

# Wechselwirkung von Quantenpunkten mit ein- und zweidimensionalen Elektronensystemen

**Diplomarbeit**  
von  
Bastian Marquardt

Durchgeführt im  
Fachbereich Physik  
der Universität Duisburg-Essen  
am Lehrstuhl von  
Prof. Dr. A. Lorke

Duisburg, im September 2006

**Alles Wissen und alle Vermehrung unseres Wissens  
endet nicht mit einem Schlusspunkt, sondern mit  
Fragezeichen.**

( Hermann Hesse )



# Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird die Wechselwirkung von geladenen selbstorganisierten InAs-Quantenpunkten mit einem zweidimensionalen Elektronengas (2DEG) untersucht. Die in einer MISFET-Struktur eingebettete InAs-Quantenpunktschicht kann über eine 25 nm-dicke Tunnelbarriere mit dem 2DEG wechselwirken.

Zunächst wird die Probe mittels der bereits in der Vergangenheit erfolgreich eingesetzten Methode der Kapazitätsspektroskopie elektronisch charakterisiert und probenspezifische Parameter wie effektive Elektronenmasse und Quantenpunktdichte bestimmt. In Transportmessungen an „makroskopischen“ Leitfähigkeitskanälen (Abmessungen  $A=100 \mu\text{m} \times 500 \mu\text{m}$ ) wird ein geringer Einfluss der geladenen Quantenpunkte beobachtet. Die weitere Herausforderung besteht darin, diesen Effekt durch laterale Einschränkung des 2DEGs zu verstärken. Um eine solche Verstärkung des Effektes der Quantenpunkte auf das 2DEG zu erreichen, werden Proben präpariert, in denen das 2DEG durch sogenannte Split-Gates oder eine geätzte Steg-Struktur in einer weiteren Dimension räumlich eingeschränkt wird.

In der Leitfähigkeit, welche an einer Split-Gate Geometrie gemessen worden sind, werden Effekte beobachtet, die auf den Einfluss geladener Quantenpunkte zurückzuführen sind. Im Gatespannungsbereich, in dem das s-Niveau der Quantenpunkte geladen wird, ist ein starker Einbruch in der Leitfähigkeit zu beobachten.

Des Weiteren ist im Rahmen dieser Arbeit eine Messmethode entwickelt worden, mit der es möglich ist, über eine asymmetrische Spannungsverteilung auf den Split-Gates den 1D-Leitfähigkeitskanal lateral zu verschieben. So ist man in der Lage das 2DEG über einen größeren Bereich eindimensional abzutasten, um so den Idealzustand zu erreichen, bei dem der 1D-Kanal durch das Coulomb-Potenzial eines Quantenpunktes vollständig abgeschnürt wird. Der Einfluss des Coulomb-Potenzials eines geladenen Quantenpunkt auf das 2DEG äußert sich in einem leichten Ansteigen der 1D-Leitfähigkeit, wenn die Quantenpunkte kapazitiv geladen werden (s- und p-Niveaus). Dieses Verhalten ist bis zum gegenwärtigen Zeitpunkt nicht ganz verstanden und muss in zukünftigen Arbeiten weiter untersucht werden.

Neben den  $\sigma(U_G)$ -Messungen wurden auch Vierpunkt-Widerstandsmessungen bei veränderlichem Magnetfeld an den erwähnten nanoskaligen Messstrukturen durchgeführt. Die ersten Ergebnisse dieser Messungen deuten darauf hin, dass eine Reduzierung der Raumdimension zu keiner Verstärkung des Einflusses der Quantenpunkte auf das 2DEG

---

---

führt.

# Abstract

Within the present thesis the influence of charged self-assembled InAs-quantum dots on the transport properties of a two dimensional electron gas (2DEG) is investigated. The InAs-quantum dot-layer is embedded in a MISFET-heterostructure in close vicinity of the 2DEG (tunnelling barrier:  $d=25\text{ nm}$ ).

Firstly, the sample is characterized with capacitance-spectroscopy. With this CV-spectroscopy it is possible to estimate specific sample parameters like effective mass and the dot density. Furthermore, from the capacitance-voltage spectra in the magnetic field the dispersion of the quantum dot levels is determined.

For the transport measurements the sample device structure is designed as a gated "macroscopic" Hallbar ( $A=100\text{ }\mu\text{m} \times 500\text{ }\mu\text{m}$ ). So, we are able to identify the charge carrier concentration and the mobility for arbitrary gate bias. In such transport measurements the influence of the dots on the charge carrier concentration and mobility of the 2DEG is very little.

The challenge for the next step is to enhance this quantum dot effect on the 2D-transport properties. To enhance the influence of the dots on the transport properties a gated 1D-conductance channel for example by *etching* or by using the *split-gate-technique* is fabricated. With these techniques it is possible to create an 1D-conductance channel ( $A=400\text{ nm} \times 600\text{ nm}$ ). In the results of the measurements on the split-gate structure a drop of the conductance is found, which indicates the influence of the dots on the transport properties of the channel as the gate bias value agrees exactly with the value where the first s-Niveau get charged (compared with CV-spectroscopy).

Furthermore, in the present thesis a new method for lateral translation of the 1D-conductance channel. If you apply independent and asymmetric voltages on the split gates is used that allows to achieve lateral translation of the 1D-conductance channel between the split gates. Therefore, the 1D-channel and the repulsive quantum dot potential can be brought into spatial resonance. In these measurements, a small increase in conductance if the dots are charged is found. This behavior is not yet fully understood at the moment and should be the scope of further work.

Furthermore, in this work a split-gate structure is investigated by Hall-measurements. First results do not show any enhance of quantum dot influence on the 2DEG.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1 Niedrigdimensionale Elektronensysteme . . . . .	5
2.1.1 Nulldimensionale Elektronensysteme - Quantenpunkte . . . . .	9
2.1.2 Eindimensionale Elektronensysteme . . . . .	17
2.1.3 Zweidimensionale Elektronensysteme . . . . .	22
<b>3 Probenpräparation und experimentelle Messmethoden</b>	<b>35</b>
3.1 Probenpräparation . . . . .	35
3.1.1 Probenmaterial . . . . .	36
3.1.2 Probenprozessierung . . . . .	38
3.2 Tieftemperatur - Messplatz . . . . .	43
3.2.1 $^4\text{He}$ -Badkryostat . . . . .	43
3.2.2 $^3\text{He}$ -Kryostat . . . . .	44
3.3 Experimentelle Messmethoden . . . . .	47
3.3.1 Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie . . . . .	48
3.3.2 Transportmessungen . . . . .	52
<b>4 Auswertung und Diskussion</b>	<b>55</b>
4.1 Probencharakterisierung mittels CV-Spektroskopie . . . . .	55
4.2 Transportmessungen an Hallbar-Geometrie . . . . .	63
4.2.1 $\sigma(U_G)$ -Transportmessungen an Hallbar-Geometrie . . . . .	63
4.2.2 Magneto-Transportmessungen an Hallbar-Geometrie . . . . .	69
4.3 Transportmessungen an Steg-Struktur . . . . .	74
4.4 Transportmessungen an Split-Gate-Geometrie . . . . .	79
4.4.1 $\sigma(U_G)$ -Transportmessungen an Split-Gate-Geometrie . . . . .	84
4.4.2 $\sigma(U_G)$ -Transportmessungen an Split-Gate mit unabhängigen $U_{G,1,2}$ . . . . .	91
4.4.3 Magneto-Transportmessungen an Split-Gate Geometrie . . . . .	99
<b>5 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>103</b>
<b>A Probenparameter</b>	<b>107</b>

<b>B Probenpräparation</b>	<b>109</b>
<b>Und zu guter Letzt...</b>	<b>119</b>

# 1 Einleitung

Der Begriff der *Nanotechnologie*\* ist im letzten Jahrzehnt zu einem der wichtigsten Schlagworte der populärwissenschaftlichen Literatur geworden.

Die Grundlagen zur Realisierung der in dieser Arbeit betrachteten Quantenpunkte liefert gerade diese Nanotechnologie. Sie erlaubt, beispielsweise die kontrollierte Herstellung von atomar genauen Strukturen in Halbleitern und eine damit erzielte Einschränkung der Bewegung der Ladungsträger in einer, zwei oder drei Raumrichtung(en) auf Skalen in der Größenordnung von wenigen bis zu einigen hundert Nanometern.

Die in dieser Größenordnung eingeschränkten Elektronensysteme können nicht mehr mit der klassischen (Volumen)-Physik beschrieben werden. Bei ständig fortgesetzter Verkleinerung der hergestellten Bauelemente werden schließlich Abmessungen erreicht, bei denen Quanteneffekte auftreten [1]. Die Kontrolle dieser räumlichen Einschränkung von Ladungsträgern und den damit „kontrollierbaren“ Quanteneffekten führte in der Vergangenheit zu der Entwicklung von neuartigen Halbleiter-Bauelementen. Das große Interesse an halbleiterbasierten niedrigdimensionalen Elektronensystemen liegt an der im Vergleich zu Metallen sehr viel größeren Fermi-Wellenlänge  $\lambda_F$  ( $\lambda_{F,M} \approx 1 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{F,HL} \approx 40 \text{ nm}$ ). Dies hat zur Folge, dass Quanteneffekte im Halbleiter schon bei sehr viel größeren Abmessungen, als es bei Metallen der Fall wäre, dominieren.

Niedrigdimensionale Systeme sind in optischer Hinsicht wegen ihrer erhöhten Zustandsdichten interessant. Speziell auf Basis von nulldimensionalen Elektronensystemen (Quantenpunkte) beruht z.B. ein Halbleiterlaser mit hoher Effizienz [2]. Die Wellenlänge des emittierten Lichts kann dabei durch Variation der Quantenpunktgröße eingestellt werden<sup>†</sup>.

Auch die moderne *Computertechnologie* ging in ihrer Entwicklung zeitlich mit der Miniaturisierung von Halbleiter-Bauelementen einher.

Die räumliche Dimensionsreduzierung des Elektronengases und die damit verbundene Entwicklung eines Halbleiter-Transistors (MOSFET<sup>‡</sup>) war ein Wendepunkt für die moderne Computertechnologie.

Grundlage dieser Anwendungen ist das zweidimensionale Elektronengas (2DEG). Die-

---

\*griech.: nanos=Zwerg

<sup>†</sup>Über die Variation der Größe können die energetischen Abstände der diskreten Niveaus eingestellt werden.

<sup>‡</sup>MOSFET=Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor

ses System ist in einer Bewegungsrichtung so stark eingeschränkt, dass die Energien quantisiert sind. Neben dem bereits erwähnten *MOSFET-Transistor* sind unter anderem der von H.Krömer entwickelte *Heterostukturlaser* (Nobelpreis 2000) oder der Quanten-Kaskaden-Laser zu nennen, die auf zweidimensionalen Systemen beruhen.

Der erfolgreiche Einsatz zukünftiger Entwicklungen erfordert aber nicht nur die Bereitstellung geeigneter Herstellungsverfahren, sondern auch ein genaues mikroskopisches Verständnis der speziellen physikalischen Eigenschaften. Daher ist es unerlässlich, die Eigenschaften der erzeugten Systeme zu charakterisieren und ein Verständnis der physikalischen Effekte zu erlangen. Eine der bekanntesten und für das Verständnis von zweidimensionalen Elektronensystemen wichtigsten Entdeckungen der letzten Jahrzehnte ist der *Quanten-Hall-Effekt* im Jahre 1980 [36]. Dieser quantenmechanische Effekt tritt in einem 2D-Elektronensystem auf, wenn senkrecht zur Ebene ein starkes Magnetfeld angelegt ist. Hall-Widerstandsmessungen in Abhängigkeit von einem Magnetfeld zeigen Plateaus bei ganzzahligen Bruchteilen der *von-Klitzing-Konstante*  $R_K$  ( $R_K = \frac{h}{e^2}$ ). Im Quanten-Hall-Effekt spielen Potenzialmodulationen eine entscheidende Rolle bei der Erklärung des Auftretens der Plateaus.

Prinzipiell sind daher Proben, bei denen solche Störstellen in ihrer Wirkung *in situ* variiert werden können von besonderem Interesse für ein grundlagenorientiertes Verständnis des 2DEG im Magnetfeld. Selbstorganisierte InAs-Quantenpunkte bieten z.B. die Möglichkeit, bis zu sechs Elektronen zu speichern und sind damit vielversprechende Kandidaten zur Untersuchung des Quanten-Hall-Effektes unter dem Einfluss von kontrollierten Streupotenzialen.

Zur Herstellung solcher Quantenpunkte stehen zwei verschiedene technologische Ansätze zur Verfügung. Die sogenannte *top-down*-Technologie bezeichnet in diesem Zusammenhang die Herstellung solcher Quantenpunkte über elektrostatische Potenziale. Hierfür müssen zunächst Bereiche auf der Probenoberfläche lithografisch definiert werden, die dem 2DEG ein Potenzial aufprägen, so dass die Bewegung der Elektronen in allen drei Raumrichtungen elektrostatisch eingeschränkt ist. Solche Herstellungsmethoden sind sehr zeitintensiv und die laterale Auflösung der Lithografieverfahren ist zur Zeit auf etwa 40 nm begrenzt.

Eine von aufwändigen lithografischen Prozessen unabhängige Methode zur Herstellung sehr kleiner Strukturen ist das sogenannte selbstorganisierte Wachstum, dieses wird als *bottom-up*-Technologie bezeichnet. Es basiert auf einer Fehlanpassung der Gitterkonstanten beim Abscheiden eines Halbleiterkristalles auf einem anderen Trägerkristall (Substrat). Mit dieser Methode ist es möglich, Quantenpunkte in großer Anzahl mit hoher Qualität und Uniformität herzustellen.

In seiner elementarsten Form lässt sich der niedrigdimensionale Elektronentransport anhand von eindimensionalen Systemen untersuchen, da hier den Elektronen nur noch eine einzige freie Bewegungsrichtung verbleibt. Ein solches 1D-Elektronensystem besitzt eine große Bedeutung in der Grundlagenforschung. Im ballistischen eindimensionalen Transportregime ist der Leitwert in Vielfachen des elementaren Quantums  $\frac{2e^2}{h}$

---

---

quantisiert. Dieses Phänomen der Leitwertquantisierung ist an einer HEMT<sup>§</sup>-Struktur, dessen 2DEG elektrostatisch über Metallelektroden auf der Oberfläche lateral eingeschränkt worden ist, erstmals von *von Wees et al.* 1986 experimentell bestätigt worden. Solche Quantendrähte bzw. Quantenpunktkontakte bilden die Basis für Untersuchungen zur elektronischen Kohärenz [3]. Etwas anwendungsbezogener ist die Möglichkeit solche 1D-Systeme als empfindliche Detektoren für Interferenzexperimente zu nutzen [4].

### Aufbau der vorliegenden Arbeit:

- In **KAPITEL 2** sind die theoretischen Grundlagen von niedrigdimensionalen Elektronensystemen zusammengefasst.  
Zunächst werden nulldimensionale Elektronensysteme in ihren elektronischen Eigenschaften und Herstellung beschrieben. Danach werden die charakteristischen Eigenschaften von ein- und zweidimensionalen Elektronensystemen erläutert.
- **KAPITEL 3** beschreibt die Probenpräparationsmethoden und Messtechniken, die in dieser Arbeit Verwendung fanden. Des Weiteren werden kurz die angewandten Kryostatsysteme erläutert.
- **KAPITEL 4** beinhaltet die Auswertung und Diskussion der Ergebnisse. Zunächst wird die untersuchte Heterostruktur mit der CV-Spektroskopie charakterisiert, um im Weiteren mit den Ergebnissen aus der Transportmessung an einem „makroskopischen“ Hallbar und „mikroskopischen“ 1D-Split-Gate- und Steg-Geometrien verglichen zu werden.
- In **KAPITEL 5** werden die Erkenntnisse dieser Arbeit zusammengefasst, zudem wird ein Ausblick hinsichtlich der zukünftigen Untersuchungsmöglichkeiten gegeben.

---

<sup>§</sup>HEMT=High Electron Mobility Transistor



## 2 Grundlagen

Der Inhalt dieses Kapitels ist die Wiedergabe von grundlegenden theoretischen Erkenntnissen von dimensionsreduzierten Elektronensystemen. Angesprochen werden zudem die experimentelle Herstellung und die verschiedenen Methoden, mit denen es möglich ist, diese Systeme messtechnisch zu erschließen.

### 2.1 Niedrigdimensionale Elektronensysteme

Niedrigdimensionale (d.h., auf weniger als drei Raumdimensionen eingeschränkte) Elektronensysteme unterscheiden sich bezüglich den physikalischen Eigenschaften sehr stark von denen der dreidimensionalen Halbleiterstrukturen. Die Erforschung der Prinzipien dieser „neuen“ Physik war in den letzten 30 Jahren Gegenstand intensiver Forschung. Die experimentelle und theoretische Erforschung der Physik auf sehr kleinen Längenskalen ging mit der Entwicklung von Lithografie (Elektronenstrahlolithografie<sup>\*</sup>) und Kristallwachstum (Molekularstrahlepitaxie<sup>†</sup>) zeitlich einher. Erst als Techniken zur Herstellung kleinstster Strukturen auf Oberflächen und atomar genaue Epitaxie verschiedener (halbleitender) Materialien verfügbar waren, konnten theoretische Erkenntnisse experimentell verifiziert werden.

