie  $E_{ee}$  kann also beschrieben werden durch ein einfaches „Hebelgesetz“ und eine Bildladungskorrektur [32].

## 2 Optische Übergänge und photonische Wechselwirkungen mit dem Festkörper

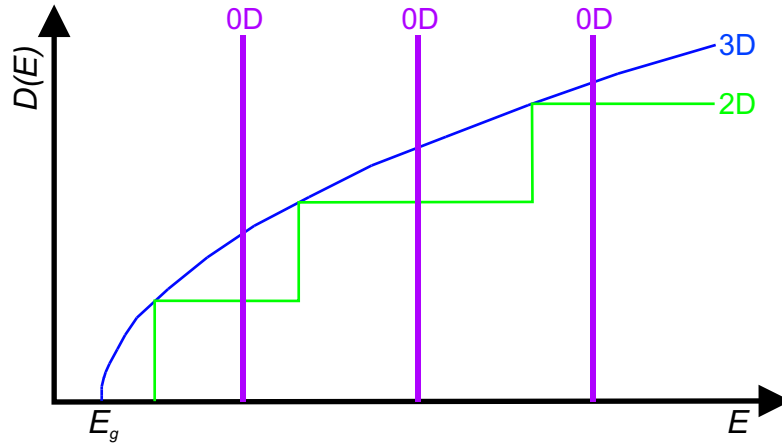
Niedrigdimensional strukturierte Halbleitersysteme haben gegenüber den jeweiligen Volumenmaterialien einige Vorteile in Bezug auf ihre optischen Eigenschaften und deren Verwendbarkeit [14]. Beim Volumenhalbleiter beobachtet man beim Interbandübergang Lumineszenzlicht, das energetisch der Bandlücke, reduziert um die Exzitonenbindungsenergie, entspricht. Bei Quantentöpfen und Quantenpunkten misst man dagegen Lumineszenz mit erhöhter Photonenenergie. Diese Erhöhung kommt durch die zusätzlichen Quantisierungsenergien der eingesperrten Elektronen und Löcher zustande. In nanostrukturierten Halbleitern kann diese Energie über die Größe der Struktur eingestellt werden.

Die in diesen Systemen erhöhte Zustandsdichte (siehe Abbildung 7) erhöht die Wahrscheinlichkeit für strahlende Übergänge. Aufgrund der stärkeren lokalen Einschränkung von Elektronen und Löchern überlappen die zugehörigen Wellenfunktionen stärker. Daher sind diese Strukturen interessant für helle, lichtemittierende Bauelemente.

Während die Zustandsdichte für Volumenhalbleiter eine wurzelförmige Abhängigkeit von der Energie hat, ist sie bei Quantentöpfen innerhalb der einzelnen Subbänder konstant. Quantenpunkte haben wegen ihres dreidimensionalen Einschlusses von Elektronen und Löchern diskrete Zustände. Ihre Zustandsdichte setzt sich aus  $\delta$ -Funktionen zusammen. Dies macht Quantenpunkte interessant für energetisch sehr scharf emittierende Bauelemente mit hoher Effizienz. Die geringe Linienbreite der Lumineszenz wurde durch Messungen an einzelnen Quantenpunkten bestätigt [49] [21].

Wird ein Ensemble von Quantenpunkten betrachtet, in dem nicht alle Quantenpunkte die gleiche Größe aufweisen (in der Regel handelt es sich um eine gaußförmige Größenverteilung), so ergeben sich verbreiterte Emissions- bzw. Absorptionsmaxima.

Auf die beobachtbaren Intra- und Interbandübergänge in selbstorganisierten Quantenpunkten soll im Folgenden näher eingegangen werden.

Abbildung 7: Zustandsdichten  $D(E)$  für 3D-, 2D- und 0D-Systeme

## 2.1 Interbandübergänge

Bei den bisher beschriebenen Zustandsfunktionen für die Elektronen, die analog auch für die Löcher herzuleiten sind, handelt es sich nur um die Enveloppenwellenfunktionen  $\chi$ . Da Elektronen und Löcher in den Quantenpunkten sich in einem Festkörper befinden, sind ihre Zustandsfunktionen  $\Psi$  Produkte aus der Enveloppenwellenfunktion  $\chi$  und der dazugehörigen Blochfunktion  $u_k(\vec{r})$ . Die vollständigen Wellenfunktionen lassen sich daher schreiben in der Form

$$\Psi_c = \chi_c \cdot u_{\vec{k}c} \quad \text{für die Elektronen im Leitungsband} \quad (22)$$

$$\text{und} \quad \Psi_v = \chi_v \cdot u_{\vec{k}v} \quad \text{für die Löcher im Valenzband.} \quad (23)$$

Auskunft darüber, ob ein Dipolübergang von einem Zustand des Quantenpunktes im Leitungsband zu einem Zustand im Valenzband erlaubt ist oder nicht, gibt das Dipolmatrixelement

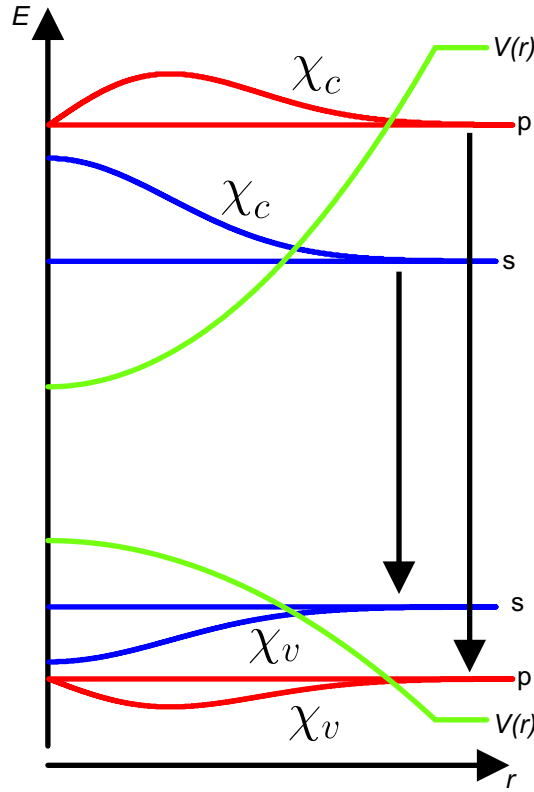
$$\begin{aligned} & \langle \Psi_c | \vec{e} \cdot \hat{\vec{p}} | \Psi_v \rangle \\ &= \int \Psi_c^* \cdot \vec{e} \cdot \hat{\vec{p}} \cdot \Psi_v d^2r \\ &= \int \chi_c^* \cdot u_{\vec{k}c}^* \cdot \vec{e} \cdot \hat{\vec{p}} \cdot \chi_v \cdot u_{\vec{k}v} d^2r \end{aligned}$$

Dieses Integral kann geschrieben werden als Summe über alle Einheitszellen (EHZ) des Kristalls. Das verbleibende Integral, über das aufsummiert wird, erstreckt sich dann nur noch über eine Einheitszelle.

$$= \sum_{\text{EHZ}} \int_{\text{EHZ}} \chi_c^* \cdot u_{\vec{k}c}^* \cdot \vec{e} \cdot \hat{\vec{p}} \cdot \chi_v \cdot u_{\vec{k}v} d^2r$$

Der Integrand besteht aus zwei Teilen: Die Funktion  $\chi$ , die sich nur schwach innerhalb einer Einheitszelle verändert, und die Blochfunktion, die sich innerhalb einer Einheitszelle variiert. Unter der Näherung

$$(\chi \approx \text{const. in EHZ})$$

Abbildung 8: Auswahlregeln zum Interbandübergang ( $\Delta l = 0$ )

können demnach die beiden Anteile  $\chi_v$  und  $\chi_c$  vor das Integralzeichen gezogen werden.

$$= \sum_{EHZ} \chi_c^* \chi_v \underbrace{\int_{EHZ} u_{kc}^* \cdot \vec{e} \cdot \hat{\vec{p}} \cdot u_{kv} d^2r}_{p_{cv}(0)}$$

Es verbleibt ein Integral, das das bekannte Dipolmatrixelement  $p_{cv}(0)$  für den Interbandübergang eines homogenen Festkörpers beschreibt. Dieser Übergang ist unter Beachtung der Auswahlregeln für die Polarisation der Dipolstrahlung erlaubt, da das Leitungsband  $sp^3$ -hybridisiert ist, während das Valenzband  $s$ -artig ist. Mit dieser Erkenntnis lässt sich das Dipolmatrixelement für die Übergänge im Quantenpunkt folgendermaßen vereinfachen zu

$$\langle \Psi_c | \vec{e} \cdot \hat{\vec{p}} | \Psi_v \rangle = p_{cv}(0) \sum_j \chi_c^* \chi_v = p_{cv}(0) \cdot \frac{1}{V} \cdot \int \chi_c^* \cdot \chi_v d^2r \quad (24)$$

Die Summe in Gleichung 24 wurde dabei wieder in ein Integral überführt. Es ist ersichtlich, dass die Frage, ob ein strahlender Übergang erlaubt ist oder nicht, davon abhängt, ob das Überlappintegral über die Enveloppenwellenfunktionen von Ausgangszustand und Endzustand verschwindet, oder nicht.

Mit der bekannten Form für die Enveloppenwellenfunktionen (vergleiche Gleichung 10

$$\chi(r, \varphi) = \rho(r) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{il\varphi}$$



ergibt das Überlappintegral

$$\int \chi_c^* \cdot \chi_v d^2r = \int_0^\infty r \cdot \rho_c^*(r) \cdot \rho_v(r) dr \cdot \int_0^{2\pi} e^{i\Delta l \cdot \varphi} d\varphi$$

nur dann einen von Null verschiedenen Wert, wenn  $\Delta l = 0$  ist. Das heißt, es sind nur Übergänge von einem p-Zustand zu einem p-Zustand und von einem s-Zustand zu einem s-Zustand zu erwarten. Abbildung 8 veranschaulicht diesen Sachverhalt.

Es wären auch Übergänge von einem d-Zustand zu einem d-Zustand oder von einem d-Zustand (mit  $l = 0$ ) zu einem s-Zustand möglich. Diese werden aber nicht beobachtet, wenn die Einschlusspotenziale in den betrachteten Quantenpunkten so klein sind, dass nur s- und p-Zustände vorhanden sind.

## 2.2 Intrabandübergänge

Die in Gleichung 6 verwendeten Quantenzahlen  $n_\odot$  und  $n_\ominus$  sind in der Interpretation von C.Cohen–Tannoudji *linkszirkulare Quanten* und *rechtzirkulare Quanten*. Ihre Differenz ergibt den Drehimpuls  $l$ . Hieran lassen sich bereits die möglichen Dipolübergänge ablesen. Eine linkszirkular-polarisierte elektromagnetische Welle kann die Quantenzahl  $n_\odot$  um eins erhöhen.  $n_\ominus$  kann analog durch eine rechtzirkular-polarisierte elektromagnetische Welle erhöht werden. Damit ergeben sich die Auswahlregeln für die „Intraband-Übergänge“ zu

$$\Delta l = \pm 1 \quad \text{und} \quad \Delta N = 1. \quad (25)$$

Für die beiden möglichen Resonanzenergien  $E_\pm$  folgt somit:

$$E_\pm = \hbar\omega_\pm = \hbar\sqrt{\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}} \pm \hbar\frac{\omega_c}{2}. \quad (26)$$

Eine genauere Herleitung der Auswahlregeln erfordert die Berechnung des Dipolmatrixelements unter Verwendung der beteiligten Zustandsfunktionen. Man vergleiche hierzu die Literatur [35] [31].

Der parabolische Quantentopf hat allerdings noch eine Besonderheit. Bei ihm kann Dipolstrahlung nur an die Schwerpunktsbewegung der Elektronen angreifen, die wiederum die gleichen Eigenfrequenzen hat, wie ein einziges Elektron in diesem Potenzial. Damit sind die Resonanzenergien unabhängig von der Anzahl der eingeschlossenen Elektronen. Diese Besonderheit wird durch das verallgemeinerte Kohn'sche Theorem [28][5][34][52] zum Ausdruck gebracht.

## 2.3 Photonische Wechselwirkungen mit dem Festkörper im fernen Infrarot (FIR)

Die im vorherigen Kapitel beschriebenen Intrabandübergänge der Quantenpunkte befinden sich in einem Energiebereich, in dem es weitere Wechselwirkungen von Licht mit dem Festkörper gibt. Hierzu gehören neben der Reststrahlenbande auch Zwei-Phononen-Wechselwirkungen.

Während ein einzelnes Phonon mit einem Photon nur wechselwirken kann, wenn es einen  $\vec{k}$ -Vektor nahe Null hat, können an Zwei-Phononen-Prozessen Phononen

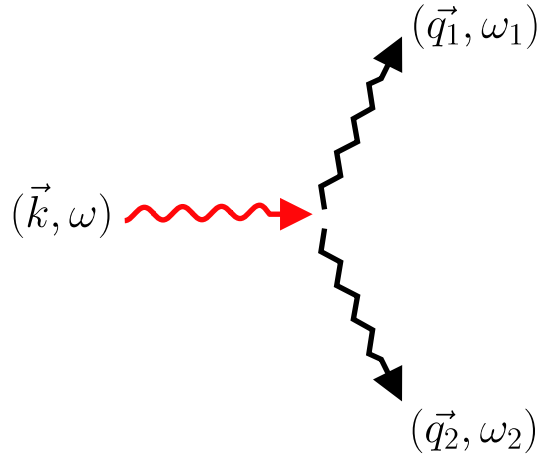


Abbildung 9: Wechselwirkung zwischen zwei Phononen und einem Photon

beliebiger  $\vec{k}$ -Vektoren partizipieren [53]. Es ergibt sich somit ein kontinuierliches Absorptionsspektrum, das an den singulären Stellen in der Phononen-Zustandsdichte (van-Hove-Singularitäten) erhöhte Absorptionen aufweist. Abbildung 10 zeigt die Phononendispersion von GaAs. Es wurde mit Hilfe von Neutronenstreuung bei  $T = 293\text{ K}$  gemessen [50].  $\zeta$  bezeichnet hierbei die auf Eins normierte reziproke Gitterlänge.

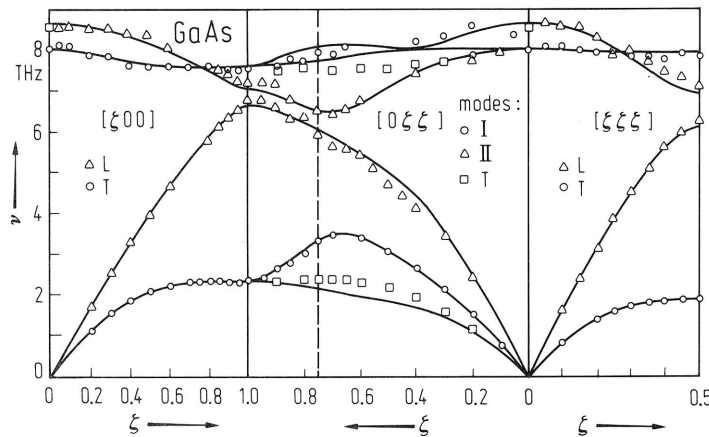


Abbildung 10: Phononendispersion von GaAs

Auch für den Zwei-Phononen-Prozess muss sowohl der Wellenvektor  $\vec{k}$ , als auch die Energie erhalten bleiben:

$$\vec{q}_1 + \vec{q}_2 = \vec{k} \approx \vec{0} \quad \text{und} \quad \omega_1 + \omega_2 = \omega.$$

$\vec{q}_1$  und  $\vec{q}_2$  bezeichnen die Wellenvektoren der beiden beteiligten Phononen,  $\vec{k}$  ist der Wellenvektor des Photons,  $\omega_1$  und  $\omega_2$  sind die Phononenenergien und  $\omega$  ist die Energie des Photons.

Abbildung 9 zeigt den Prozess schematisch. Da das Photon einen Impuls von ungefähr Null hat, müssen die beteiligten Phononen vom Betrag den gleichen Impuls besitzen, während ihre Energien verschieden sein dürfen.

Auf diese Weise lassen sich die Energien einzelner Absorptionen in einem Ferninfrarot-Absorptionsspektrum ausdrücken als Summe oder Differenz von Phononenenergien der TA-, TO-, LA- und LO-Phononen an den Zonenrändern. Viele dieser Absorptionen beinhalten dabei die Teilnahme eines optischen und eines akustischen Phonons.

## Teil III

# Kristallwachstum und Probenpräparation

## 3 Selbstorganisiertes Wachstum der Quantenpunkte

In der Heteroepitaxie werden verschiedenen Materialien aufeinander aufgebracht. Abbildung 11 zeigt für eine Auswahl von Halbleitern die Größe der Bandlücke und die jeweilige Gitterkonstante des betrachteten Halbleiters. Durch Mischen verschiedener Elemente der III. und der V. Hauptgruppe können Verbindungshalbleiter hergestellt werden. Die Abhängigkeit von Gitterkonstante und Bandlücke wird in der betrachteten Abbildung durch Linien gekennzeichnet. Durchgezogene Linien bringen dabei zum Ausdruck, dass es sich um einen Halbleiter mit direkter Bandlücke handelt, gestrichelte Linien zeigen Halbleiter mit indirekter Bandlücke.

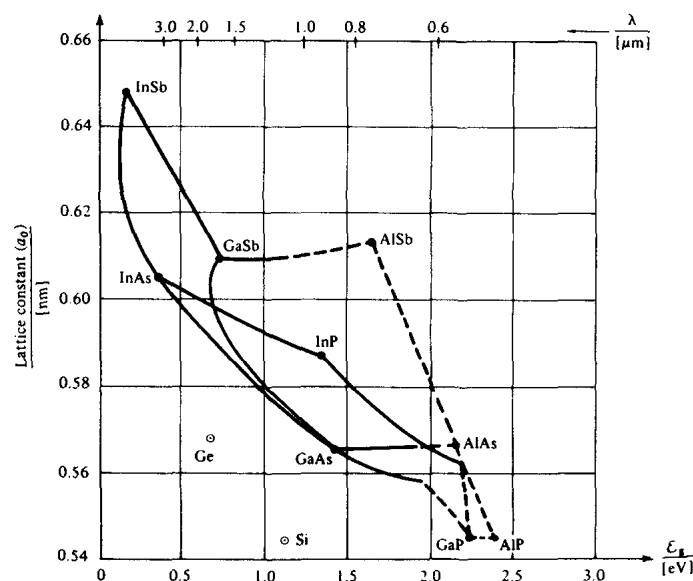


Abbildung 11: *Energielücken und Gitterkonstanten einiger Halbleiter aus [8]. Durchgezogene Linien bezeichnen direkte Halbleiter, gestrichelte Linien indirekte Halbleiter.*

Werden zwei verschiedene Halbleiter aufeinander aufgebracht (beispielsweise mittels Molekularstrahlepitaxie (MBE)), so entstehen aufgrund der Unterschiede in den beteiligten Gitterkonstanten Verspannungen, die das Wachstum einer Schicht (Material A) auf einem Substrat (Material B) beeinflussen. Zusätzlich wirken sich Oberflächen- und Grenzflächenenergien stark auf das Wachstumsverhalten aus.

Grundsätzlich unterscheidet man drei verschiedene Wachstumsmodi:

- Der *Frank-van-der-Merwe*-Modus bezeichnet ein Wachstum, bei dem sich nacheinander und epitaktisch geschlossenen Lagen bilden [15]. Man erhält glatte Oberflächen und spricht hierbei von einem quasi 2D-Wachstum.
- Der *Volmer-Weber*-Modus bezeichnet ein Wachstumsprozess, bei dem sich vornehmlich Inseln ausbilden [47]. Man spricht hierbei von einem quasi 3D-Wachstum.
- Der *Stranski-Krastanov*-Modus ist eine Mischung aus den beiden vorherigen Wachstumsmodi. Hierbei entsteht zunächst eine geschlossene Lage, der sogenannte *Benetzungsschicht* (*wetting layer*). Danach bilden sich einzelne Inseln aus [44].

Alle drei Modi sind in Abbildung 12 veranschaulicht.

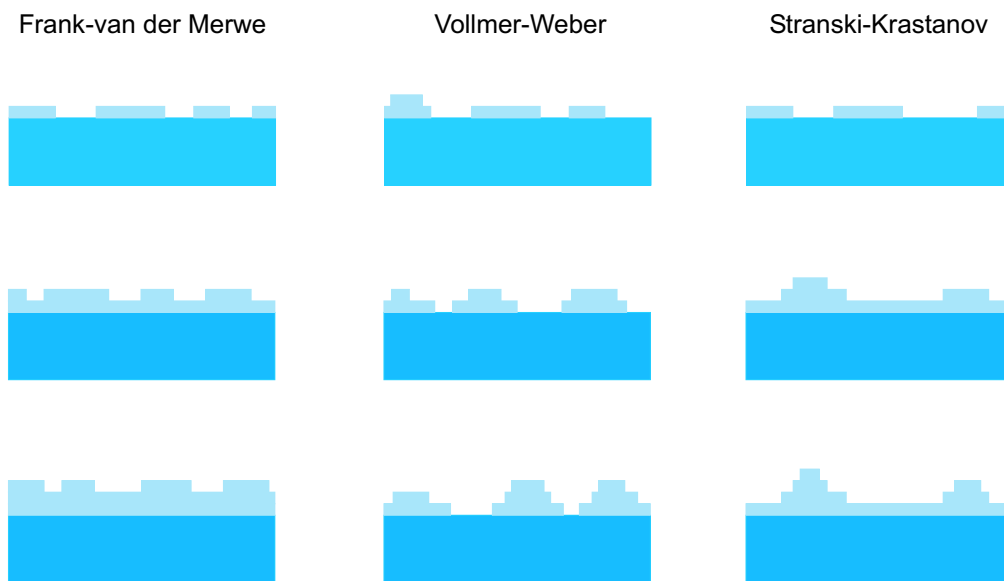


Abbildung 12: Die Wachstumsmodi in der Heteroepitaxie

Die Wachstumsprozesse nach Frank-van-der-Merwe und Vollmer-Weber können leicht durch einfache Überlegungen zur Oberflächen- und Grenzflächenenergie veranschaulicht werden [11]. Abbildung 13 zeigt ein Material (2) auf einem Substrat (1) im Vakuum (3). An den Grenzflächen bilden sich unterschiedlichen Oberflächen- bzw. Grenzflächenkräfte  $\sigma$ . Im thermodynamischen Gleichgewicht gilt für die resultierende Kraft innerhalb der Substratoberfläche

$$\sigma_{13} = \sigma_{12} + \cos \varphi \cdot \sigma_{23} \quad \Leftrightarrow \quad \cos \varphi = \frac{\sigma_{13} - \sigma_{12}}{\sigma_{23}}.$$

Damit ergibt sich für  $\sigma_{13} - \sigma_{12} = \sigma_{23}$ , d.h. also für  $\varphi = 0$ , Lagenwachstum (Frank-van-der-Merwe) und für  $\sigma_{13} - \sigma_{12} < \sigma_{23}$ , d.h. also für  $\varphi$  endlich, Inselwachstum (Vollmer-Weber).

Das Materialsystem InAs auf GaAs ist ein typisches Beispiel für das Stranski-Krastanov-Wachstum, welches sich vornehmlich aufgrund der ausgebildeten Verspannung bildet [39]. InAs und GaAs unterscheiden sich in ihrer Gitterkonstante

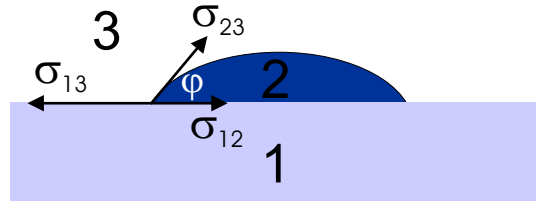


Abbildung 13: *Bildung einer Insel nach Deposition eines Materials (2) auf ein Material (1) im Vakuum (3)*

um ungefähr 7%. Die sich ausbildende Benetzungsschicht aus InAs auf GaAs wird *wetting layer* genannt, die sich danach ausbildenden Inseln sind die Quantenpunkte. Diese haben typischerweise einen Durchmesser von ca. 20 nm und eine Höhe von ca. 7 nm.

Das Entstehen dieser Inseln kurz nach dem Bilden einer homogenen Schicht aus InAs auf GaAs galt zunächst als unerwünschter Effekt. Es wurde sogar versucht, die Inselbildung beim Aufbringen von InAs auf GaAs zu unterbinden [45][19]. Goldstein et. al. [18] beobachteten aber bereits 1985, dass diese Inseln (Quantenpunkte) interessante physikalische und technologische Eigenschaften besitzen.

Während sich durch technisch komplizierte und aufwendige lithographische Verfahren (Aufbringen geeigneter Gatestrukturen auf ein 2DEG) einzelne nulldimensionale Potenziale erstellen lassen, die Elektronen in allen drei Raumrichtungen einsperren, bildet das *selbstorganisierte Wachstum* von Quantenpunkten, hervorgerufen durch das Stranski–Krastanov–Wachstum von InAs auf GaAs, eine verhältnismäßig einfache Weise, eine Vielzahl von Quantenpunkten mit schmaler Größenverteilung herzustellen, die aufgrund der kleineren Bandlücke von InAs in Bezug auf GaAs das weiter oben beschriebene Einschlusspotenzial für Elektronen und Löcher bilden.

Abbildung 14 zeigt eine rasterkraftmikroskopische Aufnahme (AFM) von InAs–Quantenpunkten auf einer GaAs–Oberfläche. Man beachte die unterschiedliche Skalierung in vertikaler und horizontaler Richtung.

Untersuchungen von I.Kegel et al. [27] mittels oberflächensensitiver Röntgenbeugung zeigen, dass es sich bei den Inseln keineswegs um reine InAs–Inseln handelt. Durch Diffusionsprozesse ergibt sich ein vertikaler Gradient des Ga–Anteils in den Quantenpunkten. Dies wird durch Abbildung 15B verdeutlicht. Abbildungsteil A zeigt die Abweichung der Gitterkonstanten im Quantenpunkt in Bezug auf die Gitterkonstante von GaAs.

## 4 Probendesign

Die im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Probe (11194) wurde in einer Molekularstrahlepitaxie–Anlage in der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Wieck an der Ruhr–Universität–Bochum gewachsen. Es handelt sich hierbei um eine Heterostruktur aus GaAs, AlAs und InAs–Quantenpunkten. Die Quantenpunkte befinden sich in einer MISFET–Struktur (Metal Insulator Semiconductor Field Effect Transistor) zwischen einem Rückkontakt und einer Gateelektrode.

Das Aufbringen der Gateelektrode sowie die ohmsche Kontaktierung des Rückkon-

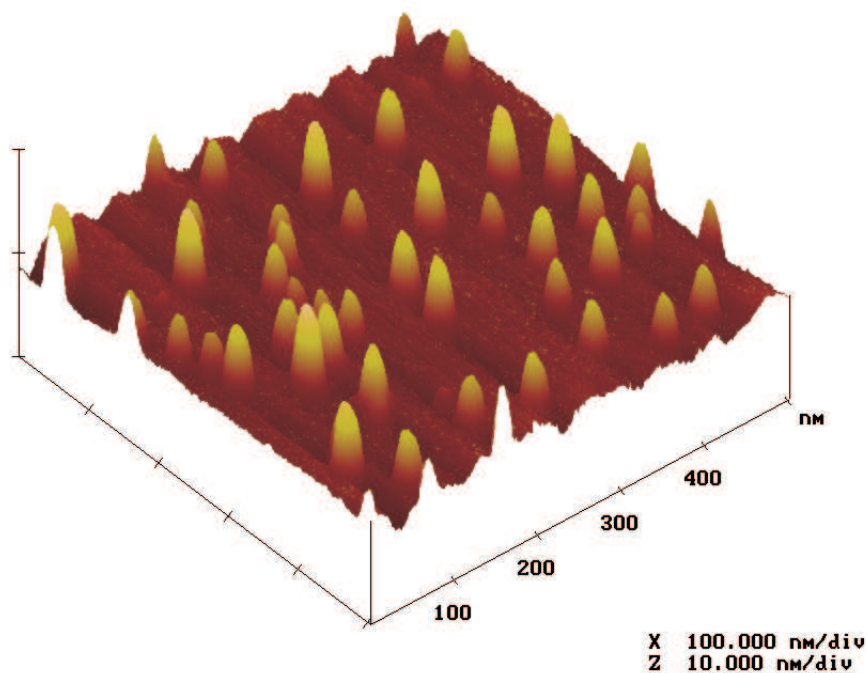


Abbildung 14: *AFM-Aufnahme von InAs-Quantenpunkten auf einer GaAs-Oberfläche.*

taktes wurde im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt (vergleiche dazu das Kapitel Probenpräparation).

Abbildung 16 zeigt schematisch die Folge der unterschiedlichen Materialien, die in der MBE-Anlage auf ein GaAs-Substrat aufgebracht wurden. Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu. In Wachstumsrichtung (in der Abbildung von links nach rechts) ist auf das Substrat zunächst ein 120 nm dickes GaAs/AlAs-Übergitter gewachsen. Dies dient zum Einschließen von Defekten und zur Glättung der Oberfläche, was wichtig für den weiteren Wachstumsprozess ist. Dem Übergitter folgt eine 400 nm dicke undotierte Schicht aus GaAs, welche als Abstandsschicht (spacer) zum folgenden Rückkontakt dient. Der Rückkontakt besteht aus mit Silizium dotierten GaAs und hat eine Dicke von 20 nm. Der Rückkontakt bildet zusammen mit der aufgedampften Gateelektrode an der Oberfläche eine Kondensatorstruktur, in der sich die Quantenpunkte befinden. Auf den Rückkontakt ist dann eine weitere Schicht GaAs aufgebracht. Diese Schicht ist 35 nm dick und bildet eine Tunnelbarriere, durch die Elektronen vom Rückkontakt in die Quantenpunkte und umgekehrt tunneln können. Weiter in Wachstumsrichtung folgen die InAs-Quantenpunkte. Hier wurden ca. zwei Monolagen InAs auf das GaAs der Tunnelbarriere aufgedampft. In Folge des sich ausbildenden Stranski-Krastanov-Wachstums formieren sich an dieser Stelle selbstorganisiert die Benetzungsschicht (die wetting-layer) und die Quantenpunkte. Diese werden im folgenden dann mit einer weiteren Schicht GaAs bedeckt. Diese Schicht hat eine Dicke von 30 nm. Sie wird gefolgt von einem weiteren 172 nm dickem GaAs/AlAs-Übergitter, dass als Blockadeschicht dient und das Tunneln von Elektronen aus den Quantenpunkten zum Gate verhindert. Durch dieses Übergitter werden folglich Leckströme zwischen Quantenpunkten und Gateelektrode vermin-

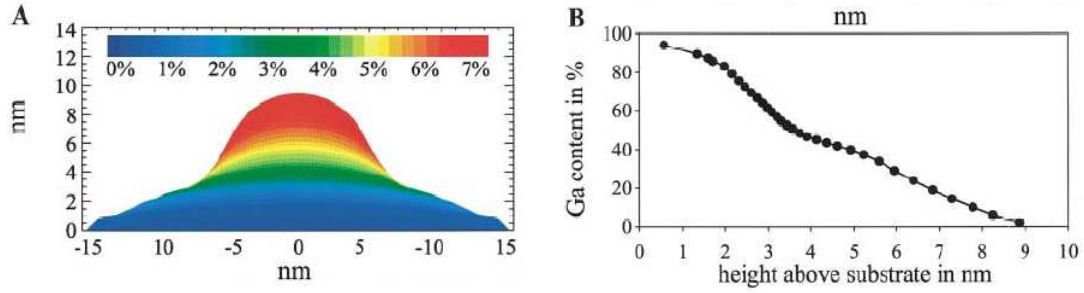


Abbildung 15: (A) Abweichung der Gitterkonstante innerhalb eines Quantenpunktes von der GaAs-Gitterkonstanten, (B) Gallium-Gehalt  $x$  des  $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}$ -Quantenpunktes als Funktion der Höhe über dem Substrat

dert. Als letzte Schicht, die im MBE-Wachstumsprozess aufgebracht wurde, handelt es sich um eine 8 nm dicke Schicht aus GaAs, die als Deckschicht dient und die Oxidation der aluminiumhaltigen Schichten verhindern soll. Das aufgedampfte Gate und die Kontaktierung des Rückkontaktes wird im folgenden Kapitel (Probenpräparation) näher erläutert.

Abbildung 16 zeigt weiter den Bandverlauf der betrachteten Heterostruktur. Aufgrund des hohen Reservoirs an Elektronen im dotierten Rückkontakt liegt die Fermienergie  $E_F$  lokal auf der Höhe der Silizium-Donatorniveaus. Die Steigung der Bandkanten zwischen Rückkontakt und aufgedampften Gate ergibt sich aus der Schottky-Barriere und der zwischen Rückkontakt angelegten Spannung  $U$ . Mit angelegter negativer Spannung  $U$  ergibt sich ein additiver Term zum vorhandenen Potenzialverlauf in der Form

$$\Phi(z) = -\frac{z}{t_{\text{tot}}}eU.$$

Hierbei ist  $z$  die Wachstumsrichtung der Heterostruktur ( $0 \leq z \leq t_{\text{tot}}$ ) mit dem Nullpunkt im Rückkontakt,  $U$  die angelegte Spannung zwischen Gate und Rückkontakt und  $t_{\text{tot}}$  der Abstand zwischen Rückkontakt und Gate. Auf diese Weise ergibt sich durch Anlegen einer Spannung  $U$  zwischen Gate und Rückkontakt, dass sich die Energieniveaus der Quantenpunkte in Bezug auf die lokale Fermienergie am Rückkontakt linear mit der angelegten Spannung verschieben in der Form

$$\Phi = -\frac{t_b}{t_{\text{tot}}}eU.$$

$t_b$  ist hierbei der Abstand der Quantenpunkte zum Rückkontakt. Der auftretende Term  $\frac{t_b}{t_{\text{tot}}}$  wird als inverser Hebelarm  $1/\lambda$  definiert. Für die untersuchte Probe ergibt sich somit ein Hebelarm von  $\lambda = 7$ . Der Hebelarm  $\lambda$  trat bereits bei der Elektron-Elektron-Wechselwirkung auf (vergleiche Gleichung 21), die durch ein Hebelgesetz beschrieben werden kann.