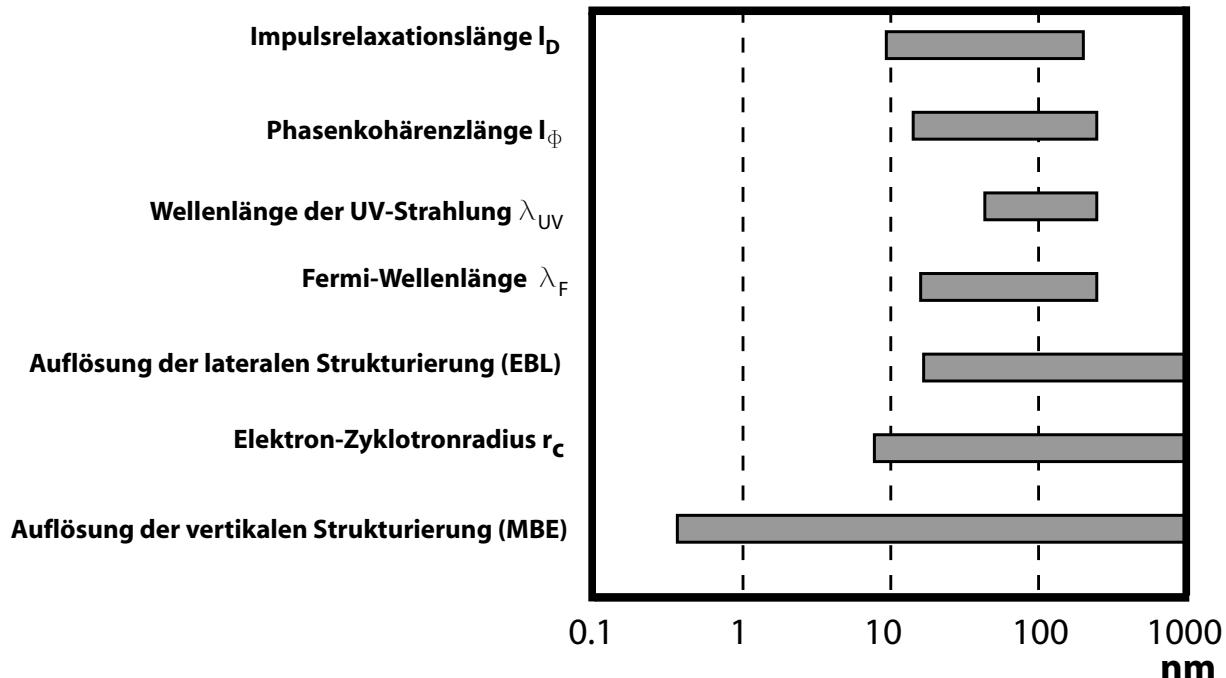
In Abb. 2.1 sind Größenordnungen wichtiger charakteristischer Längen niedrigdimensionaler Elektronensysteme auf GaAs/(Al,Ga)As-Basis logarithmisch aufgetragen. Zum einen sind hier Längen dargestellt, die ihren Ursprung in den Herstellungsmethoden von lateralen und vertikalen Kleinststrukturen wie EBL und MBE haben, zum anderen Längenskalen physikalischen Ursprungs, wie z.B. Impulsrelaxationslänge oder Zyklotronradien von Elektronen.

Entscheidend für die räumliche Einschränkung von Elektronen ist die *Fermi-Wellenlänge*  $\lambda_F$ . Schließt man Elektronen in einer Raumrichtung kleiner als die Fermi-Wellenlänge  $\lambda_F = \frac{\hbar}{\sqrt{2mE_F}}$  ein, so kann bei tiefen Temperaturen eine ausschließliche Besetzung des Grundzustandes in dieser Richtung erreicht werden (zweidimensionales Elektronengas). Eine weitere Reduktion der Dimensionalität führt in entsprechender Weise zu

---

<sup>\*</sup>engl.: Electron Beam Lithography, EBL

<sup>†</sup>engl.: Molecular Beam Epitaxy, MBE



**Abbildung 2.1:** Logarithmische Darstellung verschiedener Längenskalen.

Quantendrähten (1D) und Quantenpunkten (0D).

Aus Abb. 2.1 ist zu entnehmen, dass die Fermi-Wellenlänge  $\lambda_F$  eines Halbleiters, die von der Elektronendichte des Systems abhängt, Werte zwischen 25 und 120 nm annehmen kann. Die experimentelle Herausforderung besteht darin Methoden zu entwickeln, mit denen es möglich ist Elektronen in allen Raumrichtungen einzuschränken.

Den vertikalen Einschluss erreicht man durch das Aufwachsen halbleitender Materialien mit unterschiedlichen Bandlücken. So ist es möglich, durch das versetzungsfreie Wachsen einer speziellen Schichtfolge (Heterostruktur) die Elektronen in Wachstumsrichtung räumlich einzuschränken. Die intrinsischen Eigenschaften (z.B. Elektronenflächendichte  $N_{2D}$  und Beweglichkeit  $\mu$ ) eines solchen 2DEGs (zweidimensionales Elektronengas) können über die Schichtfolge oder die Einstellung verschiedener Parameter während des Wachstums erreicht werden.

Ein solches 2DEG ist Basis für die weitere laterale Einschnürung der Elektronen.

Die Einschränkung in den verbliebenen Raumdimensionen erreicht man mit unterschiedlichen Methoden. Zum einen ist das Ätzen von Leitfähigkeitskanälen [5], [6], zum anderen die von Thornton *et al.* [7], [8] entwickelte *Split-Gate-Technik* zu erwähnen. Hierbei werden laterale Metallelektroden (Gateelektrode) auf die Probenoberfläche aufgedampft. Durch das Anlegen einer negativen Spannung zwischen 2DEG und Elektrode werden die Elektronen unter dem Gate verdrängt. Mit dieser Methode ist es möglich, dem 2DEG definierte laterale Strukturen aufzuzwingen. (vgl. Abb. 2.1, Ausmaße mit

EBL geschriebenen Strukturen)

Bei Transportmessungen an so hergestellten eindimensionalen Leitfähigkeitskanälen spielen im Hinblick auf die elektrischen Eigenschaften weitere charakteristische Längen eine entscheidende Rolle.

Die *Phasenkohärenzlänge*  $l_\phi$ , die stark von den intrinsischen Eigenschaften des 2DEGs und der Temperatur abhängt, beschreibt die zurückgelegte Länge eines Ladungsträgers zwischen zwei Stößen, bei denen die Phaseninformation des Wellenpakets, das das Elektron beschreibt, verloren geht.

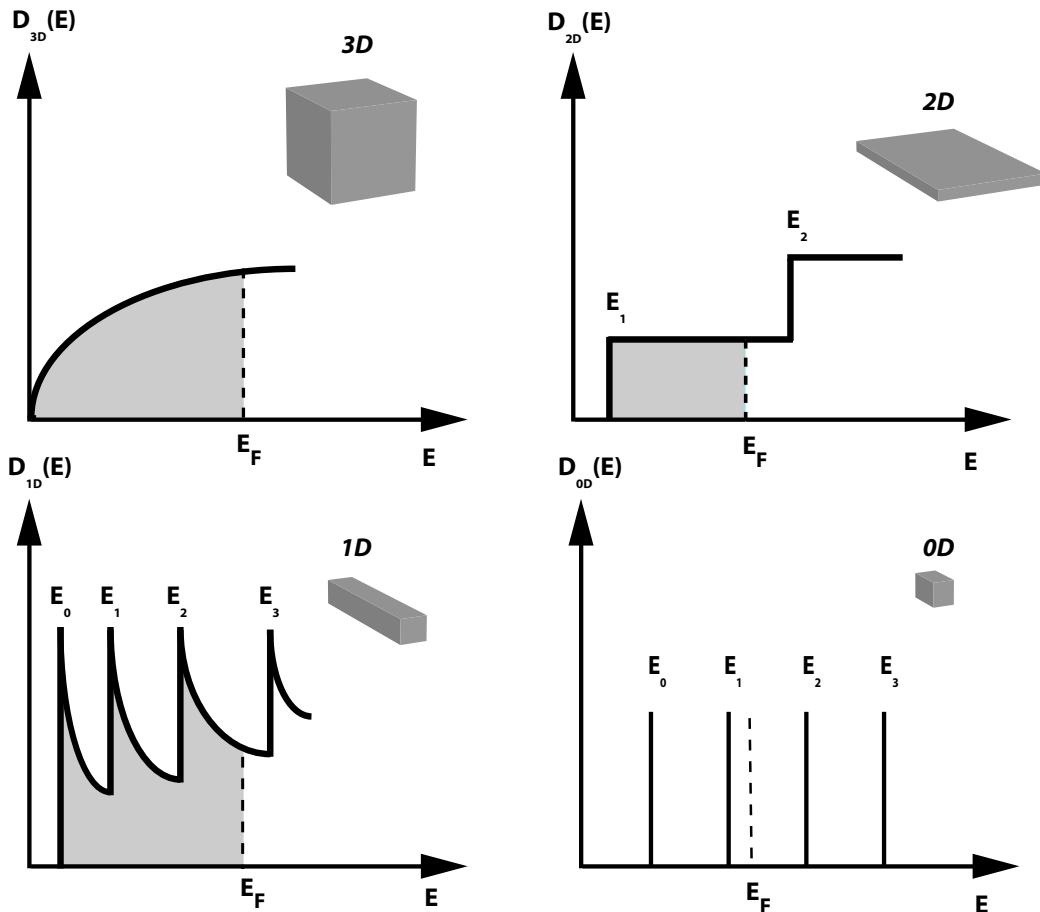
Ist  $l_\phi$  kleiner als die Impulsrelaxationslänge  $l_D$  (Länge zwischen zwei elastischen Streuungen) und den Ausmaßen des Leitfähigkeitskanals  $W$ (eite),  $B$ (reite), spricht man von diffusiven Transport.

Ist  $l_\phi$  größer als  $l_D$ ,  $W$  und  $B$  befindet man sich im ballistischen Regime. Die elektrischen Eigenschaften und Unterschiede zwischen diffusivem und ballistischem Transport werden im jeweiligen Unterkapitel erläutert.

Eine weitere wichtige physikalische Größe zur Beschreibung elektronischer Systeme ist die (dimensionsabhängige) elektronische Zustandsdichte<sup>‡</sup>. Die Herleitung der Anzahl der Zustände pro Energieintervall in den verschiedenen Dimensionen findet sich etwa in [9] und es werden in dieser Arbeit nur die grafischen Ergebnisse gezeigt, welche in Abb. 2.2 dargestellt sind.

---

<sup>‡</sup>Anzahl von Zustände in einem bestimmtes Energieintervall



**Abbildung 2.2:** Qualitativer Verlauf der Zustandsdichte für verschiedene Dimensionen eines Elektronensystems. Im dreidimensionalen Fall besitzt die Zustandsdichte eine wurzelförmige Abhängigkeit der Energie. In zwei Dimensionen bilden sich Subbänder aus, die nacheinander besetzt werden. Somit zeigt sich eine Stufenform in der Energieabhängigkeit der Zustandsdichte. Schränkt man die freie Bewegung der Ladungsträger weiter ein, so besitzt die Zustandsdichte für jedes Subband eine inverse Wurzelabhängigkeit. Im nulldimensionalen Fall schließlich bilden sich einzelne quantisierte Energieniveaus heraus. Die Dispersion hat dann die Form hintereinander folgender Deltafunktionen.

## 2.1.1 Nulldimensionale Elektronensysteme - Quantenpunkte

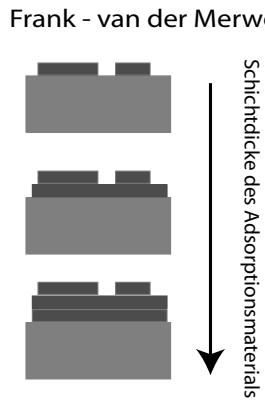
Quantenpunkte sind quasi-nulldimensionale Elektroneninseln, d.h. die Elektronen sind in ihrer freien Bewegung in allen drei Raumrichtungen eingeschränkt und können nur definierte Energieniveaus einnehmen. Damit haben Quantenpunkte in vieler Hinsicht atomaren Charakter, aus diesem Grund nennt man sie auch *künstliche Atome*.

Quantenpunkte lassen sich auf verschiedene Weise herstellen. Eine Möglichkeit ist die Einschränkung eines 2DEGs in den lateralen Bewegungsrichtungen durch Verarmungsgates [12], [13] oder durch Ätzen [10], [11]. Mit diesen Methoden ist es gelungen, einzelne Elektronen im Quantenpunkt zu untersuchen. Die Herstellung solcher Strukturen ist jedoch sehr schwierig und zeitintensiv. Eine andere Methode nutzt die Selbstorganisation beim Aufwachsen zweier verschiedener Materialien und wird im folgenden Kapitel erläutert [14].

### Selbstorganisierte Herstellung von Quantenpunkten

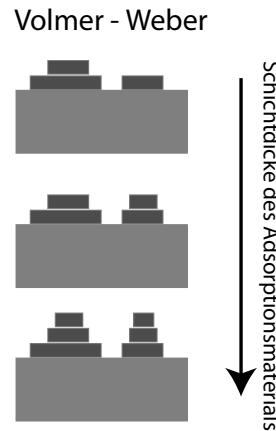
In dieser Arbeit werden Proben untersucht, die eine Schicht InAs-Quantenpunkte enthalten. Diese Quantenpunkte werden nicht lithografisch definiert, sondern entstehen in einem selbstorganisierten Prozess beim Aufwachsen zweier unterschiedlicher halbleitender Materialien. Der Wachstumsmodus wird durch die Oberflächen- und Grenzflächenenergien und bei Materialien mit unterschiedlichen Gitterkonstanten zusätzlich durch Verspannungseffekte bestimmt. Man unterscheidet dabei die folgenden drei Wachstumsmodi:

- **Frank-van der Merwe Wachstum:** Die aufwachsende Schicht bedeckt die komplette Oberfläche des Substrats und wächst in epitaktisch geschlossenen, zweidimensionalen Schichten (Beispiel: GaAs auf  $\text{Al}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}$ ) [15]. Die untere Abbildung zeigt das Substrat mit unterschiedlichen Schichtdicken des Adsorptionsmaterials.

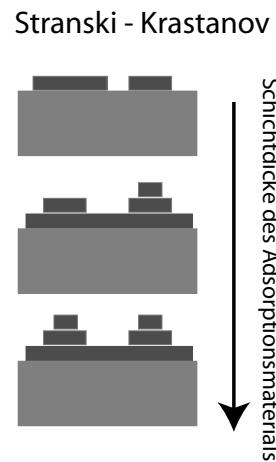


- **Volmer-Weber Wachstum:** Bei diesem Wachstumsmodus wird die Substratoberfläche nicht vollständig mit dem abgeschiedenen Material bedeckt, sondern es ent-

stehen dreidimensionale Inseln direkt auf der ursprünglichen Oberfläche. Dieses Wachstum bezeichnet man auch als 3D-Wachstum [16].



- **Stranski-Krastanov Wachstum:** Dieser Wachstumsmodus ist eine Mischung aus den beiden anderen Wachstumsmodi. So bildet sich zunächst eine zweidimensionale Schicht im Lagenwachstum (Frank-van der Merwe Wachstum) aus, die die ursprüngliche Oberfläche komplett abdeckt (sogenannte Benetzungsschicht). Ab einer kritischen Schichtdicke ( $d_{krit} \approx 1.5$  ML bei InAs auf GaAs) setzt dreidimensionales Inselwachstum (Volmer-Weber Wachstum) ein. Diese Art des Wachstums ist z.B. beim Abscheiden von InAs auf GaAs aufgrund einer Gitterfehlانpassung von 7% zu beobachten und führt unter geeigneten Wachstumsbedingungen zu defektfreien InAs-Inseln sehr homogener Form und Größe (typischerweise: lateraler Durchmesser: 20 nm, Höhe: 5 nm) [17].



Es ist jedoch davon auszugehen, dass die Quantenpunkte nicht vollständig aus reinem Indiumarsenid bestehen, da während des Wachstums, das bei hohen Temperaturen

( $T=500\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) durchgeführt wird, GaAs in das InAs diffundieren kann. Dies wurde von Kegel et al. [18] experimentell bestätigt.

Diese verschiedenen Wachstumsmodi können mit dem Youngschen Gesetz, welches eine (Grenzflächen-)Energienbilanz aufstellt, quantitativ erfasst werden. Die Youngsche Relation lautet im thermodynamischen Gleichgewicht wie folgt:

$$\sigma_{13} = \sigma_{12} + \sigma_{23} \cdot \cos \phi, \quad (2.1)$$

wobei  $\sigma_{xx}$  die Beträge der Grenzflächenkräfte (abhängig von den beiden jeweiligen Materialien) darstellen, welche in Abb. 2.3 gezeigt sind. Tritt der erste Fall ein, dass gilt

$$|\sigma_{13} - \sigma_{12}| \geq \sigma_{23},$$

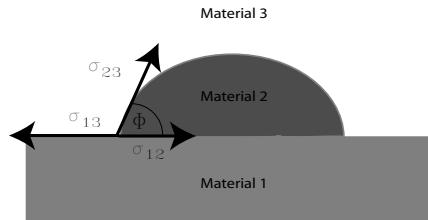
so wachsen die Materialien 1,2 und 3 nach dem Frank-van der Merwe-Modus auf ( $\phi = 0 \rightarrow$  Lagenwachstum).

Aus dem zweiten möglichen Fall

$$|\sigma_{13} - \sigma_{12}| < \sigma_{23}$$

folgt ein endlich großer Winkel  $\phi$ , so dass bei diesem Grenzflächenkräfte-Verhältnis das Volmer-Weber-Wachstum resultiert.

Material 1 und 3 stellen in der untersuchten Probe GaAs und Material 2 InAs dar.



**Abbildung 2.3:** Schematischer Quantenpunkt im Profil mit den Grenzflächenkräften der Materialien 1,2 und 3.

### Elektronische Beschreibung von Quantenpunkten

Aufgrund der im Vergleich zu GaAs kleineren Bandlücke stellen die InAs-Inseln in der GaAs-Umgebung ein effektives Einschlusspotenzial dar. Aufgrund der Geometrie der zu untersuchenden Quantenpunkte (laterale Ausdehnung ist ungefähr vier mal größer als in z-Richtung), ist die Einschränkung<sup>§</sup> der elektronischen Wellenfunktion in z-Richtung und damit auch ihre Quantisierung stärker als die in lateraler Raumrichtung. Aufgrund der unterschiedlichen Größenordnung der Quantisierungsenergien ist die Wellenfunktion separierbar. Zahlreiche experimentelle und theoretische Untersuchungen der elektronischen Charakterisierung von Quantenpunkten zeigen, dass das

<sup>§</sup>engl.:Confinement

laterale Einschlusspotenzial in guter Näherung im Rahmen eines parabolischen Modells beschrieben werden kann ([53], [35], [20]).

Die Schrödinger-Gleichung, welche die Trajektorie eines Elektrons in einem parabolischen (2D) Potenzial und angelegtem Magnetfeld beschreibt, lautet<sup>¶</sup>:

$$\underbrace{\left( \frac{1}{2m^*}(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 + \frac{1}{2}m^*\omega_0^2(x^2 + y^2) \right)}_{\mathcal{H}} \Psi = E\Psi. \quad (2.2)$$

Die Randbedingungen sind hierbei sowohl ein *isotropes* Einschlusspotenzial in der lateralen Ebene mit der Kreisfrequenz  $\omega_0$ , als auch eine *isotrope* und *konstante* effektive Masse  $m^*$ .  $\mathbf{A}$  ist das zum schichtsenkrechten Magnetfeld  $\mathbf{B} = (0, 0, B) = B_\perp$  gehörende Vektorpotenzial und stellt zudem den zusätzlichen Feldimpuls dar ( $\mathbf{p}$  ist der kanonische Impuls des zu beschreibenden Elektrons).

Unter der Verwendung der symmetrischen Eichung mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -yB \\ xB \\ 0 \end{pmatrix}$$

kann der Hamilton-Operator  $\mathcal{H}$  in folgender Weise umgeschrieben werden:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m^*}(p_x^2 + p_y^2) + \frac{1}{2}m^* \underbrace{(\omega_0^2 + \frac{e^2B^2}{4m^{*2}})(x^2 + y^2)}_{\Omega^2} + \frac{eB}{2m^*} \underbrace{(xp_y - yp_x)}_{L_z} \quad (2.3)$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2m^*}(p_x^2 + p_y^2)}_{\text{kin. Anteil}} + \underbrace{\frac{1}{2}m^*\Omega^2(x^2 + y^2)}_{\text{el. und magn. Einschluss}} + \underbrace{\frac{\omega_c}{2}\mathbf{L}_z}_{\text{Zeeman-Aufspaltung}} \quad (2.4)$$

$$= \mathcal{H}_{xy} + \frac{\omega_c}{2}\mathbf{L}_z. \quad (2.5)$$

Aus dieser modifizierten Gleichung ist schnell ersichtlich, dass sich beim Einschalten eines Magnetfeldes  $B_\perp$  die charakteristische Kreisfrequenz des Systems ändert:

$$\omega_0 \rightarrow \Omega = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}}$$

Außerdem führt das Magnetfeld zu einer Zeeman-Aufspaltung. Hierbei sind  $\mathbf{L}_z$  der (orbitale) Drehimpulsoperator in z-Richtung und  $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$  die Zyklotronfrequenz des Elektrons.

Die Energieeigenwerte zu dem Hamiltonoperator eines parabolischen Einschlusspotenzial mit angelegtem Magnetfeld sind erstmals von Fock und Darwin ([21], [22]) be-

---

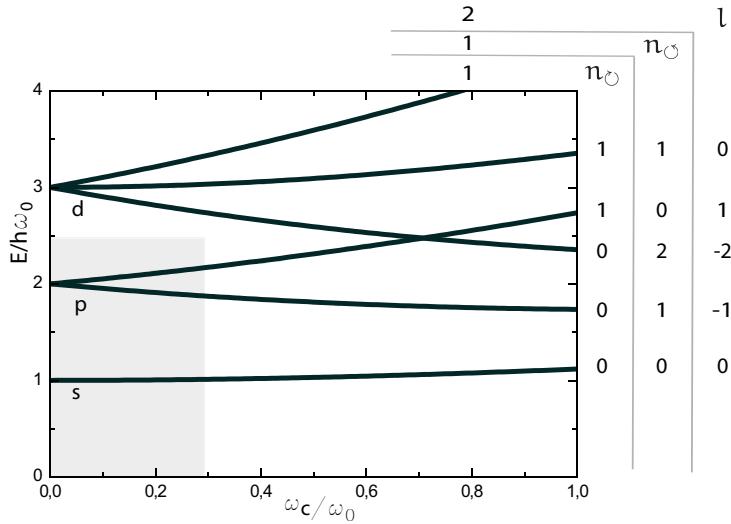
<sup>¶</sup>Elektronenspin wird hier vernachlässigt, da Landé'scher g-Faktor in diesem speziellen Fall sehr klein ist (siehe [23]).

rechnet worden und lauten:

$$E_{N,m} = (N + 1)\hbar\Omega + lh\frac{\omega_c}{2}, \quad (2.6)$$

wobei sich  $N = n_\circ + n_\circ$  und  $l = n_\circ - n_\circ$  eindeutig aus den zirkularen Quantenzahlen beschreiben lassen [24].

Die berechnete Energiedispersion der Eigenwerte eines parabolischen Potenzials in Abhängigkeit eines Magnetfeldes ist in Abbildung 2.4 gezeigt. Der Entartungsgrad der Zu-



**Abbildung 2.4:** Eigenwerte des harmonischen Oszillators im Magnetfeld mit ihren Quantenzahlen (Fock-Darwin Zustände). Das grauschiattierte Gebiet deutet den experimentell erreichbaren Bereich an. In Analogie zur Atomphysik bezeichnet man die Zustände als s-, p- und d-artig

stände beträgt  $2(N + 1)$ . Die Entartung wird im Magnetfeld durch den Zeeman-Anteil, (siehe Gleichung 2.6) aufgehoben.

Die Wellenfunktionen  $\Psi$ , welche die Gleichung 2.5 lösen, lassen sich aus dem Produkt des Hermite-Polynoms  $H_n(x,y)$  und einer ebenen Welle bilden. In den Gleichungen 2.7 bis 2.9 sind diese Wellenfunktionen  $\Psi_n(x,y)$  in kartesischen Koordinaten für  $n=1,2$  und 3 gezeigt.

$$\Psi_1(x,y) = \frac{1}{\sqrt{\pi l_0^2}} e^{-(x^2+y^2)/2l_0^2} \quad (2.7)$$

Dieser Ausdruck ist die Wellenfunktion des Grundzustandes und wird als s-Niveau bezeichnet. Hierbei ist  $l_0$  die charakteristische Länge, die die Ausdehnung der Wellenfunktion angibt. Für  $n=2$  existieren zwei verschiedene gleichberechtigte Wellenfunktionen, welche identische Symmetrie besitzen und senkrecht zueinander stehen. Diese beiden

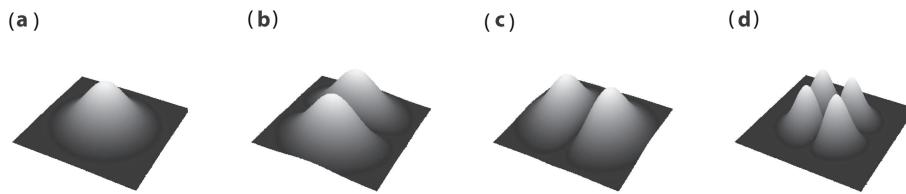
Wellenfunktionen identifiziert man mit den p-Niveaus:

$$\Psi_2(x, y) = \frac{2}{\sqrt{2\pi l_0^2}} x e^{-(x^2+y^2)/2l_0^2} \quad \vee \quad \Psi_2(x, y) = \frac{2}{\sqrt{2\pi l_0^2}} y e^{-(x^2+y^2)/2l_0^2}. \quad (2.8)$$

Die höherenergetische d-artige Wellenfunktion lautet:

$$\Psi_3(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi l_0^3}} 2xy e^{-(x^2+y^2)/2l_0^2}. \quad (2.9)$$

Das Betragsquadrat dieser Wellenfunktionen und damit die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der Elektronen in den einzelnen Zuständen sind in Abb. 2.5 grafisch dargestellt. Diese Wellenfunktionen enthalten alle Informationen des Quantensystems und sind für das Verständnis solcher sehr wertvoll. In den letzten Jahren ist es mittels Magneto-Kapazitätsspektroskopie gelungen, solche Wellenfunktionen experimentell abzubilden ([25], [26], [27]).



**Abbildung 2.5:** Darstellung der Elektronen-Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der verschiedenen Zustände eines harmonischen Oszillators.

(a): s-, (b) & (c): p-, (d): d-artiges Quadratsprodukt der Wellenfunktionen  $\Psi_n(x, y)$ .

## Ladeprozess von Quantenpunkten

Bisher wurden Grundzustandsenergien der Elektronen im Quantenpunkt im *Einteilchenbild* betrachtet. Im Folgenden wird nun die Elektron-Elektron Wechselwirkung diskutiert und versucht, diesen Beitrag in einem Modell quantitativ zu erfassen.

Elektronen besitzen eine negative Ladung und werden daher von einem elektrischen Feld umgeben. Kommt nun ein weiteres Elektron hinzu, so wird dieses mit einer bestimmten Kraft (Coulombkraft) abgestoßen. Dieser abstoßende Coulombbeitrag, der von der Anzahl der Elektronen im Quantenpunkt abhängt, muss überwunden werden, damit ein weiteres Elektron in den Quantenpunkt geladen werden kann (Coulomb-Blockade). Das *Constant-Interaction Model* beschreibt diesen Beitrag, indem es davon ausgeht, dass jedes in den Quantenpunkt hinzugefügte Elektronpaar einen konstanten Coulombbeitrag  $E_c$  zur Gesamtenergie hinzufügt, unabhängig vom bisherigen Ladungszustand ([28], [29]). Zudem werden die verschiedenen Energieanteile (Quantisierungenergie und Wechselwirkungsenergien) völlig getrennt voneinander behandelt, so dass die Gesamtenergie eines Elektronenensembles in einem Quantenpunkt im *CI-Model* beträgt:

$$E(N) = \sum_{i=0}^N E_i + \frac{N(N+1)}{2} E_c. \quad (2.10)$$

Hierbei ist  $N$  die Gesamtelektronenzahl und  $E_i$  die Quantisierungenergie eines einzelnen Elektrons. Die Coulomb-Blockade lässt sich mit der **Kapazitätsspektroskopie**, die in Kapitel 3 noch eingehend diskutiert wird, experimentell bestimmen. Diese Spektroskopiemethode wird an einer Kondensatorstruktur durchgeführt und zeichnet sich dadurch aus, dass Elektronen kontrolliert in eine Quantenschicht (z.B. Quantenpunkte) geladen werden können.

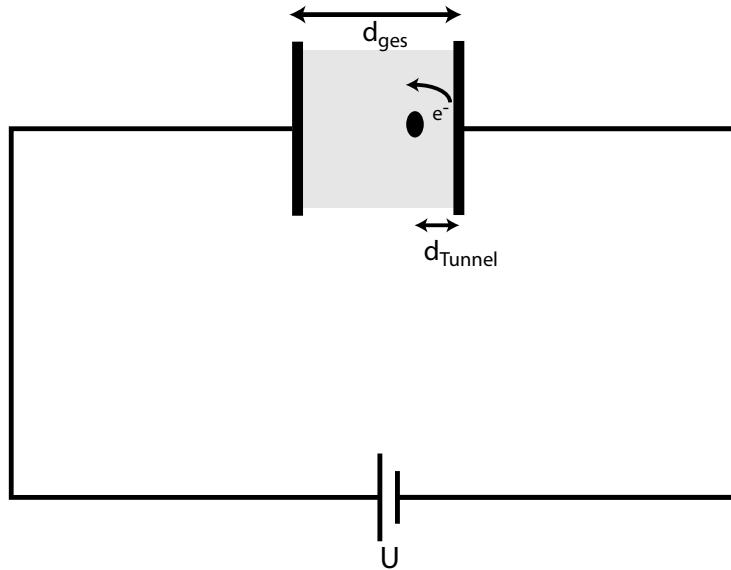
Der Quantenpunkt mit der Eigenkapazität  $C_{QP}$  und der Ladung  $Q_{QP}=Ne$  ist zwischen den Elektroden eines Plattenkondensators eingebettet und über einen Tunnelwiderstand mit einer Platte verbunden (siehe Abbildung 2.6). Wird die Spannung  $U$  am Plattenkondensator erhöht, so tunnelt ein Elektron von der näheren Kondensatorplatte in den Quantenpunkt, dessen Ladungszustand sich dadurch ändert.

Die Gesamtenergie  $E$  eines Quantenpunkt beträgt bei einer angelegten Spannung  $U$ :

$$E = \underbrace{\frac{Q_{QP}^2}{2C_{QP}}}_{\text{kapazitiver Anteil des QP}} + \underbrace{\frac{d_{\text{Tunnel}}}{d_{\text{ges}}} eU}_{\text{Anteil der Ladung } Q_{QP} \text{ im el. Feld}}, \quad (2.11)$$

wobei  $\lambda = \frac{d_{\text{ges}}}{d_{\text{Tunnel}}}$  als Hebelarm bezeichnet wird.

Nun betrachten wir ein nulldimensionales Quantensystem, das so klein ist, dass die Ladung auf den Quantenpunkten nicht mehr als kontinuierlich angenommen werden darf, sondern berücksichtigt werden muss, dass die Ladung quantisiert ist ( $Q=Ne$ ).



**Abbildung 2.6:** Ersatzschaltbild zur Erklärung der Coulomb-Blockade.

Es folgt also für die Ladung im Quantenpunkt, dass sie ein ganzzahliges Vielfaches N der Elementarladung sein muss:

$$Q_{QP} = \lambda C_{QP} U = Ne \Leftrightarrow U = \frac{Ne}{\lambda C_{QP}}. \quad (2.12)$$

Weitere Elektronen können nur dann in den Quantenpunkt tunneln, wenn die Gesamtenergie von N und N+1 Elektronen gleich ist. Daraus lässt sich die Spannungsdifferenz zwischen zwei Ladevorgängen ableiten:

$$\Delta U = U(N+1) - U(N) \quad (2.13)$$

$$= \frac{e}{\lambda C_{QP}}. \quad (2.14)$$

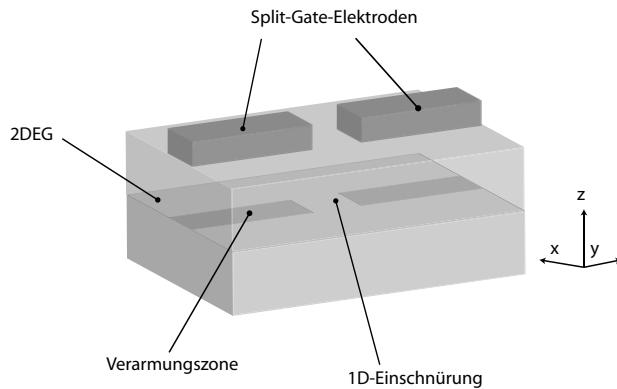
Und für die Energiedifferenz zwischen zwei Ladevorgängen folgt (unter Vernachlässigung des Bildladungsanteils):

$$\Delta E = \lambda e \Delta U = \frac{e^2}{C_{QP}}, \quad (2.15)$$

welches die Coulomb-Blockade Energie darstellt.

## 2.1.2 Eindimensionale Elektronensysteme

Im Folgenden werden die elektronischen Eigenschaften eines eindimensionalen Elektronensystems diskutiert. Charakteristisch für ein solches System ist die Einschränkung der Elektronen in zwei Raumdimensionen und die Möglichkeit der freien Bewegung in der verbliebenen Raumrichtung (Quantendraht). Die möglichen Methoden der Herstellung dieser Elektronensysteme unterscheiden sich stark voneinander. Zum einen ist es möglich, einen eindimensionalen Leitfähigkeitskanal aus einem zweidimensionalen Elektronengas zu ätzen [6], zum anderen wurde von Thornton *et al.* [7] eine Methode entwickelt, die auf dem Feldeffekt beruht und erlaubt, das zweidimensionale Elektronengas unter aufgedampften Metallelektroden zu verarmen. Mit dieser Technik ist es möglich, beliebige laterale Strukturen im 2DEG zu erzeugen (siehe Abbildung 2.7). Um



**Abbildung 2.7:** 1D-Leitfähigkeitskanal durch Split-Gate-Technik. Durch Anlegen einer Spannung  $U$  werden über den Feldeffekt die Elektronen im 2DEG verdrängt.

die Energiezustände eines eindimensionalen Elektronensystems zu beschreiben, muss die Schrödinger-Gleichung gelöst werden. Man geht in diesem Fall von einem, näherungsweise parabolischen, Potenzial in einer Dimension aus. Aus Abb. 2.7 wird ersichtlich, dass sich die Elektronen des 2DEGs im Bereich der 1D-Einschnürung nur in einer der beiden lateralen Raumrichtungen frei bewegen können [30]. Die Elektronenbewegung in  $y$ -Richtung ist in diesem Fall durch das „elektrostatische Messer“ der Split-Gate-Elektroden harmonisch eingeschränkt. Im Inneren der Einschnürung lautet die Schrödinger-Gleichung:

$$\left( \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + V(y) \right) \Psi = E_y \Psi \quad (2.16)$$

$$\left( \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 y^2 \right) \Psi = E_y \Psi. \quad (2.17)$$

Hierbei sind  $\mathbf{p}$  der kanonische Impuls,  $m^*$  die konstante effektive Masse und  $\omega_0$  die charakteristische Eigenfrequenz des Elektrons. Mit dem Ansatz der harmonischen Wel-

lenfunktionen erhält man folgende Eigenwerte:

$$E_y = E_x + \hbar\omega_0(n + \frac{1}{2}) + E_z \quad \text{mit} \quad E_x = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*}. \quad (2.18)$$

Hierbei stellt  $E_z$  die Quantisierungsenergie in z-Richtung dar (siehe Kapitel 2.1.3). Berücksichtigt man noch ein Magnetfeld, welches senkrecht zum 2DEG angelegt ist, so muss die Schrödinger-Gleichung (Gleichung 2.17) mit dem zusätzlichen Feldimpuls  $\mathbf{A}$  modifiziert werden [31]

$$\left( \frac{(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2}{2m^*} + \frac{1}{2}m^*\omega_0^2 y^2 \right) \Psi = E\Psi. \quad (2.19)$$

Diese Gleichung kann mit der Landau-Eichung  $\mathbf{A} = (By, 0, 0)$  umgeschrieben werden und man erhält die Eigenwerte

$$E_y = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} \left( \frac{\omega_0}{\omega_{c,0}} \right)^2 + \hbar\omega_{c,0}(n + \frac{1}{2}) + E_z \quad \text{mit} \quad \omega_{c,0} = \sqrt{\omega_c^2 + \omega_0^2}, \quad (2.20)$$

mit  $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$  als Zyklotronfrequenz des Elektrons und  $n \in \mathbb{N}$ . Aus dieser Formel folgt, dass sich auch im 1D-Fall die Eigenfrequenz des Systems mit angelegtem Magnetfeld ändert. Einen weiteren Einfluss hat das Magnetfeld auf die effektive Masse der Ladungsträger. Die effektive Masse ohne Magnetfeld  $m^*$  transformiert sich bei Anlegen eines Magnetfeldes zu

$$m^* \rightarrow m_{\text{eff}} = m^* \frac{\omega_{c,0}^2}{\omega_0^2}.$$

Im Folgenden wird die Frage beantwortet, wieviel jedes 1D-Subband zum Gesamtstrom beiträgt.