Auf diese Weise lassen sich durch Anlegen einer Spannung zwischen Gateelektrode und Rückkontakt die Energieniveaus der Quantenpunkte über oder unter das lokale Fermienergie am Rückkontakt ziehen. Wird ein Energieniveau unter die Fermienergie geschoben, so können Elektronen vom Rückkontakt in dieses Niveau hineintunneln, wird ein mit Elektronen besetztes Niveau über die Fermienergie gezogen, so



## Heterostruktur des Probenmaterials 11194

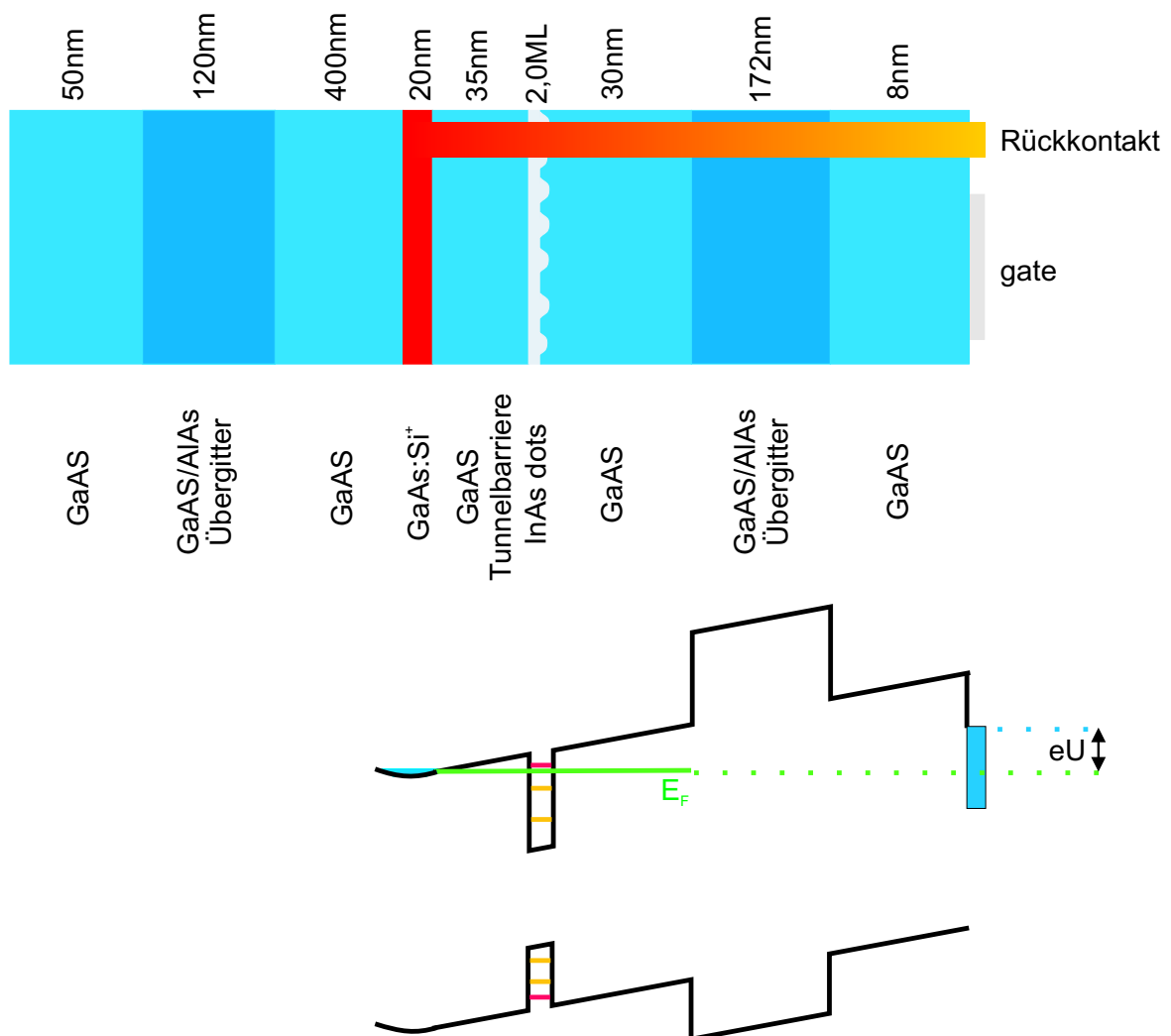


Abbildung 16: Probendesign der untersuchten Probe (11194) und dazugehörige Bandstruktur. Durch Anlegen einer Spannung zwischen Gate und Rückkontakt kann die Lage der Energieniveaus der Quantenpunkte bezüglich der lokalen Fermienergie verschoben werden.

können die Elektronen des besetzten Niveaus aus dem Quantenpunkt heraus in den Rückkontakt tunneln. Somit kann der Ladungszustand der Quantenpunkte durch Anlegen einer Spannung zwischen Gate und Rückkontakt eingestellt werden.

Die Wahl der einzelnen Parameter für die Probengeometrie ist entscheidend. Ist der Abstand zwischen Quantenpunkt und Gate zu groß, so müssen zu große Spannungen angelegt werden, um die einzelnen Niveaus der Quantenpunkte zu laden bzw. zu entladen. Dies hätte insbesondere durch die Erhöhung möglicher Leckströme negativen Einfluss auf die Messungen. Der Abstand sollte aber auch nicht zu klein gewählt werden, um ein Tunneln zwischen den Niveaus der Quantenpunkte und dem Gate zu verhindern. Die Unterdrückung dieses Tunnelns wird weiter von dem zwischengeschalteten Übergitter unterstützt. Auch die Wahl des Abstands  $t_b$  beeinflusst das Tunnelverhalten von Elektronen zwischen Rückkontakt und Quantenpunkten sehr. Hier ist ein schnelles Tunneln erwünscht, was für einen kleinen Abstand spricht. Der Abstand sollte aber auch nicht zu gering sein, da sonst das Tunnelverhalten durch die von den InAs-Quantenpunkten verursachte lokale Verspannung des Kristalls beeinträchtigt wird [16].

## 5 Probenpräparation

Die gesamte Präparation der Probe wurde, bis auf das Aufdampfen des Gates, unter Reinraumbedingungen durchgeführt. Dabei wird zunächst aus dem Wafer, der die zu untersuchende Heterostruktur enthält, ein ca.  $5\text{ mm} \times 5\text{ mm}$  großes Stück herausgebrochen. Da der Wafer mit einem Schutzlack versehen ist, muss dieser zunächst entfernt werden. Darüber hinaus gilt es, die Probe gründlich zu reinigen. Kleinste Verschmutzungen, insbesondere dort, wo später die Gateelektrode aufgebracht werden soll, können zu unerwünschten Leckströmen oder sogar Kurzschlüssen führen. Daher wird das Probenstück zunächst mit Stickstoff ( $\text{N}_2$ ) abgeblasen, anschließend ca. 5 Minuten in Aceton gekocht, so dass sich Schmutzrückstände von der Oberfläche der Probe lösen konnten. Danach wird die Probe noch in Methanol und schließlich Isopropanol gereinigt und mit Stickstoff trockengeblasen. Untersuchungen der Probe unter einem Mikroskop zeigen dann, ob noch grober Verunreinigungen auf der Probenoberfläche vorhanden sind oder nicht.

Die Kontaktierung der Rückkontakte wurde durch das Einlegieren von Indium (In) erreicht. Dazu werden aus einem 0,5mm dünnen Indiumdraht kleine Stücke Indium geschnitten und an den Ecken der Probenoberfläche platziert. Das Indium liegt zunächst nur locker auf der Oberfläche. Es ist dabei zu beachten, dass kein Indium an andere Stellen der Probe, insbesondere auf die spätere Gatefläche, gelangt. Dieses würde unweigerlich zum Kurzschluss zwischen Gate und Rückkontakt führen. Die Probe mit den daraufliegenden Indiumstücken wird dann in einen Einlegierofen gebracht. Hier wird die Probe unter einer Argon-Atmosphäre auf verschiedene Temperaturen gebracht, so dass zunächst das Indium auf der Oberfläche zu schmelzen beginnt, später dann in die Probe hineindiffundiert und so einen vertikalen ohmschen Kontakt von der Oberfläche zum Rückkontakt schafft. Die Probe wird dazu

- 3 Minuten auf  $200^\circ\text{C}$ ,
- 3 Minuten auf  $400^\circ\text{C}$  und

- 3 Minuten auf 450°C

gehalten. Unter dem Mikroskop beobachtet man während des Einlegierprozesses, dass das geschmolzene Indium eine, der Kristallstruktur des GaAs angepasste, rechteckige Fläche bildet. Es verfärbt sich dabei rötlich. Die Qualität der so erzeugten ohmschen Kontakte kann nach dem Abkühlen der Probe mittels eines Spitzenmessplatzes überprüft werden. Dabei werden kleine Messspitzen auf die Rückkontakte platziert, und der Widerstand zwischen zwei Rückkontaktstellen auf der Oberfläche gemessen. Bei dieser Widerstandsbestimmung fließt der Strom folglich durch einen einlegierten Kontakt zum Rückkontakt der Heterostruktur, und von dort aus wieder über einen weiteren einlegierten Kontakt zur zweiten Messspitze des Multimeters. Auf diese Weise kann überprüft werden, ob sich die vier erzeugten Kontakte ohmsch verhalten. Bei der untersuchten Probe ergaben sich jeweils zwischen zwei Rückkontakten Widerstände zwischen  $R = 670\ \Omega$  und  $R = 810\ \Omega$  bei Zimmertemperatur.

Nach dem Einlegieren der Rückkontakte werden diese, sowie die Ränder des Probenstücks mit Fotolack bestrichen. Dieser dient zum Schutz und definiert über die freigebliebene Oberfläche die Gatefläche. Die Gatefläche sollte dabei möglichst groß werden, um sowohl bei Transmissionsexperimenten als auch bei der Photolumineszenz möglichst viel Signal zu bekommen. Man geht dabei das Risiko ein, dass es mit großer Gatefläche wahrscheinlicher wird, Fehlstellen und Verunreinigungen unter dem metallischen Gate einzuschließen. Der aufgebrauchte Fotolack wird in einem Ofen bei einer Temperatur von 80°C ca. 90 Minuten ausgehärtet. Danach wird die Probe in eine Aufdampfanlage eingebaut. Es stand hierzu eine Aufdampfanlage der Firma Veeco zu Verfügung, die sich außerhalb des Reinraums befand. Bei einem Druck von  $p = 10^{-6}$  mbar wurde NiCr als Gatematerial thermisch verdampft. Als Dicke der Gateelektrode wurden 5–8nm angestrebt. Die so erhaltene NiCr-Schicht ist semitransparent und lässt somit sowohl das anregende Laserlicht, als auch das von der Probe emittierte Lumineszenzlicht durch. Anschließende Messungen der Gatehöhe mit dem AFM ergaben, dass das Gate ungefähr 7nm dick ist. Die mit NiCr bedampfte Probe wurde danach in ein mit Aceton gefülltes Gefäß gelegt, um den mit NiCr bedampften Fotolack zu entfernen. Auf diese Weise konnten große Gateflächen mit einer Dicke von 7nm, isoliert von den erzeugten Rückkontakten erstellt werden.

Die Probe wurde anschließend mit einem auch für tiefe Temperaturen geeigneten Klebstoff (Fixogum) auf einen Chipcarrier geklebt, in den zentral eine Bohrung mit einem Durchmesser von  $d = 2,5\text{ mm}$  eingelassen wurde. Dieses Loch ermöglicht es, die Probe auch in Transmissionmessungen einzusetzen.

Um die erstellten Rückkontakte und das Gate mit den elektrischen Kontakten des Chipcarriers (Probenträger) zu verbinden, wurde mittels eines sog. Wedge-Bonders ein dünner Aluminiumdraht zwischen Gate und Kontakt des Chipcarriers fixiert. Ebenfalls gelang es, den Aluminiumdraht mit Hilfe des Bonders auf den In-Rückkontakten zu fixieren.

Abbildung 17 zeigt die fertig prozessierte Probe. Sie ist auf dem Chipcarrier aufgeklebt, ihre Kontakte sind über die Aluminiumdrähte mit den Kontakten des Chipcarriers verbunden. Links in der Abbildung ist die Probe von oben zu sehen. Aufgrund des fehlenden Kontrastes, der auch auf die Transparenz des dünnen Gates zurückzuführen ist, ist das Gate nur sehr schwer zu erkennen. Mit Hilfe von Bildbe-

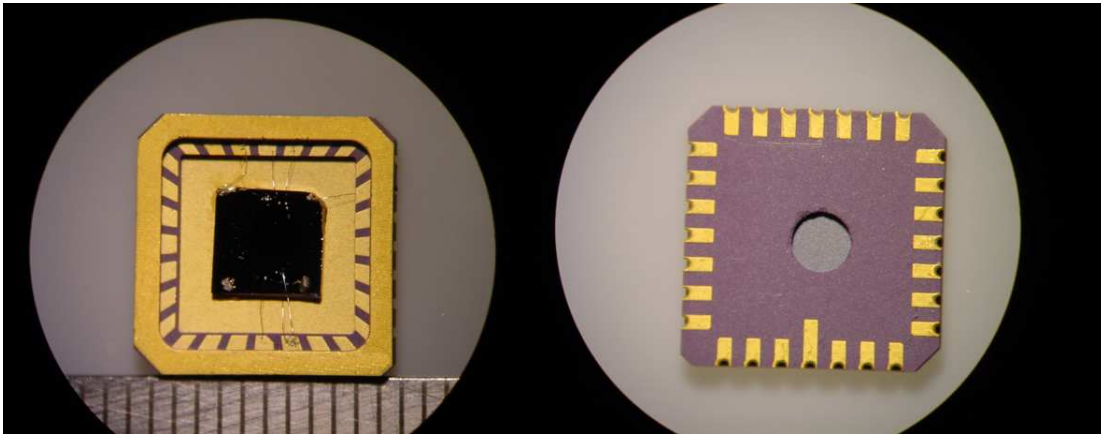


Abbildung 17: Foto der prozessierten Probe: (links) Probe im Chipcarrier von oben. Erkennbar sind die In-Rückkontakte sowie einige Bonddrähte. Das Gate ist aufgrund mangelndem Kontrast nicht zu erkennen (rechts) Chipcarrier von hinten mit Bohrung für Transmissionsexperimente. Hinter der Bohrung ist die Rückseite der Probe zu erkennen.

arbeitungsprogrammen konnte das Foto so manipuliert werden, dass der Rand des Gates deutlicher zu erkennen war. Damit konnte die Gatefläche bestimmt werden zu

$$A_{\text{gate}} = 8,2 \text{ mm}^2.$$

Rechts in Abbildung 17 ist der Chipcarrier von hinten zu sehen. Man erkennt das im Durchmesser 2,5mm große Bohrloch, dass mit einem Diamantbohrer in den spröden Chipcarrier gebohrt wurde. Hinter der Bohrung ist die Rückseite der Probe zu erkennen. Mit dem Loch ist es möglich, auch Transmissionen durch die Probe zu messen. Dabei ist sichergestellt, dass die gesamte Fläche, durch die transmittiert wird, auf der anderen Probenseite auch mit dem Gate überdeckt ist.

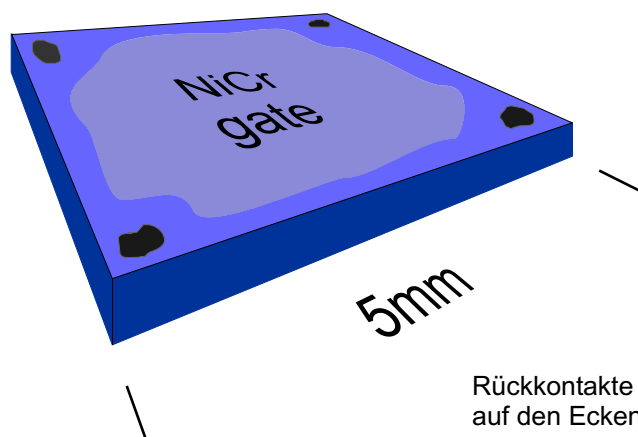


Abbildung 18: schematische Darstellung der Probe: auf den Ecken befinden sich die einlegierten Indium-Kontakte, die eine Verbindung zum Rückkontakt herstellen; in der Mitte ist ein 7nm dickes, semitransparentes NiCr-Gate aufgebracht

Da das aufgedampfte Gate auf dem Foto von Abbildung 17 wegen des mangelnden Kontrastes nicht zu erkennen ist, ist die Probe zusätzlich in Abbildung 18 schematisch dargestellt. Diese Abbildung soll einen Eindruck über die Größenverhältnisse zwischen Probe, Gate und Rückkontakten vermitteln.

## Teil IV

# Experimentelle Messmethoden

## 6 Photolumineszenzaufbau

Als Anregungsquelle für die Photolumineszenz wurde ein Argon-Ionen-Laser (Innova-Sabre von Coherent) verwendet. Die Laserwellenlänge betrug  $\lambda = 514,5 \text{ nm}$ . Die Ausgangsleistung kann zwischen  $P = 2 \text{ mW}$  und  $P = 20 \text{ W}$  eingestellt werden. Das Laserlicht ist vertikal polarisiert und die  $TEM_{00}$ -Mode herrscht vor. Die Polarisation ändert sich allerdings im weiteren Strahlengang durch Spiegel, Linsen, Umlenkprisma und insbesondere durch die Glasfaser, die das Laserlicht in den Kryostaten auf die Probe leitet.

Das Laserlicht wird nach Austritt aus dem Laser über verschiedene Umlenkspiegel (siehe Abbildung 19) zum Ende der Glasfaser geleitet, das sich in der optischen Achse des Spektrometers befindet. Zusätzlich kann in den Strahlengang noch ein Graukeil sowie ein Flügelrad (Lichtzerhacker) eingebracht werden. Der Graukeil ermöglicht die Anregung der Probe im Leistungsbereich  $< 2 \text{ mW}$ . Das Flügelrad kommt nur in Verbindung mit der InGaAs-Fotodiode zum Einsatz, deren Signal in Lock-In-Technik gemessen wird. Es blockt dabei das Laserlicht periodisch ab bzw. lässt es periodisch passieren, was eine periodische Anregung der Probe hervorruft. Wird die CCD-Kamera als Detektor verwendet, ist der Einsatz des Flügelrades nicht nötig. Weiter im Strahlengang befindet sich ein Interferenz-Linienfilter, das nur Licht der Wellenlänge  $\lambda = 514,5 \text{ nm}$  durchlässt. Dieses Linienfilter dient dazu, im Laserlicht noch vorhandene Plasmalinien des Argon-Plasmas der Laserröhre auszufiltern. Es hat eine Halbwertsbreite von  $\Delta\lambda = 3 \text{ nm}$ . Nach dem Interferenzfilter trifft der Laserstrahl auf ein 90°-Prisma mit einer Kantenlänge von  $5 \text{ mm}$ , das den Strahl auf die optische Achse des Spektrometers lenkt. Er wird im folgenden von Linse 1 (vgl. Abbildung 19), die eine Brennweite von  $f = 60 \text{ mm}$  hat, auf das Faserende fokussiert. Bei dieser Stufenindexfaser handelt es sich um eine Multimode-Faser mit einem Durchmesser von  $d = 600 \mu\text{m}$  und einer numerischen Apertur von  $NA = 0,39$ . Sie hat zwischen  $\lambda = 400 \text{ nm}$  und  $\lambda = 2200 \text{ nm}$  Transmittivitäten im Bereich zwischen  $90\%/m$  und über  $99,8\%/m$ . Die Transmission des gesamten Aufbaus zwischen Laser und Austritt der Glasfaser beträgt dabei ca.  $15\%$ , bedingt auch durch die Verluste an Spiegel- und Linsenoberflächen.

Die Probe ist auf einen Chipcarrier aufgeklebt (siehe Abbildung 17). Dieser Chipcarrier wird dann in einen Carriersockel eingelassen, so dass der Rückkontakt und das Gate der Probe elektrisch angesprochen werden können. Der gesamte Komplex aus Sockel, Carrier und Probe befindet sich im unteren Teil eines ca.  $1,30 \text{ m}$  langen und  $30 \text{ mm}$  breiten Edelstahlrohres, aufgehängt an zwei  $2 \text{ mm}$  starken Stangen (vergleiche Abbildung 20 auf Seite 34). An diesen Stangen ist ebenfalls eine Halterung befestigt, die das Ende der Glasfaser zentrisch im Rohr fixiert. Über eine mechanische Vorrichtung ist es dabei möglich, den Abstand zwischen Probe und Faserende einzustellen. Dieser belief sich auf Werte zwischen  $0,5 \text{ mm} - 1 \text{ mm}$ . Der Probenstab hat an seinem Kopf vakuumdichte Durchführungen für elektrische Zuleitungen und für die Glasfaser. Er wird nach dem Einbau der Probe evakuiert. Der Probenstab

ist so konstruiert, dass er in ein Bad aus flüssigem Helium eingelassen werden kann. Zur besseren thermischen Ankopplung der Probe an das den Stab umgebene flüssige Helium wird nach dem Abpumpen des Stabes ca.  $1\text{ cm}^3$  gasförmiges Helium über ein Ventil in den Stab eingelassen.

Bei den durchgeführten magnetfeldabhängigen Messungen ist der Probenstab in einen Kryostaten der Firma *Cryogenic* eingelassen. Der untere Teil des Probenstabs ist dabei umgeben von einer supraleitenden Spule, die am Ort der Probe bei  $T = 4,2\text{ K}$  Magnetfelder bis  $B = 10\text{ T}$  erzeugen kann. Da der Kryostat weiter vom optischen Tisch des Photolumineszenzaufbaus entfernt ist, muss bei magnetfeldabhängigen Messungen eine 10m lange Glasfaser verwendet werden. Diese entspricht in den sonstigen Parametern der sonst verwendeten 5m langen Faser. Ihre Transmittivität ist wegen ihrer größeren Länge geringfügig kleiner.

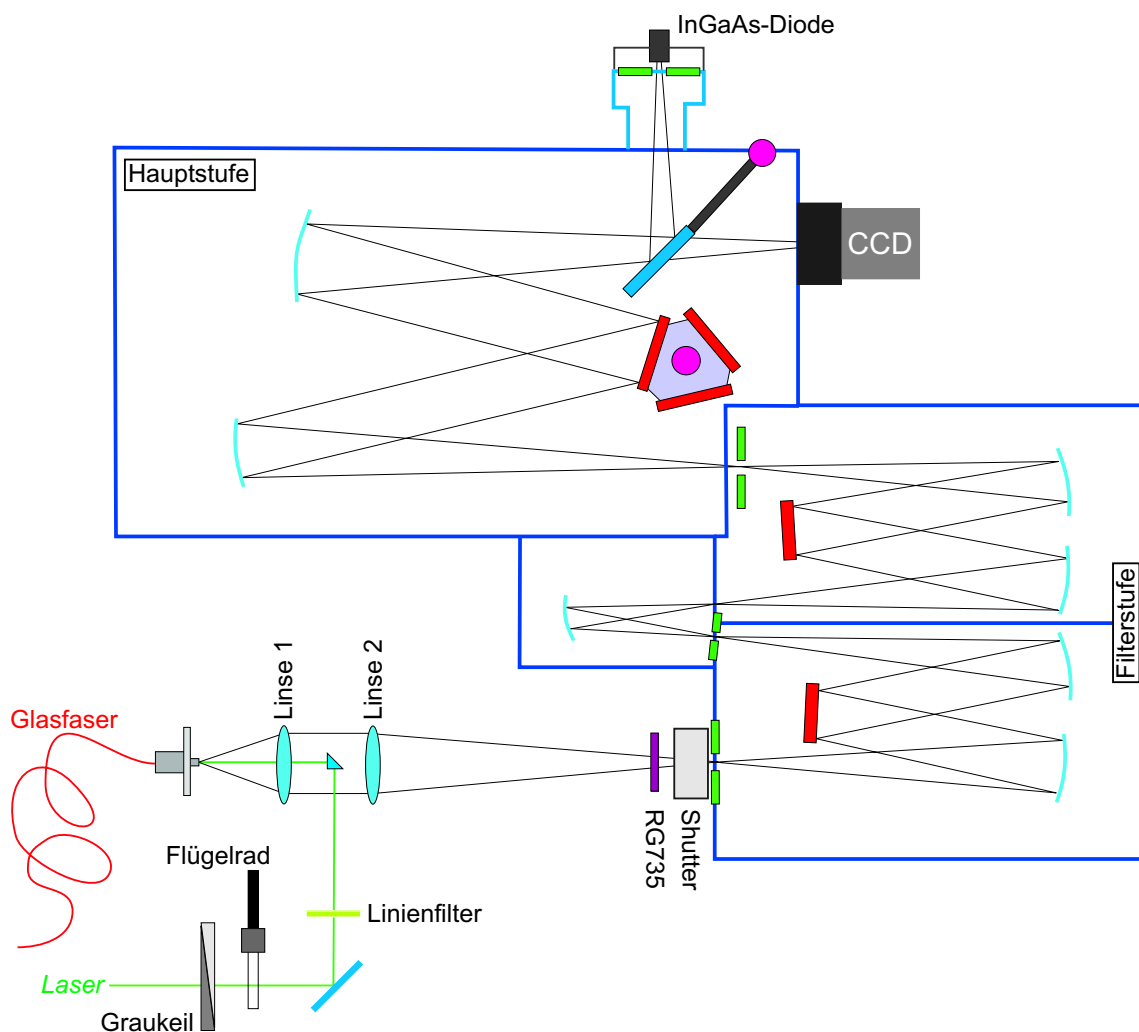


Abbildung 19: Messaufbau: Photolumineszenz

Das von der Probe emittierte Lumineszenzlicht wird durch dieselbe Glasfaser aufgefangen und zum anderen Faserende geleitet. Entsprechend der numerischen Apertur der Faser von  $NA = 0,39$  verlässt es die Faser in einem Lichtkegel mit einem halben Öffnungswinkel von  $22,95^\circ$ . Dieses Licht wird von der Linse 1 (sie-

he Abbildung 19) parallelisiert. Beim verwendeten Lumineszenzaufbau handelt es sich demnach um einen konfokalen Aufbau, bei dem durch die Linse 1 sowohl das Laserlicht auf das Faserende fokussiert wird, als auch das die Faser verlassene Lumineszenzlicht parallelisiert wird. Dies hat den Vorteil, dass, wenn die Faser im Brennpunkt der Linse 1 ist, sowohl das Laserlicht optimal eingekoppelt werden kann, als auch das Lumineszenzlicht optimal aufgefangen und parallelisiert wird. Das parallele Strahlenbündel hat dabei den gleichen Durchmesser wie die Linse von  $d = 50 \text{ mm}$  und wird daher nur zu einem geringen Teil von dem sich zwischen den beiden Linsen befindlichen Prisma abgeschottet. Um diesen Effekt möglichst gering zu halten, wurde das 90-Prisma mit einer Kantenlänge von  $d = 5 \text{ mm}$  auch möglichst klein dimensioniert.

Die Linse 2 fokussiert anschließend das Licht auf den Eintrittsspalt des Spektrometers. Zwischengeschaltet sind noch ein Shutter, der zum Einsatz kommt, wenn die CCD-Kamera als Detektor benutzt wird, und ein *RG735*-Kantenfilter, das nur Licht mit Wellenlängen größer  $735 \text{ nm}$  passieren lässt. Dieses Filter befindet sich im Strahlengang, da die Lumineszenz der Quantenpunkte im Bereich zwischen  $900 \text{ nm}$  und  $1300 \text{ nm}$  beobachtet wird, und man ohne dieses Filter auch den Gitterreflex zweiter Ordnung des anregenden Lasers messen würde ( $2 \cdot 514,5 \text{ nm} = 1029 \text{ nm}$ ).

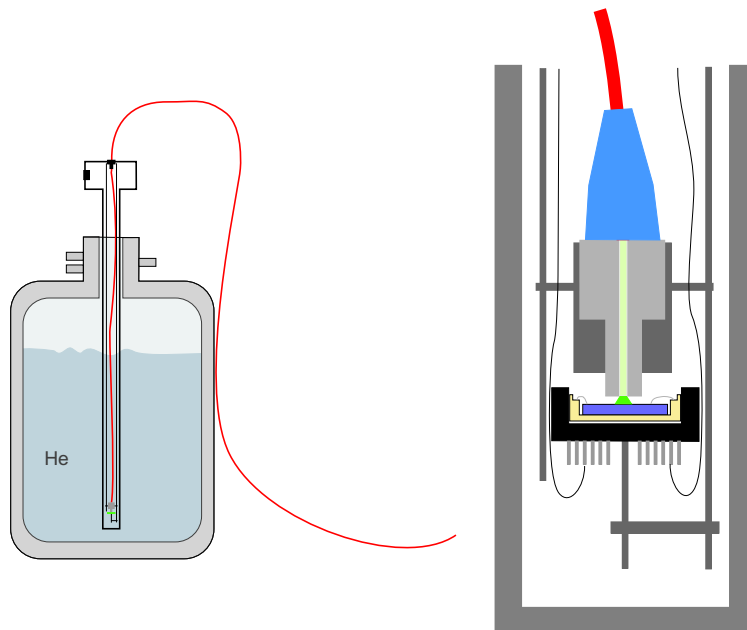


Abbildung 20: *links* Probenstab in He-Kanne  
*rechts* unterer Teil des Probenstabes (vergrößert)

Bei dem verwendeten Spektrometer handelt es sich um ein Raman-Spektrometer (1877 der Firma *Spex*). Dieses besteht aus zwei Teilen, einer Filterstufe mit zweisubtraktiv gegeneinander geschalteten Gittern, und der Hauptstufe, dem eigentlichen Spektrometer mit einer Brennweite von  $f = 0,6 \text{ m}$ .

Die Filterstufe ist für Ramanspektroskopie essenziell, da die zu beobachtenden Ramanlinien zum einen sehr nahe an der Laserlinie liegen, zum anderen sehr viel weniger Intensität (Faktor  $10^8$ ) als die Laserlinie haben. Eine gleichzeitige Aufnahme



von Laserlinie und Ramanlinien überfordert daher jeden Detektor. Mit Hilfe der Filterstufe ist es aber möglich, die Laserlinie auszublenden. Die Filterstufe ermöglicht es, um eine einstellbare Zentralwellenlänge  $\lambda_0$  mit Hilfe eines Spaltes nur einen Wellenlängenbereich der Breite  $\Delta\lambda$  ins Hauptspektrometer zu lassen. Dieser Bereich kann durch den sich im Spektrometer befindlichen zweiten Spalt maximal auf  $\Delta\lambda = 40 \text{ nm}$  eingestellt werden. Die Zentralwellenlänge wird durch das Verdrehen der beiden, sich in der Filterstufe befindlichen, Gitter erreicht. Diese Gitter werden dabei so gedreht, dass das erste Gitter das Licht in 1.Ordnung beugt, das zweite Gitter dagegen in -1.Ordnung. Dies hat den Vorteil, dass das Licht am Ende der Filterstufe und damit am Eintrittsspalt des Hauptmonochromators wieder dispersionsfrei ist, trotzdem aber auf einen gewählten Wellenlängenbereich beschränkt ist.

Für die Photolumineszenzmessungen ist diese Filterstufe überflüssig. Der einzig störende Einfluss ist die auftretende zweite Ordnung des Anregungslasers, die aber, wie schon beschrieben, durch das Kantenfilter abgeschirmt wird. Daher wurde die Filterstufe auf die Zentralwellenlänge  $\lambda = 0 \text{ nm}$  gestellt, d.h. die beiden Gitter der Filterstufe wurden als Spiegel in 0.Ordnung benutzt. Dennoch ist die Filterstufe des Ramanspektrometers für die Photolumineszenzmessungen ungünstig. Es treten erhebliche Intensitätsverluste durch die zwei zusätzlichen Gitter und die fünf zusätzlichen Spiegel auf.