Die Stromgleichung im Fall des eindimensionalen Elektronentransports bei angelegter Spannung  $U$  lautet [30]

$$I_{1D} = 2e \int_{E_F}^{E_F + eU} D_{1D}(E) v_{1D}(E) dE. \quad (2.21)$$

$D_{1D} = \frac{dN_{1D}}{dE} \|$  stellt die Zustandsdichte im eindimensionalen Fall dar, deren Verlauf in Abb. 2.2 zu sehen ist (der Faktor 2 berücksichtigt die Spinentartung)

$$D_{1D} = \frac{1}{\pi\hbar} \sqrt{\frac{2m^*}{E}} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\partial E}{\partial k} \right)^{-1},$$

---

<sup>||</sup> $dN_{1D}$  ist die Anzahl der Zustände im Energieintervall  $dE$  im eindimensionalen Fall.

und  $v_{1D}$  ist die 1D-Gruppengeschwindigkeit.

$$v_{1D} = \frac{1}{\pi} \frac{\partial E}{\partial k}.$$

Setzt man die eindimensionale Zustandsdichte und Gruppengeschwindigkeit in Gleichung 2.21 ein so erhält man

$$I_{1D} = \frac{2e}{h} eU \quad (2.22)$$

$$\Leftrightarrow \frac{I_{1D}}{U} = G = \frac{2e^2}{h} \quad (2.23)$$

Der Strom wird also gleichmäßig über die Subbänder verteilt und jede einzelne Subbandmode trägt  $\frac{2e^2}{h}$  zum Gesamtleitwert  $G$  bei. Für  $N$  besetzte 1D-Subbänder ist der Leitwert eines 1D-Kanal gegeben durch

$$G_N = N \frac{2e^2}{h} \quad \text{mit} \quad N = \frac{2b}{\lambda_F}, \quad (2.24)$$

wobei  $b$  die effektive Breite des 1D-Kanals darstellt.

Mitte des 20sten Jahrhunderts wurde dann ein sehr leistungsfähiges theoretisches Modell erarbeitet [32] und experimentell untersucht, welches die Leitfähigkeit als Streuproblem beschreibt. Dieser **Landauer-Büttiker Formalismus** verallgemeinert das oben betrachtete Problem auf ein System mit verschiedenen 1D-Moden. Man erhält für die Lösung dieses Problems eine ähnliche Gesetzmäßigkeit:

$$G = \left( \frac{2e^2}{h} \right) \sum_{m,n=1}^N |t_{m,n}|^2. \quad (2.25)$$

Hierbei ist  $|t_{m,n}|^2$  der Transmissionskoeffizient von Mode  $m$  nach Mode  $n$ .

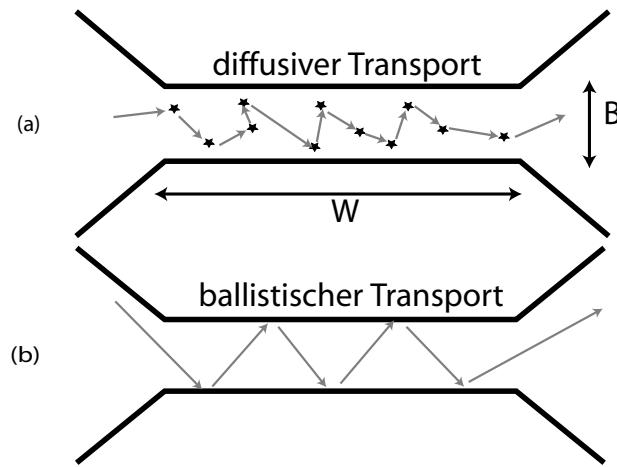
Gleichung 2.25 impliziert schon, dass sich das eindimensionale Transportverhalten nicht immer so verhält wie im idealen semi-klassischen Fall beschrieben. Der Leitwert  $G = N \frac{2e^2}{h}$  stellt im Landauer-Büttiker-Formalismus nur einen Spezialfall dar, wenn alle Transmissionskoeffizienten gleich eins sind. Dieser Spezialfall tritt auf, wenn eine endliche Temperatur vernachlässigt wird und damit angenommen wird, dass die Fermi-Dirac-Verteilungsfunktion eine Stufenfunktion ist (mit  $E_F$  als Abschneidewert). Zudem wurden die Elektron-Elektron Wechselwirkung und inelastische Stöße zwischen Elektronen und Störstellen nicht betrachtet.

Das 1D-Transportverhalten ist grob in zwei Grenzfälle zu unterteilen (siehe Abbildung 2.8).

- **diffusiver Transport:**  $l_\phi \ll l_D \ll W, B$ , d.h. Elektronen werden an Störstellen oft gestreut, so dass die Phasenkohärenzlänge  $l_\phi$  sehr viel größer ist als die Impulsre-

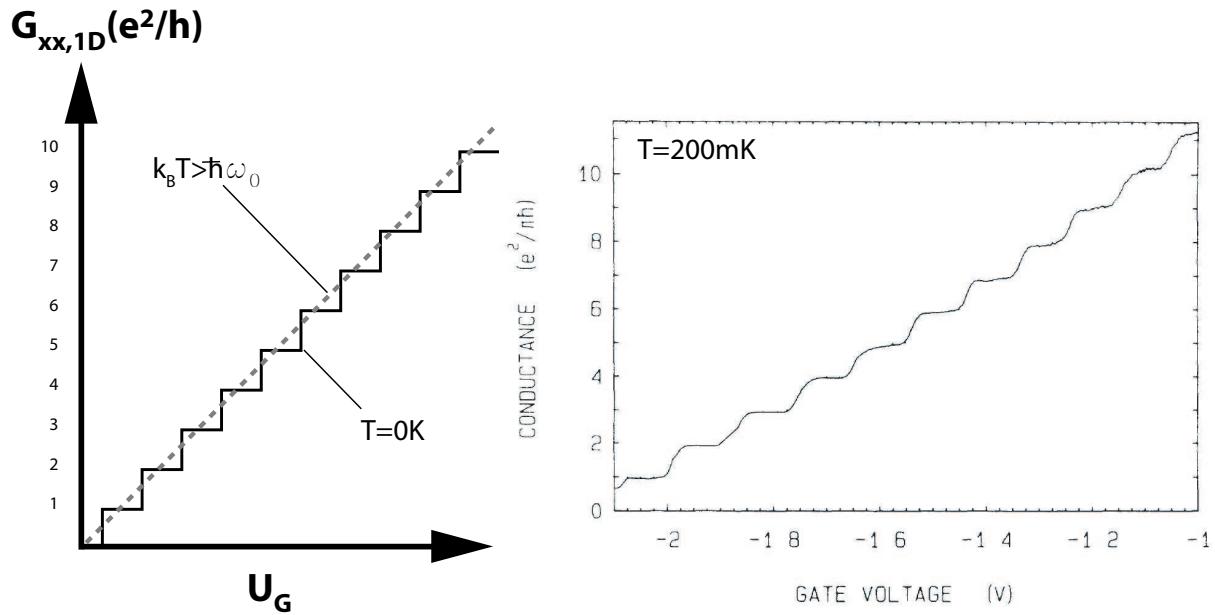
laxationslänge  $l_D$ . Nach jedem Stoß wird die Phase des Elektrons gelöscht.

- **ballistischer Transport:**  $W, B < l_D < l_\phi$  d.h. der Elektronentransport wird nur durch die Abgrenzungen des Kanals gestört. An den Außenwänden werden Elektronen elastisch gestreut. Die Phasenkohärenzlänge  $l_\phi$  ist größer als  $W, B$  und  $l_D$ . Dieser Elektronentransport ist auch dadurch gekennzeichnet, dass nicht mehr die inneren Materialeigenschaften des Kanals ausschlaggebend sind, sondern die Umrandung größeren Einfluss ausübt. Im Welle-Teilchen Dualismus dominiert in diesem Fall die (Materie-)Welleneigenschaft des Elektrons.



**Abbildung 2.8:** Schematische Darstellung von zwei verschiedenen Arten des 1D-Transports.

Wharam et al. und van Wees et al. ([33], [34]) konnten durch stetiges Einschnüren des 2DEGs den 1D-Kanal in der Breite nach und nach reduzieren und so die Quantisierung des Leitwerts zeigen (siehe Abb. 2.9).



**Abbildung 2.9:** Das linke Diagramm zeigt die theoretisch erwartete Leitwert-Stufenfunktion bei  $T=0\text{ K}$ . Das rechte Diagramm zeigt eine real gemessene Stufenfunktion bei ca.  $200\text{ mK}$  (*van Wees et al. [33]*). Die Stufen sind aufgrund endlicher Temperaturen abgerundet. Bei steigenden Temperaturen nimmt die Anzahl der Phononen zu, die mit den Elektronen streuen können. Die Phasenkohärenzlänge wird kürzer als die Breite und Länge des Leitfähigkeits-Kanals. Die Folge ist der Übergang von einer Stufenfunktion zu einer Geraden mit linearer Steigung für  $k_B T > \hbar\omega_0$ . (ballistischer Transport  $\rightarrow$  diffusiver Transport).

### 2.1.3 Zweidimensionale Elektronensysteme

Das *zweidimensionale Elektronengas* ist das technologisch wichtigste und meist untersuchte niederdimensionale Elektronensystem. 2DEGs besitzen große technische Bedeutung, da sie Grundlage vieler elektronischen Halbleiter-Bauelemente sind. Mittlerweile sind viele *grundlegende* Effekte entdeckt und weitestgehend geklärt worden, welche für das Verständnis solcher Elektronensysteme sehr wichtig sind. Als Beispiel ist hier der *Quanten-Hall-Effekt* zu nennen, für den bis zum gegenwärtigen Zeitpunkt zwei Nobelpreise vergeben worden sind ([36], [38]).

Von einem zweidimensionalem Elektronensystem spricht man, wenn die Elektronenbewegung in einer Raumdimension durch ein Einschlusspotential eingeschränkt ist (räumliche Eingrenzung im Größenbereich der Fermi-Wellenlänge), wohingegen die Bewegung in den anderen beiden Raumrichtungen frei ist.

In diesem Unterkapitel sollen nun die Herstellung und die elektrischen Eigenschaften des zweidimensionalen Elektronengases diskutiert werden.

#### Herstellung

Die ersten zweidimensionalen Elektronengase wurden in einem Si/SiO<sub>2</sub>-MOSFET (Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor) hergestellt, zeichneten sich aber bei tiefen Temperaturen durch eine relativ kleine Elektronen-Beweglichkeit aus. Der Grund hierfür ist die raue Grenzfläche zwischen dem kristallinen Silizium und amorphem Siliziumoxid, welches ein großes Störpotenzial bildet.

Im Vergleich zu den früheren MOSFETs auf Silizium-Basis, besitzen 2DEGs in einer Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As/GaAs-Heterostruktur \*\* ( $0 \leq X \leq 1$ ) eine bis zu 500mal bessere Tieftemperaturbeweglichkeit. Daher sind diese auf GaAs basierenden Heterostrukturen experimentell sehr interessant und von größter Popularität. Gründe für die hohe Beweglichkeit sind im Folgenden aufgeführt

- Die Grenzflächenrauigkeit ist minimal, aufgrund fast identischer Gitterkonstanten ( $a_{\text{GaAs}} = 5.6533 \text{ \AA}$ ,  $a_{\text{AlAs}} = 5.6611 \text{ \AA}$ )
- die effektive Elektronenmasse eines Elektrons  $m^*$  (Beweglichkeit  $\mu \propto \frac{1}{m^*}$ ) in GaAs ist sehr klein ( $m^* = 0.067 m_e$ ).

Weiterhin wird die Beweglichkeit durch eine räumliche Trennung der Elektronen von den ionisierten Dotieratomen erhöht (Modulationsdotierung [37], [38]).

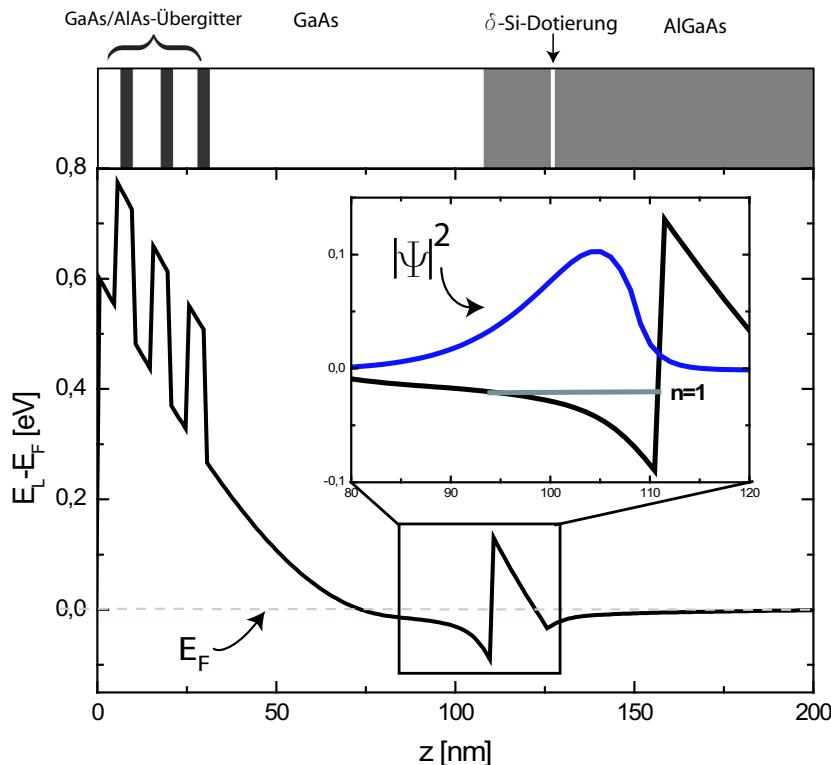
Das atomar genaue Wachstum verschiedener halbleitender Materialien basiert auf der Molekularstrahlepitaxie oder der metallorganischen Gasphasenepitaxie.

Mit diesen Methoden ist man in der Lage, den Bandkantenverlauf einer Probe nach eigenen Wünschen zu gestalten (*bandgap-engineering*). In Abbildung 2.10 ist der gerechnete Bandkantenverlauf einer auf GaAs/AlGaAs-basierenden Halbleiterheterostruktur

---

\*\*MISFET: Metal Insulator Semiconductor Field Effect Transistor

dargestellt. Das 2DEG bildet sich am Übergang von GaAs und  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  aus (der Al-



**Abbildung 2.10:** Leitungsbandkantenverlauf einer typischen GaAs/(AlGa)As-basierten HEMT-Struktur mit Ausbildung eines 2DEGs. In Höhe von ca. 100 nm innerhalb der Probe liegt das Leitungsband unterhalb der Fermi-Energie  $E_F$  und es entsteht ein dreieckförmiger Potenzialablauf. Das erste Niveau dieser Potenzialstruktur ist mit  $n=1$  gekennzeichnet. Schließlich ist noch die Elektronenaufenthaltswahrscheinlichkeit dargestellt, welche bis auf dem Bereich des Potenzialminimums vernachlässigbar klein ist.

Anteil in der untersuchten Heterostruktur liegt bei  $X=30\%$ ). Die (AlGa)As-Schicht besitzt gegenüber GaAs eine größere Bandlücke und dient deshalb als Isolator. Außerdem fungiert die (AlGa)As-Schicht als Abstandshalter\* für die  $\delta$ -Silizium Dotierung (1-2 Monolagen). Der AlGaAs-Abstandshalter ( $d=15 \text{ nm}$ ) trennt die Elektronen räumlich von den positiv geladenen Ionenrumpfen der Si-Donatoren, die als Coulombstreuer agieren. Si-Atome wirken in einer (AlGa)As-Matrix als Donatoren, welche energetisch durch das Wasserstoffmodell beschrieben werden können. Die Bindungsenergie des Valenzelektrons liegt bei wenigen meV, so dass sich die äußeren Elektronen bei Zimmertemperatur ( $k_B T_{300K}=25 \text{ meV}$ ) wie freie Ladungsträger verhalten und das energetisch günstigere Potenzialminimum suchen. Über die Si-Dotierkonzentration ist es direkt möglich, die Elektronendichte im 2DEG einzustellen, da das 2DEG nur die Elektronen aus der Dotierschicht als Ladungsträger bezieht.