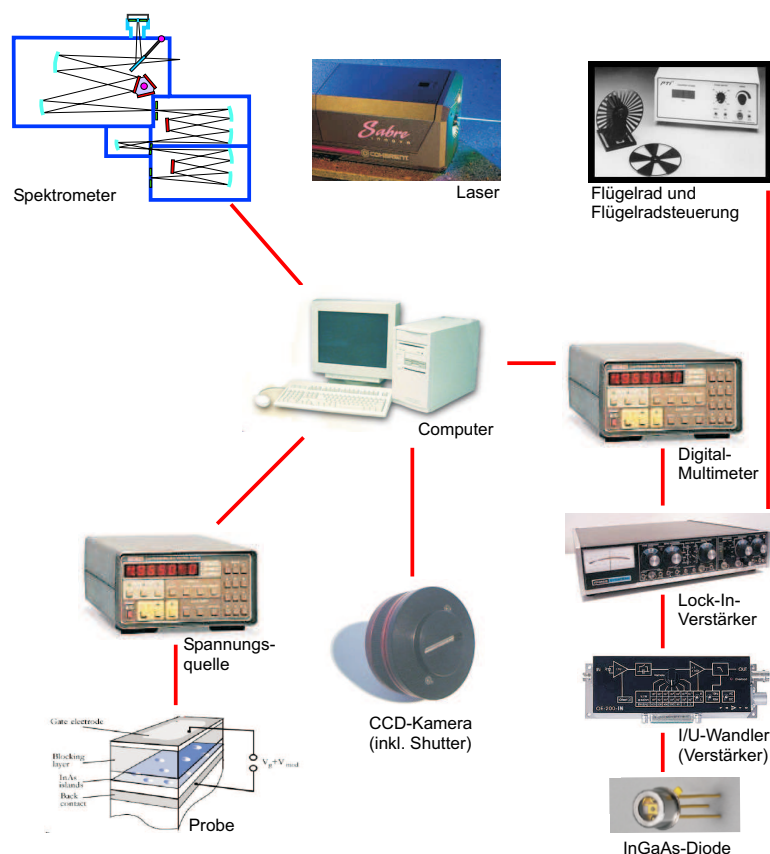


Abbildung 21: Blockdiagramm des PL Messplatzes

Nach der Filterstufe tritt das zu spektroskopierende Licht durch einen Spalt (dritter Spalt im Strahlengang) in das eigentliche Spektrometer ein. Das divergen-

te Strahlenbündel trifft auf einen Parabolspiegel, der das Licht parallelisiert und auf eines von drei wählbaren Gitter lenkt. Es stehen Gitter mit einer Strichdichte von 590/mm, 1200/mm und 1800/mm zur Verfügung. Die Gitter können durch ein Drehrad ausgewählt werden. Für die Photolumineszenzmessungen wurde das Gitter mit 590 Strichen pro Millimeter benutzt.

Das vom Gitter reflektierte und gebeugte Licht wird anschließend von einem weiteren Parabolspiegel aufgefangen und auf die CCD-Kamera oder über einen in den Strahlengang drehbaren Klappspiegel auf den Austrittsspalt (vierter Spalt im Strahlengang) fokussiert, hinter dem sich eine InGaAs-Diode befindet.

Wird bei einer Messung die CCD-Kamera verwendet, so wird die im zugehörigen Messprogramm eingestellte Belichtungszeit durch den am Eintrittsspalt der Filterstufe montierten Shutter gesteuert. Dieser bleibt bei Messungen mit der Photodiode permanent geöffnet.

Abbildung 21 zeigt schematisch das Zusammenspiel der einzelnen Komponenten, die für die Aufnahme der Spektren im Einsatz sind. Wird für eine Messung die InGaAs-Diode verwendet, so wird in Lock-In-Technik gemessen. Der von der Diode erzeugte Fotostrom wird durch den angeschlossenen Wandler in eine Spannung umgesetzt und verstärkt. Dieses Signal wird dann dem Lock-In-Verstärker als Eingangssignal zur Verfügung gestellt. Der Lock-In-Verstärker erhält die Frequenzreferenz von der Steuereinheit des in der Messung verwendeten Flügelrades, der das Anregungslaserlicht periodisch zerhackt und damit ein periodisches Lumineszenzsignal der Probe hervorruft. Das Ausgangssignal des Lock-In-Verstärkers wird dann von einem Digitalmultimeter gemessen, welches vom angeschlossenen Computer ausgelesen werden kann. Von diesem Computer werden ebenfalls die spektrale Position des Monochromators und die Ausgangsspannung der Spannungsquelle gesteuert, die eine Spannung zwischen Gate und Rückkontakt der Probe anlegt. Alternativ können auch die aufgenommenen Daten der CCD-Kamera über den Rechner ausgelesen werden. Die Steuerung des Lasers geschieht separat über die zum Laser gehörende Kontrolleinheit. Hier kann neben anderen Funktionen des Lasers auch die Ausgangsintensität eingestellt werden.

## 7 Fourier–Transform–Spektroskopie

Im Folgenden sollen die wesentlichen Prinzipien der Fourierspektroskopie dargestellt werden. Weitergehende Einzelheiten finden sich beispielsweise in den Büchern von Griffiths [20] oder Günzler [22]. Das verwendete Spektrometer wird darüber hinaus auch in der Arbeit von Schmechel [42] beschrieben.

### 7.1 Das ideale Interferogramm

Unter Fourier–Transform–Spektroskopie versteht man die Aufnahme von Interferogrammen mit Hilfe eines Zweistrahl–Interferometers und die anschließende Fourier–Transformation des gewonnenen Interferogramms, welche der spektralen Verteilung der zu untersuchenden Strahlung entspricht.

Im Folgenden sollen hier nun die wesentlichen Überlegungen, Vor– und Nachteile der Fourierspektroskopie beschrieben werden. Abbildung 22 zeigt ein Michelson–

Interferometer mit einem festen und einem beweglichen Spiegel. Das aus der Lichtquelle austretende Licht wird durch einen Parabolspiegel kollimiert und auf einen Strahlteiler gelenkt, der idealerweise das Licht je zur Hälfte durchlässt und zur Hälfte reflektiert. Der eine Teilstrahl trifft auf den festen Spiegel, der andere auf den beweglichen Spiegel. Beide reflektierten Teilstrahlen kommen anschließend am Strahlteiler wieder zur Interferenz. Die Intensität des zur Interferenz gebrachten Lichts wird danach von einem Detektor gemessen.

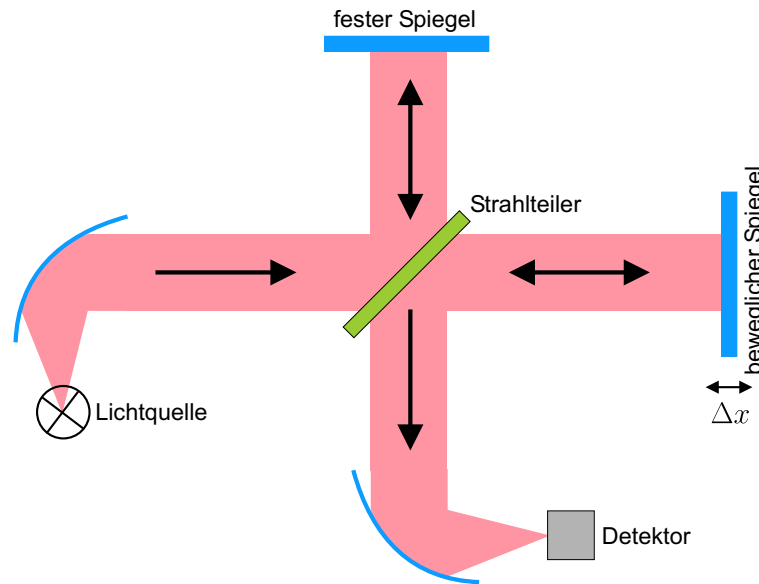


Abbildung 22: *Michelson-Interferometer mit einem beweglichen Spiegel*

Zunächst solle eine monochromatische Lichtquelle betrachtet werden (Wellenlänge  $\lambda$ ). Dann gibt es, wenn beide Teilstrahlen gleiche Wege durchlaufen (beweglicher Spiegel am Ort  $x = 0$ ), konstruktive Interferenz. Ferner gibt es konstruktive Interferenz, wenn sich der bewegliche Spiegel jeweils bei  $x = n \cdot \lambda/2$  befindet ( $n \in \mathbb{Z}$ ), da der gesamte Wegunterschied zwischen den beiden Teilstrahlen dann  $\lambda$  beträgt. Zwischen den Spiegelauslenkungen, die zur konstruktiven Interferenz führen, zeigt sich bei  $x = (n + 1/2) \cdot \lambda/2$  destruktive Interferenz. Am Detektor ergeben sich je nach Position des beweglichen Spiegels unterschiedliche elektrische Feldstärken  $\vec{E}$  und damit auch unterschiedliche Intensitäten. Ist  $\delta$  der optische Wegunterschied der beiden Teilstrahlen (im Michelson-Interferometer ist  $\delta = 2x$ ), so ergibt sich für den elektrischen Feldvektor am Ort des Detektors

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{2} \cdot (\cos(\omega t - 2\pi\bar{\nu}\delta) + \cos(\omega t)) = \vec{E}_0 \cdot \cos(\omega t - \pi\bar{\nu}\delta) \cdot \cos(\pi\bar{\nu}\delta).$$

Für die Intensität erhält man folglich

$$I(\delta) = I(\bar{\nu}) \cos^2(\pi\bar{\nu}\delta) = \frac{1}{2} I(\bar{\nu}) \cdot (1 + \cos(2\pi\bar{\nu}\delta)).$$

Hierbei bezeichnet  $\bar{\nu} = 1/\lambda$  die Wellenzahl (gemessen in reziproken Zentimetern),  $\vec{E}_0$  die Amplitude des elektrischen Feldvektors,  $t$  die Zeit und  $\omega$  die Kreisfrequenz des

Lichts.  $I(\bar{\nu})$  ist die Intensität der Lichtquelle. Man erkennt, dass das vom Detektor aufgenommene Signal sich zusammensetzt aus einer konstanten Komponente (DC) und einer alternierenden Komponente (AC). Die alternierende Komponente  $\frac{1}{2}I(\bar{\nu}) \cdot \cos(2\pi\bar{\nu}\delta)$  ist diejenige, die die physikalischen Informationen über die Lichtquelle beinhaltet. Sie wird als Interferogramm  $I(\delta)$  bezeichnet.

In der Praxis hängt die vom Detektor gemessene Intensität zusätzlich von Charakteristiken des Instruments ab. So machen sich hierbei unter anderem die Charakteristiken von Strahlteiler, Detektor und Verstärker bemerkbar. Diese Charakteristiken können zu einem gerätespezifischen Parameter  $H(\bar{\nu})$  zusammengefasst werden. Damit folgt also für das aufgenommene Interferogramm

$$I(\delta) = \frac{1}{2}H(\bar{\nu})I(\bar{\nu})\cos(2\pi\bar{\nu}\delta) = B(\bar{\nu})\cos(2\pi\bar{\nu}\delta)$$

mit  $B(\bar{\nu}) = \frac{1}{2}H(\bar{\nu})I(\bar{\nu})$ .  $I(\delta)$  ist damit die cos-Fouriertransformierte von  $B(\bar{\nu})$ .

In Analogie ergibt sich das Interferogramm einer kontinuierlichen Lichtquelle zu

$$I(\delta) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\bar{\nu})\cos(2\pi\bar{\nu}\delta)d\bar{\nu}. \quad (27)$$

Das Spektrum ergibt sich wiederum als cos-Fourier-Transformierte, also zu

$$B(\bar{\nu}) = \int_{-\infty}^{\infty} I(\delta)\cos(2\pi\bar{\nu}\delta)d\bar{\nu}. \quad (28)$$

Idealerweise ist  $I(\delta)$  eine gerade Funktion, so dass die obige Gleichung umgeschrieben werden kann zu

$$B(\bar{\nu}) = 2 \cdot \int_0^{\infty} I(\delta)\cos(2\pi\bar{\nu}\delta)d\bar{\nu}. \quad (29)$$

In der Praxis sind allerdings Umstände vorhanden, die zu einem asymmetrischen Interferogramm führen. Hierauf soll später eingegangen werden.

## 7.2 Endliche Auflösung

Gleichung 29 macht deutlich, dass man das wahre Spektrum  $B(\bar{\nu})$  nur erhält, wenn man ein unendlich großes Interferogramm hat, das heißt, wenn der bewegliche Spiegel unendlich weit fährt. In der Praxis ist der Spiegelweg  $\Delta$  natürlich begrenzt. Hinzu kommt, dass das Interferogramm nur an endlich vielen Stellen aufgenommen und digitalisiert wird.

Die Tatsache, dass nur ein endlich langer Spiegelweg  $\Delta$  vorhanden ist, lässt sich in Gleichung 28 durch Hinzufügen einer Spaltfunktion (boxcar) einbringen. Sei

$$D(\delta) = \begin{cases} 1 & \text{für } -\Delta \leq \delta \leq +\Delta \\ 0 & \text{sonst} \end{cases},$$

dann ergibt sich für  $B(\bar{\nu})$  folgender Ausdruck:

$$B(\bar{\nu}) = \int_{-\infty}^{\infty} I(\delta)D(\delta)\cos(2\pi\bar{\nu}\delta)d\bar{\nu}. \quad (30)$$

Bei diesem Ausdruck handelt es sich um eine Faltung der Fourier-Transformierten von  $I(\delta)$ , gemessen mit einem unendlich langen Spiegelweg, und der Fourier-Transformierten von  $D(\delta)$ . Die Fourier-Transformierte von  $D(\delta)$  ist gegeben durch

$$f(\bar{\nu}) = \frac{2\Delta \sin(2\pi\bar{\nu}\Delta)}{2\pi\bar{\nu}\Delta} = 2\Delta \text{sinc}(2\pi\bar{\nu}\Delta) \quad (31)$$

Jedem Punkt des Spektrums ist demnach eine sinc-Funktion überlagert. Zwei eng beieinander liegende spektrale Maxima können nur dann noch voneinander getrennt werden, wenn der Abstand der Hauptmaxima der zugehörigen sinc-Funktionen größer ist als der Abstand des Hauptmaximums zum ersten Nebenmaximum einer sinc-Funktion. Dieser ist gegeben durch

$$\bar{\nu}_1 - \bar{\nu}_0 = \frac{1}{2\Delta}.$$

Das Auflösungsvermögen des Spektrometers ist somit proportional zum reziproken Spiegelweg.

### 7.3 Apodisation

Der endliche Spiegelweg führt zu ungewollten Nebenmaxima im Spektrum und begrenzt damit das Auflösungsvermögen. Durch das Multiplizieren des Interferogramms mit einer Apodisationsfunktion können die ungewollten Nebenmaxima (auch Nebenfüße genannt / griech.:  $\alpha \pi \delta \delta o s$ =ohne Füße) unterdrückt werden. Dabei wird eine geringfügige Verschlechterung der Auflösung in Kauf genommen.

Multipliziert man beispielsweise das Interferogramm mit einer Dreiecksfunktion

$$A(\delta) = \begin{cases} 1 - \left| \frac{\delta}{\Delta} \right| & \text{für } -\Delta \leq \delta \leq \Delta \\ 0 & \text{sonst} \end{cases},$$

so ergibt sich als Einhüllende die Funktion

$$f(\bar{\nu}) = \Delta \cdot \text{sinc}^2(\pi\bar{\nu}\Delta).$$

Im Vergleich zur sinc-Funktion mit dem doppelten Argument, die bei der Rechtecksapodisation herauskommt, hat diese Funktion sehr viel kleinere Nebenmaxima. Allerdings ist die Halbwertsbreite des zentralen Maximums von 1,207 auf 1,772 angewachsen.

Als gute Apodisation zur Unterdrückung der Nebenmaxima hat sich in der Praxis die Apodisation nach Blackman und Harris bewährt, die auch bei den Messungen verwendet wurde. Die 3-Terme-Blackman-Harris Apodisationsfunktion lautet

$$0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{\pi x}{\Delta}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{2\pi x}{\Delta}\right),$$

mit der dazugehörigen Fouriertransformierten

$$\frac{\Delta(0.84 - 0.36\Delta^2\bar{\nu}^2 - 2.17 \cdot 10^{-19}\Delta^4\bar{\nu}^4) \text{sinc}(2\pi\Delta\bar{\nu})}{(1 - \Delta^2\bar{\nu}^2)(1 - 4\Delta^2\bar{\nu}^2)}.$$

Sie hat zwar eine Halbwertsbreite von 2,299, die Nebenmaxima sind aber ein bis zwei Größenordnungen geringer als bei den zuvor vorgestellten Funktionen.

## 7.4 Phasenkorrektur

Gleichungen 27 und 28 zeigen, wie man zu einem symmetrischen Interferogramm und daraus durch die cos-Fouriertransformation der symmetrischen Kurve zum Spektrum gelangt. In der Praxis ist das Interferogramm aber nicht ganz symmetrisch. Dies liegt daran, dass zu dem Phasenwinkel  $2\pi\bar{\nu}\delta$  zusätzliche Phasenverschiebungen durch unterschiedliche Quellen hinzukommen. So wird beispielsweise durch die diskrete Digitalisierung des Interferogramms der Symmetriepunkt nicht immer ganz getroffen, so dass eine konstante Phasenabweichung  $\varepsilon$  hinzukommt. Viele Detektoren und Filter tragen zu einer wellenlängenabhängigen Phasenverschiebung  $\theta_{\bar{\nu}}$  bei. Denkt man hierbei an die Additionstheoreme für den Cosinus, so wird schnell klar, dass durch diese Phasenverschiebungen aus den vorher reinen Cosinus-Termen nun Cosinus- und Sinus-Terme werden. Dieses führt zu der Asymmetrie im Interferogramm, und macht nun eine komplexe Fouriertransformation notwendig, die zu einem komplexen Spektrum  $C(\bar{\nu}) = \text{Re}(\bar{\nu}) + i \cdot \text{Im}(\bar{\nu})$  führt.

$$C(\bar{\nu}) = \int_{-\infty}^{\infty} I(\delta) \exp(2\pi i \bar{\nu} \delta) d\delta. \quad (32)$$

Die Effekte der Phasenverschiebung können allerdings durch eine Phasenkorrektur behoben werden. Eine Möglichkeit, die auch in den Messungen benutzt wurde, ist die Phasenkorrektur nach *Mertz*. Hierbei wird zunächst eine komplexe Fouriertransformation durchgeführt und aus dem Real- und Imaginärteil das Phasenspektrum  $\theta_{\bar{\nu}}$  berechnet:

$$\theta_{\bar{\nu}} = \arctan \frac{\text{Re}(\bar{\nu})}{\text{Im}(\bar{\nu})}. \quad (33)$$

Das phasenkorrigierte Spektrum ergibt sich damit zu

$$B(\bar{\nu})_{\text{korrig.}} = \text{Re}(C(\bar{\nu})) \cdot e^{-i\theta_{\bar{\nu}}}. \quad (34)$$

In der Regel wird bei der Spektrenaufnahme das Interferogramm nur einseitig aufgenommen, was Zeit und Rechenleistung einspart. Lediglich für das Phasenspektrum wird das Interferogramm auf einer kleinen Wegstrecke beidseitig aufgenommen. Hierbei macht man die Annahme, dass sich das Phasenspektrum nicht allzu stark mit der Wellenlänge verändert. Da man das Phasenspektrum für die anschließende Phasenkorrektur in der gleichen Auflösung benötigt wie das eigentliche Spektrum, wird es zwischen den errechneten Werten interpoliert.

## 7.5 Der „Picket-Fence“-Effekt / Zerofilling

Da das aufgenommene Interferogramm nur an  $N$  diskreten Stellen digitalisiert wird, liegt das daraus berechnete Spektrum auch nur an diskreten Stellen vor. Man erhält jeweils  $\frac{N}{2}$  Punkte für das reelle und das imaginäre Spektrum. Absorptionen, die beispielsweise genau zwischen zwei errechneten Werten im Spektrum liegen, werden nicht gut dargestellt. Lineare Interpolationen zwischen den errechneten Punkten lassen das Spektrum eckig wirken. Dieser Effekt wird Picket-Fence-Effekt genannt.

Eine Möglichkeit, die errechneten Spektren zu glätten, besteht darin, dem aufgenommenen Interferogramm eine Anzahl von Nullen anzuhängen. Durch dieses Zero-Filling wird die Anzahl der Interferogrammpunkte und damit auch die Anzahl der berechneten Punkte des Spektrums erhöht. Der physikalische Gehalt wird dadurch zwar nicht größer, das Spektrum aber glatter.

## 7.6 Vorteile der Fourier-Spektroskopie

Die wesentlichen Vorteile der Fourierspektroskopie seien in der folgenden Auflistung dargestellt:

- **Multiplexvorteil:** Jeder Punkt des Interferogramms beinhaltet Informationen über das gesamte Spektrum. Die Anzahl der Interferogrammpunkte wirkt sich hingegen auf die Auflösung des Spektrums aus. Werden zum Vergleich bei einer dispersiven Spektroskopie ebenfalls  $N$  Messpunkte aufgenommen, so steht bei gleicher Messzeit  $T$  wie bei der Fourierspektroskopie jedem Messpunkt in der dispersiven Spektroskopie nur eine Zeit  $\frac{T}{N}$  zu Verfügung. Das Signal-Rausch-Verhältnis ist demnach bei der Fourierspektroskopie um den Faktor  $\sqrt{N}$  besser. (*Fellgett-Vorteil*)
- **Durchsatzvorteil:** Im Strahlengang des Fourierspektrometers tauchen keine Spalte auf, die den Lichtdurchsatz begrenzen. Lediglich am Anfang des Strahlengangs findet sich hinter den Lampen eine zirkuläre Blende, dessen Durchsatz aber höher ist als die eines Spaltes. Dadurch gelangt maximale Lichtintensität zum Detektor, was das Signal-Rausch-Verhältnis deutlich erhöht. (*Jacquinot-Vorteil*)
- **Wellenzahlgenauigkeit:** Die Position des beweglichen Spiegels wird durch ein weiteres Interferogramm eines Lasers bestimmt. Dieses Interferogramm ist cos-förmig. An den Nulldurchgängen des Cosinus werden die Stützstellen des eigentlichen Interferogramms gesetzt. Dieses Verfahren beinhaltet eine interne Kalibrierung des Spektrometers mit der Wellenlänge des verwendeten Lasers und macht damit die Wellenzahl für alle Spektralbereiche genau. (*Connes-Vorteil*)

## 7.7 Das IFS-113v

Bei dem IFS113v der Firma Bruker handelt es sich um ein hochauflösendes Fourierspektrometer mit einer maximalen Auflösung von  $\Delta\bar{\nu} = 0,03 \text{ cm}^{-1}$ . Abbildung 23 zeigt schematisch den Aufbau. Das Interferogramm wird durch ein Genzel-Interferometer erzeugt, bei dem ein Teilstrahl den beweglichen Spiegel von der einen Seite, der andere Teilstrahl den beweglichen Spiegel von der anderen Seite trifft. Dies hat den Vorteil, dass bei einer Bewegung des Spiegels um  $\Delta x$  der optische Wegunterschied  $\delta = 4 \cdot \Delta x$  beträgt. Dies ist doppelt so groß wie beim Michelson-Interferometer und macht sich im Auflösungsvermögen bemerkbar.

Die Position des beweglichen Spiegels wird bestimmt durch ein weiteres kleines Michelson-Interferometer, das das Interferogramm einer Glühbirne und das eines

HeNe-Lasers misst. Da die Glühbirne ein breites Spektrum hat, kann die Position des beweglichen Spiegels, bei der beide Teilstrahlen den gleichen optischen Weg zurücklegen, sehr gut bestimmt werden, da an dieser Position alle Wellenlängen konstruktiv interferieren (Weißlichtmaximum). Ausgehend von dieser zentralen Position werden alle weiteren Positionen über das Interferogramm des HeNe-Laser bestimmt. Hierzu werden die Nulldurchgänge des cos-förmigen Interferogramms gemessen.

Als Lichtquellen des Spektrometers (S) stehen drei verschiedene Lampen zur Verfügung. Eine Wolfram-Glühlampe für das nahe Infrarot (NIR), ein Siliziumcarbid Glüh-Stab (glowbar) für das mittlere Infrarot (MIR) und eine Quecksilber-Dampflampe für das ferne Infrarot (FIR). Bei den durchgeführten Experimenten wurde die FIR-Lampe genutzt. Das kontinuierliche Spektrum der Lampe, hervorgerufen durch ihr Plasma, kam dabei zur Verwendung.

Das Licht wird dann im folgenden über verschiedene Umlenkspiegel und Parabolspiegel durch eine Aperturblende (A) und gegebenenfalls durch ein Filter (F) geleitet, bis es auf den Strahlteiler (BS) trifft. Der Strahlteiler erzeugt durch teilweise Transmission und Reflexion zwei Teilstrahlen, die, umgelenkt durch zwei Parabolspiegel, den beweglichen Spiegel (MM) des Genzelinterferometers von je einer Seite treffen. Dort werden beide Strahlen reflektiert, so dass sie am Strahlteiler (BS) zur Interferenz kommen. Das zur Interferenz gebrachte Licht wird dann anschließend über verschiedene Spiegel in die Probenkammer (SC) geleitet und dort fokussiert. Von dort aus gelangt es über weitere Spiegel in die Detektorkammer, wo es auf einen der zur Verfügung stehenden Detektoren fokussiert wird.

Als Detektoren stehen ein MCT-Detektor und ein DTGS-Detektor für das MIR, ein Bolometer und ein DTGS-Detektor für das FIR und eine Si-Diode für das NIR zur Verfügung.

Für die durchgeführten Experimente wurde die Quecksilberdampflampe als Strahlungsquelle zusammen mit einem schwarzen Polyethylen-Filter zur Unterdrückung der sichtbaren und ultravioletten Anteile der Lampe eingesetzt. Als Strahlteiler wurde eine 5  $\mu\text{m}$ -dicke Mylar-Folie verwendet. Die Probe befand sich während der Messung nicht in der Probenkammer, sondern wurde hinter das Eintrittsfenster des Bolometers positioniert. Dies hat folgenden Vorteil: Das Bolometer muss für den Betrieb mit flüssigem Helium gekühlt werden. Durch eine thermische Ankopplung der Probe an das Bolometer wird die Probe damit auch auf eine Temperatur von  $T = 4,2\text{ K}$  gebracht. Außerdem werden zusätzliche optische Komponenten vermieden, die zu einem höheren Verlust der Lichtintensität im gesamten Strahlengang geführt hätten.

Das Bolometer enthält standardmäßig ein Wechselrad, das zwei Scatter-Filter enthält. Über das Wechselrad kann von außen eines der beiden Filter in den Strahlengang des Bolometers gedreht werden. Für die Untersuchungen an den Quantenpunkten wurden die Scatter-Filter ausgebaut und stattdessen die Probe in das Wechselrad eingebaut. Somit konnte die Probe in den Strahlengang des Bolometers gedreht werden. Über elektrische Zuleitungen konnte eine Spannung zwischen Gate und Rückkontakt der Probe angelegt werden. Da das Wechselrad auf der Bodenplatte des He-Reservoirs montiert war, war die thermische Ankopplung der Probe an flüssige Helium gewährleistet.

Abbildung 24 zeigt in (A) das geöffnete Bolometer mit eingebautem Wechselrad (a). Das Licht tritt durch das Fenster ins Bolometer ein, durchläuft dann, je



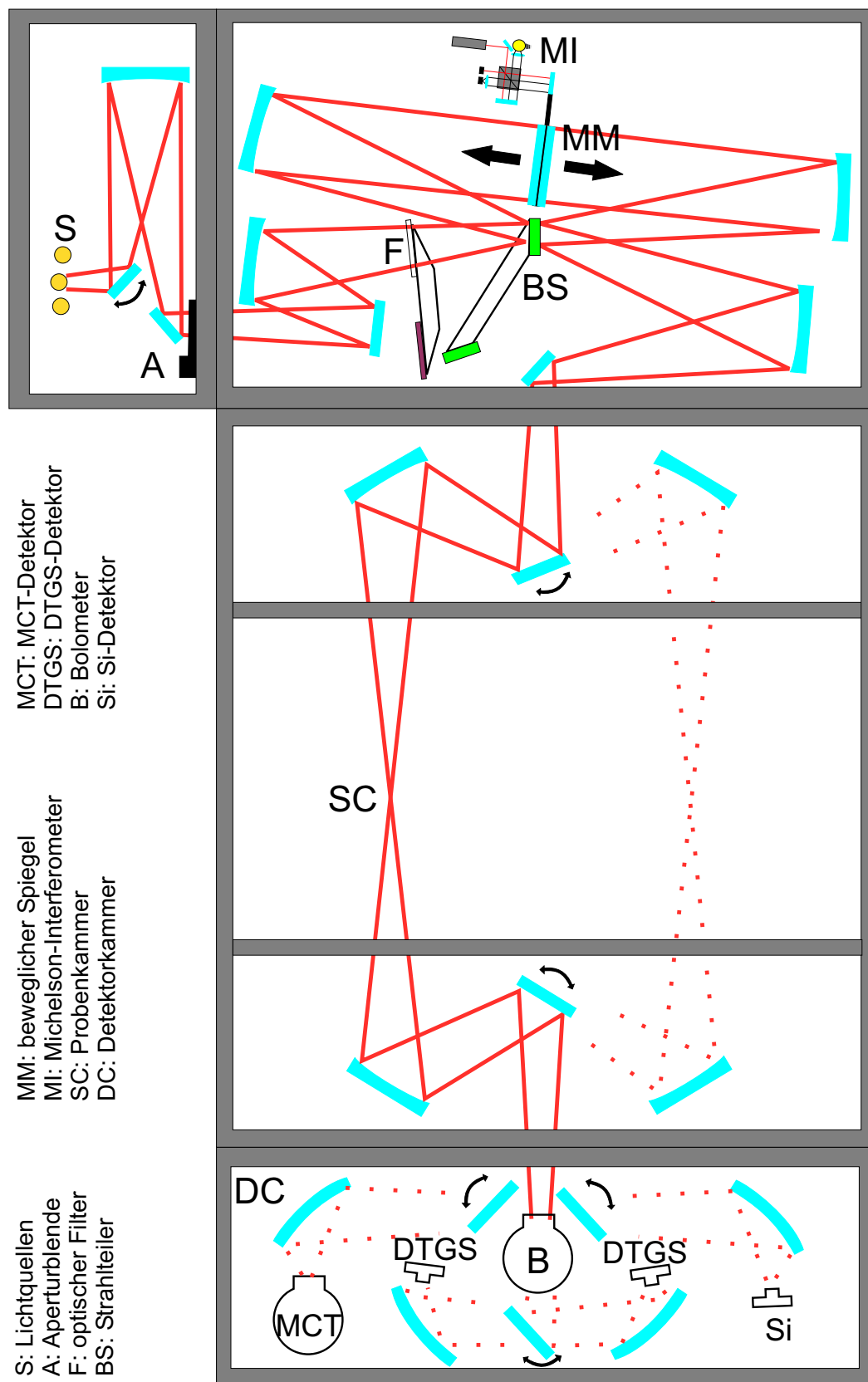


Abbildung 23: Bruker IFS 113

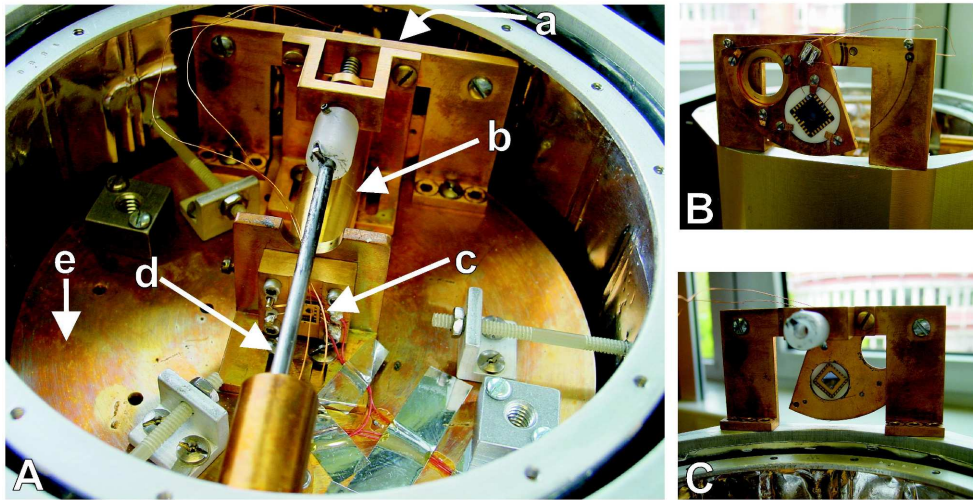


Abbildung 24: (A) Blick in das Bolometer von unten mit eingebautem Wechselrad (B) ausgebautes Wechselrad mit Probe von hinten (C) ausgebautes Wechselrad mit Probe von vorne

nach Stellung des Wechselrades die Probe oder die freie Öffnung des Wechselrades und wird dann über einen innenpolierten Konus (light pipe) (b) auf den Bolometerkristall (c) geleitet. Die ganze Vorrichtung befindet sich auf der Bodenplatte (e) des He-Reservoirs. Über eine Durchführung (d) kann die Position des Wechselrades eingestellt werden. Teilabbildung (B) zeigt das ausgebaute Wechselrad mit der Probe von hinten. Man erkennt eine kleine Bohrung im Chipcarrier, durch den das Licht zur Probe gelangt, sowie die elektrischen Zuleitungen für das Gate und den Rückkontakt. Teilabbildung (C) zeigt das ausgebaute Wechselrad mit Probe von vorne.

## 8 Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie

### 8.1 Zusammenhang zwischen differentieller Kapazität und Zustandsdichte

Mit Hilfe der Kapazitätsspektroskopie lässt sich direkt die Zustandsdichte von geeigneten Systemen vermessen. Die in unserem Fall betrachteten Quantenpunkte haben diskrete Zustände, so dass über die Messungen der differentiellen Kapazität direkt auf die Lage der Energieniveaus in den Quantenpunkten bezüglich des Fermi-Niveaus geschlossen werden kann.