\*engl. Spacer

## Elektronische Eigenschaften für B=0

Um das 2D-Elektronensystem elektronisch beschreiben zu können, muss die dem Problem angepasste zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung gelöst werden.  
Die Schrödinger-Gleichung lautet:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*}\Delta + V(z)\right)\Psi(x, y, z) = E\Psi(x, y, z). \quad (2.26)$$

Hierbei ist  $m^*$  die effektive Masse eines Elektrons in einer GaAs-Matrix an der Fermi-Kante. Durch Separation des z-Anteils<sup>†</sup> mit Hilfe des harmonischen Wellenansatzes

$$\Psi(x, y, z) = \Psi_n(z)e^{i(k_x x + k_y y)}$$

erhält man folgende Energieniveaus

$$E = E_{n,z} + \frac{\hbar^2}{2m^*}(k_x^2 + k_y^2) \quad \text{mit } n \in \mathbb{N}. \quad (2.27)$$

Die freie Bewegung in der x und y Richtung äußert sich darin, dass keine Beschränkungen der  $k_x$  und  $k_y$ -Werte existieren. Im Gegensatz dazu ist die Bewegung in z-Richtung quantisiert (Quantisierungsenergie  $E_{n,z}$ ), was zu Subbändern in Wachstumsrichtung führt. n stellt hier die Nummerierung der Subbänder dar. Für  $k_B T < \Delta E^\ddagger$  gilt näherungsweise, dass nur der Grundzustand ( $n=0$ ) besetzt ist. Aus den Energieniveaus ist nun leicht die zweidimensionale Zustandsdichte zu berechnen, wie etwa in [30] beschrieben.

Man erhält das Ergebnis, dass die 2D-Zustandsdichte energieabhängig ist und zwar in folgender Form

$$D_{2D}(E) = \frac{dN_{2D}}{dE} = \frac{g_s g_v m^*}{\pi \hbar^2}, \quad (2.28)$$

wobei die Valley-Entartung  $g_v$  bei GaAs den Wert 1 und die Spinentartung  $g_s$  den Wert 2 besitzen.  $N_{2D}$  stellt in diesem Zusammenhang die Flächendichte der Elektronen dar. Gehen wir vom allgemeinen Fall aus, welcher auch höherenergetische Subbänder in z-Richtung und eine endliche Temperatur berücksichtigt, muss Gl. 2.28 etwas modifiziert werden

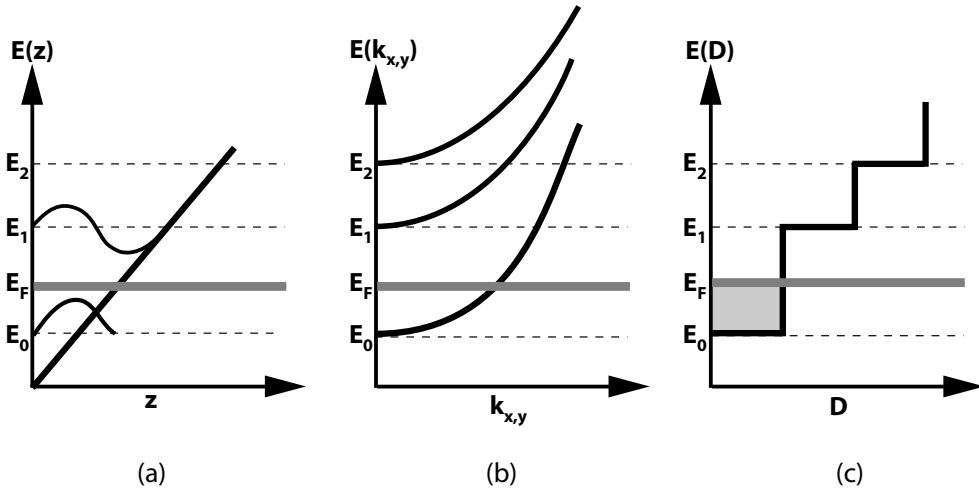
$$D(\mu) = \sum_{n=0}^N \Theta(\mu - E_{n,z}). \quad (2.29)$$

---

<sup>†</sup>Die Quantisierungsenergie in z-Richtung ist aufgrund der stark eingeschränkten Elektronenbewegung in dieser Richtung um Größenordnungen größer als in lateraler Richtung. Daher ist es möglich, die lateralen und vertikalen Wellenfunktionen zu separieren.

<sup>‡</sup>energetischer Abstand zweier Submoden

Hierbei ist  $\mu$  das chemische Potenzial. Es berücksichtigt die Fermi-Dirac-Verteilung der Besetzungswahrscheinlichkeiten bei endlichen Temperaturen.  $\Theta(E)$  stellt die Heaviside-Stufenfunktion und  $N$  die Anzahl der besetzten Subbänder  $E_{n,z}$  dar. Die Wellenfunktionen, die Submoden in Abhängigkeit der Wellenvektoren  $k_x$  und  $k_y$  und die Zustandsdichte eines zweidimensionalen Elektronensystems sind in Abb. 2.11 dargestellt. Um



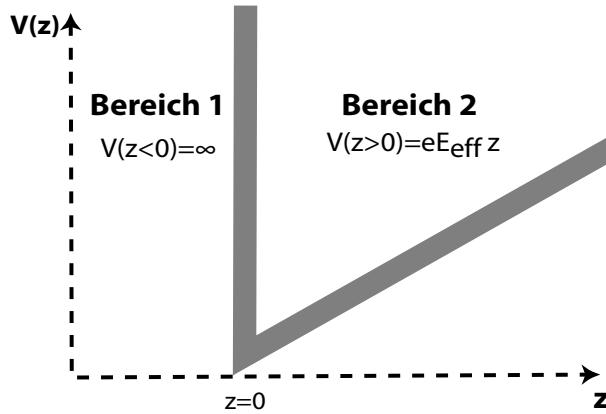
**Abbildung 2.11:** Abbildung (a) zeigt das dreiecksförmiges Potenzial, in welchem sich das 2DEG ausbildet, zusammen mit den verschiedenen Wellenfunktionen. Im Diagramm (b) ist die Energie in Abhängigkeit der Wellenvektoren  $k_x$  und  $k_y$  dargestellt und (c) illustriert schematisch die stufenförmige Zustandsfunktion des (quasi)-zweidimensionalen Elektronengas.

die Energieeigenwerte  $E_{n,z}$  bzw. die Wellenfunktionen des 2DEGs in Wachstumsrichtung zu berechnen, nähert man das reale 2DEG-Potenzial in der Umgebung der GaAs/(AlGa)As-Grenzfläche einem Dreieckspotenzial an, wie es in Abb. 2.12 schematisch gezeigt ist.

Um nun die Schrödingergleichung eines Dreieckspotenzial zu berechnen teilt man das Potenzial in zwei Regionen ([39], [40]). Im Bereich 1 ( $z < 0$ ) ist das Potenzial unendlich stark. Der zweite Bereich besitzt eine in Richtung positiver  $z$  eine lineare Steigung. Daraus folgt:

$$V(z) = \begin{cases} \infty & \text{für } z < 0 \\ eE_{\text{eff}}z & \text{für } z > 0. \end{cases} \quad (2.30)$$

Hierbei ist  $E_{\text{eff}}$  das eingebaute (*built-in*) anliegende elektrische Feld am GaAs/(AlGa)As-Übergang. Die Region mit einer unendlich hohen Potenzialwand besitzt keine bzw. triviale Lösungen, im Gegensatz zu  $z > 0$ . Die Schrödingergleichung für die  $z$ -Komponente



**Abbildung 2.12:** Um die Quantisierungsenergie in z-Richtung zu berechnen, idealisiert man den realen Bandkantenverlauf, der für die Ausbildung des 2DEGs zuständig ist, zu einem Dreieckspotenzial. Bei  $z=0$  steht eine unendlich hohe Potenzialwand, für  $z>0$  ist der Verlauf linear mit der Steigung  $eE_{\text{eff}}$ .

lautet wie folgt:

$$\frac{\hbar^2}{2m_z^*} \frac{d^2}{dz^2} \Psi_n(z) + (E_{n,z} - eE_{\text{eff}}z) \Psi_n(z) = 0, \quad (2.31)$$

wobei  $m_z^*$  die effektive Elektronenmasse in z-Richtung darstellt.

Nach einer Substitution von

$$\tilde{z} = \frac{z}{z_0}$$

$$\tilde{E} = \frac{E_{n,z}}{eE_{\text{eff}}z_0}$$

in dimensionslose Parameter  $\tilde{z}$  und  $\tilde{E}$  lautet Gl. 2.31

$$\frac{\hbar^2}{2m_z^* e E_{\text{eff}} z_0^3} \frac{d^2}{d\tilde{z}^2} \Psi_n(\tilde{z}) + (\tilde{E}_{n,z} - \tilde{z}) \Psi_n(\tilde{z}) = 0. \quad (2.32)$$

Mit  $z_0 = \left( \frac{\hbar^2}{2m_z^* e E_{\text{eff}}} \right)^{\frac{1}{3}}$  folgt

$$-\frac{d^2}{d\tilde{z}^2} \Psi_n(\tilde{z}) + (\tilde{z} - \tilde{E}_{n,z}) \Psi_n(\tilde{z}) = 0 \quad (2.33)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2}{d\xi^2} \Psi_n(\xi) - \xi \Psi_n(\xi) = 0 \quad \text{mit} \quad \xi = \tilde{z} - \tilde{E}. \quad (2.34)$$

Gleichung 2.35 stellt nun die Airy-Funktion (Gl. 2.35) dar [41], deren Lösungen bekannt sind und aus denen die Energieeigenwerte  $E_{n,z}$  (Gl. 2.36) numerisch bestimmt werden

können [40]:

$$\Psi_n(z) = \text{Ai}\left[\frac{2m_z^* e E_{\text{eff}}}{\hbar^2} \left[z - \frac{E_{n,z}}{e E_{\text{eff}}}\right]\right], \quad (2.35)$$

$$E_{n,z} \propto \left[\frac{\hbar^2}{2m_z^*}\right]^{\frac{1}{3}} \left[\frac{3\pi e E_{\text{eff}}}{2} \left[n + \frac{3}{4}\right]\right]^{\frac{2}{3}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.36)$$

Für die beiden niedrigsten Zustände erhält man für typische Feldstärken  $E_{\text{eff}}$  ( $E_{\text{eff}} = 7 \cdot 10^6 \frac{\text{MV}}{\text{m}}$ ) Werte von  $E_{0,z}=70 \text{ meV}$  und  $E_{1,z}=120 \text{ meV}$  [63].

### **Elektronische Eigenschaften für $\mathbf{B} \neq 0$**

Nun soll zusätzlich ein starkes Magnetfeld, welches senkrecht zum 2DEG angelegt ist, die Elektronen beeinflussen.

Die klassische Betrachtung eines dreidimensionalen freien Elektrongases mit der Elektronenmasse  $m_e$  (für GaAs  $m^*=0.067 m_e$ ) in einem homogenen magnetischen Feld  $\mathbf{B}=(0,0,B)$  wird über die Lorentz-Bewegungsgleichung beschrieben:

$$m_e \dot{\mathbf{v}} = -e(\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (2.37)$$

Quantenmechanisch lässt sich die Trajektorie eines Elektrons im Magnetfeld mit der Schrödinger-Gleichung berechnen

$$\left[\frac{1}{2m^*}(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 + V(z)\right]\Psi(x, y, z) = E\Psi(x, y, z), \quad (2.38)$$

wobei  $\mathbf{p}$  den kanonischen Impulsoperator und  $\mathbf{A}$  das magnetische Vektorpotenzial darstellt.

Für ein Magnetfeld  $B$  in  $z$ -Richtung ergibt sich bei Landau-Eichung das Vektorpotenzial  $\mathbf{A} = (-By, 0, 0)$  und die Schrödinger-Gleichung lautet:

$$\left[\frac{1}{2m^*}(p_x^2 + (p_y - eBy)^2 + p_z^2) + V(z)\right]\Psi(x, y, z) = E\Psi(x, y, z). \quad (2.39)$$

Da das Magnetfeld die Bewegung in  $z$ -Richtung nicht beeinflusst, kann die Gleichung für die  $z$ -Richtung separiert werden, so dass nur noch das Problem in der  $xy$ -Ebene gelöst werden muss.

Mit Hilfe des Ansatzes  $\Psi(x, y, z)=\Psi_n(z)\zeta(x, y)$  lässt sich die Bewegung parallel zur Grenzfläche separieren, und man erhält:

$$\left[\frac{1}{2m^*}(p_x^2 + (p_y - eBy)^2)\right]\zeta(x, y) = (E - E_{n,z})\zeta(x, y). \quad (2.40)$$

Dieser Ausdruck ist durch eine weitere Separation vereinfachbar, so dass Gl. 2.40 in eine Differentialgleichung eines eindimensionalen harmonischen Oszillators überführt

werden kann, dessen Nullpunkt um  $y_0$  verschoben ist. Mit

$$\zeta(x, y) = e^{ik_x} \phi(y)$$

ergibt sich die Schrödinger-Gleichung zu

$$\left[ \frac{1}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial^2 y} + \frac{1}{2} \underbrace{m^* \omega_c^2}_{y_0} \left( y - \frac{\hbar k_x}{m^* \omega_c} \right)^2 \right] \phi(y) = E_j \phi(y), \quad (2.41)$$

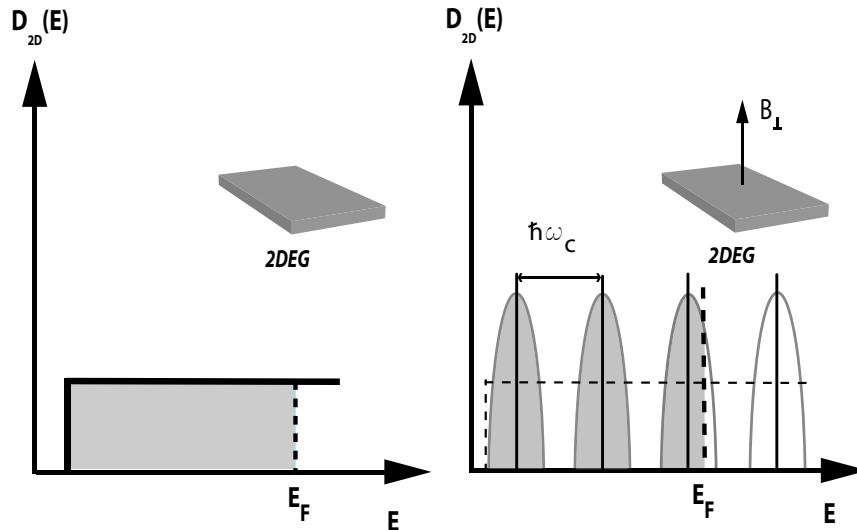
wobei  $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$  die Zyklotronfrequenz des Elektrons ist.

Gleichung 2.41 führt zu den Energie-Eigenwerten (Landau-Zustände) des Systems

$$E_j = \hbar \omega_c (j + \frac{1}{2}) + E_x(B) + E_{n,z}. \quad (2.42)$$

Hierbei sind  $E_x(B)$  und  $E_{n,z}$  die Quantisierungsenergien in x und z-Richtung [42].

Für ein 2DEG, das in der z-Richtung bereits quantisierte Zustände annimmt, ist die Elektronenbewegung nun auch in der xy-Ebene eingeschränkt. Die Zustandsdichte kondensiert somit in diskrete, äquidistante Niveaus, die sich unter Vernachlässigung von Streuprozessen als  $\delta$ -Funktionen beschreiben lassen (siehe Abbildung 2.13). Die Entar-



**Abbildung 2.13:** In der linken Abbildung ist die konstante Zustandsdichte eines 2DEG ohne Magnetfeld dargestellt. Legt man nun ein zur lateralen Ebene senkreiches Magnetfeld an, kondensieren die Zustände auf Landau-Niveaus. In einem idealen Störpotenzial-freien 2DEGs stellen die Landau-Niveaus  $\delta$ -Funktionen dar. Durch Potenzialfluktuationen werden diese Niveaus energetisch verbreitert (graue Semi-Ellipsen).

tung eines Landau-Niveaus kann berechnet werden, da die Elektronendichte konstant bleibt. Die Elektronen, die vorher zwischen zwei Landau-Niveaus Platz gefunden ha-

ben, müssen nun in ein Landau-Niveau verteilt werden. Die Zustandsdichte lautet (unter Vernachlässigung der Spinentartung)

$$D(E) = N_L \sum \delta(E - E_j). \quad (2.43)$$

Hierbei ist  $N_L = \frac{eB}{h}$  der Entartungsgrad, also die Anzahl der besetzten Zustände eines Landau-Niveaus.

Die tatsächliche Anzahl der noch gefüllten Landau-Zustände unterhalb des Fermi-Niveaus gibt der Füllfaktor  $\nu$  an, der über die Ladungsträgerdichte des 2DEGs  $N_{2D}$  wie folgt definiert ist:

$$\nu = \frac{N_{2D}h}{eB} = \frac{N_{2D}}{N_L}. \quad (2.44)$$

Wie schon in Abb. 2.13 grafisch angedeutet, sind die Zustandsdichten realer Proben durch verschiedene Streueffekte verbreitert. Diese energetischen Verbreiterungen bilden die Grundlage des Quanten-Hall-Effektes.

## 2DEG-Transportverhalten

Das einfachste Modell zur Beschreibung eines Elektrons im 2DEG bei kleinen Magnetfeldern ist das klassische *Drude-Modell*.