Wie im Kapitel 4 bereits erwähnt, lässt sich die Bandstruktur der untersuchten Probe durch Anlegen einer Spannung  $U$  zwischen Gate und Rückkontakt linear variieren. Auf diese Weise können Elektronen vom Rückkontakt auf freie Niveaus in den Quantenpunkte tunneln, wenn diese sich unterhalb des Fermi-niveaus befinden. Analog tunneln Elektronen aus dem Quantenpunkt in den Rückkontakt, wenn sich das betrachtete Energieniveau oberhalb des Fermi-niveaus befindet. Somit kann über die Wahl der angelegten Spannung  $U$  der Ladungszustand der Quantenpunkte

bestimmt werden.

Wird zur angelegten konstanten Spannung  $U$  zusätzlich eine kleine Wechselspannung  $dU$  zwischen Gate und Rückkontakt angelegt, so tunneln Elektronen eines Niveaus zwischen Quantenpunkt und Rückkontakt genau dann immer hin und her, wenn das Niveau auf der Höhe der Fermienergie liegt (resonantes Tunneln). Der Wechselspannungsanteil  $dU$  sorgt dann dafür, dass die energetische Lage eines Zustands im Quantenpunkt mit der Frequenz  $f$  um das Fermienergie  $E_F$  oszilliert. Abbildung 25 veranschaulicht diesen Sachverhalt.

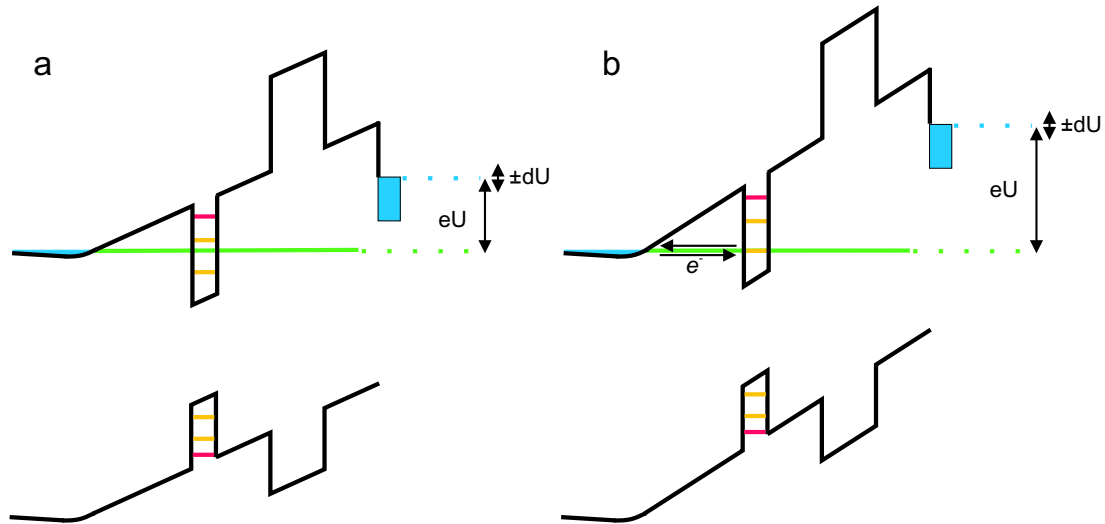


Abbildung 25: Wird einer konstanten Spannung  $U$  ein Wechselspannungsanteil  $dU$  überlagert, so können Elektronen resonant zwischen Rückkontakt und Quantenpunktniveau hin- und hertunneln, wenn sich das Niveau auf der Höhe der Fermienergie befindet (b). Liegt das Fermienergie zwischen zwei Niveaus (a), so ist der Wechselstrom vermindert.

Wird also ein unbesetzter Zustand des Quantenpunktes auf Höhe der Fermienergie gebracht, so erhöht sich die Kapazität des Gesamtsystems, da für die Elektronen des Rückkontaktes zusätzliche, unbesetzte Zustände hinzukommen. Die Gesamtkapazität der betrachteten Heterostruktur setzt sich zusammen aus einem geometrischen Anteil  $C_{geom}$ , der dadurch verursacht wird, dass Rückkontakt und Gate im Abstand  $d_{tot}$  eine Kondensatorstruktur mit Dielektrikum bilden, und einer quantenmechanischen Kapazität  $C_{qm}$ , hervorgerufen durch die Zustände der Quantenpunkte, die je nach angelegter Spannung  $U$  Elektronen aus dem Rückkontakt aufnehmen können oder nicht. Die Gesamtkapazität ergibt sich zu [16]

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_{geom}} + \frac{1}{C_{qm}}.$$

Da die geometrische Kapazität in guter Näherung eine Konstante ist, wird die gemessene Gesamtkapazität dann maximal, wenn  $C_{qm}$  maximal wird.

Die differentielle Kapazität wird definiert als

$$C_{qm} = \frac{dQ_{qm}}{dU}. \quad (35)$$

Wie im Kapitel 4 bereits beschrieben, ruft eine Änderung  $dU$  der angelegten Spannung  $U$  eine Verschiebung  $dE$  der Energieniveaus am Quantenpunkt im Bezug auf die Fermienergie hervor, welche gegeben ist durch

$$dE = -e \cdot \lambda \cdot dU. \quad (36)$$

Hierbei ist  $\lambda$  der Hebelarm.  $C_{qm}$  kann daher umgeschrieben werden zu

$$C_{qm} = \frac{dQ_{qm}}{dU} = \frac{dQ_{qm}}{dE} \cdot \frac{dE}{dU} = -e \frac{dn}{dE} \cdot \frac{dE}{dU} = e^2 \lambda \frac{dn}{dE} = e^2 \lambda \cdot D(E) \quad (37)$$

Gleichung 37 zeigt, dass die quantenmechanische differentielle Kapazität  $C_{qm}$  direkt proportional zur Zustandsdichte  $D(E)$  der Quantenpunkte ist.

## 8.2 Messung der Kapazität

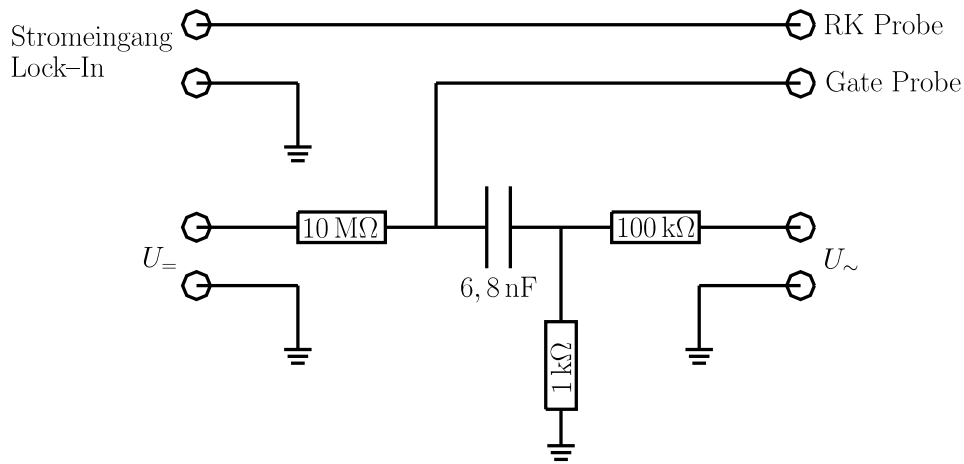


Abbildung 26: Schaltplan zur CV-Spektroskopie: Über einen Spannungsteiler (1:100) wird einer konstanten Spannung ein Wechselspannungsanteil aufaddiert. Der resultierende Wechselstrom wird vom Lock-In-Verstärker phasenabhängig gemessen.

Zur Messung der Kapazität der Probe wird ein Spannungsteiler verwendet, wie er in Abbildung 26 dargestellt ist. Eine programmierbare Spannungsquelle (Keithley 230) liefert die konstante Spannung  $U$ . Die Wechselspannung wird vom Lock-In-Verstärker zu Verfügung gestellt. Die beiden Spannungen werden mittels des Spannungsteilers im Verhältnis 1:100 addiert (Verhältnis 100 kΩ : 1 kΩ). Im Experiment wurde der konstanten Spannung  $U$  so eine vom Lock-In-Verstärker erzeugte Wechselspannung  $U_{\sim}$  von  $\Delta U = 5$  mV überlagert. Hieran ist bereits ersichtlich, dass für das Experiment tiefe Temperaturen notwendig sind. Bei einem Wechselspannungsanteil von  $\Delta U = 5$  mV ergibt sich bei der betrachteten Probe mit  $\lambda = 7$  lediglich eine energetische Oszillation am Ort der Quantenpunkte von  $\Delta E = 5/7$  meV. Bei Zimmertemperatur belaufen sich die thermischen Energien bereits auf 25 meV. Daher werden die Messungen bei  $T = 4,2$  K durchgeführt. Die Frequenz der Wechselspannung wurde auf  $f = 63,17$  Hz eingestellt. Dies erwies sich als guter Wert, unter Berücksichtigung der Größe der Gatefläche und der Tatsache, dass auch bei Beleuchtung der Probe mit dem Laser gemessen werden sollte. Die in Abbildung 26

dargestellten Widerstände  $100\text{ k}\Omega$  und  $1\text{ k}\Omega$  bilden in Verbindung mit dem Kondensator der Kapazität  $6,8\text{ nF}$  den Spannungsteiler, der Widerstand von  $R = 10\text{ M}\Omega$  dient als Strombegrenzer und schützt somit die Probe vor zu großen Gleichströmen.

Da sich über den komplexen Widerstand  $R^*$  die Kapazität  $C$  zu

$$C = \frac{1}{i\omega R^*} = \frac{I_{\sim}}{i\omega U_{\sim}} = -i \frac{I_{\sim}}{\omega U_{\sim}}$$

ergibt, muss bei festem Wechselstrom  $U_{\sim}$  der zur Kapazität proportionale Strom  $I_{\sim}$  bestimmt werden. Dieser Strom hat gegenüber der Wechselspannung eine Phasendifferenz von  $\pi/2$ . Mittels des verwendeten digitalen Zweiphasen-Lock-In-Verstärkers (Stanford 830), war es möglich, sowohl den induzierten Strom der Probe, der in Phase mit der Wechselspannung floss (Realteil des Stromes), als auch den um  $90^\circ$  versetzten Anteil (Imaginärteil des Stromes) zu messen. Der Imaginärteil des Stromes ist proportional zur Kapazität der Probe, der Realteil liefert den ohmschen Widerstand. Bei einem idealen Kondensator verschwindet dieser Realteil. Da Leckströme durch die Probe nicht ganz auszuschließen sind und auch Zuleitungswiderstände bestehen, misst man im Experiment sowohl Real- als auch Imaginärteil. Bei gut prozessierten Proben ist dabei der Imaginärteil aber um mindestens eine Größenordnung höher als der Realteil.

## Teil V

## Ergebnisse und Diskussion

## 9 Ferninfrarotspektren

Abbildung 27 zeigt die relative Transmission der untersuchten Probe im Bereich zwischen  $\bar{\nu} = 30 \text{ cm}^{-1}$  und  $\bar{\nu} = 600 \text{ cm}^{-1}$  bei einer Temperatur von  $T = 4,2 \text{ K}$ .  $\bar{\nu}$  bezeichnet dabei die Wellenzahl mit  $\bar{\nu} = 1/\lambda = \nu/c$ , gemessen in reziproken Zentimetern. Das Spektrum wurde durch Division des absoluten Spektrums der Probe in diesem Spektralbereich und des Vakuum-Referenzspektrums erhalten. Es wurde mit einer Auflösung von  $\Delta\bar{\nu} = 0,5 \text{ cm}^{-1}$  aufgenommen. Sowohl für das Probenspektrum als auch für das Referenzspektrum wurden dabei jeweils 200 Interferogramme aufgenommen und gemittelt. Bei der Aufnahme des Probenspektrums war eine Spannung von  $+0,5 \text{ V}$  zwischen dem Gate und dem Rückkontakt der Probe angelegt. Dies bedeutet, dass die Quantenpunkte bei der Messung mit sechs Elektronen geladen waren (vergleiche hierzu die Messergebnisse aus der  $C - V$ -Spektroskopie, Kapitel 11). Aufgetragen ist die relative Transmission über der Wellenzahl  $\bar{\nu}$  bzw. der dazugehörigen Energie in meV (obere horizontale Achse).

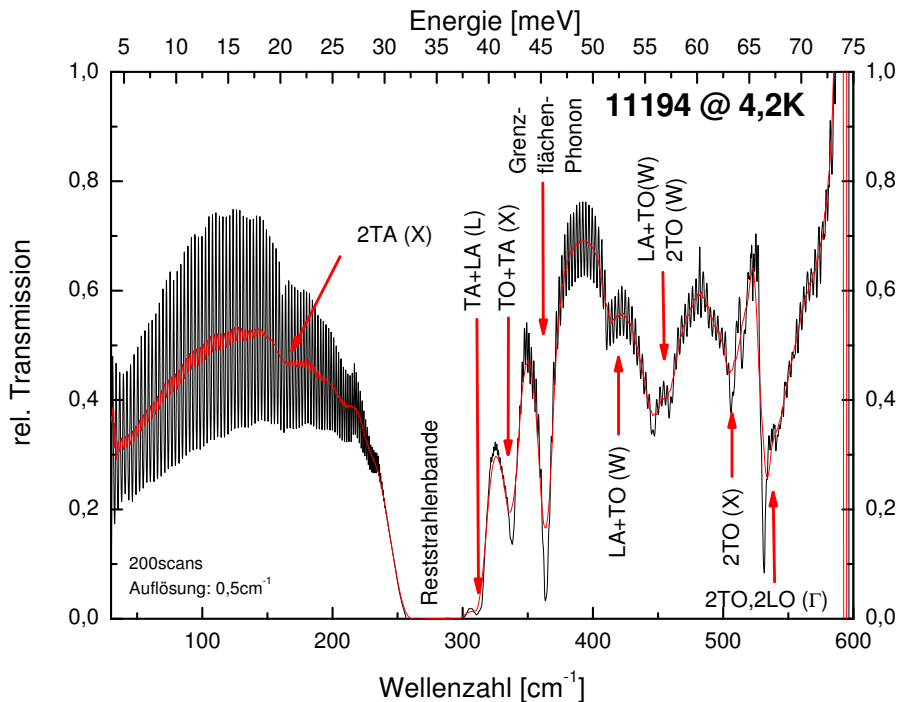


Abbildung 27: Transmissionsspektrum der Probe im fernen Infraroten

Betrachtet man Abbildung 27, so fallen zunächst die starken Oszillationen auf, die das Spektrum überlagern. Hierbei handelt es sich aber keineswegs um Rauschen, sondern um sogenannte Fabry-Pérot-Oszillationen, die daher rühren, dass die Oberflächen der Probe zwei planparallele Flächen bildet. Licht, das durch die

Probe transmittiert werden soll, wird teilweise an den Grenzflächen Probe/Vakuum reflektiert. Auf diese Weise wird ein Teil des Lichts in der Probe hin- und her reflektiert und es ergeben sich, je nach Wellenlänge des Lichts, konstruktive oder destruktive Interferenzen aus. Somit oszilliert die Transmittivität der Probe mit der Wellenlänge. Aus der Oszillationslänge kann auf die Dicke  $d$  der Probe geschlossen werden mit

$$d = \frac{\Delta m}{2 \cdot n \cdot (\bar{\nu}_1 - \bar{\nu}_2)}.$$

$\Delta m$  ist dabei die Anzahl der Oszillationen im Intervall zwischen  $\bar{\nu}_1$  und  $\bar{\nu}_2$ ,  $n$  ist der Brechungsindex der Probe im betrachteten Bereich. Dieser hat laut [37] bei  $\bar{\nu} = 379,1 \text{ cm}^{-1}$  einen Wert von  $n = 2,997$ . Damit ergibt sich für die so bestimmte Dicke  $d$  der Probe ein Wert von  $d = 705,5 \mu\text{m}$ . Bei dieser Berechnung wurde der AlAs-Anteil der Probe mit einer anderen Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon_r$  vernachlässigt. Dies ist gerechtfertigt, da die Probe nur zu 0,02% aus AlAs besteht.

Die Fabry-Pérot-Oszillationen hätten durch ein Ankeilen der Probe (vergleiche hierzu [16]) unterdrückt werden können. In Abbildung 27 sind sie in der zusätzlich abgebildeten Kurve durch eine 80-Punkt-Mittelung nachträglich rechnerisch unterdrückt worden. Man erkennt aber, dass diese Unterdrückung sich nicht nur auf die Fabry-Pérot-Oszillationen auswirkt, sondern auch die gemessenen Absorptionsminima beeinflusst.

Das Spektrum zeigt verschiedene Absorptionen im fernen Infrarot. So ist der Bereich, in dem die Wellenzahl gegen Null strebt, von der *Drude-Absorption* gekennzeichnet. Hier werden frei bewegliche Ladungsträger durch das elektromagnetische Wechselfeld des Lichts zu Oszillationen angeregt. Im Bereich zwischen  $\bar{\nu} = 257 \text{ cm}^{-1}$  und  $298 \text{ cm}^{-1}$  fällt die Transmission auf Null. Dies ist der Bereich der *Reststrahlenbande*, der von den beiden optischen Phononenfrequenzen  $\omega_{TO}$  und  $\omega_{LO}$  von GaAs eingegrenzt wird. In diesem Bereich ist die relative Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon_r < 0$ , so dass der Brechungsindex rein imaginär ist. Das hat totale Reflexion zur Folge [14].

Weiter zeigen sich im Spektrum verschiedene *Zweiphononenprozesse*, bei denen unter Berücksichtigung von Energie- und Impulserhaltung durch Absorption von Photonen Energie an das Gitter abgegeben wird. Die Transmission ist somit herabgesetzt. Die jeweilig beteiligten Phononen, die im Spektrum zu den dargestellten Absorptionen gehören, wurden aus den Energien bestimmt, bei denen das Dispersionspektrum der Phononen von GaAs maximale Zustandsdichte aufweist. Hierbei ist aber zu beachten, dass die beiden beteiligten Phononen betragsmäßig gleiche  $k$ -Vektoren haben müssen. Die Stellen maximaler Phononenzustandsdichte wurde aus [50] entnommen.

Bei einem im Spektrum auftretenden Absorptionsmaximum (Transmissionsminimum) handelt es sich aber nicht um einen Zwei-Phononen-Prozess. Der Einbruch in der Transmission bei  $\bar{\nu} = 365 \text{ cm}^{-1}$  ist laut Batke [3] auf eine Wechselwirkung von Elektronen an der Grenzschicht zum GaAs/AlAs-Übergitter und den im Übergitter eingeschlossenen AlAs-artigen optischen Phononen zurückzuführen. Diese Resonanz ist von der Ladungsträgerdichte, und damit auch von der angelegten Gate-Spannung abhängig.

Im Spektrum von Abbildung 27 ist der Einfluss der geladenen Quantenpunkte nicht zu erkennen. Um die Resonanzenergie der Elektronen im parabolischen Poten-

zial der Quantenpunkte bestimmen zu können, ist es notwendig, das Transmissionspektrum von mit Elektronen besetzten Quantenpunkten und von leeren/unbesetzten Quantenpunkten zu vergleichen. Um mögliche Einflüsse der Elektronen in den Quantenpunkten deutlich zu machen, werden die beiden Spektren durcheinander geteilt, so dass theoretisch sich eine 100%–Linie ergeben müsste, die einen kleinen Einbruch bei der Resonanzenergie der Quantenpunkte aufweist. Da aufgrund des verallgemeinerten Kohn'schen Theorems die Intraband–Resonanz der Quantenpunkte unabhängig ist von der Anzahl der sich im Quantenpunkt befindlichen Elektronen, wurde ein Transmissionsspektrum mit vollen Quantenpunkten (6 Elektronen im Q–Punkt) verglichen mit einem Transmissionsspektrum von leeren Quantenpunkten. Das so erhaltene sehr rauscharme Spektrum (Signal–Rauschverhältnis besser als  $10^3$ ) ist in Abbildung 28 dargestellt. Aufgetragen ist  $T(U_g = 0,5V)/T(U_g = -1,2V)$  über der Wellenzahl bzw. der Energie.

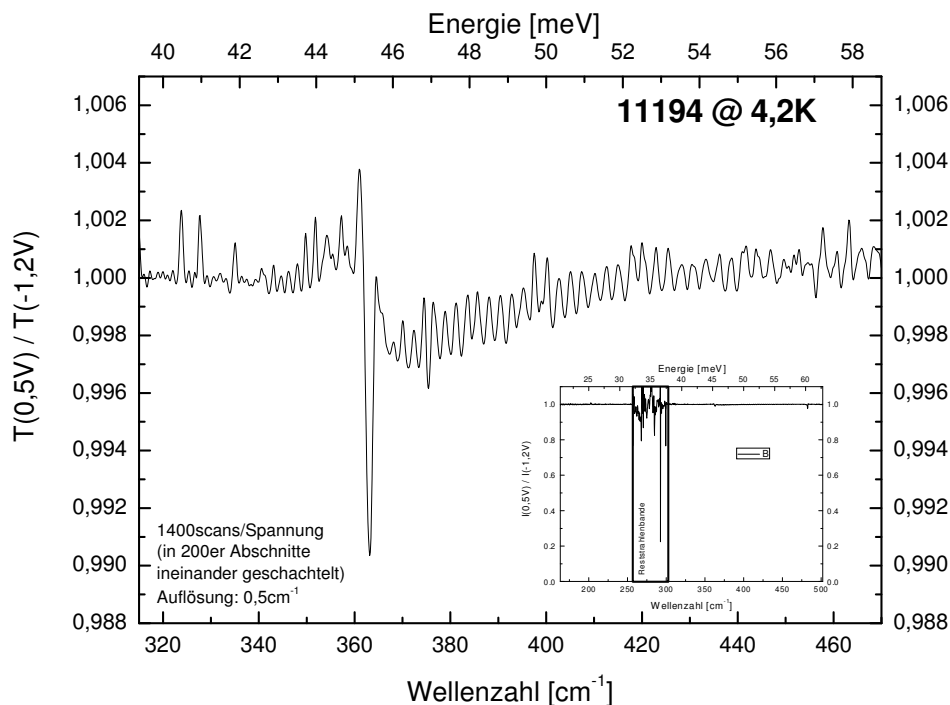


Abbildung 28: *Transmission mit Elektronen gefüllter Quantenpunkte ( $U_g = 0,5V$ ) dividiert durch Transmission leerer Quantenpunkte ( $U_g = -1,2V$ )*

Man erkennt eine 100%–Linie, die zwei Einbrüche aufweist. Der scharfe, 1% tiefe Einbruch kommt vom Interface–Phonon des GaAs/AlAs–Übergitters. Diese Absorption bleibt auch nach der Division der beiden Spektren noch sichtbar, da die Position des Maximums von der Ladungsträgerdichte an der Grenze zum Übergitter abhängt, und somit auch von der angelegten Gatespannung beeinflusst wird. Ein weiterer Einbruch ist direkt daneben, zu höheren Energien hin, zu sehen. Die Transmissionsänderung beträgt lediglich 2‰ und kann der Absorption der Quantenpunkte zugeordnet werden. Um einen solch geringen Effekt messen zu können, muss das Signal–Rausch–Verhältnis entsprechend groß sein. Hierzu wurden die für die Division benötigten zwei Spektren jeweils mit 1400 Interferogrammaufnahmen gemessen.



Um dabei Langzeitdrift ausschließen zu können, wurden immer im Wechsel je 200 Aufnahme bei einer Gatespannung von  $U_g = 0,5\text{ V}$  (volle Quantenpunkte) und bei einer Gatespannung von  $U_g = -1,2\text{ V}$  (leere Quantenpunkte) gemacht. Danach wurden die Spektren der einzelnen Spannungen gemittelt und durcheinander geteilt. Innerhalb von Abbildung 28 ist klein das gezeigte Spektrum in einem größeren Frequenzbereich abgebildet und die Ordinate von Null bis Eins skaliert. Man erkennt in dieser Auftragung lediglich eine Einhundertprozentlinie, die im Bereich der Reststrahlenbande stark verrauscht ist, da hier Werte nahe bei Null durcheinander geteilt werden.

Da der gemessene Effekt sehr klein ist, wurde zum Vergleich das eben beschriebene Verfahren bei zwei verschiedenen Gatespannungen wiederholt, bei denen in beiden Fällen die Quantenpunkte keine Elektronen enthalten. Die Division dieser Spektren sollte demnach an der betrachteten Resonanzstelle keinen Einbruch zeigen. Abbildung 29 zeigt im Vergleich das eben diskutierte Spektrum  $T(U_g = 0,5\text{ V})/T(U_g = -1,2\text{ V})$  mit dem Spektrum  $T(U_g = -1,2\text{ V})/T(U_g = -1,8\text{ V})$ .

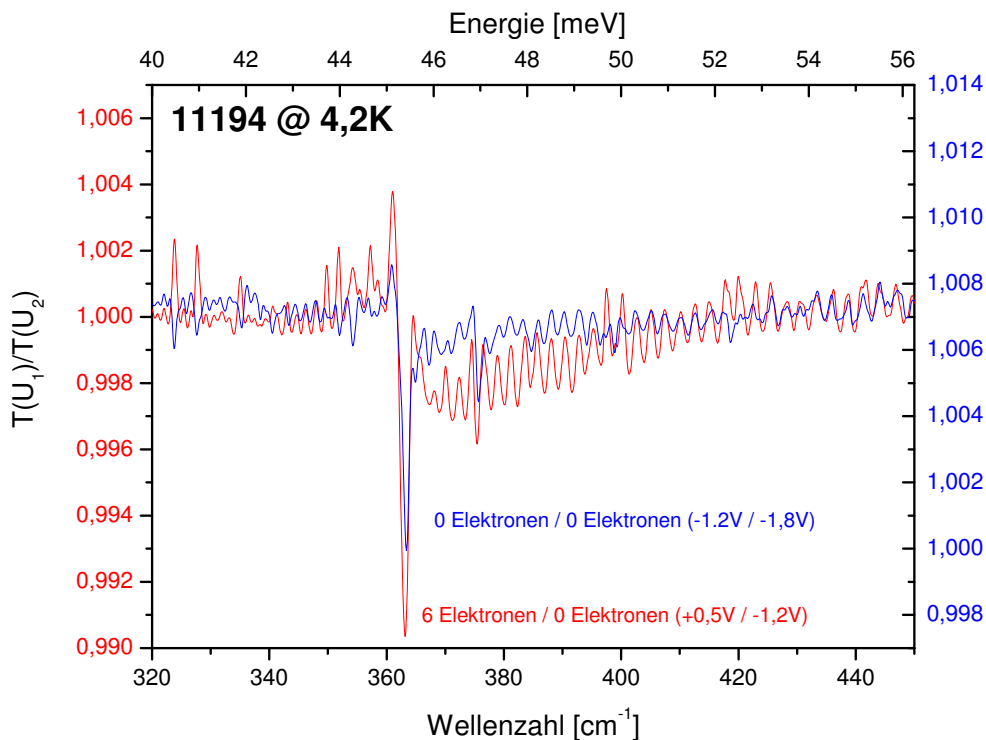


Abbildung 29: Vergleichende Divisionsspektren. blau: leer/leer, rot: voll/leer

Abbildung 29 zeigt, dass der beobachtete Einbruch im Divisionsspektrum, bei dem volle Quantenpunkte mit leeren verglichen wird, nicht auftaucht in dem Divisionsspektrum, bei dem leere Quantenpunkte mit leeren Quantenpunkten (jeweils bei unterschiedlichen Gatespannungen) verglichen werden. Die gemessene Resonanz ist somit auf die Quantenpunkte zurückzuführen und entspricht der Eigenenergie  $\hbar\omega_0$  des parabolischen Potentials. Aus Abbildung 29 ist ebenfalls ersichtlich, dass die scharfe Resonanz des Interface-Phonons nichts mit der benachbarten breiteren Resonanz der Quantenpunkte zu tun hat. Dies hätte man als selbstverständlich an-

nehmen können, wenn das Spektrum nur bei geringerer Auflösung vorgelegen hätte. Mit diesem Wissen lässt sich aber die Auflösung des Spektrums ohne Bedenken nachträglich verringern, um den Effekt der Quantenpunkte, der etwas durch das noch vorhandene Rauschen überlagert wird, hervorzuheben.

Abbildung 30 zeigt die Spektren aus Abbildung 29 mit verschiedenen großen Auflösungen. Hierbei wurde die Anzahl der aufgenommenen Interferogrammpunkte eines jeden Spektrums nachträglich verringert, eine Anzahl von Nullen (Faktor 4) angehängt und anschließend fouriertransformiert. Mathematisch entspricht dies einer (Fourier-) Glättung der Daten, um die breite Absorption besser gegenüber den Fabry-Pérot-Oszillationen und der scharfen Phononenstruktur hervorzuheben. Die dargestellten Spektren gehören zu Interferogrammen mit 200, 300, 400, 500 bzw. 600 Punkten. Man erkennt, dass auch die blauen Kurven einen kleinen, wenn auch deutlich geringeren, Einbruch bei der Resonanzenergie der Quantenpunkte zeigen. Dies lässt darauf schließen, dass auch bei  $U_g = -1,2$  V noch s-Niveaus einiger Quantenpunkte gefüllt sind. Man vergleiche hierzu auch das Kapitel 11.

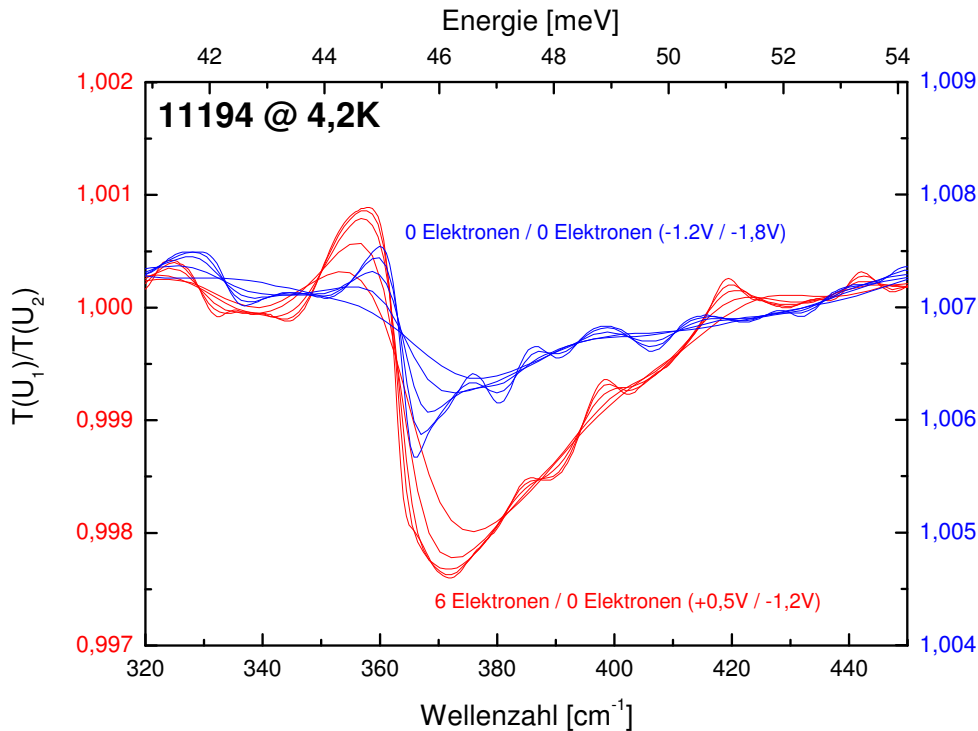


Abbildung 30: Vergleichende Divisionsspektren mit reduzierter Auflösung

In den Spektren aus Abbildung 30 ist die scharfe Resonanz des Interface-Phonons aufgrund der reduzierten Auflösung nicht mehr zu erkennen. Das Rauschen und die Fabry-Pérot-Oszillationen sind ebenfalls geglättet. Es ergibt sich für die Eigenenergie der Elektronen im Quantenpunkt ein Wert von

$$\hbar\omega_0 = 46,2 \text{ meV}.$$

Die Eigenenergie liegt im erwarteten Energiebereich (vergleiche [16]). Sie kann von Probe zu Probe variieren, da sie von der Größe der Quantenpunkte abhängt.

## 10 Photolumineszenzspektren bei niedriger Anregungsleistung des Lasers (Teil 1)

In Abbildung 31 ist das Photolumineszenzspektrum des untersuchten Probenmaterials 11194 im Bereich zwischen 1,40 eV und 1,56 eV aufgetragen. Es wurde bei einer Temperatur von  $T = 4,2$  K mit der CCD-Kamera aufgenommen. Man erkennt eine starke Lumineszenz bei 1,514 eV, die dem Übergang über die Bandlücke von GaAs entspricht. Die Energie dieser Lumineszenz ist geringfügig kleiner als die Bandlücke von GaAs, da die beteiligten Elektronen und Löcher Exzitonen bilden. Diese exzitonischen Zustände befinden sich energetisch etwas unterhalb der Bandkante des Leitungsbandes bzw. oberhalb der Bandkante des Valenzbandes. Die Energie, die bei der Rekombination frei wird, ist demzufolge kleiner als die Bandlücke. Bei einer Bandlücke von 1,51895 eV für  $T = 4,2$  K [30] ergibt sich somit eine Exzitonenbindungsenergie von  $E_{ex} = 4,95$  meV. Berechnungen dieser Exzitonenbindungsenergie mittels des Wasserstoffmodells liefert unter Verwendung einer reduzierten Elektron-Loch-Masse von  $\mu = 0,05m_0$  und einer Dielektrizitätskonstante von  $\epsilon_r = 12,8$  einen Wert von  $E_{ex} = 4,2$  meV. Hierbei ist aber zu berücksichtigen, dass nicht unmittelbar klar ist, welche Lochmasse und welche Dielektrizitätskonstante in der Rechnung verwendet werden müssen. Zum einen sind die Bänder der leichten und schweren Löcher bei  $k = 0$  degeneriert, zum anderen ist die relative Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r$  abhängig von der Frequenz [14]. Absorptionsmessungen an GaAs bei  $T = 4,2$  K von Fehrenbach et al. [12] bestätigen mit einer gemessenen Exzitonenbindungsenergie von  $E_{ex} = 4,2$  meV das Wasserstoffmodell.