Lässt man einen Strom  $I = I\mathbf{e}_x$  durch das 2DEG fließen, dessen Ladungsträger mit der Masse  $m$  durch ein zur Bewegungsrichtung senkrecht Magnetfeld ( $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$ ) beeinflusst werden, muss im Drude-Modell folgende Differentialgleichung gelöst werden:

$$\mathbf{F} = m\dot{\mathbf{v}} = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (2.45)$$

Hierbei ist  $\mathbf{E}$  das angelegte elektrische Feld, welches parallel zur Stromrichtung gerichtet ist ( $\mathbf{E} = E\mathbf{e}_x$ ). Im realen Festkörper muss außerdem noch die Streuung der Elektronen an Potenzialmodulationen, verursacht durch Kristalldifekte, Gitterschwingungen und anderen Elektronen berücksichtigt werden. Gleichung 2.45 nimmt dann folgende Gestalt an:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}|_{\text{Streuung}} + \frac{d\mathbf{p}}{dt}|_{\text{Feld}} = \frac{m\mathbf{v}}{\tau} - e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (2.46)$$

wobei  $\tau$  die Impuls-Relaxationszeit ist, die ein Maß dafür ist, in welcher Zeit die Ladungsträger ihren Impuls durch Streuprozesse verlieren. Die Lösung dieser Differenzialgleichung ist für  $F \rightarrow 0$

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{m}{e\tau} & -B \\ B & \frac{m}{e\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}. \quad (2.47)$$

Führt man nun in diesem Zusammenhang die spezifische Leitfähigkeit  $\sigma_0 = \frac{e^2 N_{2D} \tau}{m}$  und Stromdichte  $j = eN_{2D}v$  ein, kann man Gl. 2.47 in das ohmsche Gesetz  $\mathbf{E} = \bar{\rho}\mathbf{j}$  transformieren

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \underbrace{\sigma_0^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -\omega_c \tau \\ \omega_c \tau & 1 \end{pmatrix}}_{\bar{\rho}} \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix}. \quad (2.48)$$

$N_{2D}$  ist hier die Elektronendichte,  $\omega_c$  die Zyklotronfrequenz und  $\bar{\rho}$  der Widerstandstensor.

Liegt kein Magnetfeld an ( $\omega_c = 0$ ), so bleiben nur die Diagonalterme der Matrix aus Gl. 2.48 erhalten, welche das klassische ohmsche Gesetz beschreiben.

Die beiden anderen Terme beschreiben die Querleitfähigkeit bzw. den Querwiderstand des 2DEGs

$$\rho_{xy} = -\rho_{yx} = \sigma_0^{-1} \omega_c \tau = \frac{B}{eN_{2D}}. \quad (2.49)$$

Diese Beschreibung gilt im klassischen Grenzfall kleiner Magnetfelder ( $\omega_c \tau \ll 1$ ).

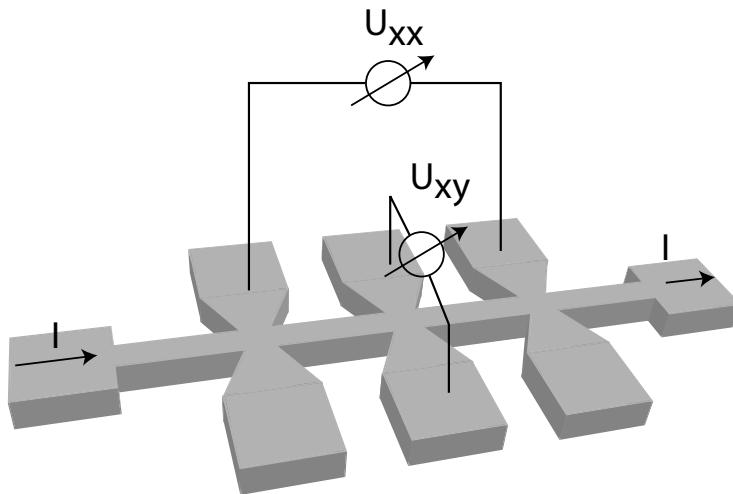
Liegt der Grenzfall hoher Magnetfelder ( $\omega_c \tau \gg 1$ ) vor, ist das Drude-Modell nicht mehr gültig und die bereits diskutierte Landau-Quantisierung wird relevant.

Bei Messungen des spezifischen Hallwiderstandes  $\rho_{xy}$  in Abhängigkeit des Magnetfeldes erhält man klassisch eine Gerade, deren Steigung durch die Ladungsträgerdichte und die Elementarladung gegeben ist (vgl. Gleichung 2.49).

Um experimentell die Längs- und Transversalspannung messen zu können, bedient man sich einer Hallbar-Geometrie, welche in Abbildung 2.14 schematisch dargestellt ist [43]. Die gezeigte Geometrie stellt die leitfähigen Bereiche des 2DEGs dar. Die Gebiete um dieses Hallbar werden mit einer Ätztechnik entfernt. Bei hinreichend hohen Magnetfeldern beobachtet man, aufgrund der oszillierenden Zustandsdichte (Abb. 2.13), ein vom klassischen abweichendes Verhalten (Abb. 2.15): Im Bereich ganzzahliger Füllfaktoren treten im transversalen Widerstand  $\rho_{xy}$  Plateaus bei den Werten

$$\rho_{xy} = \frac{1}{\nu} \frac{h}{2e^2} \quad \text{mit } \nu \in \mathbb{N}$$

auf. Diese quantisierten Werte sind weitgehend unabhängig von der Probengeometrie und so genau definiert, dass sie heute als Basis der Definition des Widerstandes dienen.



**Abbildung 2.14:** Darstellung einer typische 4-Punkt-Hallbar geometrie. Die äußereren Rückkontakte dienen der Stromzufuhr und die anderen gekennzeichneten Rückkontakte als Längs- und Querspannungsabgriffe.

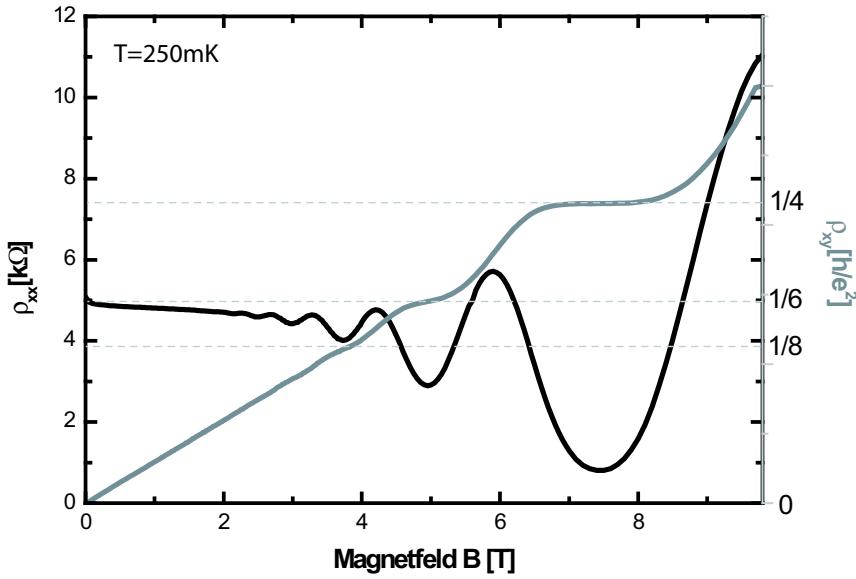
Dieser Effekt ist als *Quanten-Hall Effekt* bekannt, welcher von *von Klitzing* entdeckt und ansatzweise erklärt worden ist [36]. Diese Leistung wurde mit der Verleihung des Physik-Nobelpreises im Jahre 1985 gewürdigt.

Die Voraussetzungen für die Beobachtung des Quanten-Hall-Effekts sind die Folgenden:

- $\omega_c \tau \gg 1$  d.h. Verbreiterung der Landau-Niveaus sollte klein gegenüber dem Abstand der einzelnen Landau-Niveaus sein.
- $k_B T \ll \hbar \omega_c$  d.h. die thermische Energie sollte nicht zu einer Verschmierung der Landau-Niveaus führen.

Eine Erklärung des Quanten-Hall-Effekts basiert auf der Existenz von lokalisierten und delokalisierten Zuständen in einem Unordnungspotenzial, wobei nur die ausgedehnten Zustände zum Stromtransport beitragen. Nach L. J. Challis [44] entsteht dieses Potenzialgebirge durch Ausbildung von elektrostatischen Minima und Maxima, hervorgerufen durch Streuzentren. Innerhalb des Unordnungspotenzials bilden sich Täler und Berge aus, die dazu führen, dass sich lokalisierte und delokalisierte Zustände ausbilden.

Für  $B \rightarrow 0$  und  $T=0\text{ K}$  existieren nur lokalisierte Zustände [45]. Im steigenden Magnetfeld ändert sich nun die Eigenschaft der Potenziallandschaft, welche zu delokalisierten Zuständen führt. In diesem Zusammenhang stellt die Lokalisierungslänge  $\xi$  eine wichtige Größe dar, die die Ausdehnung der Wellenfunktion der Elektronen beschreibt. Diese Lokalisierungslänge steigt im Anderson-Modell [46] mit steigender Systemenergie ausgehend von den lokalisierten Zuständen sehr stark an (für  $E < E_n$ , Abb. 2.16). Ab einem bestimmten Wert, einer kritischen Länge  $\xi_{\text{krit}}$ , treten die Elektronen aus den loka-



**Abbildung 2.15:** Experimentell gemessene Hall- und Längswiderstände in Abhängigkeit des Magnetfeldes. Man erkennt ein Ansteigen des Längswiderstandes  $\rho_{xx}$  mit Plateau-artigen Ebenen im Bereich hoher Magnetfelder. Der Querwiderstand zeigt ausgeprägte SdH-Oszillationen.

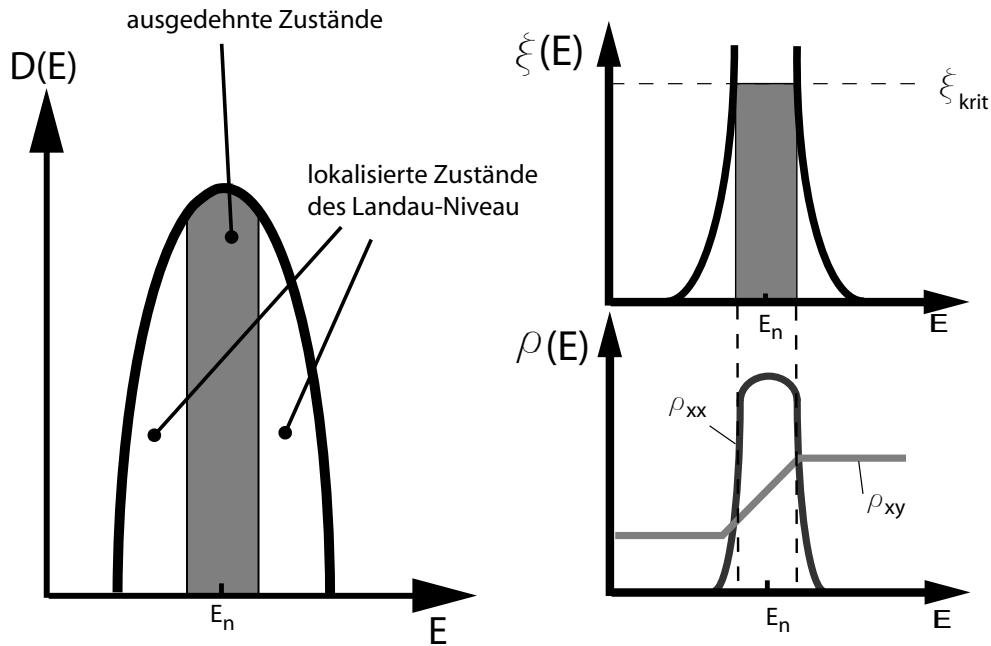
len elektrostatischen Fallen heraus, und können im ausgedehnten Zustand zum Stromtransport beitragen. Steigt die Systemenergie weiter an, z.B. durch steigendes Magnetfeld, so fällt die Lokalisierungslänge  $\xi$  und damit die Ausdehnung der Elektronen sehr stark ab (für  $E > E_n$ ). Sie sind nun im lokalisierten Zustand und gefangen in den Potenzialextrema (siehe Abbildung 2.16).

Mit anderen Worten: Wird das Magnetfeld kontinuierlich erhöht, so passiert jedes Landau-Niveau aufgrund des Energieanstiegs (vgl. Gl. 2.42) nacheinander die Fermi-Energie und es werden lokalisierte/delokalisierte Bereiche durchlaufen. Hat ein Niveau die Fermi-Energie passiert, so kann der Zustand nicht mehr besetzt werden (Annahme:  $T \rightarrow 0$ ). Die Elektronen verteilen sich dann auf die energetisch tieferliegenden Niveaus, die aufgrund der angestiegenen Zustandsdichte wieder Elektronen aufnehmen können.

Die Plateaus kommen dadurch zu Stande, dass die lokalisierten Zustände mit Elektronen zwar besetzt werden, diese aber nicht zum Stromtransport beitragen.

Aus dem Lokalisierungsmodell ist auch das Verhalten des Längswiderstandes, also den sogenannten Shubnikov- de Haas Oszillationen (SdH), zu verstehen.

Die Oszillationen des Längswiderstandes in kleinen Magnetfeldern reflektieren die jeweils aktuelle Zustandsdichte an der Fermikante. Für den Fall kleiner Magnetfelder ( $\omega_c \tau \ll 1$ ) sind die Landau-Niveaus noch nicht stark ausgeprägt bzw. die ausgedehnten Niveaus überlappen, so dass man in diesem Regime einen nahezu klassisch konstanten Längswiderstand misst. Dies ändert sich mit steigendem Magnetfeld, wenn sich die Landau-Niveaus stärker ausbilden und der energetische Abstand zwischen zwei



**Abbildung 2.16:** Die erste Abbildung zeigt ein Landau-Niveau und die energetische Anordnung der lokalisierten und ausgedehnten Zustände. Die obere rechte Abbildung stellt die Lokalisierungslänge in Abhängigkeit der Energie dar. Zuletzt sind die Messgrößen  $\rho_{xx,xy}$  über die Energie des Systems aufgetragen.

Landau-Niveaus größer wird. Im Bereich hoher Magnetfelder ( $\omega_c\tau \gg 1$ ) überlappen die ausgedehnten Zustände nicht mehr, so dass sich auch die lokalisierten Zustände ausbilden können. Werden nun diese Bereiche energetisch durchfahren, können Elektronen nicht mehr in stromführende Zustände streuen. Die Folge ist das Absinken der spezifischen Leitfähigkeit. Im Regime hoher Magnetfelder ist die spezifische Längsleitfähigkeit proportional zum spezifischen Längswiderstand, so dass auch der Längswiderstand in Höhe lokalisierter Zustände auf theoretisch Null absinkt.

Die SdH-Oszillationen können mit folgender Formel beschrieben werden [47]:

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2 N_{2D}\tau}{m} \frac{1}{1 + (\omega_c\tau)^2} \left( 1 + 2 \frac{1 - (\omega_c\tau)^2}{1 + (\omega_c\tau)^2} \exp\left(\frac{-\pi}{\omega_c\tau}\right) \frac{\xi}{\sinh \xi} \cos \frac{2\pi E_F}{\hbar\omega_c} \right), \quad (2.50)$$

wobei  $\xi = \frac{2\pi^2 k_B T}{\hbar\omega_c}$  ist.

Die Temperaturabhängigkeit wird durch den sogenannten Dingle Term ( $\frac{\xi}{\sinh \xi}$ ) beschrieben.



## 3 Probenpräparation und experimentelle Messmethoden

In diesem Kapitel werden das zu untersuchende Materialsystem und die einzelnen Prozessschritte erläutert, welche erforderlich sind, um die gewünschten physikalischen Effekte experimentell beschreiben zu können. Dabei kommt es zum einen auf die Qualität und Homogenität der Proben, zum anderen auf die anschließende Präparation an.

### 3.1 Probenpräparation

Die in dieser Arbeit untersuchten Proben sind in der Gruppe von Prof. Dr. Wieck an der Ruhr-Universität Bochum mittels des Verfahrens der Molekularstrahlepitaxie gewachsen worden und zeichnen sich durch höchste Qualität aus. In einer solchen MBE-Anlage lassen sich Halbleiterschichten mit hoher Perfektion auf einen einkristallinen GaAs-Substrat atomlagen genau abscheiden. Mittels MBE ist man somit in der Lage, Materialsysteme mit völlig individuellen Eigenschaften herzustellen.

Die Probenpräparation wurde im Reinraum der Klasse 5 \* an der Universität Duisburg-Essen durchgeführt, um sicher zu stellen, dass keine Schmutzpartikel die Proben bzw. die kleinsten Messstrukturen unbrauchbar machen (Leckströme, Kurzschluss usw.).

---

\*d.h maximal 10.000 Partikel in 28 l, welche größer als 0.1 µm sind (siehe VDI Richtlinie 2083 oder US Federal Standard 209b)

### 3.1.1 Probenmaterial

Die Forderungen, welche an eine ideale Probe im Hinblick auf die zu untersuchenden Fragestellung dieser Arbeit gestellt werden, kann man auf die drei Folgenden reduzieren:

- Qualität und Größenhomogenität der Quantenpunkte
- hohe Beweglichkeit des 2D Elektronengases
- elektrische Isolation zwischen Metallgates und Rückkontakt (2DEG).