Der Einfluss einer angelegten Gatespannung auf das eben diskutierte Spektrum wird in Abbildung 32 deutlich. Man erkennt, dass die Lumineszenzintensität der Benetzungsschicht stark von der angelegten Gatespannung beeinflusst wird, während die anderen Lumineszenzlinien in ihrer Intensität unbeeinflusst bleiben. Mit zunehmender negativer Gatespannung wird die Intensität der Benetzungsschicht immer geringer und verschwindet schließlich bei einer Gatespannung von ungefähr  $U_g = -0,5$  V. Der Grund hierfür liegt darin, dass die Bandstruktur mit kleiner werdender Gatespannung nach oben gezogen wird, und die Elektronen und Löcher damit aus dem ausgedehnten Niveau der Benetzungsschicht heraustunneln können (Fowler-Nordheim-Tunneln).

Die eigentliche Lumineszenz der Quantenpunkte liegt im Bereich zwischen 1 eV und 1,2 eV. Man betrachte hierzu die Spektren aus den Abbildungen 33 und 34. Dargestellt ist die Lumineszenz der Quantenpunkte in Abhängigkeit der Gatespannung bei einer Anregungsleistung von  $P = 0,3$  mW. Erkennbar sind deutlich zwei Maxima. Das erste Maximum bei ungefähr 1,054 eV entspricht dem Übergang vom s-Niveau der Elektronen zum s-Niveau der Löcher (s-s-Übergang). Das zweite, kleinere Maximum bei ungefähr 1,113 eV ist zurückzuführen auf den p-p-Übergang (vergleiche Abbildung 8).

Mit zunehmender Gatespannung (Abbildung 34) nimmt der s-s-Übergang zunächst in der Intensität zu, bis er schließlich bei einer Gatespannung von  $-1,4$  V sein absolutes Maximum erreicht. In diesem Spannungsbereich zwischen  $-2,6$  V und  $-1,4$  V nimmt dagegen der p-p-Übergang in der Intensität ab. Bei Spannungen  $> -1,4$  V (Abbildung 33) wird der s-s-Übergang in seiner Intensität wieder kleiner,

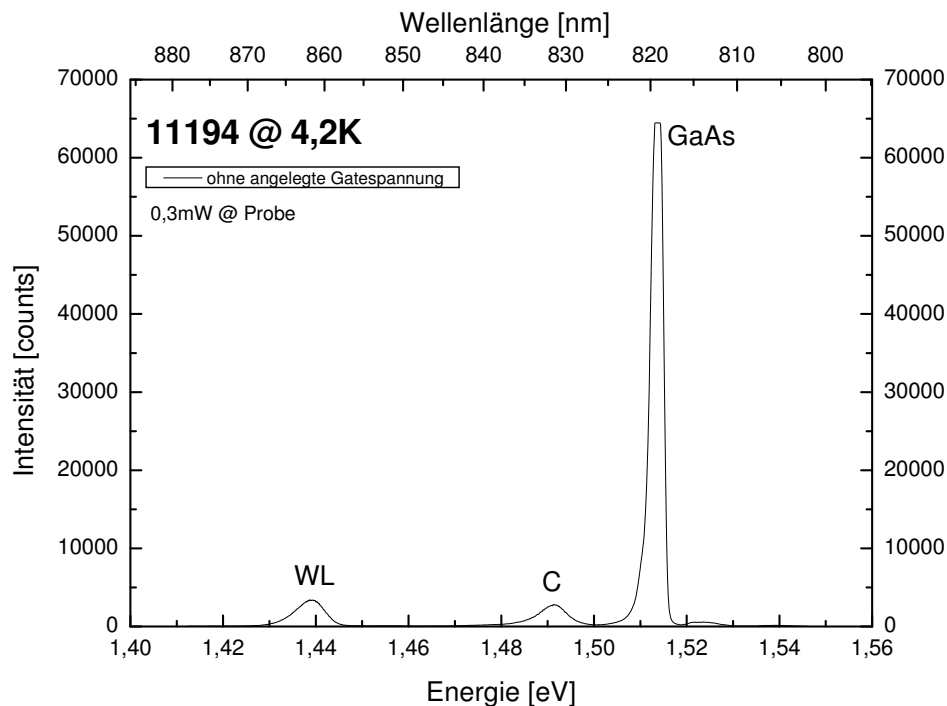


Abbildung 31: Photolumineszenz im Bereich zwischen 1,40 eV und 1,56 eV, aufgenommen mit der CCD-Kamera bei einer Anregungsleistung von 0,3mW an der Probe ohne angelegte Gatespannung. Ersichtlich ist der Interbandübergang von GaAs, eine von Kohlenstoff als Rekombinationszentrum stammende Lumineszenz und die Rekombination über die Benetzungsschicht (WL=wetting layer)

während der p-p-Übergang zunimmt.

Ein Abfallen der Lumineszenzintensität bei kleinen Gatespannungen kann, wie bei der Benetzungsschicht auch, gut auf das zunehmende Heraustunneln der Ladungsträger aus den Quantenpunkten erklärt werden. Mit zunehmend kleiner werdender Gatespannung werden die Energieniveaus der Quantenpunkte über das Elektronenreservoir des Rückkontaktes gezogen.

Ein Ansteigen der Lumineszenzintensität ist stets ein Zeichen für eine Erhöhung der Anzahl der Elektronen und Löcher in dem entsprechenden Niveau, oder eine Erhöhung des Überlappintegrals der entsprechenden, zum optischen Übergang gehörenden Zustandsfunktionen. Mit abnehmender Gatespannung verschiebt sich der Schwerpunkt der Elektronenwellenfunktionen in Richtung Rückkontakt, während sich der Schwerpunkt der Lochwellenfunktionen bei dem betrachteten elektrischen Feld in Gegenrichtung (Richtung Gate) verlagert. Somit wird das Überlappintegral der Enveloppenwellenfunktionen mit abnehmender Gatespannung kleiner und mit zunehmender Gatespannung solange größer, bis das Band im Bereich der Quantenpunkte flach verläuft. Für das Zunehmen der Intensität bei größer werdender Gatespannung kommt zusätzlich eine Erhöhung der Ladungsträger in den betrachteten Niveaus, die am Lumineszenzübergang teilnehmen, in Frage. Die Anzahl der an optischen Übergängen beteiligten Ladungsträger wird beeinflusst durch die Anregungsleistung des Lasers und durch das Laden von Elektronen aus dem Rückkontakt

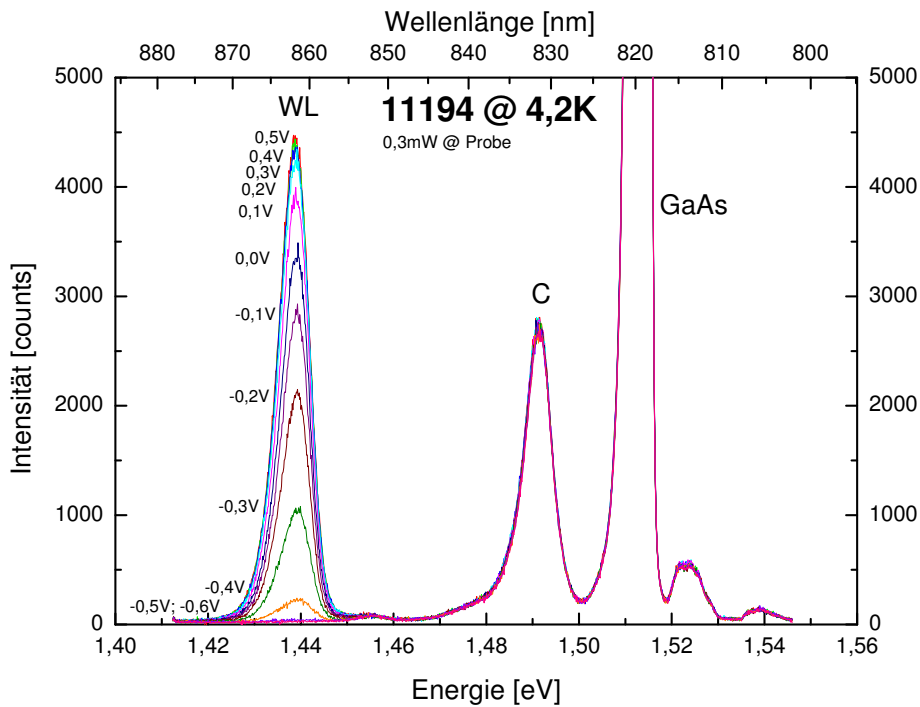


Abbildung 32: Photolumineszenz im Bereich zwischen 1,40 eV und 1,56 eV, aufgenommen mit der CCD-Kamera bei einer Anregungsleistung von 0,3 mW an der Probe bei verschiedenen Gatespannungen. Man erkennt mit zunehmender negativer Gatespannung eine Verkleinerung der Lumineszenz der Benetzungsschicht. Die mit C gekennzeichnete Lumineszenz kommt von Kohlenstoffverunreinigungen in der Probe.

in die Quantenpunkte, gesteuert durch die angelegte Gatespannung. Da die betrachteten Spektren der Abbildungen 33 und 34 alle bei der gleichen Anregungsintensität aufgenommen wurden, ist also genauer zu untersuchen, in wie weit die Ladevorgänge aus dem Rückkontakt mit der Lumineszenzintensität in Verbindung stehen. Ist die maximale Intensität des s-s-Übergangs auf das Füllen des s-Niveaus mit Elektronen aus dem Rückkontakt zurückzuführen, so würde das erklären, warum die Intensität mit größer werdender Gatespannung zunimmt. Mit größer werdender Gatespannung verschiebt sich die energetische Lage des s-Niveaus unter die Fermienergie und wird damit durch Elektronen aus dem Rückkontakt geladen. Ist dies richtig, bleibt die Frage, warum dann bei noch höheren Gatespannungen die Lumineszenzintensität wieder abnimmt, obwohl die s-Niveaus auch bei diesen Gatespannungen mit Elektronen aus dem Rückkontakt gefüllt sind, welche für optische Übergänge zur Verfügung ständen.

Der s-s-Übergang hat seine maximale Lumineszenzintensität bei einer Gatespannung von  $-1,4$  eV. Ist das Laden des s-Niveaus mit Elektronen für die erhöhte Lumineszenz verantwortlich, so sollte der Ladevorgang bei  $-1,4$  V stattfinden. Untersuchungen mittels C-V-Spektroskopie haben aber ergeben, dass das s-Niveau bei Gatespannungen von ungefähr  $U_g = -1,01$  V und  $U_g = -0,85$  V (Laden des s-Niveaus mit dem ersten und zweiten Elektron) geladen wird (vergleiche hierzu auch Untersuchungen von beispielsweise O. Wibbelhoff [51]). Eigene Untersuchun-

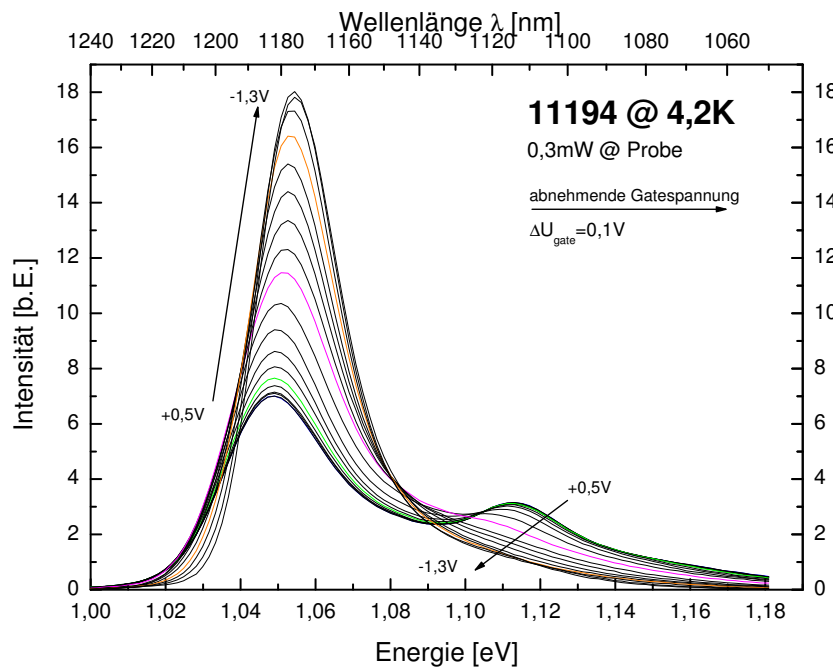


Abbildung 33: Photolumineszenz der Quantenpunkte in Abhängigkeit der Gatespannung bei einer Anregungsleistung von 0,3 mW. Gemessen mit der InGaAs-Diode in Lock-In-Technik. Gatespannungen von 0,5 V bis -1,3 V mit  $\Delta U_g = 0,1\text{ V}$ .

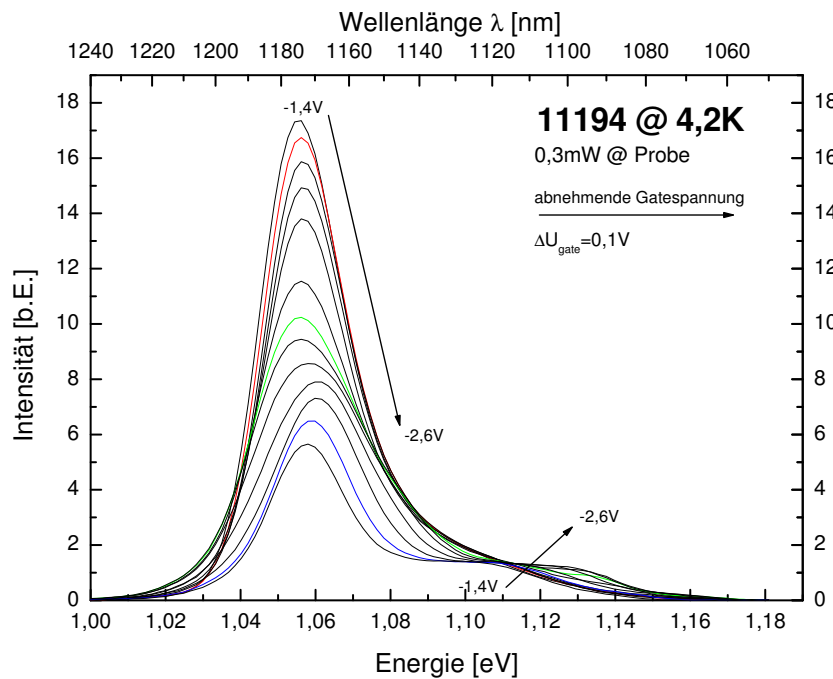


Abbildung 34: Photolumineszenz der Quantenpunkte in Abhängigkeit der Gatespannung bei einer Anregungsleistung von 0 – 1,4 mW. Gemessen mit der InGaAs-Diode in Lock-In-Technik. Gatespannungen von 0,5 V bis -2,6 V mit  $\Delta U_g = 0,1\text{ V}$ .

gen mittels C–V–Spektroskopie zeigen aber (vergleiche Kapitel 11), dass sich die Spannungsskala bei beleuchteten Proben verschiebt. Dies wird auch durch die im Folgenden diskutierten Daten deutlich. Eine genauere Untersuchung, in wie weit die angelegte Gatespannung die Lumineszenzintensität beeinflusst, wird in Kapitel 12 angestellt.

Die Abbildungen 35 bis 42 zeigen die Lumineszenz der Quantenpunkte in Abhängigkeit von der Gatespannung bei unterschiedlichen Anregungsintensitäten des Lasers. Die Intensität der Lumineszenz wird in den Spektren durch Farben kodiert. Die linke vertikale Achse zeigt die Gatespannung an, die rechte die durch den Hebelarm geteilte Gatespannung. Hieraus lassen sich leicht energetische Unterschiede von Lumineszenzerscheinungen vermessen, deren Ursprung in den Quantenpunkten liegt. Die untere horizontale Achse zeigt die Wellenlänge der Lumineszenz. Man beachte, dass diese Spektren im Gegensatz zu den eben diskutierten linear in der Wellenlänge aufgetragen sind. Die reziproke Energieskala ist an der oberen horizontalen Achse aufgetragen. Rechts neben jedem Spektrum findet sich eine Skala, die den einzelnen Farben Intensitäten zuweist. Bei jedem Lumineszenzspektrum wurden dabei die Farben aus dem gleichen Farbbereich (blau bis grün) gewählt, wobei blau stets Intensität Null bedeutet, grün aber immer der maximalen Intensität des jeweiligen Spektrums entspricht. Die zu den Farben zugeordneten Intensitäten sind aber unter allen Spektren vergleichbar.

Jede dieser Falschfarbendarstellung besteht dabei aus 32 Einzelspektren. Zu jeder Gatespannung  $-2,6\text{ V} \leq U_g \leq +0,5\text{ V}$  mit einer Schrittweite von  $\Delta U_g = 0,1\text{ V}$  wurde ein Spektrum zwischen  $\lambda = 1050\text{ nm}$  und  $\lambda = 1240\text{ nm}$  mit einer Schrittweite von  $\Delta\lambda = 2\text{ nm}$  aufgenommen. Die in den Abbildungen dargestellten Quadrate und Dreiecke geben jeweils die Position der relativen Lumineszenzmaxima eines der 32 Spektren wieder.

Die für die betrachteten acht Abbildungen verwendeten Anregungsleistungen des Lasers belaufen sich am Ort der Probe auf Werte von

$$P = 42\text{ }\mu\text{W}, 84\text{ }\mu\text{W}, 126\text{ }\mu\text{W}, 168\text{ }\mu\text{W}, 336\text{ }\mu\text{W}, 672\text{ }\mu\text{W}, 1,5\text{ mW und } 3\text{ mW}.$$

Die dabei verwendete Anregungsintensität von  $P = 42\text{ }\mu\text{W}$  ruft dabei Lumineszenzintensitäten der Probe hervor, die an die Nachweisgrenze des verwendeten Photolumineszenzaufbaus gelangen. Abgesehen vom Spektrum mit der Anregungsintensität von  $P = 126\text{ }\mu\text{W}$  verdoppelt sich jeweils die Anregungsintensität zwischen den einzelnen Spektren. Der Eintritts- und Austrittsspalt des Spektrometers war bei allen Messungen auf 2mm eingestellt. Diese Spaltgröße ließ ausreichend viel Intensität hindurch, verringerte aber im Gegenzug nicht die Auflösung der Lumineszenz aus den Quantenpunkten, da diese bereits aufgrund ihrer Größenverteilung Halbwertsbreiten um 30 meV aufweisen. Bei allen durchgeführten Messungen wurde die Probe auf einer Fläche von  $\gtrsim 1\text{ mm}^2$  beleuchtet.

Abbildung 43 ist eine schematische Darstellung für die eben beschriebenen Spektren. Bei allen dieser Spektren sind drei verschiedene Regionen erhöhter Lumineszenz zu sehen. Zunächst liegt die Vermutung nahe, dass es sich bei den Strukturen (1) und (2) (siehe Abbildung 43) um den p–p–Übergang und den s–s–Übergang der Quantenpunkte handelt. Ob die Gatespannung, an der die jeweiligen Bereiche ihr Maximum haben, in Verbindung gebracht werden kann mit den Ladespannungen der

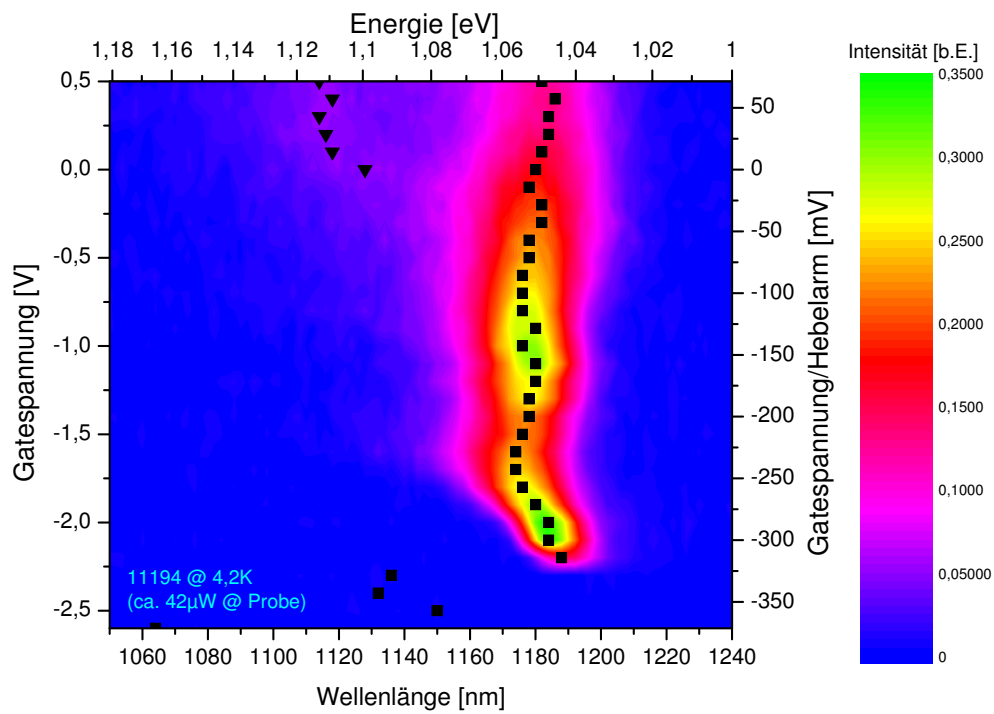


Abbildung 35: Photolumineszenz in Abhängigkeit der Gatespannung bei einer Anregungsleistung von  $P = 42 \mu\text{W}$  an der Probe

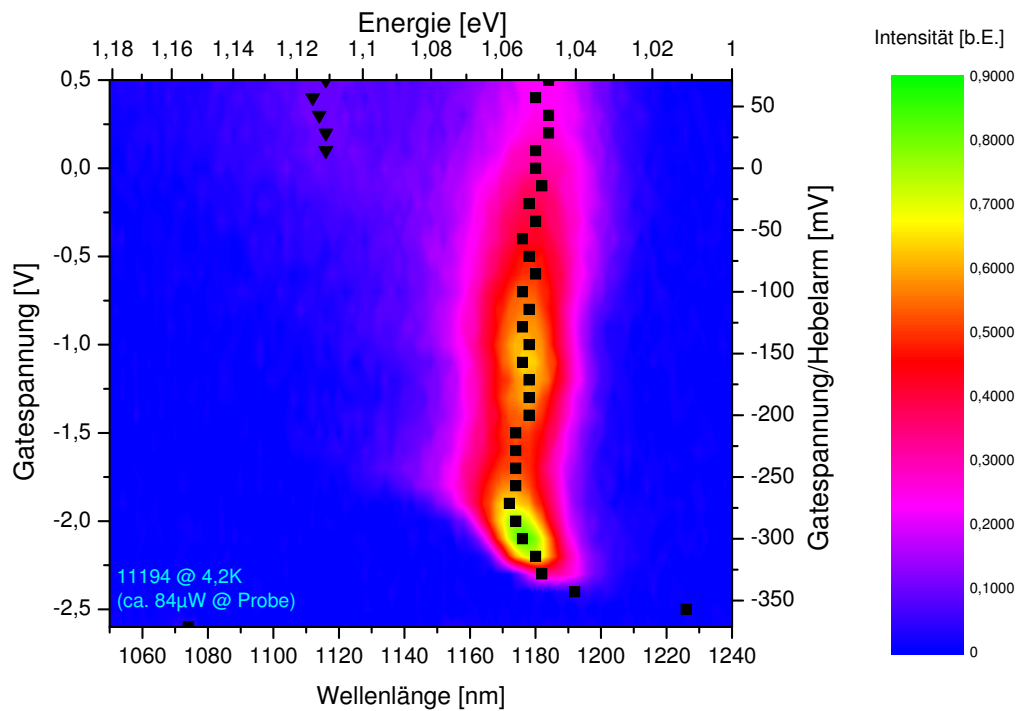


Abbildung 36: Photolumineszenz in Abhängigkeit der Gatespannung bei einer Anregungsleistung von  $P = 84 \mu\text{W}$  an der Probe



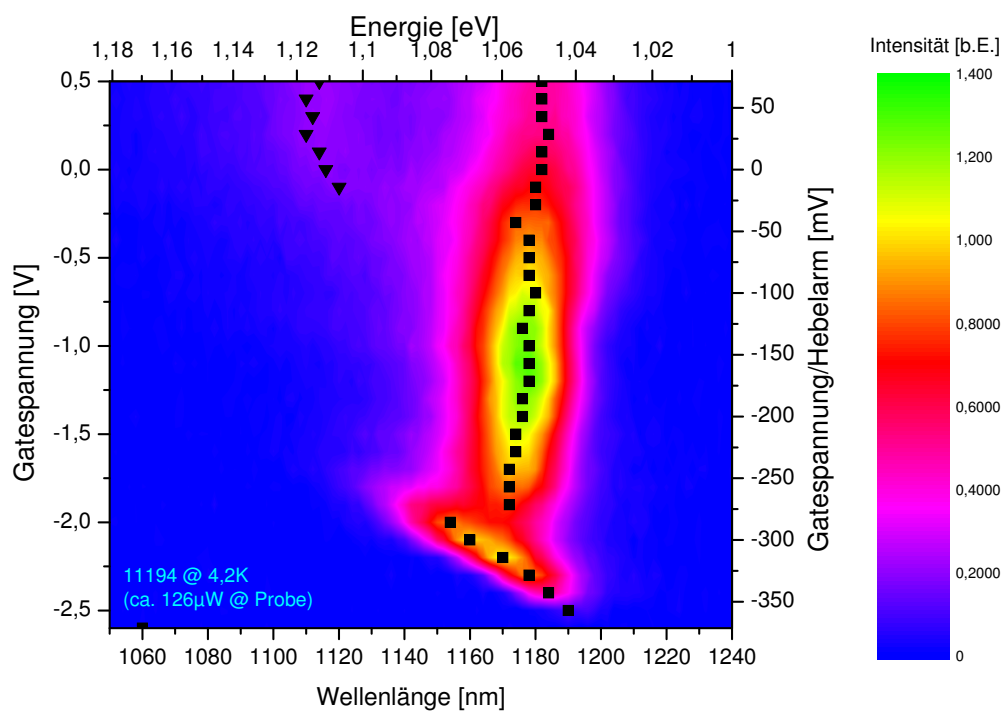


Abbildung 37: Photolumineszenz in Abhängigkeit der Gatespannung bei einer Anregungsleistung von  $P = 126 \mu\text{W}$  an der Probe

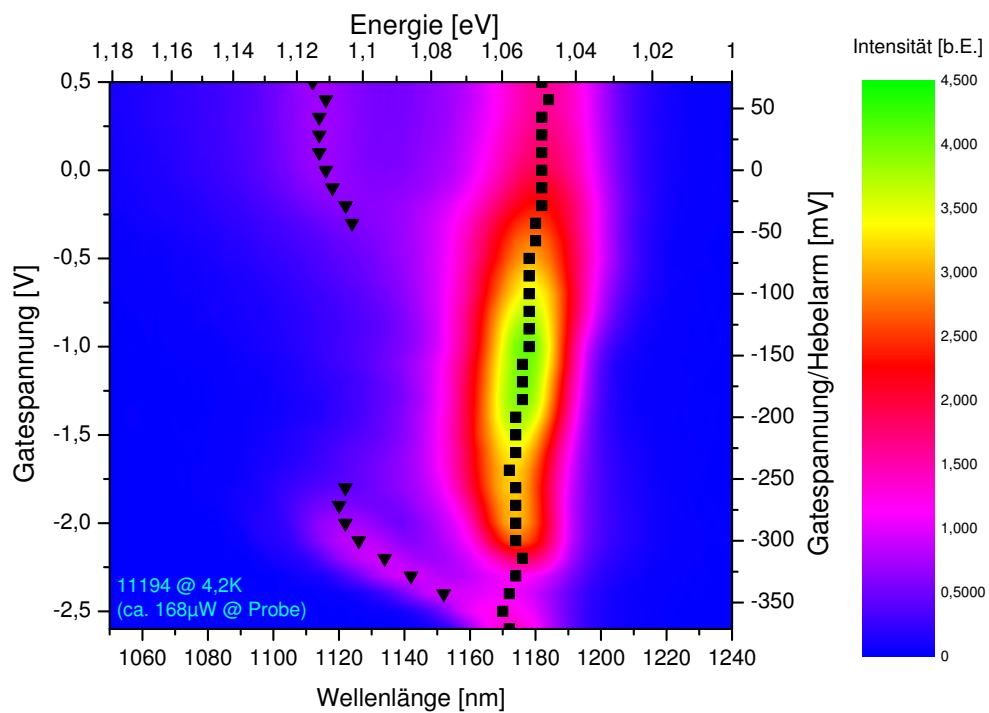


Abbildung 38: Photolumineszenz in Abhängigkeit der Gatespannung bei einer Anregungsleistung von  $P = 168 \mu\text{W}$  an der Probe

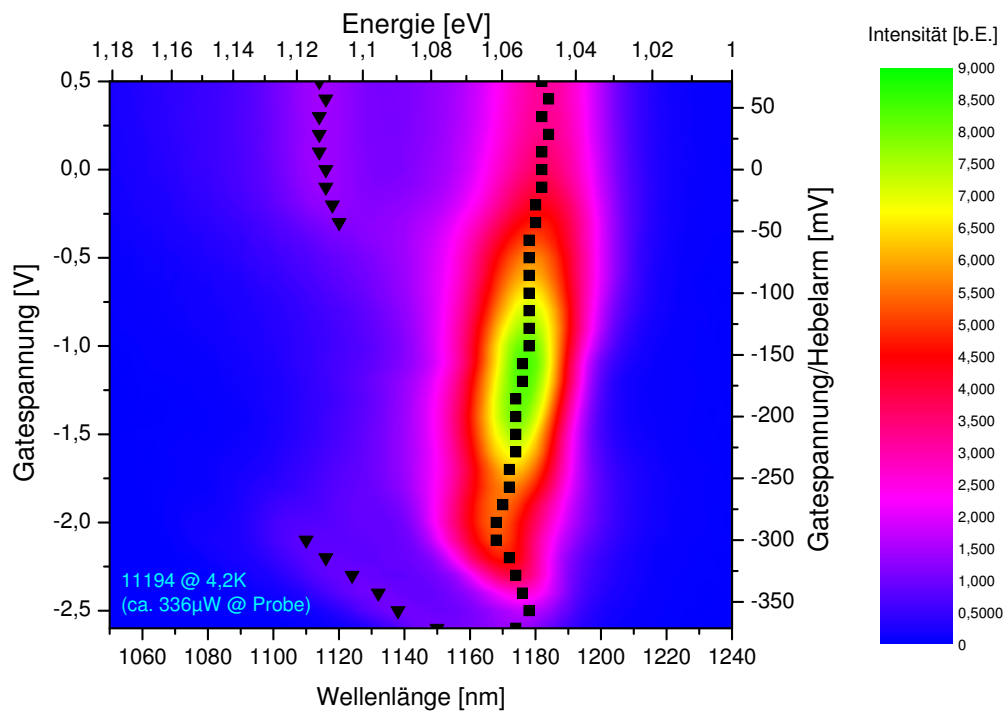


Abbildung 39: Photolumineszenz in Abhängigkeit der Gatespannung bei einer Anregungsleistung von  $P = 336 \mu\text{W}$  an der Probe