Die erste Forderung resultiert aus den großenabhangigen diskreten Energieniveaus der Quantenpunkte ([48], [60]). Ist die Variation der Form oder die Größendispersion in einem Quantenpunktensemble ausgeprägt, variieren die Werte der Energieniveaus einzelner Quantenpunkte. Die theoretisch diskrete Zustandsdichte singulärer Quantenpunkte, summiert sich in einem Ensemble zu einer gaußförmig verbreiterten Zustandsdichte, deren Halbwertsbreite von der relativen Abweichung vom Durchschnittsradius und der Höhe der Quantenpunkte abhängt. Experimentell äußert sich dies z.B. in der schlechten Auflösbarkeit der p-Niveaus im CV-Spektrogramm, da sich die einzelnen p-Niveaus energetisch nur gering voneinander unterscheiden (für  $B \approx 0 \text{ T}$ ,  $\Delta E = 17 \text{ meV}$ ).

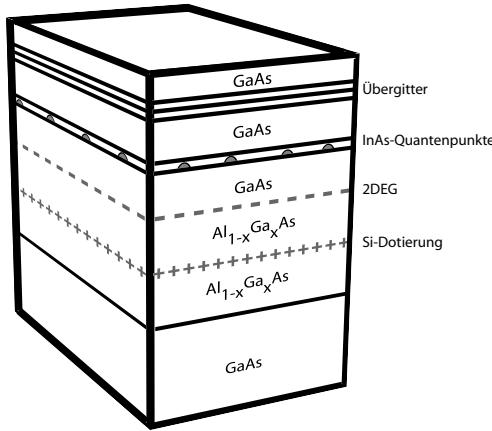
Eine hohe Beweglichkeit des 2DEG hat im Hinblick auf 1D-Transportmessungen viele Vorteile. Zunächst ist hier die Beobachtbarkeit der quantisierten 1D-Leitfähigkeit zu nennen. Eine Leitwert-Stufenfunktion bildet sich nur im ballistischen Regime aus. Dieser Typ des Transports ist dadurch charakterisiert, dass die Ladungsträger im Leitfähigkeitskanal nicht an Störstellen streuen. Diese Bedingung ist aber nur erfüllt, wenn die Beweglichkeit groß und damit die Impulsrelaxationszeit  $\tau$  lang ist (Beweglichkeit  $\mu \propto \tau$ ). Des Weiteren ist der Einfluss der Quantenpunkte als Coulomb-Streuer auf das Transportverhalten hochbeweglicher 2D-Elektronengase eventuell ausgeprägter.

Nimmt man aber den Quanten-Hall-Effekt als *genaue* Charakterisierungsmethode, so sollten auch (genügend) Streuzentren im 2DEG enthalten sein. Diese verursachen ungeordnete Potenzialmodulationen, deren Existenz der Ursprung der Plateaus im *QHE* und der SdH-Oszillationen sind (vgl. Kapitel 1).

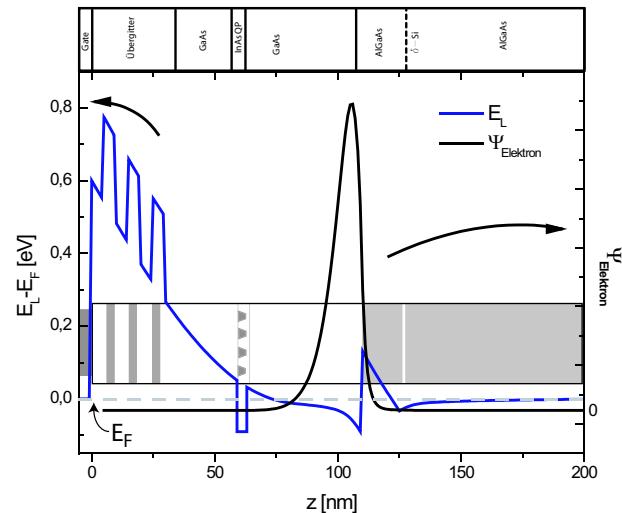
Von elementarer Wichtigkeit ist die dritte Forderung an das elektrische Verhalten der Probe. Ist die Isolation der Metallgates und der Rückkontakte nicht gegeben (z. B. ohne ausreichendes isolierendes Übergitter zwischen Gate und 2DEG), so entstehen Leckströme (Tunnelströme) zwischen 2DEG und Gate. Die Folge ist, dass sich keine elektrostatische Barriere unter der Metallelektrode ausbilden kann und somit das Laden der Quantenpunkte und Subbänder des 2DEG nicht möglich ist.

Die in Abb. 3.1 dargestellte Schichtfolge, welche zur Entstehung eines zweidimensionalen Elektronengases führt, nennt man in der Literatur MISFET (Metal-Insulator-Field-Effect-Transistor). Diese Bauelemente waren schon Gegenstand zahlreicher wissenschaftlicher Arbeiten. Die Probensysteme, welche in dieser Arbeit untersucht wurden, bestehen aus einer MISFET-Struktur, in der eine dünne Schicht mit InAs-Quantenpunkten

zwischen Übergitter und 2DEG eingebettet ist, die über eine Tunnelbarriere ( $d_{\text{tunnel}}=25 \text{ nm}$ ) mit dem 2D-Elektronengas wechselwirken kann. In Abb. 3.2 ist schematisch die MISFET - Schichtfolge der zu untersuchenden Probe und die Leitungsbandkante dargestellt. Die Physik hinter der Entstehung des zweidimensionalen Elektronengases ist schon im



**Abbildung 3.1:** Schichtfolge der in dieser Arbeit untersuchten Heterostruktur.



**Abbildung 3.2:** Leitungsbandkante der Probe (bzw. die Elektronenkonzentration).

ersten Kapitel dieser Arbeit ausführlich behandelt worden. Das Elementarste wird nun noch einmal am Beispiel der untersuchten Probe wiederholt.

In der vorliegenden Heterostruktur bildet sich ein 2D-Elektronensystem an der Grenzfläche zwischen GaAs und  $(\text{AlGa})\text{As}^{\dagger}$  aus, was in Abbildung 3.2 dargestellt ist. Es zeigt die gerechnete<sup>‡</sup> Leitungsbandkante und die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen.

Das 2DEG bezieht die Elektronen aus der  $\delta$ -Si-Dotierung im  $(\text{AlGa})\text{As}$  (Abstand zum 2DEG ca. 10 nm). Diese Silizium-Atome wirken im  $(\text{AlGa})\text{As}$  als Donatoren und entledigen sich daher sehr leicht eines überschüssigen Valenzelektrons (vgl. Wasserstoffmodell). Das nun freie Elektron sucht sich lokal den energetisch günstigsten Ort aus, welcher in diesem Fall die Grenzfläche zwischen GaAs und  $(\text{AlGa})\text{As}$  darstellt. An dieser Stelle ist die potenzielle Energie für das Elektron minimal. Es verliert einen Teil seiner Gesamtenergie und ist nun in einem Potenzialtopf gefangen, da es nicht in der Lage ist, die Barriere zu überwinden.

Zwischen der  $\delta$ -Si-Dotierschicht und GaAs wurde noch ein Abstandshalter<sup>§</sup> aus  $(\text{AlGa})\text{As}$  gewachsen ( $d_S \approx 15 \text{ nm}$ ). Die Aufgabe dieser Schicht ist es, die Elektronen des 2DEG und die positiv geladenen Donatorrümpfe räumlich zu trennen, um so die Beweglichkeit der Elektronen zu steigern.

<sup>†</sup>genauer:  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  mit  $X=30\%$

<sup>‡</sup>mit 1Dpoisson-Software von G. Snider

<sup>§</sup>engl.: Spacer

Das 2DEG wechselwirkt über einen Tunnelkontakt ( $d_T = 25\ldots40\text{ nm}$ ) mit den InAs-Quantenpunkten. Die bereits angesprochene Isolationsschicht (GaAs/AlAs-Übergitter,  $d_I = 250\text{ nm}$ ) zwischen Probenoberfläche und Quantenpunkten dient neben der elektrischen Isolation auch zur Glättung der Oberfläche und dem Einschließen von Defekten.

#### 3.1.2 Probenpräparation

Um nun die Wechselwirkung zwischen 2DEG und Quantenpunkten messtechnisch zu erschließen, müssen die Proben in einem weiteren Schritt präpariert werden. Im Einzelnen bedeutet dies, dass das 2DEG über eine Schottky-Barriere (d.h. Metall-Halbleiter-Übergang) elektrisch gesteuert und auch ohmsch kontaktiert werden muss. Die kurz angedeuteten Präparationsschritte werden im Folgenden ausführlicher erläutert. Diese Prozessschritte folgen erst nach einer gründlichen Reinigung der Probe. Bei dieser Reinigung durchläuft die Probe drei Bäder verschieden polarer organische Lösungsmittel (Aceton, Methanol, Isopropanol) mit anschließendem Ultraschallbad. Näheres zur Reinigungen und anderen Parameter (z.B. Parameter der Lacke usw.) ist im Anhang zu finden.

### Lithografie

Nun stellt sich die Frage, wie man speziell nach seinen Wünschen gestaltete Geometrien (metallische Steuerelektroden und Rückkontakte, Mesadefinitionen) möglichst homogen auf die Oberfläche der Probe bringen kann. Den ersten Schritt bilden hierbei zwei Lithografieverfahren - die *optische Kontaktolithografie* und die *Elektronenstrahlolithografie*. Die verschiedenen Präparationsschritte sind schematisch in Abbildung 3.1.2 dargestellt.

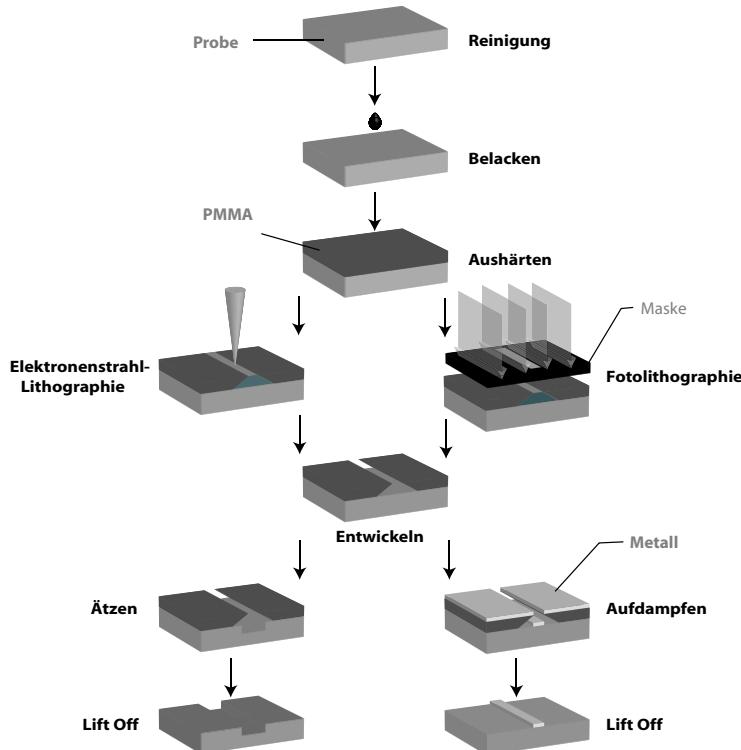
### Optische Kontaktolithografie

Die *optische Kontaktolithografie* steht in der Präparationskette an erster Stelle und zeichnet sich als sehr einfaches und schnelles Verfahren aus. Mit ihr werden Bereiche definiert, welche in einem weiteren Prozessschritt entweder geätzt oder metallisiert werden.

Das Fotolithografieverfahren ist für Strukturgrößen  $>1.1\text{ }\mu\text{m}$  geeignet. Als Grund ist das begrenzte Auflösungsvermögen des verwendeten Lichts zu nennen.

Um Strukturen auf die Probe übertragen zu können, werden die Proben mit einem Ultraviolett-empfindlichen Lack beschichtet und anschließend durch eine Maske belichtet, welche die gewünschten Strukturen enthält.

Als Maske dienen hierbei Quarzsubstrate, die auf einer Seite mit Chrom beschichtet sind. Mittels der Elektronenstrahlolithografie (s.u.) werden in einem vorher aufgeschleuderten und für Elektronenbeschuss-sensitiven Doppelbacksysteem die gewünschten Strukturen geschrieben. Nachdem der belichtete Lack entfernt worden ist, wird nun die freigewordene Chromoberfläche mit einer speziellen Ätzmischung entfernt, so dass nur



**Abbildung 3.3:** Schematische Darstellung der einzelnen Prozeßschritte. Der erste Schritt stellt die Reinigung der Probe dar, gefolgt vom Belacken und Aushärten, und anschließender Lithographie (Foto- oder Elektronenstrahllithografie). Nach dem Entwickeln der Probe können die entstandenen Strukturen geätzt oder metallisiert werden. Abgeschlossen wird die Präparation mit dem Entfernen der stehengebliebenen Lack- und Metallreste (Lift-Off).

noch das UV-durchlässige Quarzglas vorhanden ist.

Diese Maske wird anschließend unter Probenkontakt mit ultravioletter Strahlung ( $\lambda_{UV}=200\text{ nm}$ ) belichtet. Das Chrom reflektiert die Photonen, so dass nur die Chrom-freien Bereiche der Maske Licht transmittieren und den Lack belichten können. Nach dem Entfernen des belichteten Lackes (Entwickeln) steht die Probe für weitere Präparationstechniken zur Verfügung.

### **Elektronenstrahl-Lithografie**

Wie bereits erwähnt, ist die Fotolithografie nur für kleine Strukturen der Größe  $>1,1\text{ }\mu\text{m}$  zu empfehlen. Die in dieser Diplomarbeit gemessenen Strukturen hatten Abmessungen von wenigen hundert Nanometern (200...1000 nm) und konnten dementsprechend nicht mittels optische Lithografie definiert werden.

Daher wurde hier auf die bereits erwähnte *Elektronenstrahl - Lithografie*<sup>¶</sup> zurückgegriffen.

<sup>¶</sup>engl.: Electron Beam Lithography, EBL

Analog zur Fotolithografie wird die Probe zunächst gründlichst gereinigt und mit einem für Elektronenbeschuss sensiblen Lack homogen bedeckt (mittels Spinner: 6000  $\frac{\mu\text{m}}{\text{min}}$ ). Anschließend wird sie auf einer Heizplatte ausgehärtet. Der Lack besteht aus Polymethylmethacrylat (PMMA). PMMA ist ein Polymer, welches aus langkettigen Molekülen besteht. Bei der Belichtung mit Elektronen werden die Verbindungen der langkettigen Moleküle aufgetrennt, so dass die Löslichkeit des Polymers in Isobutylmethylketon (MIBK) steigt. Dieses Lösungsmittel dient dann in Verbindung mit Isopropylalkohol (IPA) als Entwickler. Werden zwei verschieden lösliche Lacke übereinander aufgebracht, so entsteht ein Doppellacksystem, welches Vorteile beim späteren Lift-Off besitzt. Ist der untere Lack elektronensensitiver, so entsteht nach dem Entwickeln ein unterkehliges Profil, das ein leichteres und homogeneres Ablösen der Lack- und Metallreste ermöglicht.

Der Lack wird dann in einem Sekundärelektronenmikroskop (SEM) vom Typ *Leo 1530*, an das eine Schreibeinheit der Firma *Raith* mit der Software *Elphy Plus* angeschlossen ist, belichtet. Das SEM ist mit einer Feldemissionskathode ausgestattet und hat eine Auflösung von 2 nm. Beim Belichtungsprozess wird eine Beschleunigungsspannung von U=20 kV verwendet. Die verwendete Dosis für die Split-Gate-Strukturen liegt bei 20  $\frac{\mu\text{C}}{\text{cm}^2}$ . Die Strukturen werden durch eine Blende mit 10 µm Durchmesser belichtet, bei der der Strahlstrom etwa I = 30 pA beträgt.

## Ätzen

Nach dem Entwickeln der Probe wurde die Ätzmischung präpariert. Die verwendete Ätzlösung, welche für GaAs optimiert ist, bestand aus einer verdünnten Schwefelsäure und Wasserstoffperoxid (Verhältnis: H<sub>2</sub>O(100):H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>(3):H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>(1)) mit einer Ätzrate von 1  $\frac{\text{nm}}{\text{s}}$ .

Die Intention des Ätzens ist die elektronische Isolation des aktiven zu messenden Bereichs von seiner Umgebung. Daher muss die Ätzdauer so gewählt werden, dass mindestens die aktiven Bereiche des 2DEGs entfernt werden. Für die in dieser Arbeit verwendeten Proben bedeutete dies, dass sie mindestens 250 s in der Ätzmischung zu verweilen hatten.

Über diesen Zeitraum musste der Lack ätzresistive Eigenschaften besitzen, was in der Praxis aber nicht immer der Fall war. So mussten verschiedene Lacke getestet werden, um die geforderte Ätzbeständigkeit zu erreichen.

## Metallisieren

Das *Metallisieren* von bestimmten Geometrien wurde mit einer Aufdampfanlage von *BOC Edwards* vollzogen. Es standen zwei verschiedene Arten von Verdampfern zur Verfügung. Zum einen der *thermische Verdampfer*, bei dem in einem Behälter mit dem gewünschten aufzudampfenden Metall das Metall durch Stromzufuhr (I=ca. 70 A) zum Schmelzen gebracht wurde und zum anderen ein auf *Elektronenstrahlen basierender Verdampfer*. Bei diesem Typ wurden Elektronenstrahlen, gesteuert über ein Magnetfeld,

unter Hochspannung ( $U_{\text{Kathode}} = 5 \text{ kV}$ ) auf das Metall geschossen, so dass auch hier das Metall zum Schmelzen gebracht wurde. Die aufgedampfte Schichtdicke wird von Schwingquarzen kontrolliert.