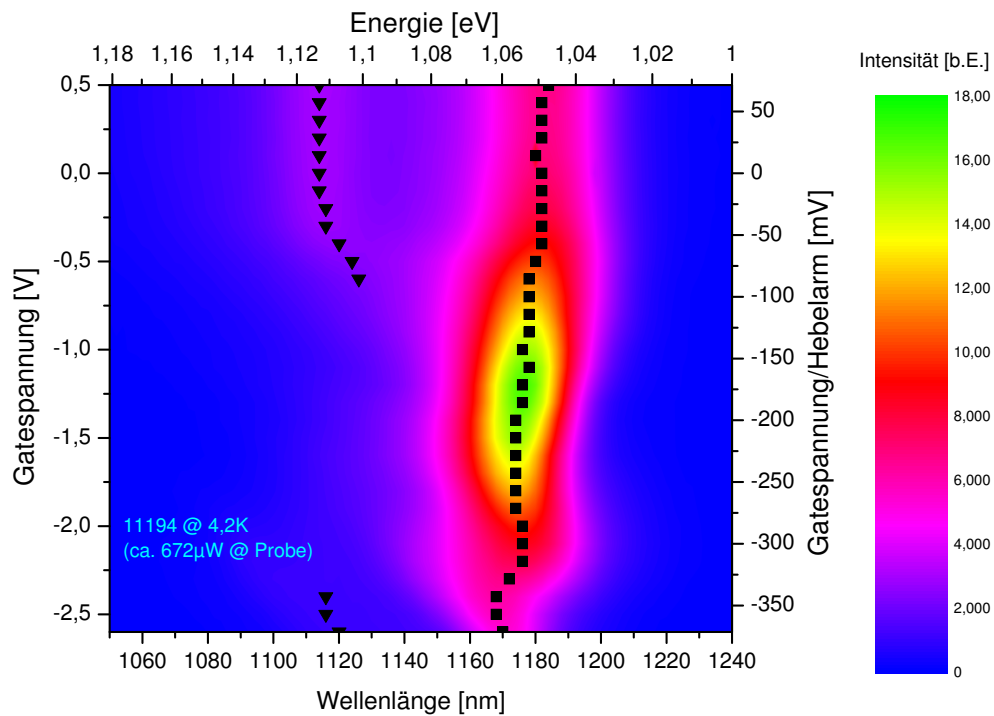


Abbildung 40: Photolumineszenz in Abhängigkeit der Gatespannung bei einer Anregungsleistung von  $P = 672 \mu\text{W}$  an der Probe

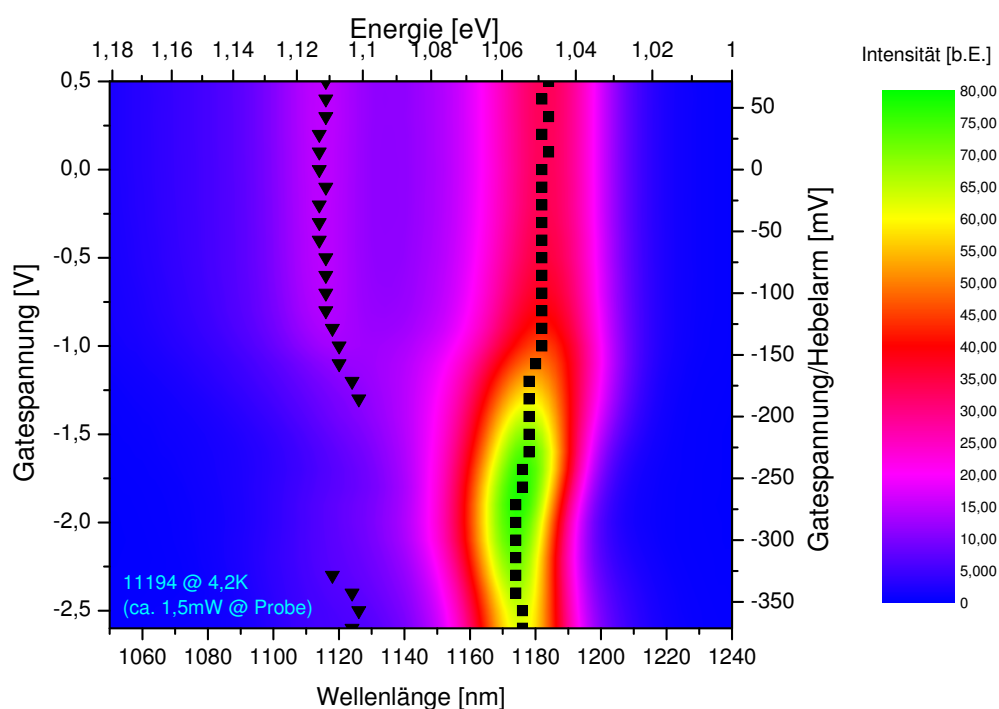


Abbildung 41: Photolumineszenz in Abhängigkeit der Gatespannung bei einer Anregungsleistung von  $P = 1,5\text{ mW}$  an der Probe

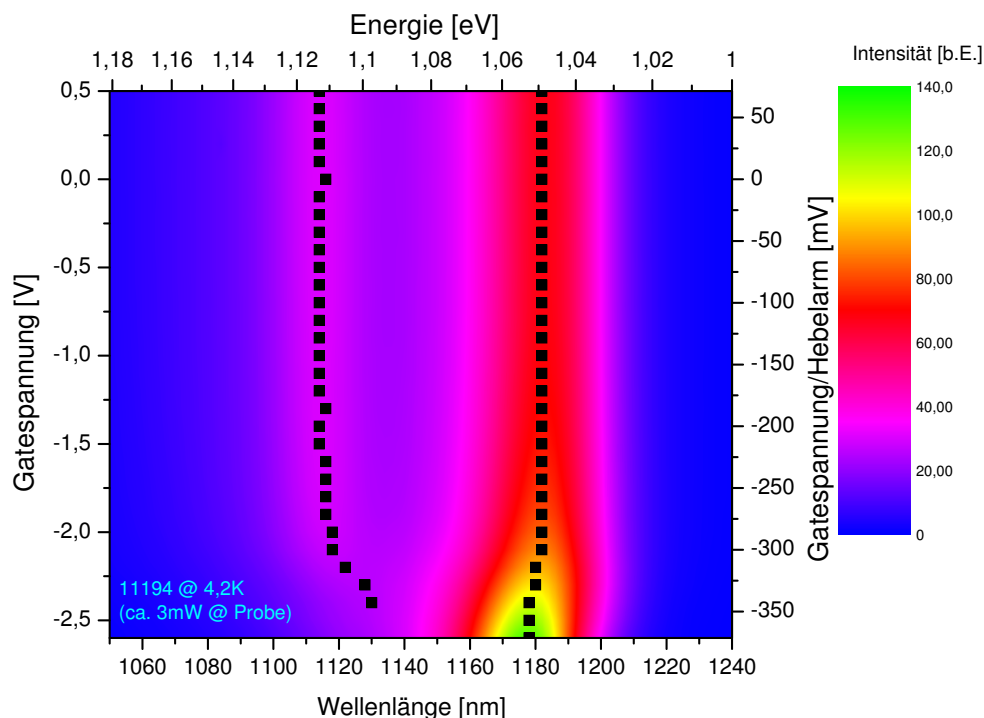


Abbildung 42: Photolumineszenz in Abhängigkeit der Gatespannung bei einer Anregungsleistung von  $P = 3\text{ mW}$  an der Probe

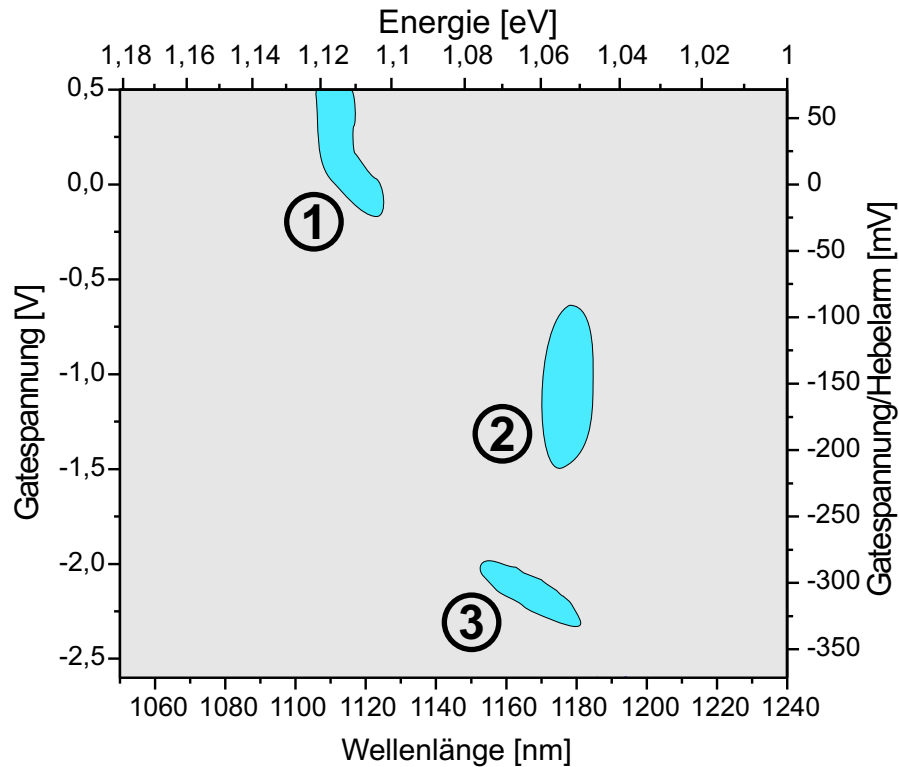


Abbildung 43: Schematische Übersicht eines Photolumineszenzspektrums in Abhängigkeit von der Gatespannung und der Lumineszenzwellenlänge. In den betrachteten Bereichen sind drei verschiedene Lumineszenzerscheinungen zu beobachten.

elektronischen Quantenpunktniveaus s und p, kann erst die Auswertung der Kapazitätsspektren bei beleuchteter Probe zeigen 11. Der Bereich (3) ist auf Anhieb nicht so leicht zu deuten. Bei niedriger Anregungsleistungen haben die emittierten Photonen des Bereichs (3) Energien, die der Energie des s-s-Übergangs entspricht. Es lässt sich also die Vermutung äußern, dass es sich hierbei um Lumineszenz aus dem elektronischen s-Niveau in das s-Niveau der Löcher handelt, wobei die Elektronen nicht durch Laden aus dem Rückkontakt in das s-Niveau gelangen, sondern ausschließlich durch das Pumpen von Elektronen aus dem Valenzband in das Leitungsband, hervorgerufen durch den Laser. Bei höheren Anregungsleistungen des Lasers weist der Bereich (3) eine auffallend starke Abhängigkeit von der Gatespannung auf. Es ist also nicht unmittelbar klar, ob es sich hierbei wirklich um einen Übergang der Quantenpunkte handelt. Weitere Indizien sind von den Kapazitätsspektren zu erhoffen.

Betrachtet man die Abbildungen 35 bis 42, so fällt auf, dass die gesamte Struktur der Bereiche (1), (2) und (3) mit steigender Pumpleistung zu kleineren Gatespannungen wandert. Hierbei handelt es sich um eine durch den Laser induzierte Fotospannung, auf die im folgenden Kapitel näher eingegangen werden soll.

## 11 Kapazitätsspektren

### 11.1 Kapazitätsspektren ohne Beleuchtung

Abbildung 44 zeigt den Verlauf einer C-V-Kurve der untersuchten Probe ohne Beleuchtung. Alle im Rahmen dieser Arbeit diskutierten Spektren wurden bei einer Frequenz von  $f = 63,17 \text{ Hz}$  aufgenommen. Aufgetragen ist der Imaginärteil des Stromes  $I$ , der proportional zur Kapazität ist, über der angelegten Gatespannung  $U_g$ . Einem großen Untergrund sind verschiedene lokale Maxima überlagert.

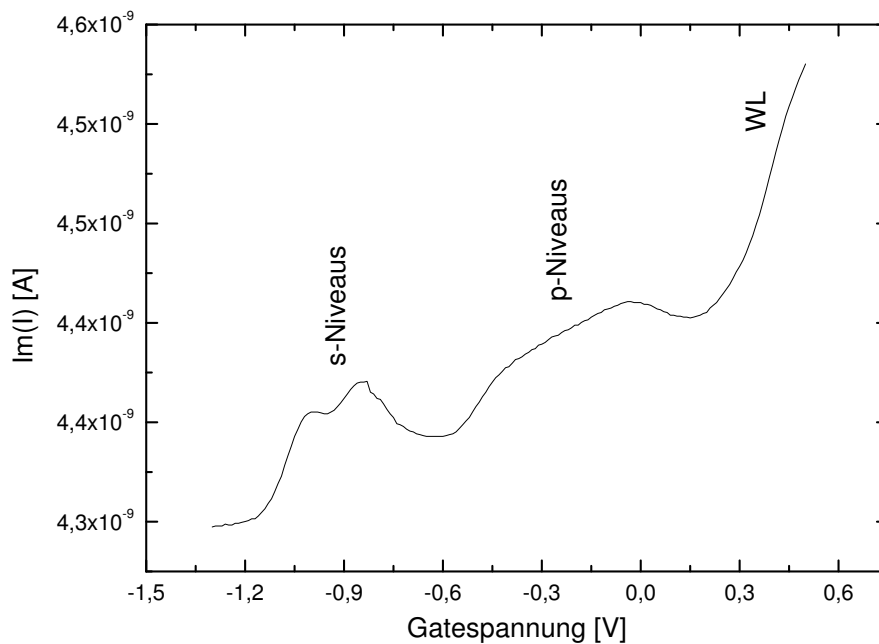


Abbildung 44: C-V-Spektrum der Probe bei 4,2K ohne Beleuchtung. Erkennbar sind die beiden Lademaxima des s-Niveaus, das ausgedehnte Lademaximum der p-Niveaus und der steile Anstieg im Signal durch das Laden von Elektronen in die Benetzungsschicht (WL)

Um die Gatespannung  $U_g = -0,95 \text{ V}$  sind zwei, dicht beieinander liegende lokale Maxima zu erkennen. Hier wird das s-Niveau der Quantenpunkte aus dem Rückkontakt mit Elektronen geladen. Das erste Maximum entspricht dem Ladevorgang des ersten Elektrons in das s-Niveau, das zweite Maximum entspricht dem Laden des zweiten Elektrons in das s-Niveau. Man sieht im Graphen zwei Maxima, da nach dem Laden des ersten Elektrons zusätzlich die Coulombblockadeenergie aufgewendet werden muss, damit das zweite Elektron aus dem Rückkontakt in den Quantenpunkt hineintunnelt. Um die Gatespannung von  $U_g = -0,25 \text{ V}$  ist ein verbreitertes Plateau zu erkennen. Hier wird das p-Niveau der Quantenpunkte mit Elektronen geladen. Da im p-Niveau vier Elektronen Platz finden, ist das Plateau auch ungefähr viermal so breit wie das Doppelmaximum des s-Niveaus. Aufgrund der kleineren Coulombblockadeenergie zwischen den Ladevorgängen der p-Niveaus

zeigt die Messung nicht vier lokale Maxima, sondern lediglich ein verbreitertes Plateau. Ab ungefähr  $U_g = 0,2 \text{ V}$  wird dann die Benetzungsschicht geladen. Das Signal steigt daher steil an.

Zieht man von dem in Abbildung 44 dargestellten Spektrum den Untergrund ab und passt in die so erhaltene Kurve Gaußfunktionen ein, so kann der energetische Abstand der Ladevorgänge bestimmt werden. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die Spannungsdifferenzen zwischen den Positionen der einzelnen Gaußkurven noch mit dem Hebelarm  $\lambda$  modifiziert werden müssen. Tabelle 2 zeigt die so ermittelten Energien. Aus der Quantisierungsenergie der Elektronen in den Quantenpunkten, die aus den Spektren der Ferninfrarot-Transmissionen hervorgeht, ergibt sich die Coulombblockadeenergie zwischen dem  $s$ - und dem  $p$ -Niveau zu  $E_{C-s-p} = 60,0 \text{ meV} - 46,2 \text{ meV} = 13,8 \text{ meV}$ .

Abstand der Maxima	Energiedifferenz	Beschreibung im „Constant-Interaction“-Modell
$s_1 - s_2$	23,9 meV	Coulombblockadeenergie zwischen den $s$ -Niveaus
$s_2 - p_1$	60,0 meV	Coulombblockadeenergie zwischen $s$ den $s$ -Niveau plus Quantisierungsenergie $\hbar\omega_0$ der Elektronen
$p_1 - p_2$	17,0 meV	Coulombblockadeenergie zwischen Niveau $p_1$ und $p_2$
$p_2 - p_3$	27,8 meV	Coulombblockadeenergie zwischen Niveau $p_2$ und $p_3$
$p_3 - p_4$	17,1 meV	Coulombblockadeenergie zwischen Niveau $p_3$ und $p_4$

Tabelle 2: Energetische Abstände der einzelnen Ladevorgänge

## 11.2 Kapazitätsspektren mit Beleuchtung

Der Einfluss der Beleuchtung der Probe durch den Laser kommt in den C-V-Spektren von Abbildung 45 zum Ausdruck. Die Aufnahme von C-V-Kurven gelang nur bei sehr schwacher Beleuchtung. Mit zunehmender Intensität des Lasers stieg sowohl das Rauschen im Signal, als auch der Realteil des Strom stark an. Hinzuzufügen ist, dass die Angabe der absoluten Beleuchtungsstärke am Ort der Probe stark von der Justage der einzelnen optischen Komponenten abhängt. Spektren, die in einem Messzyklus aufgenommen wurden (wie die in Abbildung 45), sind untereinander auch in Bezug auf die Intensität am Probenort vergleichbar. Bei Spektren, die an verschiedenen Tagen aufgenommen worden sind, muss dies nicht der Fall sein. Die absolute Angabe der Beleuchtungsintensität ist demnach mit einer gewissen Unsicherheit belastet, Relationen in den Intensitäten einzelner Spektren ein und der selben Justage sind dagegen gut in Beziehung zu setzen, da diese lediglich über die Ausgangsleistung des Lasers variiert wurden.

Abbildung 45 zeigt, dass die C-V-Kurven mit zunehmender Beleuchtung zu niedrigeren Gatespannungen schieben. Der im Graphen von Abbildung 45 eingefügte

Graph zeigt die Abhängigkeit der Verschiebung in Abhängigkeit der Laserintensität. Man erkennt, dass die Verschiebung der Kurven zu niedrigeren Gatespannungen in etwa proportional zur Laserleistung ist und mit zunehmender Beleuchtung der Probe etwas stärker wird.

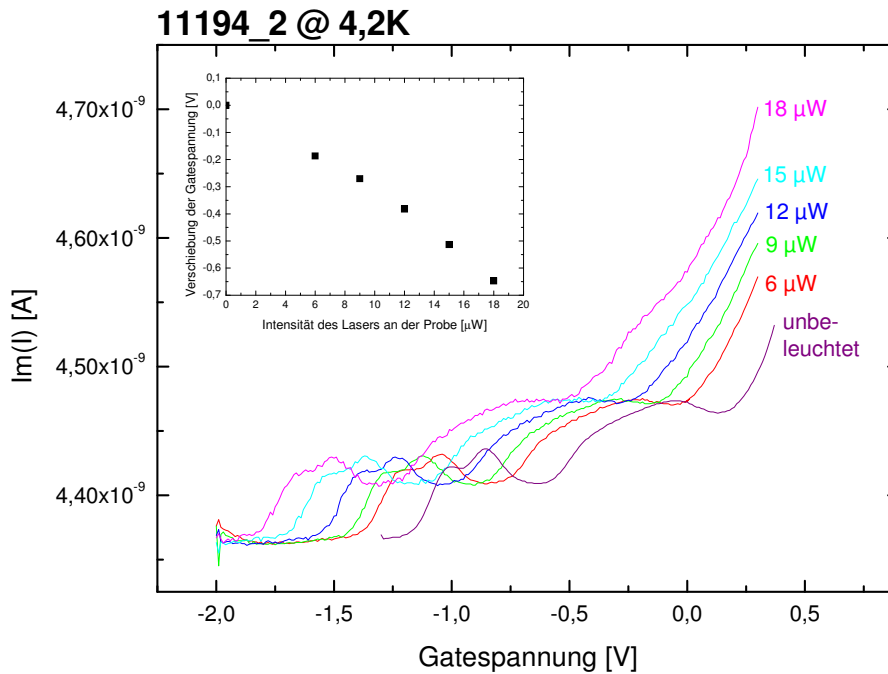


Abbildung 45: *Kapazitätsspektren unter Beleuchtung der Probe durch den Laser. Die einzelnen Kurven schieben mit zunehmender Laserintensität zu niedrigeren Gatespannungen.*

Ein Mechanismus, mit dem sich die Verschiebung der Kurven in Bezug auf die Gatespannung erklären lässt, ist in Abbildung 46 verdeutlicht. Durch das Bestrahlen der Probe mit dem Laser werden Elektronen im Leitungsband und Löcher im Valenzband erzeugt (Abbildung 46A). Aufgrund der Steigung in der Bandstruktur, hervorgerufen durch die angelegte Gatespannung und die Schottky-Barriere, bewegen sich die Elektronen Richtung Rückkontakt und die Löcher Richtung Gate. Die Löcher bleiben allerdings an der Grenzfläche zum Übergitter hängen. Das Übergitter bildet eine Barriere für die Löcher, so dass diese nicht bis zum Gate gelangen können. Daher bildet sich an der Grenzfläche zum Übergitter eine lokale positive Ladungsansammlung, die die Bandstruktur in der Art verzerrt, wie es in Abbildung 46B dargestellt ist. Der Bandverlauf zwischen Rückkontakt und Gate ist somit nicht mehr linear. Um ein Niveau des Quantenpunkts in Resonanz mit dem lokalen Fermi-niveau des Rückkontaktes zu bringen, ist nun das Anlegen einer negativeren Gatespannung als im unbeleuchteten Fall nötig. Diese Modell unterstützt die Tatsache, dass die Verschiebung der Gatespannungsskala zunächst proportional zur Beleuchtungsintensität ist. Je stärker die Beleuchtung der Probe durch den Laser ist, desto mehr Elektronen werden im Leitungsband und Löcher ins Valenzband erzeugt. Die zur Anregungsleistung proportionale Anzahl der Löcher wandert zur

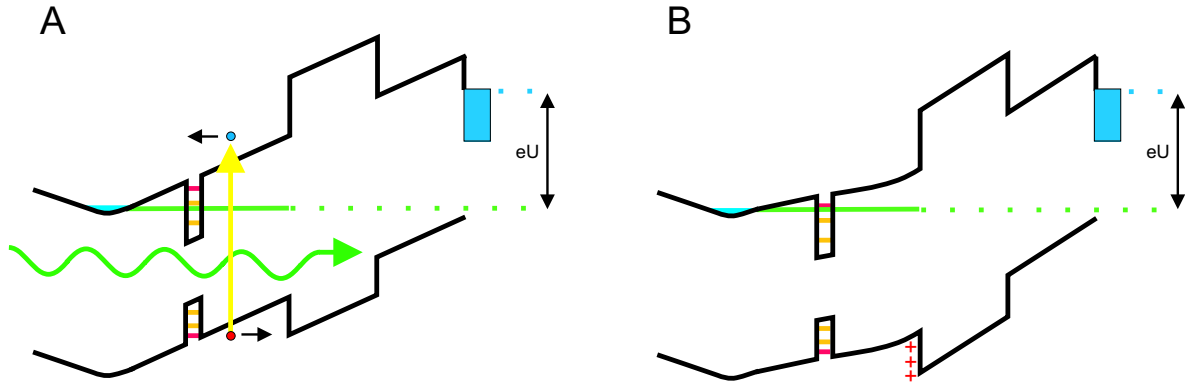


Abbildung 46: Verzerrung der Bandstruktur durch Ladungsansammlung an der Grenzfläche zum Übergitter. Durch die Bestrahlung der Probe mit dem Laser werden Elektronen im Leitungsband und Löcher im Valenzband erzeugt. Die Elektronen wandern zum Rückkontakt, die Löcher bleiben an der Barriere des Übergitters hängen und bilden dort eine lokale positive Ladungsansammlung.

Grenzfläche des Übergitters und zieht die Bandstruktur herunter. Man vergleiche hierzu auch die Abschätzung der Ladungsansammlung am Übergitter in Kapitel 12.2. Allerdings zeigen sich leichte Abweichungen vom linearen Zusammenhang zwischen der Laserintensität und der Verschiebung der Gatespannungsskala bei höheren Anregungsleistungen des Lasers. Hier sind weitere Effekte zu berücksichtigen, die den Rahmen dieser Arbeit sprengen würden.

### 11.3 Abschätzung der Quantenpunktdichte

Mit Hilfe der Kapazitäts-Spannungs-Spektren lässt sich die Quantenpunktdichte der untersuchten Probe abschätzen. Abbildung 47 zeigt ein CV-Spektrum der unbeleuchteten Probe, bei dem der Untergrund abgezogen worden ist. Übrig bleibt nur noch der zur Quantenkapazität proportionale Anteil des Imaginärteils des Stromsignals. Das erste Doppelmaximum entspricht dem Ladevorgang des s-Niveaus mit zwei Elektronen, das zweite breitere Maximum dem Laden des p-Niveaus mit vier Elektronen. Der anschließende Anstieg im Signal ist auf das Laden der Benetzungsschicht zurückzuführen. In Abbildung 47 ist die Fläche unter den s- und p-Maxima abgebildet. Sie ist ein Maß für die in den Quantenpunkten gespeicherte Gesamtladung  $Q_{\text{ges}}$  und lässt sich somit in Beziehung zur Quantenpunktdichte  $n_d$  bringen.

Die Gesamtladung  $Q_{\text{ges}}$  in der Quantenpunktschicht lässt sich ausdrücken durch [32]

$$Q_{\text{ges}} = \lambda \int_{U_{g1}}^{U_{g2}} C dU = N \cdot e \cdot n_d \cdot A_{\text{gate}}.$$

Hierbei ist  $\lambda$  der Hebelarm,  $C$  die Kapazität,  $N$  die Anzahl der Elektronen im Quantenpunkt,  $e$  die Elementarladung,  $n_d$  die Quantenpunktdichte und  $A_{\text{gate}}$  die Gatefläche. Daraus ergibt sich die Quantenpunktdichte  $n_d$  zu

$$n_d = \frac{\lambda}{N \cdot e \cdot A_{\text{gate}}} \int_{U_{g1}}^{U_{g2}} C dU$$



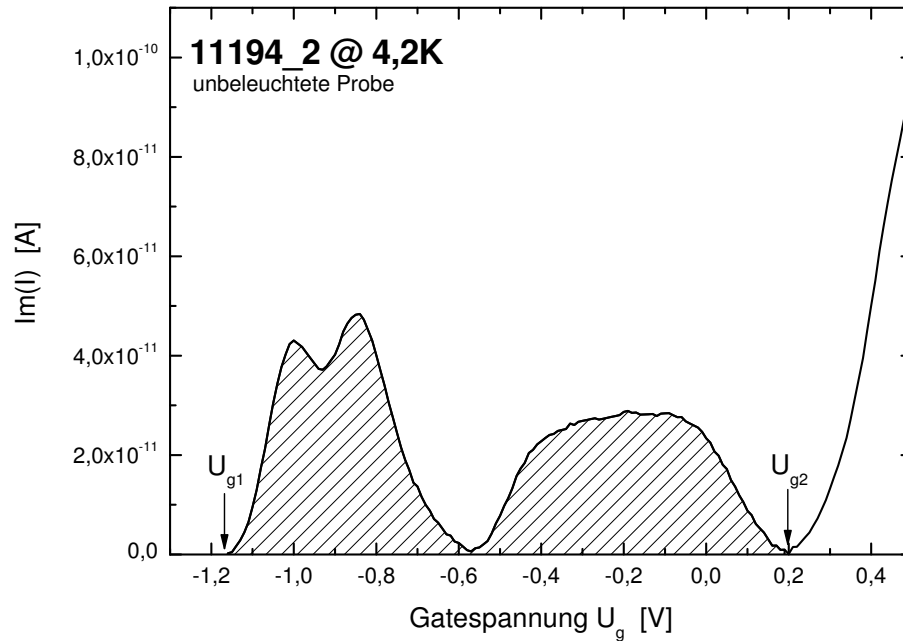


Abbildung 47: Kapazitätsspektrum der unbeleuchteten Probe nach Abzug des Untergrunds. Die schraffierte Fläche ist ein Maß für die sich in den Quantenpunkten befindliche Ladung. Aus ihr kann mit Hilfe der Gatefläche auf die Quantenpunktdichte geschlossen werden.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\lambda}{N \cdot e \cdot A_{\text{gate}}} \int_{U_{g1}}^{U_{g2}} \frac{\text{Im}(I)}{\omega \cdot U_{\sim}} dU \\
 &= \frac{\lambda}{N \cdot e \cdot A_{\text{gate}} \cdot \omega \cdot U_{\sim}} \int_{U_{g1}}^{U_{g2}} \text{Im}(I) dU
 \end{aligned}$$

$U_{\sim}$  ist hierbei die der Gleichspannung  $U$  überlagerte Wechselspannung, die bei der Messung mit einer Frequenz  $\omega$  zwischen Gate und Rückkontakt angelegt war. Das verbleibende Integral

$$\int_{U_{g1}}^{U_{g2}} \text{Im}(I) dU$$

beschreibt die Größe der in Abbildung 47 schraffierten Fläche. Sie beträgt  $2,949 \cdot 10^{-11}$  AV. Da die Fläche das Laden des s- und des p-Niveaus vollständig einschließt, sind die Quantenpunkte mit  $N = 6$  Elektronen gefüllt. Bei einer Frequenz von  $\omega = 2\pi f = 396,9 \text{ s}^{-1}$ , einem Hebelarm von  $\lambda = 7$ , einer Gatefläche von  $A_{\text{gate}} = 8,2 \text{ mm}^2$  und  $U_{\sim} = 5 \text{ mV}$  ergibt sich die Quantenpunktdichte zu

$$n_d = 1,31 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}.$$

Dieser Wert ist niedrig im Vergleich zu anderen Arbeiten. Üblicherweise werden im Stranski-Krastanov-Wachstum Werte für die Quantenpunktdichten zwischen  $10^9 \text{ cm}^{-2}$  und  $10^{11} \text{ cm}^{-2}$  beobachtet [16].

Ferner ist zu erwähnen, dass die schraffierte Fläche in Abbildung 47, die sich unter den Maxima des s-Niveaus befindet, mit einer Größe von  $1,48 \cdot 10^{-11}$  AV ungefähr genauso groß ist, wie die Fläche unter dem ausgedehnten Maximum des p-Niveaus mit einer Größe von  $1,46 \cdot 10^{-11}$  AV. Da das p-Niveau doppelt so viele Elektronen aufnehmen kann wie das s-Niveau, sollte die Fläche auch ungefähr doppelt so groß sein. Dass dem nicht so ist, wurde auch schon in anderen Arbeiten gezeigt. Man vergleiche hierzu [10], [36] und [41]. Diese experimentelle Beobachtung verdeutlicht die Unsicherheit, die bei dieser Methode der Bestimmung der Quantenpunktdichte besteht.

## 12 Vergleich zwischen PL und CV

### 12.1 PL- und CV-Spektrum bei gleicher Anregungsintensität

Die Untersuchungen mittels Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie an der beleuchteten Probe haben gezeigt, dass sich die Spannungsskala mit zunehmender Beleuchtung zu negativeren Gatespannungen verschiebt. Um aber feststellen zu können, ob die erhöhten Intensitäten in den Lumineszenzspektren mit Ladevorgängen von Elektronen aus dem Rückkontakt in ein elektronisches Niveau des Quantenpunktes zu tun haben, war es nötig, bei einer Anregungsleistung sowohl ein Kapazitätsspektrum, als auch ein Photolumineszenzspektrum aufzunehmen.

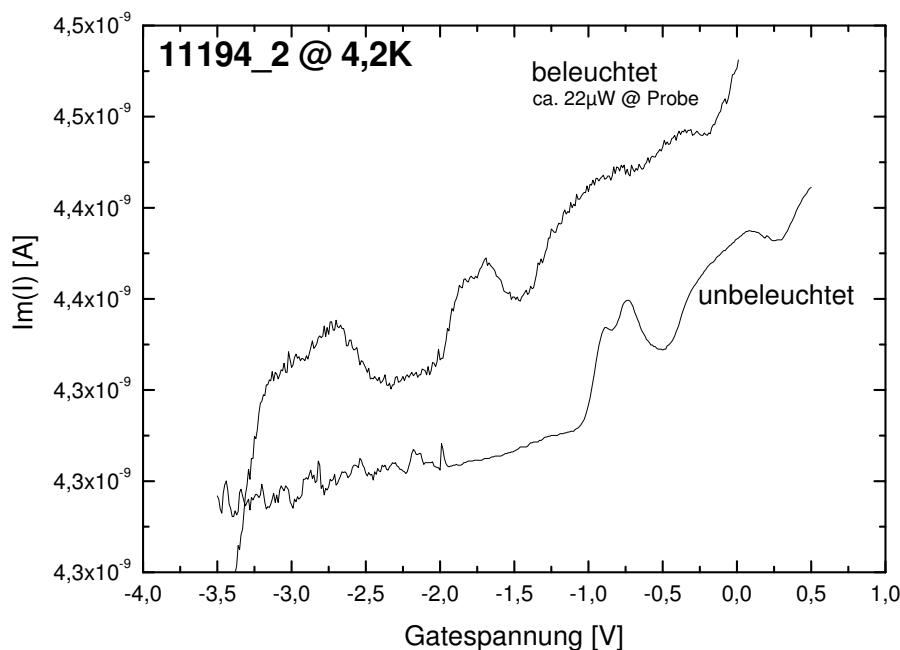


Abbildung 48: Vergleich zwischen den Kapazitätsspektren der unbeleuchteten Probe und der mit  $22 \mu\text{W}$  beleuchteten Probe

Dabei galt es einen Kompromiss bezüglich der Laserintensität zu finden. Zu hohe Beleuchtung der Probe mit dem Laser führt zu vermehrtem Rauschen in der C-V-Spektroskopie, zu geringe Intensität macht die Messung des Photolumineszenzsignals schwierig. Mit einer Beleuchtungsstärke von  $P = 22 \mu\text{W}$  am Ort der Probe gelang es, beide Spektren aufzunehmen. Dabei mussten, aufgrund der niedrigen Photolumineszenz, die Spalte des Spektrometers etwas weiter geöffnet werden als bei den vorher beschriebenen PL-Spektren.

Abbildung 48 zeigt das so gewonnene Kapazitätsspektrum der beleuchteten Probe im Vergleich zur unbeleuchteten Probe. Man erkennt deutlich die Verschiebung der Kurve zu niedrigeren Gatespannungen. Ferner wird ein zusätzliches Maximum um  $V_g = -2,9 \text{ V}$  deutlich. Es ist auf dem Spektrum der unbeleuchteten Probe nicht auszumachen. Es ähnelt etwas dem Doppelmaximum des s-Niveaus.

Zusätzlich wurde bei der Messung des Kapazitätsspektrums für die beleuchtete Probe im betrachteten Gatespannungsbereich die Phase zwischen Real- und Imaginärteil des Signals beobachtet. Idealerweise würde die Phase  $90^\circ$  betragen. In der Messung sind im betrachteten Intervall von Gatespannungen Phasenwinkel zwischen  $82^\circ$  und  $88^\circ$  zu beobachten. Dies bedeutet, dass der Imaginärteil des Stromsignals immer ungefähr eine Größenordnung höher lag als der Realteil des Signals.

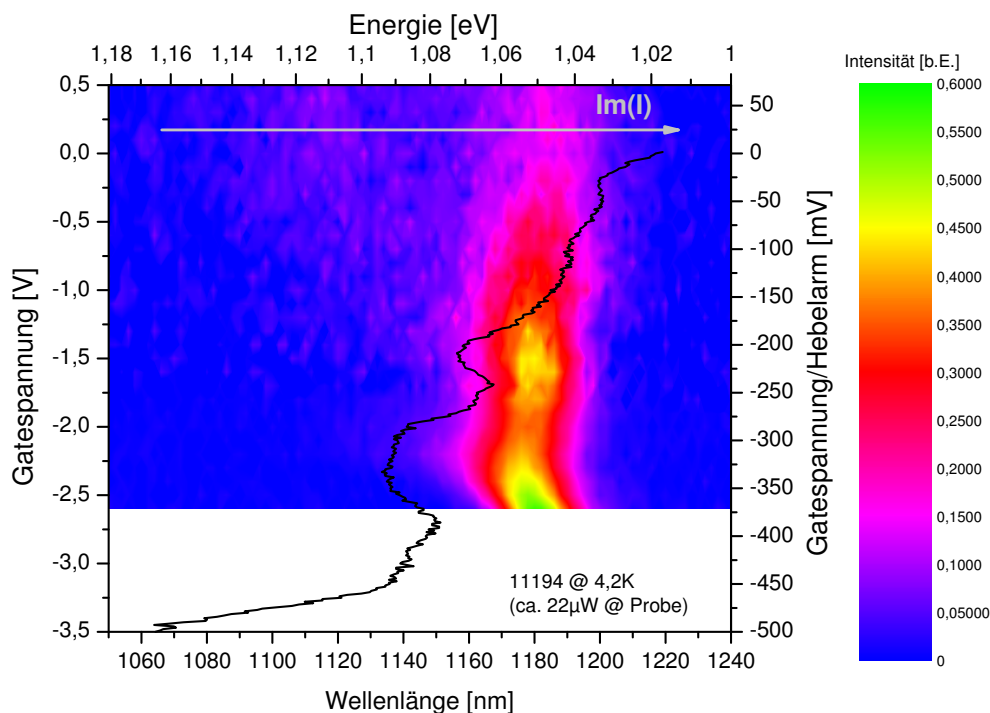


Abbildung 49: Photolumineszenzspektrum in Abhängigkeit von der Wellenlänge und der angelegten Gatespannung bei  $P = 22 \mu\text{W}$ . Dem überlagert das zugehörige C-V-Spektrum.

Abbildung 49 zeigt das Photolumineszenzspektrum bei gleicher Anregungsleistung in Falschfarbendarstellung. Die linke vertikale Achse gibt die angelegte Gatespannung  $U_g$  an, die untere horizontale Achse die Wellenlänge  $\lambda$  des Lumineszenzlichtes. An der oberen horizontalen Achse sind die entsprechenden Energien

der Lumineszenzstrahlung angegeben, die rechte vertikale Achse zeigt die angelegte Gatespannung dividiert durch den Hebelarm. Die Intensität des Lumineszenzlichtes ist wieder durch Farben kodiert. In das Lumineszenzspektrum hinein ist die eben besprochene Kapazitäts-Spannung-Kurve eingezeichnet. Die zugehörige Achse der Gatespannung ist dieselbe wie für das Photolumineszenzspektrum, die Achse des Imaginärteils des Stromes wird durch den eingezeichneten, nach rechts weisenden Pfeil festgelegt.

Im Photolumineszenzspektrum von Abbildung 49 sind zunächst die in Kapitel 10 in Abbildung 43 eingeführten drei Bereiche zu identifizieren. Man erkennt im Spektrum von Abbildung 49 gut die Bereiche (2) und (3), der Bereich (1) ist wegen der geringen Anregung durch den Laser nicht so deutlich zu erkennen. Einzelne Schnitte durch die Farbdarstellung entlang konstanter Gatespannung machen aber die erhöhte Lumineszenz dieses Bereichs ersichtlich. Ein Vergleich des Photolumineszenzspektrums macht deutlich, dass der Bereich (2) maximale Lumineszenz hat, wenn die s-Niveaus der Quantentöpfe aus dem Rückkontakt mit Elektronen besetzt sind. Läuft man in Gedanken von niedrigen Gatespannungen kommend die C-V-Kurve entlang, so erkennt man, dass die Lumineszenzintensität des Bereichs (2) dann maximal ist, wenn man die Lademaxima des s-Niveaus in der C-V-Kurve überschritten hat, d.h., wenn alle s-Niveaus der Quantenpunkte mit Elektronen aus dem Rückkontakt geladen sind. Damit ist klar, dass der Bereich (2) den s-s-Übergang der Photolumineszenz darstellt. Durch das Laden der s-Niveaus mit Elektronen über den Rückkontakt erhöht sich die Anzahl der für den s-s-Übergang zur Verfügung stehenden Ladungsträger, die Lumineszenzintensität nimmt folglich zu.

Das Auftauchen der Lumineszenz aus Bereich (1) geht einher mit dem Ladevordringen der p-Niveaus. Bereich (1) ist somit dem p-p-Übergang zuzuordnen.

Weiterhin unklar bleibt der Bereich (3). Aus Abbildung 49 geht lediglich hervor, dass die erhöhte Lumineszenz bei diesen Wellenlängen und Gatespannungen mit einer erhöhten Zustandsdichte der Probe korrespondiert, da das C-V-Spektrum hier auch ein Maximum zeigt. Das Aussehen dieses Doppelmaximums und die energetische Position des Lumineszenzlichtes lassen zunächst vermuten, dass es sich auch hierbei um einen s-s-Übergang handeln könnte. Möglicherweise ist die Probe durch die Glasfaser inhomogen beleuchtet. Ein Bereich direkt unter der Faser könnte stark beleuchtet sein, der Rest der Probe etwas schwächer. Dann würde das Doppelmaximum bei  $U_g = -2,7\text{ V}$  in der C-V-Kurve zum Laden des s-Niveaus gehören. Aufgrund der hohen Beleuchtung wäre dieses s-Maximum weiter zu kleineren Gatespannungen geschoben als die beiden lokalen s-Maxima der C-V-Kurve bei  $U_g = -1,7\text{ V}$ , die zum schwächer beleuchteten Teil der Probe gehören würden. Wenn dies so wäre, dann müsste aber der steile Anstieg des C-V-Signals, hervorgerufen durch das Laden der Benetzungsschicht, schon bei  $U_g = -1,5\text{ V}$  einsetzen. Ein steiler Anstieg des Signals, der auf die Benetzungsschicht schließen lassen würde, ist aber im Bereich zwischen  $U_g = -1,5\text{ V}$  und  $U_g = -1,0\text{ V}$  nicht auszumachen. Auch eine kontinuierliche Verteilung der Beleuchtung der Probe kann nicht zur Erklärung herangezogen werden. Selbst bei einer solchen Verteilung müsste es ein Gebiet der Probe geben, dass so stark beleuchtet wird, dass das Doppelmaximum um  $U_g = -2,7\text{ V}$  so deutlich hervorkommt. Dann müsste es aber im Gegenzug auch den starken Anstieg der Benetzungsschicht zwischen  $U_g = -1,5\text{ V}$  und  $U_g = -1,0\text{ V}$  geben. Hinzu kommt,

dass der Bereich (3) eine auffallend hohe Abhängigkeit von der Gatespannung zeigt, was Bereich (2) nicht tut.

Offen bleibt die Frage, warum die Lumineszenz des s-s-Übergangs (Bereich (2)) mit zunehmender Gatespannung wieder in der Intensität abnimmt, sobald das Laden der p-Niveaus über den Rückkontakt einsetzt. Auch bei diesen Gatespannungen befinden sich die s-Niveaus unterhalb der Fermienergie, sie sind also auch bei diesen Gatespannungen mit Elektronen besetzt, die für s-s-Übergänge zur Verfügung stehen. Diese Frage ist möglicherweise nicht mit Hilfe der bisher betrachteten Einteilchenwellenfunktionen zu klären. Wahrscheinlich ist es nötig, das Problem über die Bestimmung der Mehrteilchenwellenfunktionen zu lösen. Eine Mehrteilchenwellenfunktion, die bei zwei Elektronen im Quantenpunkt noch einen s-artigen Charakter besitzt, wird mit mehr und mehr Elektronen in den p-Niveaus der Quantenpunkte auch mehr und mehr p-artig. Damit verändern sich auch die für die optischen Übergänge bestimmenden Überlappintegrale (vergleiche Kapitel 2.1). P.Hawrylak [24] zeigt beispielsweise, dass die Emissionsspektren von Quantenpunkten eine sensible Funktion der Anzahl der im Quantenpunkt vorhandenen Exzitonen ist.

Der Vergleich zwischen dem C-V-Spektrum und dem Photolumineszenzspektrum bei gleicher Anregungsintensität des Lasers macht deutlich, dass die Maxima in der Photolumineszenzintensität in Zusammenhang mit den Maxima der C-V-Kurve stehen (Abbildung 49). Die Verschiebung der Kurven zu niedrigeren Gatespannungen mit zunehmender Laserintensität bei den C-V-Spektren (Abbildung 45 sowie bei den Photolumineszenzspektren (Abbildungen 35 bis 42)) haben demnach den gleichen Ursprung. Ladungsansammlungen an der Grenzschicht zum Übergitter sind eine mögliche Erklärung dafür, dass die Bandstruktur nicht mehr über den ganzen Bereich zwischen Rückkontakt und Gate linear verläuft, sondern dass sich Krümmungen im Band ergeben. Die Verschiebung in den Photolumineszenzspektren der drei beschriebenen Maxima in den Falschfarbendarstellungen hin zu niedrigeren Gatespannungen ist ebenfalls auf diesen Effekt zurückzuführen. Der Einfluss einer Ladungsansammlung am Übergitter auf die Bandstruktur und der damit verbundene Einfluss der Verschiebung der Gatespannungsskala soll im folgenden Kapitel etwas näher untersucht werden.

## 12.2 Abschätzung der Ladungsansammlung am Übergitter

Abbildung 50 zeigt schematisch den Bandverlauf der Probenstruktur. Nimmt man an, dass sich eine Ladung mit der Ladungsträgerdichte  $\rho$  in einem Bereich der Breite  $\Delta$  vor dem Übergitter befindet, so lässt sich die Bandstruktur in diesem einfachen Modell in drei Teilbereiche aufteilen. Im Bereich I ( $0 \leq z \leq b - \Delta$ ) verläuft das Band linear mit der Steigung  $F_1$ . Das Potenzial  $\Phi$  lässt sich hier schreiben als:

$$I : \quad \Phi(z) = F_1 \cdot z \quad (0 \leq z \leq b - \Delta) \quad (38)$$

Im Bereich II befinde sich eine homogene Ladungsverteilung der Breite  $\Delta$  ( $\Delta$  klein). Das Potenzial lässt sich damit über die Poisson'sche Gleichung

$$II : \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0} \quad (b - \Delta \leq z \leq b) \quad (39)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0} \cdot z + C_2 \quad (40)$$

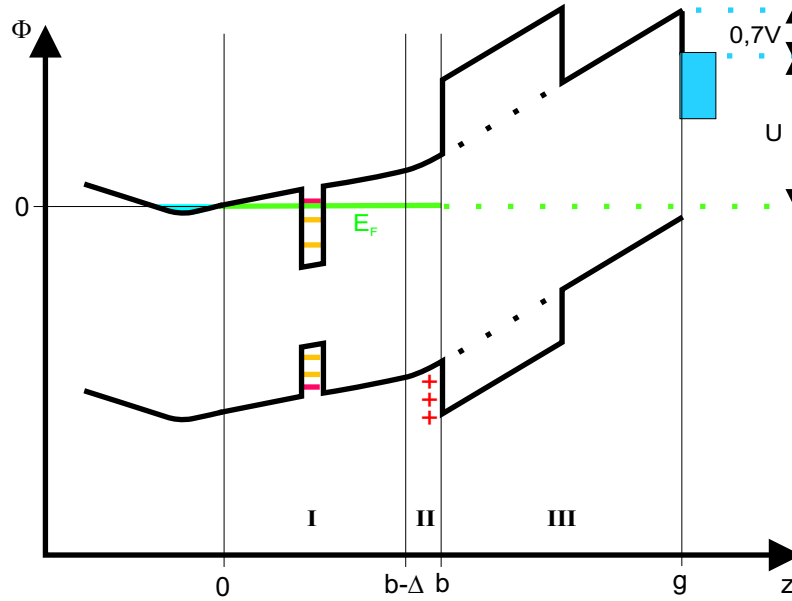


Abbildung 50: Schematische Abbildung des Bandverlaufs bei einer Ladungsansammlung an der Grenzschicht zum Übergitter. In einem einfachen Modell lässt sich der Bandverlauf in drei Teilbereiche aufteilen: Bereich I, in dem das Band linear steigt, Bereich II, in dem das Band aufgrund der Ladungsansammlung eine Krümmung aufweist, und Bereich III, in dem das Band wieder linear steigt.

beschreiben. Im Bereich III verläuft das Band wieder linear mit

$$III : \quad \Phi(z) = F_3 \cdot z + C_3 \quad (b \leq z \leq g). \quad (41)$$

An den Stellen, wo die einzelnen Bereiche aneinander angrenzen, müssen die Bandsteigungen gleich sein. Daher gilt:

$$F_1 = -\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot (b - \Delta) + C_2 \quad (a)$$

$$F_3 = -\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot b + C_2 \quad (a)$$

Ferner ergibt sich im Bandverlauf über die gesamte Strecke  $g$  vom Rückkontakt bis zum Gate ein Hub von  $0,7\text{V} - U_g$ . Ist  $\Delta$  klein, so kann man diesen Gesamthub approximieren zu

$$F_1 \cdot b + F_3 \cdot (g - b) = 0,7\text{V} - U_g \quad (c).$$

Die Gleichungen (a), (b) und (c) bilden ein lineares Gleichungssystem mit drei Unbekannten. Aus ihnen ergibt sich für die Steigung im Bereich I

$$F_1 = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{g - b}{g} \cdot \Delta + \frac{0,7\text{V} - U_g}{g} = \frac{\rho_A}{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{g - b}{g} + \frac{0,7\text{V} - U_g}{g}. \quad (42)$$

Hierbei bezeichnet  $\rho_A$  die Flächenladungsdichte am Ort  $b$  ( $\Delta \rightarrow 0$ ). Für das Potenzial  $\Phi$  ergibt sich demnach im Bereich I

$$\Phi(z) = \left( \frac{\rho_A}{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{g - b}{g} + \frac{0,7\text{V} - U_g}{g} \right) \cdot z \quad (43)$$

und am Ort der Quantenpunkte

$$\Phi(z_{QP}) = \left( \frac{\rho_A}{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{g-b}{g} + \frac{0,7\text{ V} - U_g}{g} \right) \cdot z_{QP}. \quad (44)$$

Dies bedeutet, dass sich die energetische Lage der Quantenpunktniveaus durch eine Ladungsansammlung am Übergang zum Übergitter im Vergleich zum Fall ohne Ladungsansammlung um einen Wert  $\Delta\Phi$  verschiebt mit

$$\Delta\Phi(z_{QP}) = \frac{\rho_A}{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{g-b}{g} \cdot z_{QP}. \quad (45)$$

Soll diese Verschiebung durch Anpassen der Gatespannung rückgängig gemacht werden, so muss sich die Gatespannung um das  $\lambda$ -fache ändern ( $\lambda$  ist der Hebelarm). Für die Verschiebung der Gatespannungsskala ergibt sich somit

$$\Delta\Phi(g) = \lambda\Delta\Phi(z_{QP}) = \lambda \cdot \frac{\rho_A}{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{g-b}{g} \cdot z_{QP} = \frac{\rho_A}{\varepsilon\varepsilon_0}(g-b). \quad (46)$$

Damit ergibt sich bei einer beobachteten Verschiebung  $\Delta\Phi(g)$  der Gatespannungsskala, hervorgerufen durch die Beleuchtung der Probe mit dem Laser, in diesem einfachen Modell eine Ladungsansammlung der Flächenladungsdichte

$$\rho_a = \frac{\Delta\Phi(g) \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0}{g-b}. \quad (47)$$

Mit den bekannten Parametern  $g$  und  $b$  der Probe, einer relativen Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon = 13,18$  [1] ergeben sich für die beobachteten Verschiebungen in der Gatespannungsskala aus Abbildung 45 Ladungsträgerdichten zwischen  $7,66 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  und  $2,66 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Dies sind sicherlich nur Abschätzungen im Bereich dieses einfachen Modells, geben aber eine Größenordnung der am Übergitter gefangenen Ladungsträgerdichten an. Für höhere Anregungsleistungen muss das Modell sicherlich modifiziert werden und die Berechnung selbstkonsistent erfolgen. Dieses Modell verliert auch dann seine Gültigkeit, wenn die Steigung des Bandes im Bereich I kleiner oder gleich Null wird. In diesem Fall werden sich keine positiven Ladungen mehr am Übergitter sammeln. Tabelle 3 zeigt die in diesem Modell erhaltenen Ladungsträgerdichten, die zu den beobachteten Verschiebungen aus Abbildung 45 gehören. In der dritten Spalte dieser Tabelle finden sich die zugehörigen Gatespannungen, bei denen die Steigung des Bandverlaufs im Bereich I Null wird. Spätestens ab dieser Spannung ist das hier verwendete Modell nicht mehr zu gebrauchen. So ergibt sich beispielsweise bei einer Verschiebung der Gatespannungsskala um 1,5V bereits eine Schwellspannung von  $U_g = -0,8 \text{ V}$ .

In diesem Modell ist die Ladungsansammlung proportional zur Verschiebung in der Gatespannungsskala. Die Verschiebung ist für kleine Beleuchtungsstärken fast linear zur Beleuchtungsstärke, was in Abbildung 45 zum Ausdruck kommt. Die Photolumineszenzspektren bei höheren Anregungsleistungen zeigen aber, dass die Verschiebung mit zunehmender Beleuchtungsstärke auch stärker zunimmt. Hier sind also weitere Effekte zu berücksichtigen, die im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht weiter diskutiert werden sollen.

Beleuchtung [ $\mu W$ ]	Ladungsträgerdichte [ $cm^{-2}$ ]	$F_1 \leq 0$ für $U_g[V] \geq \dots$
6	$7,66 \cdot 10^{10}$	0,51
9	$1,13 \cdot 10^{11}$	0,42
12	$1,57 \cdot 10^{11}$	0,31
15	$2,10 \cdot 10^{11}$	0,18
18	$2,66 \cdot 10^{11}$	0,04

Tabelle 3: Ladungsansammlung am Übergitter und Schwellspannung, ab der die Steigung im Bereich I negativ wird. Die Werte für die angegebenen Beleuchtungsstärken und die damit verbundenen Verschiebungen in der Gatespannungsskala sind der Messung aus Abbildung 45 entnommen.

### 13 Photolumineszenzspektren bei niedriger Anregungsleistung des Lasers (Teil 2)

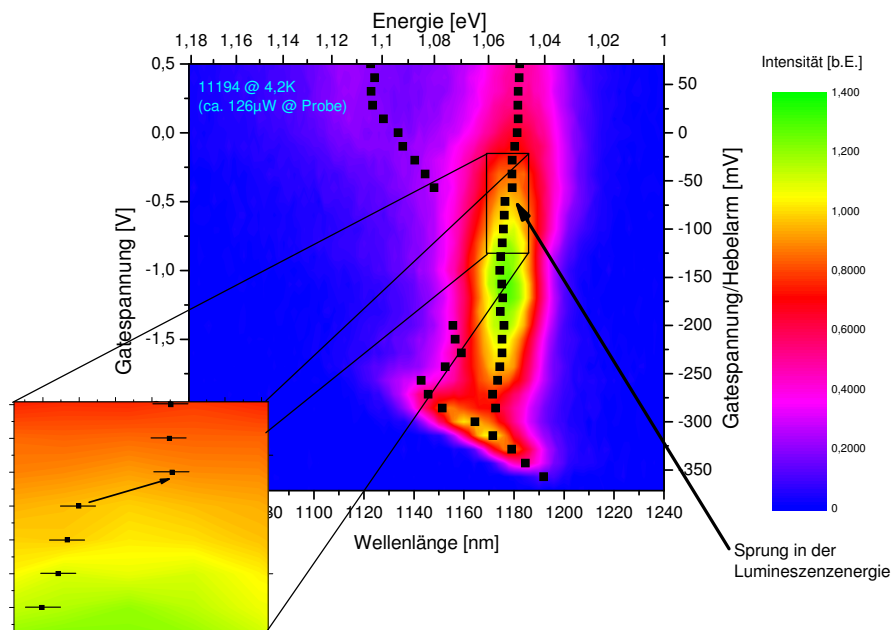


Abbildung 51: Photolumineszenz in Abhängigkeit der Gatespannung bei einer Anregungsleistung von  $P = 672 \mu W$  am Ort der Probe. Die Quadrate bezeichnen die Maxima von eingepassten Gaußkurven (bei konstanter Gatespannung). Man erkennt einen Sprung der Lumineszenzenergie des  $s$ - $s$ -Übergangs von  $\Delta E = 2,6 \text{ meV}$ .

Abbildung 51 zeigt nochmal exemplarisch ein Photolumineszenzspektrum in Abhängigkeit von der angelegten Gatespannung und der Lumineszenzwellenlänge. Anders als in den Abbildungen 35 bis 42 zeigen die Quadrate hier nicht die absoluten Maxima eines jeweiligen Spektrums bei konstanter Gatespannung an. Um den Einfluss von Rauschen zu minimieren und die Resonanzpositionen mit größtmöglicher



Genauigkeit zu bestimmen, wurden die Zentralposition von Gaußfunktionen aufgetragen. Die Gaußfunktionen wurden dabei in jedes der 32 Spektren (jeweils mit konstanter Gatespannung) eingepasst. Diese genauere Bestimmung der Positionen maximaler Photolumineszenz hebt auch kleinere Effekte hervor. So kann man beispielsweise einen Sprung in der Photolumineszenzenergie des s-s-Übergangs hin zu niedrigeren Energien beobachten, sobald die Lumineszenz des p-p-Übergangs einsetzt. Der Bereich, in dem dieser Sprung stattfindet, ist in Abbildung 51 zusätzlich vergrößert dargestellt. Diese Vergrößerung stellt den energetischen Sprung etwas deutlicher dar. Neben den Zentralpositionen der Gaußfunktionen beinhaltet die vergrößerte Darstellung zusätzlich Fehlerbalken für die energetische Lage der Orte maximaler Lumineszenz. Die Unsicherheit in der Bestimmung der einzelnen Zentralpositionen für die eingepassten Gaußfunktionen belaufen sich auf Werte um 1 meV. Der p-p-Übergang setzt aufgrund des Ladens des p-Niveaus mit Elektronen ein. Die Anzahl der Elektronen im Quantenpunkt ändert sich somit an dieser Stelle von zwei (zwei Elektronen im s-Niveau) auf drei (zwei Elektronen im s-Niveau und ein Elektron im p-Niveau). Damit ändert sich auch die Exzitonenbindungsenergie. Der energetische Sprung von 2,6 meV, den man in Abbildung 51 sieht, ist in guter Übereinstimmung mit der Energiedifferenz zwischen dem zweifach geladenen Exziton und dem dreifach geladenen Exziton. Man vergleiche hierzu die Berechnungen von R.Warburton et. al. [48] oder P.Hawrylak [24].

## 14 Photolumineszenzspektren bei hoher Anregungsleistung des Lasers

Abbildung 52 zeigt ein Photolumineszenzspektrum bei einer Anregungsleistung von  $P = 1,5 \text{ W}$  am Ort der Probe.

Bei dieser starken Anregungsleistung ist der p-p-Übergang in der Lumineszenz nun stärker als der s-s-Übergang. Dies kann mit der sogenannten *Pauli-Blockade* erklärt werden [38][25]. Das starke Pumpen durch den Laser erzeugt so viele Elektronen im Leitungsband und Löcher im Valenzband, dass der Rekombinationskanal über die s-Niveaus der Quantenpunkte voll ausgeschöpft wird. Jedesmal, wenn ein Elektron bzw. ein Loch aus dem s-Niveau eines Quantenpunktes rekombiniert, wird dieses Niveau aufgrund der hohen Elektronenzahl im Leitungsband bzw. Lochzahl im Valenzband sofort wieder besetzt. Die s-Niveaus werden demnach kontinuierlich mit Elektronen bzw. Löchern besetzt, die Lumineszenz aus den s-Niveaus hat ihr Maximum erreicht. Für die weiteren Elektronen bzw. Löcher, die kein freierwerdendes s-Niveau finden, bleiben die Rekombinationskanäle über die p-, d- und höhere Niveaus. Die Lumineszenz aus dem p-Niveau steigt in diesem Zusammenhang stark an und kann maximal die doppelte Lumineszenzintensität des s-s-Übergangs erreichen. In dem Graphen von Abbildung 52 ist dies schon fast der Fall. Dieses Anwachsen des p-p-Übergangs aufgrund der *Pauli-Blockade* ist nicht zu verwechseln mit dem Aufkommen des p-p-Übergangs bei den zuvor diskutierten Lumineszenzspektren bei niedriger Anregungsintensität. Bei niedriger Anregungsintensität kam das Anwachsen/Auftauchen des p-p-Übergangs durch die Verschiebung der Gatespannungsskala und dem damit verbundenen resonanten Laden der elektronischen p-Niveaus durch den Rückkontakt zustande. Bei der in Abbildung 52 verwendeten Anregungs-

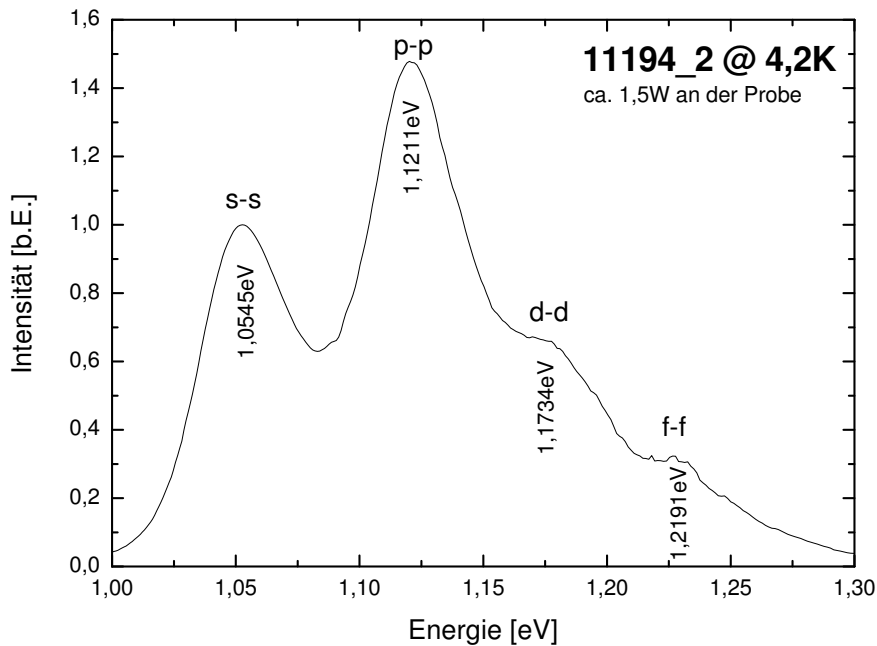


Abbildung 52: *Photolumineszenzspektrum der Probe bei hoher Anregungsleistung des Lasers. Weitere Lumineszenzmaxima treten auf.*

intensität ist die Spannungsskala schon sehr weit verschoben. Das Laden durch den Rückkontakt spielt keine Rolle mehr, da bereits Flachbandbedingung erreicht ist. Alle elektronischen Niveaus der Quantenpunkte sind demnach mit Elektronen aus dem Rückkontakt besetzt und können mit Löchern, die durch das Pumpen von Elektronen aus dem Valenzband ins Leitungsband entstehen, rekombinieren. Die Vielzahl der Löcher im Valenzband ist so hoch, dass zusätzliche Rekombinationskanäle entstehen. Man erkennt deutlich, dass neben den bisher beobachteten Übergänge zwischen den s-Niveaus und p-Niveaus zwei zusätzliche Lumineszenzmaxima auftreten. Diese könnten auf d-d- und f-f-Übergänge zurückgeführt werden, es könnten sich aber auch um z.B. d-s- oder s-d-Übergänge handeln. Eine Nähere Untersuchung dieser Übergänge soll im Folgenden geschehen.

Mit Hilfe der bekannten Lumineszenzübergänge (s-s und p-p) des Spektrums aus Abbildung 52 und der aus den Spektren der Ferninfrarot-Messungen gewonnenen Quantisierungsenergie für die Elektronen soll nun versucht werden, die beiden anderen Lumineszenzmaxima in ihrer energetischen Lage zu bestimmen. Abbildung 53 zeigt schematisch das Potenzial der Quantenpunkte für Elektronen und Löcher. Aus dem bekannten Abstand zwischen s-s-Übergang und p-p-Übergang kann die Summe der Quantisierungsenergien für Elektronen und Löcher in den Quantenpunkten zu 66,6 meV bestimmt werden. Damit erhält man mit der Quantisierungsenergie der Elektronen von 46,2 meV eine Quantisierungsenergie der Löcher von 20,4 meV. Damit lassen sich verschiedene höhere Übergänge berechnen. Abbildung 53 zeigt eine Auswahl von möglichen Übergängen. Grundvoraussetzung ist  $\Delta l = 0$ . Die schwarzen Pfeile stellen Übergänge dar, bei denen sowohl der Dre-

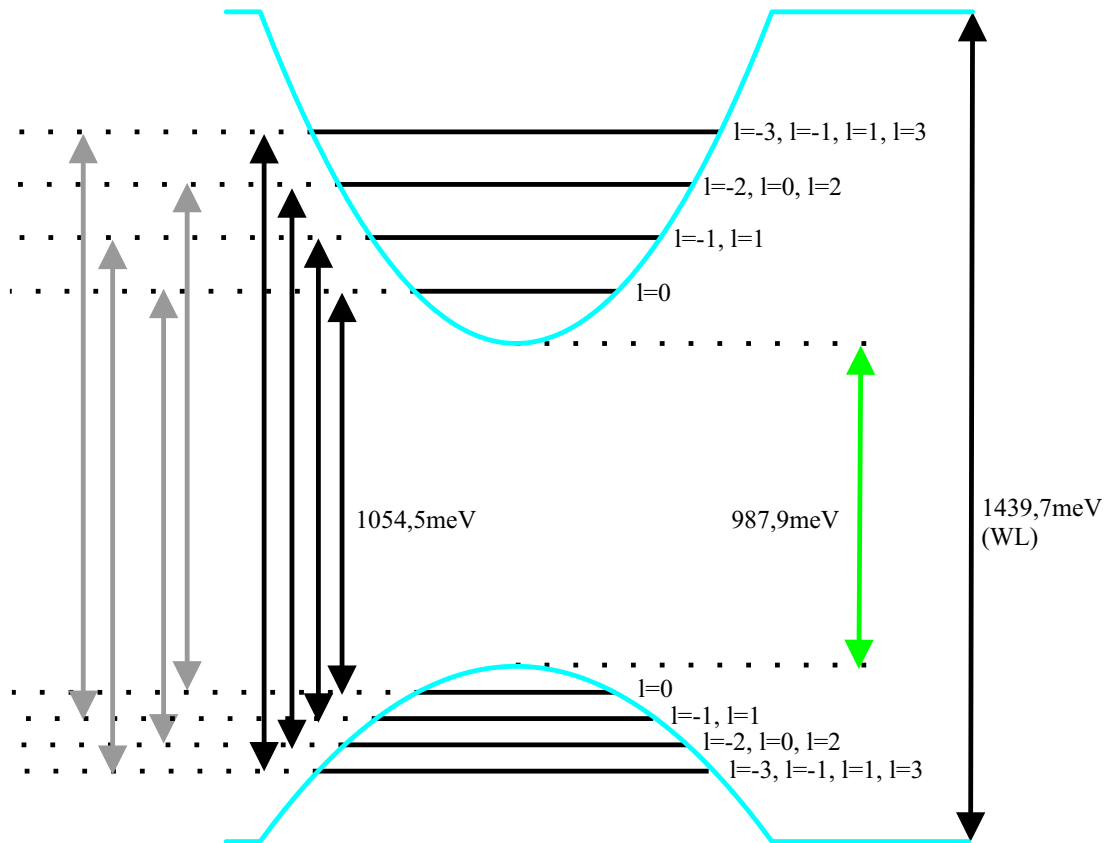


Abbildung 53: Quantisierte Zustände von Elektronen und Löcher in den Quantenpunkten. Mögliche Übergänge der Lumineszenz. Die schwarzen Pfeile indizieren starke Übergänge, die hellen Pfeile schwache Übergänge

himpuls der Elektronen und Löcher, als auch die Quantenzahl  $N$  gleich sind. Dies führt, auch unter Berücksichtigung des radialen Anteils der Wellenfunktion, zu einem Überlappintegral nahe Eins. Die hellgrauen Pfeile bezeichnen mögliche Übergänge mit  $\Delta l = 0$ , bei denen sich die Quantenzahl  $N$  der Elektronen und Löcher unterscheidet. Die Überlappintegrale, die zu diesen Übergängen gehören, sind aufgrund der radialen Wellenfunktionen sehr viel kleiner. Diese Übergänge sind damit schwach [46].

Tabelle 14 zeigt die auf diese Weise erhaltenen Photolumineszenzenenergien. Die im Spektrum von Abbildung 52 dargestellten Lumineszenzenenergien für den s-s- und den p-p-Übergang stimmen mit den Werten der Tabelle überein, da sie die Basis für die Berechnung aller Werte der Tabelle bilden. Die übrigen, höheren Übergänge weichen von den Lumineszenzenenergien im gemessenen Spektrum leicht ab. Es gilt nun festzustellen, welche der höheren Ordnungen zu den beiden zusätzlichen Lumineszenzmaxima gehören. Aus dem Spektrum ergeben sich die Lumineszenzenenergien zu  $E_3 = 1,1734 \text{ eV}$  und  $E_4 = 1,2191 \text{ eV}$ . Der Vergleich mit der Tabelle zeigt, dass kein Wert der Tabelle exakt mit den beobachteten Energien übereinstimmt.

Energetisch betrachtet kämen für den Übergang, der zur gemessenen Energie  $E_3$  gehört, zunächst die beiden Übergänge  $(N=1; l=\pm 1) \rightarrow (N=3; l=\pm 1)$  und  $(N=2; l=0, \pm 2) \rightarrow (N=2; l=0, \pm 2)$  in Frage. Für den Übergang, der zur Energie

Zustand Loch	Zustand Elektron $N = 0$ $l = 0$	$N = 1$ $l = \pm 1$	$N = 2$ $l = 0$	$N = 2$ $l = \pm 2$	$N = 3$ $l = \pm 1$	$N = 3$ $l = \pm 3$
$N = 0$ $l = 0$	<b>1,0545eV (stark)</b>	(-)	1,1469eV (schwach)	(-)	(-)	(-)
$N = 1$ $l = \pm 1$	(-)	<b>1,1211eV (stark)</b>	(-)	(-)	1,2135eV (schwach)	(-)
$N = 2$ $l = 0$	1,0953eV (schwach)	(-)	1,1877eV (stark)	(-)	(-)	(-)
$N = 2$ $l = \pm 2$	(-)	(-)	(-)	1,1877eV (stark)	(-)	(-)
$N = 3$ $l = \pm 1$	(-)	1,1619eV (schwach)	(-)	(-)	1,2543eV (stark)	(-)
$N = 3$ $l = \pm 3$	(-)	(-)	(-)	(-)	(-)	1,2543eV (stark)

Tabelle 4: Die aus der energetischen Position des s-s- und des p-p-Übergangs sowie der Quantisierungsenergie der Elektronen berechneten höheren Übergänge im Modell des zweidimensionalen harm. Oszillators.

$E_4$  gehört, kommen die in der Tabelle aufgeführten Übergänge ( $N=3; l=\pm 1$ )  $\rightarrow$  ( $N=1; l=\pm 1$ ) und ( $N=3; l=\pm 1, \pm 3$ )  $\rightarrow$  ( $N=3; l=\pm 1, \pm 3$ ) in Betracht. Obwohl die Übergänge ( $N=1; l=\pm 1$ )  $\rightarrow$  ( $N=3; l=\pm 1$ ) und ( $N=3; l=\pm 1$ )  $\rightarrow$  ( $N=1; l=\pm 1$ ) eine geringere Abweichung in der Energie von den beobachteten Lumineszenzen haben, spricht mehr dafür, dass diese Lumineszenzmaxima zu den Übergängen ( $N=2; l=0, \pm 2$ )  $\rightarrow$  ( $N=2; l=0, \pm 2$ ) und ( $N=3; l=\pm 1, \pm 3$ )  $\rightarrow$  ( $N=3; l=\pm 1, \pm 3$ ) gehören. Hierbei handelt es sich um starke Übergänge. Diese wären auch sichtbar, wenn die beobachteten Maxima in der Photolumineszenz zu den schwachen Übergängen gehören würden. Dann hätte man aber vier zusätzliche Maxima sehen müssen, man sieht aber nur zwei. Die beobachteten Maxima entsprechen damit den sogenannten d-d-Übergängen und f-f-Übergängen. Sie sind noch schwächer als der s-s- und der p-p-Übergang, da trotz der hohen Anregungsleistung des Lasers der p-Kanal noch nicht voll ausgeschöpft wird. Hinzu kommt die Tatsache, dass die Sensitivität der InGaAs-Diode, die als Detektor in diesem Energiebereich Verwendung findet, bei diesen Energien kleiner wird.

Abbildung 54 zeigt die Abhängigkeit der Summe aus der Elektronen-Quantisierungsenergie und der Löcher-Quantisierungsenergie für die beobachteten Übergänge. Unter der Annahme, dass der s-s-Übergang und der p-p-Übergang dem Modell des zweidimensionalen harmonischen Oszillators entsprechen, weichen die Energien des d-d- und des f-f-Übergangs von der linearen Energieleiter ab. Der d-d-Übergang weicht dabei um  $\Delta E_{dd} = 14,3 \text{ meV}$  und der f-f-Übergang um  $\Delta E_{ff} = 35,3 \text{ meV}$  ab. Die Abweichung würde etwas geringer ausfallen, wenn man annimmt, dass bereits der d-d-Übergang von der linearen Energieleiter des harmonischen Oszillators abweicht. Da aber die Berechnungen der idealen Übergangsenergien von d-d und f-f mit Hilfe der Lumineszenzenergien des s-s- und des p-p-Übergangs berechnet wurden, weist

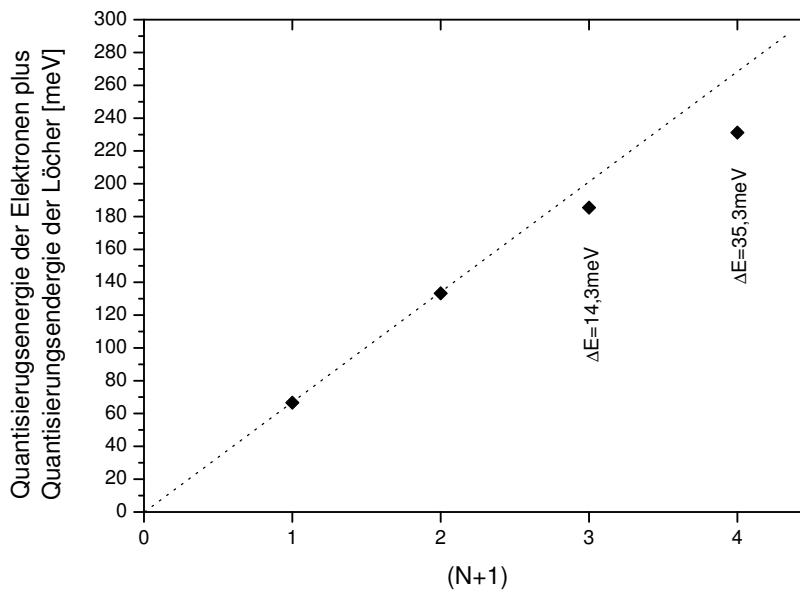


Abbildung 54: Summe aus den Quantisierungsenergien der Elektronen und der Löcher in Abhängigkeit von der Quantenzahl  $N$ .

der p-p-Übergang in diesem einfachen Modell keine Abweichung auf.

Die Abweichung der höheren Lumineszenzen zu geringeren Energien kann damit erklärt werden, dass das einschließende Potenzial an den Rändern abgeflacht ist. Durch diese Abflachung bildet das einschließende Potenzial für die Teilchen einen geringeren Einschluss, so dass die Eigenenergie herabgesetzt ist. Diese Abflachung am Rand des Potenzials wirkt sich vornehmlich auf die höheren Zustände aus.

Das in Kapitel 1.2 vorgestellte Modell des endlich tiefen parabolischen Potenzials reicht demnach zur Beschreibung der Energiezustände der Quantenpunkte nicht aus. Es muss dadurch erweitert werden, dass das Potenzial zum Rand hin abgeflacht ist, was dazu führt, dass die höheren Energiezustände energetisch tiefer liegen. Diese Abflachung des Potenzials zum Rand hin ist nicht verwunderlich, wenn man an den durch Diffusionsprozesse verursachten Gradienten des GaAs-Gehaltes in den Quantenpunkten denkt. Man vergleiche hierzu das Kapitel 3.

Das starke Anwachsen der Lumineszenz aus dem p-p-Übergang macht eine Untersuchung im Magnetfeld interessant. Da das p-Niveau einen von Null verschiedenen Drehimpuls besitzt ( $l = \pm 1$ ), sollte der p-p-Übergang im Magnetfeld  $B$ , das senkrecht zur Wachstumsrichtung der Probe orientiert ist, in zwei Maxima aufspalten. Abbildung 55 zeigt das Photolumineszenzspektrum der Probe bei einer Beleuchtungsstärke durch den Laser von  $P = 1,5 \text{ W}$  einmal ohne angelegtes Magnetfeld und einmal mit einem senkrechten Magnetfeld von  $B = 10 \text{ T}$ . Man erkennt deutlich, dass im Gegensatz zum s-s-Übergang, der p-p-Übergang kleiner und breiter wird. Dies lässt sich auf das Aufspalten der p-Niveaus mit  $l = -1$  und  $l = +1$  zurückführen. Leider ist die Aufspaltung zu gering, bzw. die Halbwertsbreite der Lumineszenzen zu groß, so dass keine zwei Maxima zu sehen sind. Der d-d-Übergang und der f-f-Übergang sollte ebenfalls aufspalten. Aufgrund der geringen Intensitäten dieser

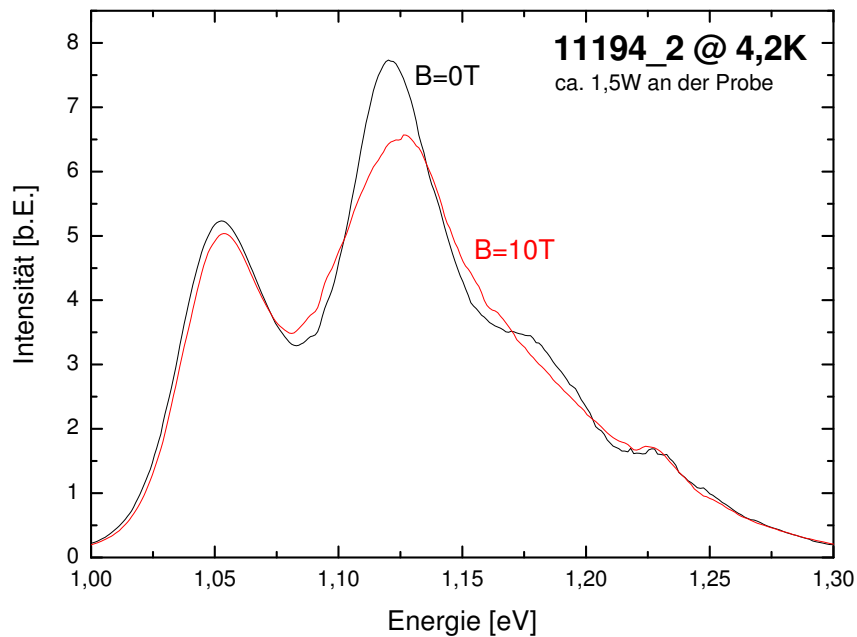


Abbildung 55: *Photolumineszenzspektrum bei hoher Anregungsleistung des Lasers mit und ohne Magnetfeld*

Übergänge sind sie durch das Aufspalten im Magnetfeld nicht mehr auszumachen. Das Magnetfeld bewirkt, dass zwei Lumineszenzen, die vorher an der gleichen Stelle waren und ihre Intensitäten addiert haben, auseinanderschieben und nur noch auf den Anteil ihrer eigenen Lumineszenzintensität an einer Stelle im Spektrum zeigen. Somit sind die höheren Übergänge im großen Untergrund des p-p-Übergangs nicht mehr auszumachen.

## Teil VI

# Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit konnten mit Hilfe der beiden optischen Messmethoden, Photolumineszenz- und Ferninfrarot-Fourier-Spektroskopie, in Verbindung mit der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie eine Vielzahl von charakteristischen Energien und Parameter von selbstorganisierten Quantenpunkten bestimmt werden. So konnte mit der aus der Ferninfrarot-Transmissions-Spektroskopie gemessenen Eigenenergie der Elektronen im Quantenpunkt in Verbindung mit den Messergebnissen der Photolumineszenzspektroskopie auf die Eigenenergie der Löcher geschlossen werden. Das Energiespektrum der Löcher ist weitestgehend noch nicht genauer untersucht worden. Hier würde es sich anbieten, in folgenden Arbeiten die Quantenpunkte in eine Heterostruktur einzubauen, die einen p-dotierten Rückkontakt hat. Dadurch wäre es möglich, durch Anlegen einer Gatespannung zwischen Rückkontakt und Gate Löcher in die Quantenpunkte hinein- und hinaustunneln zu lassen. Die in dieser Arbeit untersuchten Photolumineszenzspektren in Abhängigkeit von der Anzahl der sich im Quantenpunkt befindlichen Elektronen könnten auf diese Weise auch in Abhängigkeit der Anzahl der sich im Quantenpunkt befindlichen Löcher gemessen werden. Beide Arbeiten zusammen würden damit ein genaueres und ausführlicheres Gesamtbild der energetischen Zustände in den Quantenpunkte liefern.

Durch die Bestimmung der Eigenenergie der Elektronen mittels FIR-Fourier-Spektroskopie gelang es weiter in Kombination mit den gewonnenen Spektren aus den C-V-Kurven, die einzelnen Coulomb-Blockade-Energien zu bestimmen.

Die Messungen der Photolumineszenzspektroskopie in Abhängigkeit von der angelegten Gatespannung und von der Anregungsleistung des Lasers haben gezeigt, dass sich die Gatespannungsskala mit zunehmender Laserintensität zu niedrigeren Spannungen verschiebt. Dies wird bestätigt durch die Messungen der C-V-Spektren bei beleuchteter Probe. Die hier auftretenden Verschiebungen der Gatespannungsskala können in direkten Zusammenhang mit den Verschiebungen in den Photolumineszenzspektren gebracht werden. Erklärt werden diese Verschiebungen durch eine positive Ladungsansammlung an der Grenzfläche zum Übergitter, hervorgerufen durch das Pumpen des Lasers, die die Bandstruktur krümmt. Die Spektren zeigen, dass maximale Lumineszenz dann beobachtet wird, wenn ein Niveau des Quantenpunkts durch den Rückkontakt geladen ist. Die Lumineszenz des s-Niveaus fällt allerdings in ihrer Stärke wieder ab, sobald der Ladevorgang des p-Niveaus einsetzt. Hier sind noch genauere theoretische Überlegungen anzustellen, die diesen Sachverhalt erklären. Dabei sind insbesondere Vielteilcheneffekte zu berücksichtigen.

Bei den Photolumineszenzspektren wie auch bei den beleuchteten C-V-Spektren ist eine zusätzliche Resonanz beobachtet worden, dessen Ursprung bisher nicht geklärt werden konnte. Diese Resonanz zeigt sich in den C-V-Spektren bei einer Spannung, die unterhalb der Spannung liegt, die zum Ladevorgang des s-Niveaus gehört. Die Lumineszenzenergie dieser Resonanz ist dagegen in der Region der Lumineszenzenergie des s-s-Übergangs. Allerdings weist diese Struktur eine sehr starke Abhängigkeit von der Gatespannung auf. Der Ursprung und das Verhalten dieser zusätzlich beobachteten Resonanz sollte genauer untersucht werden. Hier sind insbesondere Messungen an weiteren Proben durchzuführen. Ferner ist auch das Verhalten

dieser Resonanz im Magnetfeld zu untersuchen.

In diesem Zusammenhang wäre auch die Durchführung von resonant angeregter Photolumineszenz (PLE) interessant, die neben der Klärung der bisher nicht zufriedenstellend erklärten Struktur auch genauere Untersuchungen der höheren Zustände in den Quantenpunkten ermöglicht. Die höheren Zustände konnten in dieser Arbeit nur durch große Anregungsintensität nachgewiesen werden. Es wurde gezeigt, dass diese Zustände von der äquidistanten Energieleiter des harmonischen Oszillators abweichen, was eine Modifikation des einschließenden Potenzials erfordert. Hier reicht es aber nicht aus, den Schritt vom unendlich hohen zum endlich hohen parabolischen Quantentopf zu vollziehen. Mit dem endlich hohen parabolischen Quantentopf ist die Größe der Abweichungen nicht zu erklären. Eine Abflachung des Potenzials am Rand des Quantentopfes ist erforderlich.

Die bestimmten Energien in den durchgeführten Experimenten sind aufgrund der Größenverteilung der Quantenpunkte nicht so genau. Kleinere Vielteilcheneffekte sind nur sehr schwierig bis gar nicht auszumachen. So gelang es lediglich, die Energiedifferenz zwischen einem zweifach und einem dreifach geladenem Exziton zu bestimmen. Die Genauigkeit dieser Energie ist dabei nicht sehr hoch. Genauere Untersuchungen der Energieniveaus erfordert eine möglichst homogene Verteilung der Quantenpunktgrößen oder die Möglichkeit einzelne Quantenpunkte in der Art und Weise zu untersuchen, wie es für ein Ensemble von Quantenpunkten in dieser Arbeit durchgeführt wurde. Die sehr verminderten Signalstärken eines einzelnen Quantenpunkts bei allen durchzuführenden Messungen macht die Erweiterung der optischen Messaufbauten notwendig. Um solche Arbeiten durchführen zu können, müssten die Messungen mit einem konfokalem Lasermikroskop durchgeführt werden.

Als weitere Untersuchungsmöglichkeit würde sich für zukünftige Untersuchungen auch die Nahinfrarot-Transmissionsspektroskopie anbieten. Diese erfordert, wie die FIR-Transmissionsspektroskopie auch, ein sehr hohes Signal-Rausch-Verhältnis. Die Grundlagen hierfür sind aber bereits mit der Inbetriebnahme eines neuen Fourier-Spektrometers gelegt.



## Teil VII

# Anhang

## A Numerische Lösung des endlich tiefen zweidimensionalen parabolischen Potenzials (Ausschnitt des Java-Programms)

```

if(berechne==true)
{
    E=0.001;
    while(E<tiefe+0.01)
    {
        if(l==0.0) rho=1.0;
        else rho=0.000001;
        rhos=0.0;

        for(r=0.0;r<=(breite/2.0+3.0)*1e-9;r+=h)
        {
            rhoalt=rho;
            nextrho();
        }
        if(rho*lastrho<0.0)
        {
            if (vzw<5) vzw+=1;
            else vzw=0;
        }
        if(vzw==5)
        {
            flaechequadrat=0.0;
            if (l==0.0) rho=1.0;
            else rho=0.000001;
            rhos=0.0;

            for(r=0.0;r<=(breite/2.0+3.0)*1e-9;r+=h)
            {
                // Wenn rho außerhalb des Topfes wieder ansteigt,
                // wird der Term nicht mehr für die Normierung benutzt
                if(r>Math.sqrt(E*breite*breite/4.0/tiefe)*1.0e-9 &&
                Math.abs(rho)>Math.abs(rhoalt)) flaechequadrat+=0.0;
                else flaechequadrat+=rho*r*rho*r*0.5e17;
                //wichtig nur: Flächenelement prop r*rho
                rhoalt=rho;
                nextrho();
            }

            if(l==0.0) rho=1.0/Math.sqrt(flaechequadrat);
            else rho=0.000001/Math.sqrt(flaechequadrat);
        }
    }
}

```

```
rhos=0.0;

for(r=0.0;r<=(breite/2.0+3.0)*1e-9;r+=h)
{
    rhoalt=rho;

    nextrho();

    screen.setColor(Color.red);
    if(E<tiefe)
    {
        //wenn rho außerhalb des Topfes wieder steigt,
        //ist dies unphysikalisch und wird nicht gezeichnet
        if(r>Math.sqrt(E*breite*breite/4.0/tiefe)*1.0e-9 &&
        Math.abs(rho)>Math.abs(rhoalt))
        {
            screen.drawLine((int)(345.0+r*1.0e9/breite*300.0),
                (int)(350.0-E/tiefe*200.0),
                (int)(345.0+(r+h)*1.0e9/breite*300.0),
                (int)(350.0-E/tiefe*200.0));
            screen.drawLine((int)(345.0-r*1.0e9/breite*300.0),
                (int)(350.0-E/tiefe*200.0),
                (int)(345.0-(r+h)*1.0e9/breite*300.0),
                (int)(350.0-E/tiefe*200.0));
        }
    }
    else
    {
        screen.drawLine((int)(345.0+r*1.0e9/breite*300.0),
            (int)(350.0-300.0*rhoalt-E/tiefe*200.0),
            (int)(345.0+(r+h)*1.0e9/breite*300.0),
            (int)(350.0-300.0*rho-E/tiefe*200.0));
        screen.drawLine((int)(345.0-r*1.0e9/breite*300.0),
            (int)(350.0-300.0*rhoalt-E/tiefe*200.0),
            (int)(345.0-(r+h)*1.0e9/breite*300.0),
            (int)(350.0-300.0*rho-E/tiefe*200.0));
    }
}
//Energielinie
screen.setColor(Color.black);
if(E<tiefe)
{
    screen.drawLine(130,(int)(350.0-E/tiefe*200.0),555,
        (int)(350.0-E/tiefe*200.0));
    screen.drawString("" + Math.round( E * 100000.0 ) /
        100000.0 + "eV",130,(int)(363-E/tiefe*200.0));
}
vzw=0;
}
```

```

        lastrho=rho;
        if(vzw==0) E+=0.01;
        else if(vzw==1) E-=0.001;
        else if(vzw==2) E+=0.0001;
        else if(vzw==3) E-=0.00001;
        else if(vzw==4) E+=0.000001;
    }
    berechne=false;
}

double V(double p)
{
    if (p>breite/2.0) return tiefe;
    else if (p<-breite/2.0) return tiefe;
    else return 4.0*tiefe/breite/breite*p*1.0e9*p*1.0e9;
}

void nextrho()
{
    if(r==0.0)
    {
        rho=rho+rhos*h;
    }
    else
    {
        //Runge-Kutta 4.Ordnung
        //mit Magnetfeld
        k1s=rhos;
        k1ss=(-2.0*m/hbar/hbar*(E-V(r))*qe+(1/r-r/2.0/hbar*qe*B)*
            (1/r-r/2.0/hbar*qe*B))*rho-1.0/r*k1s;
        k2s=k1s+h/2.0*k1ss;
        rhohh=rho+h/2.0*k1s;
        k2ss=(-2.0*m/hbar/hbar*(E-V(r+h/2.0))*qe+(1/(r+h/2.0)-
            (r+h/2.0)/2.0/hbar*qe*B)*(1/(r+h/2.0)-(r+h/2.0)/
            2.0/hbar*qe*B))*rhohh-1.0/(r+h/2.0)*k2s;
        k3s=k1s+h/2.0*k2ss;
        rhohh=rho+h/2.0*k3s;
        k3ss=(-2.0*m/hbar/hbar*(E-V(r+h/2.0))*qe+(1/(r+h/2.0)-
            (r+h/2.0)/2.0/hbar*qe*B)*(1/(r+h/2.0)-(r+h/2.0)/2.0/
            hbar*qe*B))*rhohh-1.0/(r+h/2.0)*k3s;
        k4s=k1s+h*k3ss;
        rhorh=rho+h*k4s;
        k4ss=(-2.0*m/hbar/hbar*(E-V(r+h))*qe+(1/(r+h)-(r+h)/2.0/hbar*qe*B)*
            (1/(r+h)-(r+h)/2.0/hbar*qe*B))*rhorh-1.0/(r+h)*k4s;

        rhos=rhos+h/6.0*(k1ss+2.0*k2ss+2.0*k3ss+k4ss);
        rho=rho+h/6.0*(k1s+2.0*k2s+2.0*k3s+k4s);
    }
}

```

## B Literaturverzeichnis

### Literatur

- [1] S. Adachi, J. Appl. Phys. **58**, R1 (1985)
- [2] J.Alsmeier, E.Batke und J.P.Kotthaus, Phys.Rev.B **41**, 1699 (1990)
- [3] E.Batke, G.Weimann, W.Schlapp, Phys.Rev.B **39**, 11171 (1989)
- [4] C.W.J.Beenakker, Phys.Rev.B **44**, 1646 (1991)
- [5] L.Brey, N.F.Johnson und B.I.Halperin, Phys. Rev. B **40**, 10647 (1989)
- [6] C.Cohen-Tannoudji, B.Diu, F.Laloe, Quantum Mechanics, (John Wiley & Sons, Paris, 1977)
- [7] C.G.Darwin, Proc.Cambridge Phil.Soc. **27**, 86 (1930)
- [8] J.H.Davies, The Physics of Lowdimensional Semiconductors, (Cambridge University Press, 1998)
- [9] T.Demel, D.Heitmann, P.Grambow und K.Ploog, Phys.Rev.Lett **64**, 788 (1990)
- [10] H.Drexler, D.Leonard, W.Hansen, J.P.Kotthaus und P.M.Petroff, Phys.Rev.Lett **73**, 2252 (1994)
- [11] G.Dumpich, Vorlesung: Physik der Nanostrukturen, GMU Duisburg
- [12] G.W.Fehrenbach, W.Schäfer und R.G.Ulbrich, J.Luminescence **30**, 154 (1985)
- [13] V.Fock, Z.Phys. **47**, 446 (1928)
- [14] M. Fox, Optical Properties of Solids, Oxford Master Series in Condensed Matter Physics, (Oxford University Press, 2001)
- [15] F.C.Frank, J.H.van der Merwe, Proc. Roy. Soc. London Ser. A **198**, 216 (1946)
- [16] M.Fricke, Diplomarbeit, Lehrstuhl für experimentelle Halbleiterphysik, LMU München (1995)
- [17] M.Fricke, A.Lorke, J.P.Kotthaus, G.Medeiros-Ribeiro und P.M.Petroff, Europhys.Lett. **36**, 197 (1996)
- [18] L.Goldstein, F.Glas, J.Y.Marzin, M.N.Charasse, and G. Le Roux, Appl. Phys. Lett. **47**, 1099, (1985)
- [19] N.Grandjean und J.Massies, J. Crystal Growth **134**, 51 (1993)
- [20] P.R.Griffiths, James A. de Haseth: Fourier Transform Infrared Spectrometry, John Wiley & Sons, Inc., 1986
- [21] M.Grundmann et al., Phys.Rev.Lett **74**, 4043 (1995)

- [22] H.Günzler, H.U. Gremlich: IR-Spectroscopy, Wiley, 2002
- [23] P.Hawrylak, A.Wojs, Semicond.Sci.Technol. **11**, 1516 (1996)
- [24] P.Hawrylak, Phys.Rev.B **8**, 5597 (1999)
- [25] I.E.Itskevitch et al., Phys.Rev.B **60**, R2185 (1999)
- [26] M.Kastner, Physics Today **46**, 24 (1993)
- [27] I.Kegel, T.H.Metzger, A.Lorke, J.Peisl, J.Stangl, G.Bauer, J.M.García und P.M.Petroff, Phys.Rev.Lett **85**, 1694 (2000)
- [28] W.Kohn, Phys. Rev. **123**, 1242 (1961)
- [29] M.Lax, E.Burstein, Phys.Rev. **97**, 39 (1955)
- [30] Levinstein, Handbook Series of Semiconductor Parameters
- [31] C.T.Liu, K. Nakamura, D. C. Tsui, K. Ismail, D. A. Antoniadis, and H. I. Smith, Appl. Phys. Lett. **55**, 168 (1989)
- [32] A.Lorke, Habilitationsschrift, LMU München, 1999
- [33] A.Lorke, Halbleiter–Quantenstrukturen (Vorlesung), Universität Duisburg–Essen
- [34] P.A.Maksym und T.Chakraborty, Phys. Rev. Lett. **65**, 108 (1990)
- [35] U. Merkt, Ch. Sikorski, and J. Alsmeier, in *Spectroscopy of Semiconductor Microstructures* G. Fasol, A. Fasolino, P. Lugli, Eds. (Plenum Press, New York 1989)
- [36] B.T.Miller, W.Hansen, S.Manus, R.J.Luyken, A.Lorke, J.P.Kotthaus, Phys.Rev.B **56** 6764 (1997)
- [37] Palik, D. Edward [Hrsg.], Handbook of Optical Constants of Solids, Acad.Press
- [38] P.P.Paskov et al., Phys.Rev.B **62**, 7344 (2000)
- [39] C.Ratsch und A.Zangwill, Appl. Phys. Lett. **63**, 2348 (1993)
- [40] R.Rinaldi, P.V.Giugno, R.Cingolani, H.Lipsanen, M.Sopanen, J.Tulkki und J.Ahopelto, Phys.Rev.Lett. **77**, 342 (1996)
- [41] M.Russ, Diplomarbeit, Lab. f. Festkörperphysik, GMU Duisburg (2002)
- [42] R.Schmechel: Einfluß von Strukturstörungen auf die optischen und elektronischen Eigenschaften von borreichen Festkörpern mit Ikosaederstruktur, Dissertation, Universität Duisburg, 1999
- [43] R.Sietmann, „Klein, kleiner, noch kleiner“, c’t, Magazin für Computertechnik, **17** (2003)

- [44] I.N.Stranski, L. von Krastanov, Akad. Wiss. Lit. Mainz. Math.- Natur. Kl. IId **146**, 797 (1939)
- [45] E.Tournie und K. H. Ploog, Appl. Phys. Lett. **62**, 858 (1993)
- [46] J.Tulkki, A.Heinämäki, Phys.Rev.B **52**, 8239 (1995)
- [47] M.Volmer, A.Weber, Z. Phys. Chem. **119**, 277 (1926)
- [48] R.J.Warburton et al., Phys.Rev.Lett. **58**, 16221 (1998)
- [49] R.J.Warburton, C.Schäfflein, D.Haft, F.Bickel, A.Lorke, K.Karrai, J.M.Garcia, W.Schoenfeld, P.M.Petroff, Physica E **9**, 124 (2001)
- [50] J.L.T.Waugh, G.Dolling, Phys.Rev. **132**, 2410 (1963)
- [51] O.Wibbelhoff, Diplomarbeit, Lab. f. Festkörperphysik, GMU Duisburg (2000)
- [52] S.K.Yip, Phys. Rev. B **43**, 1707 (1991)
- [53] P.Y.Yu, M.Cardona, Fundamentals of Semiconductors, (Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1996)

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich die Gelegenheit nutzen, mich bei allen zu bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit maßgeblich beigetragen haben.

Ein besonderer Dank geht an Herrn Prof. Dr. A. Lorke, der es mir ermöglicht hat, an einem so interessanten und spannenden Thema der Halbleiterphysik zu arbeiten. Er stand mir stets mit guten Ratschlägen und Ideen zur Seite und gab mir gleichzeitig die Freiheit, meine eigenen Vorstellungen zu verwirklichen.

In gleicher Weise geht mein Dank an Herrn Dr. C. Meier, der mich bei dieser Arbeit betreut hat. Mit ihm zusammen durfte ich die optischen Labore der Arbeitsgruppe mit aufbauen, was mir sehr viel Spaß gemacht hat, wodurch ich gleichzeitig aber auch sehr viel gelernt habe. Herrn Dr. Meier danke ich herzlich für die freundschaftliche Zusammenarbeit und die vielen Hilfestellungen und Anregungen, die maßgeblich zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen haben.

Weiter möchte ich mich bei allen Mitgliedern des Laboratoriums für Festkörperphysik für die Hilfsbereitschaft, die gute Stimmung und das gute Arbeitsklima bedanken.

Ich bedanke mich weiter bei allen Mitgliedern der feinmechanischen Werkstatt für die schnelle und präzise Anfertigung der benötigten Teile.

Ein Dank geht auch an die Arbeitsgruppe von Herrn Prof. Dr. A. Wieck in Bochum, in der die in dieser Arbeit untersuchten Proben gewachsen wurden.

Meinen Eltern danke ich herzlich für ihre große Unterstützung, ohne die ich dieses Studium nicht so schnell und erfolgreich hätte durchführen können.

Hiermit versichere ich, dass ich die Arbeit selbstständig verfasst, Zitate kenntlich gemacht und keine anderen als die angegebenen Quellen benutzt habe.

Duisburg, 29. September 2003