Für eine homogene und defektfreie Metallisierung sind zwei Faktoren entscheidend. Zum Ersten ist hier der *Aufdampfdruck* zu nennen, welcher im Bereich  $p < 10^{-6} \text{ mbar}$  liegen sollte. Dies garantiert ein möglichst verunreinigungsfreies Aufdampfen. Als zweiter Faktor ist die *Aufdampfrate* zu nennen. Ist diese Aufdampfrate zu groß, so dampft das Metall nicht homogen auf, was unter anderem Auswirkungen auf das elektrische Verhalten der Metallelektrode hat. Ist die Rate zu klein, so werden mehr Schmutzpartikel eingeschlossen, was mitunter auch zu negativen Folgeerscheinungen bezüglich des elektrischen Verhaltens führt. Kleinste Unregelmäßigkeiten in der Gateelektrode können z.B. schon eine messbare Reduktion der Homogenität der Ladungsträgerzahl des 2DEGs bewirken. Die Substrattemperatur beträgt während des Aufdampfvorganges circa  $20^\circ\text{C}$  bis  $30^\circ\text{C}$ . Höhere Substrattemperaturen, die für verbesserte Wachstumsbedingungen sorgen, können nicht verwendet werden, da der Lack bei erhöhten Temperaturen aushärtet und der Lift-Off-Prozess (Abhebeprozess) nicht mehr möglich ist.

## Kontaktierung/Einlegierung

Das ohmsche Kontaktieren des 2DEGs stellt in der Prozessfolge einen weiteren wichtigen Schritt dar, da es die Qualität der elektrischen Messung stark beeinflusst.

Zur Kontaktierung des 2DEGs wurde auf die durch Fotolithografie vordefinierten Bereiche ein Dreischichtensystem mittels der *thermischen Verdampfung* aufgebracht. Beginnend mit einer dünnen Schicht Nickel ( $d=10 \text{ nm}$ ), wurde anschließend eine Schicht aus Gold-Germanium (AuGe, Verhältnis 88:12,  $d=150 \text{ nm}$ ) aufgedampft. Die Aufgabe des Nickel ist die eines Haftvermittlers für das nachfolgende Gold-Germanium. Nickel besitzt zudem eine Diffusions-fördernde Eigenschaft für die Ge-Atome. Als dritte und letzte Schicht wurde ca.  $30 \text{ nm}$  Gold aufgebracht, welches die AuGe-Schicht elektrisch verbinden sollte, um das Bonden zu erleichtern.

Nach dem Lift-Off (Entfernung der Lackreste) wurde die Probe mit dem aufgedampften Material auf einer Heizplatte stufenweise stark erhitzt ( $\rightarrow$  Einlegierung).

Die hohen Temperaturen ( $T=400\ldots 500^\circ\text{C}$ ) ermöglichen die Diffusion von Germanium-Atomen in die Probe. Die Germanium-Komponente des AuGe dotiert das Material, indem es das Gallium an seinen Gitterplätzen ersetzt. Um optimale ohmsche Kontakte zu erhalten, sollte eine Germaniumdichte von etwa  $10^{19} \text{ cm}^{-3}$  erreicht werden [50].

Die einzelnen genauen Einlegierungsparameter sind dem Anhang zu entnehmen.

Die nun fertig präparierte Probe wird abschließend mit einem tieftemperaturresistenten Leitsilber auf einen Probenträger<sup>||</sup> befestigt und die Probenkontakte mit dem Proben-

<sup>||</sup>engl. chip carrier

halter verdrahtet\*\*. Diese Verdrahtung wurde mit einem halbautomatischem Wedge-Bonder durchgeführt. Die Drähte (Material:  $\text{Al}_{0.99}\text{Si}_{0.1}$ ) werden mit Ultraschallenergie auf den Probenkontakten und dem Probenhalter befestigt. Nun können die Strukturen auf der Probe über die Anschlüsse des Probenhalters elektrisch kontaktiert werden. Dies hat den großen Vorteil, dass nach jedem Messvorgang nur der Chip-carrier mit der Probe ausgetauscht werden muss und die Verdrahtung auf der Probe intakt bleibt. Die Chip-carrier werden dann über metallische Federn, welche in jedem Probenstab angebracht sind, elektrisch kontaktiert.

---

\*\*engl. bonden

## 3.2 Tieftemperatur - Messplatz

Die in dieser Arbeit durchgeführten Messungen sind bei einer Temperatur von 4.2 K oder 0.25 K durchgeführt worden. In diesem Temperaturregime sind die Phononen (Gitterschwingungsquanten) nahezu ausgefroren und stellen keine Störpotenziale für die Ladungsträger dar.

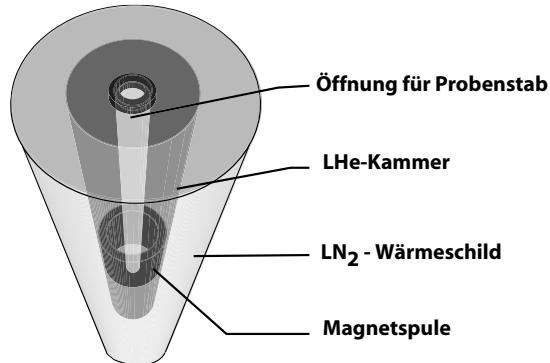
Im Folgenden wird erläutert, wie diese Temperaturen erreicht und auf konstantem Niveau gehalten werden.

### 3.2.1 $^4\text{He}$ -Badkryostat

Eine Temperatur von 4.2 K lässt sich vergleichsweise einfach erreichen.

Man benötigt ein Behältnis mit flüssigem  $^4\text{Helium}$ , in welches ein Probenstab eingeführt werden kann.

Diese  $^4\text{Helium}$ -Behälter besitzen ein Isolationsvakuum als Wärmeschild, um das Abdampfen des flüssigen Heliums zu reduzieren (vergleichbar mit Dewar-Gefäßen). Der im Rahmen dieser Arbeit verwendete Kryostat<sup>††</sup>-Modell ST-STEEL der Firma Cryogenic LTD besitzt neben einer LHe - Kammer zudem eine supraleitende Spule, mit der maximal 12 Tesla erreicht werden können. Abbildung 3.4 zeigt vereinfacht



**Abbildung 3.4:** Perspektivische Darstellung des  $^4\text{Helium}$  Badkryostaten. Erläuternde Beschreibungen befinden sich im Text.

den typischen Aufbau eines Badkryostaten:

In der LHe - Kammer, in welche sich der Probenstab über die Öffnung einführen lässt, befindet sich im unteren Drittel die supraleitende Spule. Umschlossen wird diese LHe - Kammer von einem thermischen Isolationsschild mit flüssigem Stickstoff ( $T_{\text{LN}_2} = 77 \text{ K}$ ), um die Abdampfrate des Heliums zu minimieren. Als Wärmeschild für die  $\text{LN}_2$  - Kammer dient ein Isolationsvakuum, das in Abbildung 3.4 nicht gezeigt ist. Der Probenstab wird nun über die Öffnung in das flüssige Helium eingeführt. Nach

<sup>††</sup> griech. cryos = kalt

kurzer Zeit stellt sich zwischen Probe und flüssigen Helium das thermische Gleichgewicht ein.

Erfordert das Experiment sehr viel tiefere Temperaturen, ist das auf flüssigem  $^4\text{He}$  basierende Kryostatmodell nicht mehr geeignet. Zwar lassen sich über das Abpumpen des LHeum-Dampfdruck noch tiefere Temperaturen erzielen ( $T=2.2\text{ K}$ ), aber der Subkelvin-Bereich ist so nicht zugänglich.

Um also auch niedrigere Temperaturbereiche zu erschließen, wird eine Kombination aus dem erwähnten  $^4\text{He}$ -Badkryostat und einem sogenannten  $^3\text{He}$ -Kryostat verwendet, der im Folgenden vorgestellt wird.

#### 3.2.2 $^3\text{He}$ -Kryostat

Mit dem  $^3\text{He}$ -Kryostat, der auf einem geschlossenen Kreislauf des leichteren Isotop  $^3\text{He}$  basiert, sind Temperaturen zwischen  $1.5\text{ K}$  und  $0.25\text{ K}$  kontrollierbar einzustellen.

Das Prinzip des  $^3\text{He}$ -Kryostat *Heliox VL* von *Oxford Instruments* ist in Abbildung 3.5 schematisch skizziert. Die Abbildung 3.6 stellt den Heliox in seinen Einzelheiten dar.

Die Probe (in Abb. 3.5 nicht dargestellt) befindet sich ca.  $20\text{ cm}$  unterhalb des  $^3\text{He}$ -Topfes, thermisch mit diesem verbunden über eine Kupferstange. Im Betrieb ist der in Abbildung 3.6 gekennzeichnete Teil des  $^3\text{He}$ -Kryostaten in einem evakuierten Metallzylinder eingeschlossen (innere Vakuumkammer). Dieser Bereich ist es auch, der in Abbildung 3.5 zur Erklärung des physikalischen Kühlprinzips dargestellt ist.

Die im Kryostat befindliche  $^3\text{He}$ -Gasmenge beträgt  $2.5\text{ l}$  und wird in der  $^3\text{He}$ -Vorratskammer unter einem Druck von  $2\text{ bar}$  gespeichert.

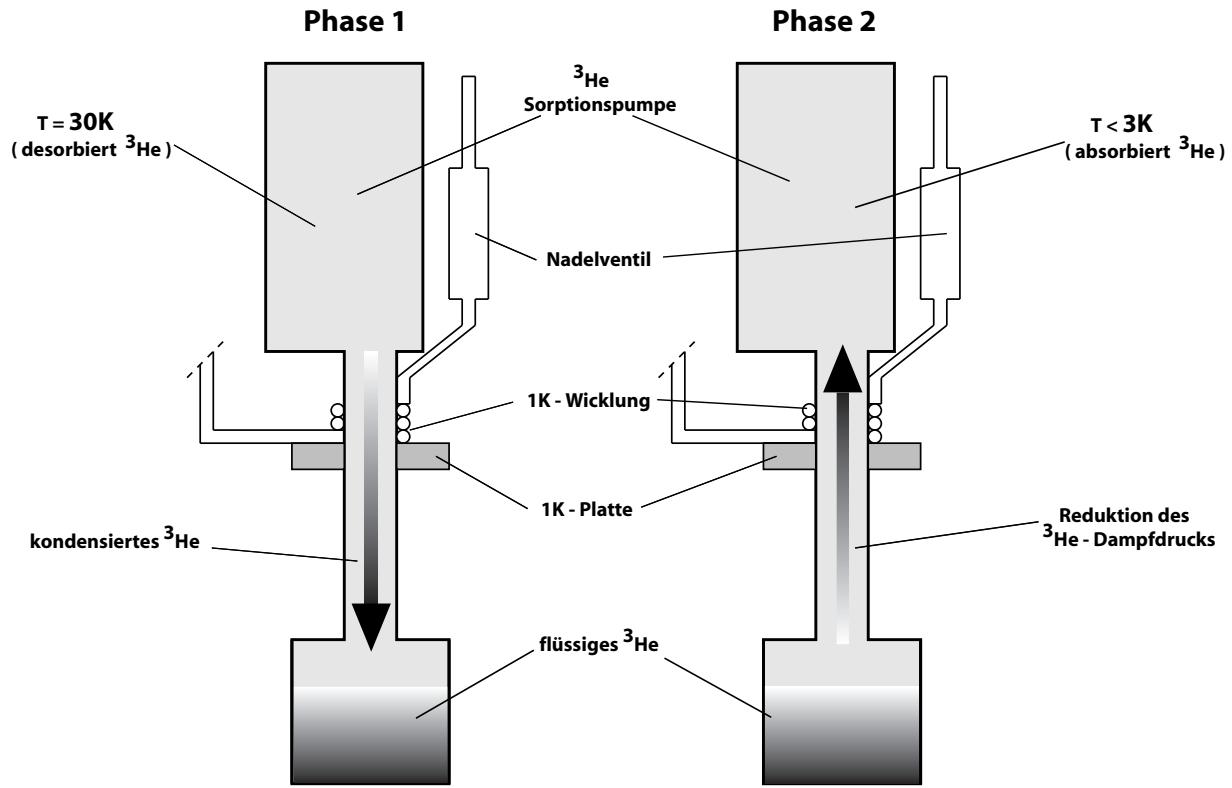
Der  $^3\text{He}$ -Kryostat wird zunächst in den Badkryostaten eingeführt, so dass der Syphon in flüssiges  $^4\text{He}$  eintaucht. Mittels einer Drehschieberpumpe wird der Druck in der  $1\text{K}$ -Wicklung reduziert. Gesteuert über das Nadelventil wird  $^4\text{He}$  durch die  $1\text{K}$ -Wicklung gesogen, das über eine Wärmetausch-Kopplung die  $1\text{K}$  - Platte auf ca.  $1.5\text{ K}$  kühl.

In Phase **eins** der Kühlung (vgl. Abb. 3.5) wird die  $^3\text{He}$ -Sorptionspumpe auf ca.  $30\text{ K}$  geheizt und beginnt kontinuierlich ihr adsorbiertes  $^3\text{He}$  zu desorbieren. Dieses Gas kondensiert an der  $1\text{K}$ -Platte und sammelt sich im  $^3\text{He}$ -Pot (Kondensationswärme wird über der metallischen  $1\text{K}$ -Platte abgeführt). Nach Ausschalten der Heizung sinkt die Temperatur der Sorptionspumpe und die Phase **zwei** des Kühlprozesses kann beginnen.

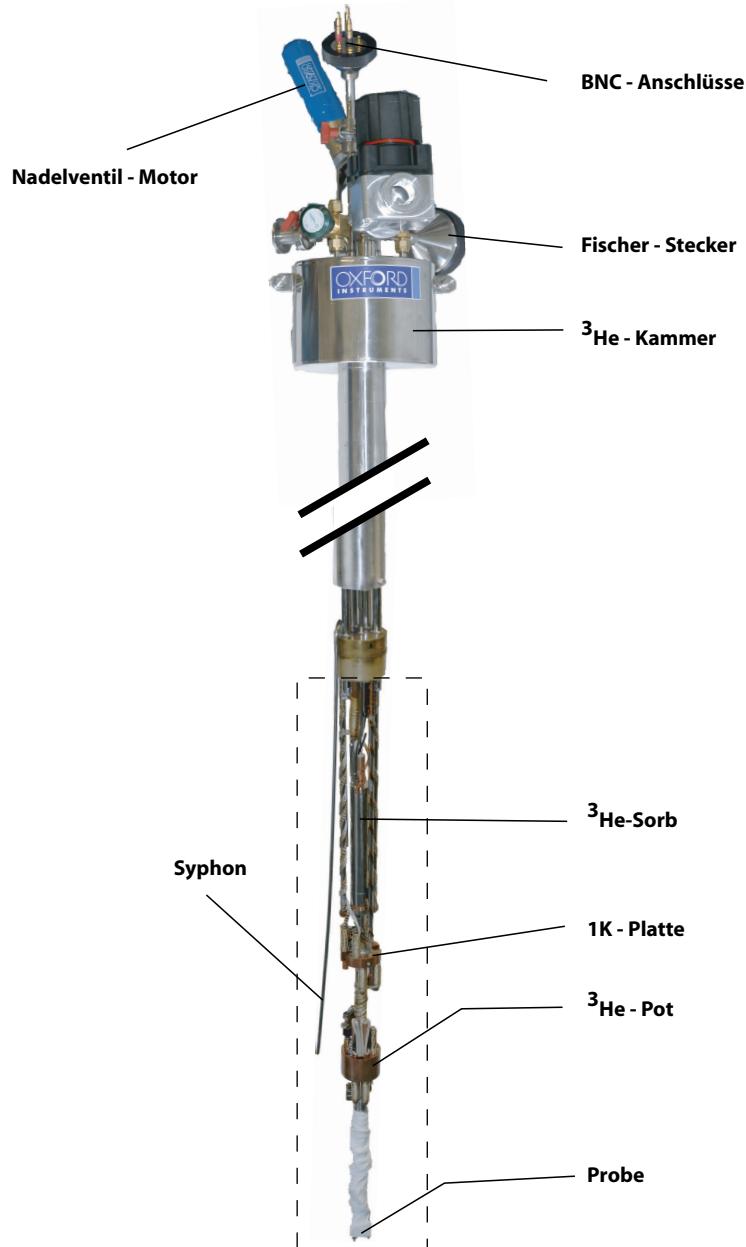
Die Sorptionspumpe beendet ab ca.  $3\text{ K}$  ihre Desorptionseigenschaft und beginnt  $^3\text{He}$  zu adsorbieren. Dadurch wird der Dampfdruck über dem Flüssigkeitsspiegel reduziert, so dass die Temperatur des  $^3\text{He}$ -Topfes und damit auch die der Probe bis zu  $240\text{ mK}$  sinkt. Das Temperaturniveau kann fast 120 Stunden konstant gehalten werden. Ist das flüssige  $^3\text{He}$  im Topf verdampft und von der Sorptionspumpe aufgenommen, kann der Einkondensationsprozess erneut erfolgen.

Die Temperatur der Probe kann durch das Einstellen der Temperatur an der Sorptionspumpe kontrolliert werden. Dies ermöglicht es, die Saugleistung der Pumpe zu vari-

ieren und damit den  $^3\text{He}$ -Dampfdruck zu beeinflussen. Zudem ist die Temperatur der 1K-Platte über den  $^4\text{He}$ -Durchfluss und damit direkt über das Nadelventil steuerbar.



**Abbildung 3.5:** Diese Darstellung zeigt das zweiphasige Prinzip der Kühlung. Phase eins ist auf der rechten Seite schematisch abgebildet und zeigt, wie die auf etwa 30K geheizte  $^3\text{He}$ -Sorptionspumpe das gasförmige  $^3\text{He}$  desorbiert. Dieses  $^3\text{He}$  kondensiert anschließend auf der etwa 1.5K kalten 1K-Platte und tropft in den  $^3\text{He}$ -Pot. Phase zwei beginnt, wenn die  $^3\text{He}$ -Sorptionspumpe sich wieder auf 3K abgekühlt hat. Ab dieser Temperatur absorbiert die das  $^3\text{He}$  und reduziert so den Dampfdruck. Die Temperatur sinkt dann auf etwa 240mK.



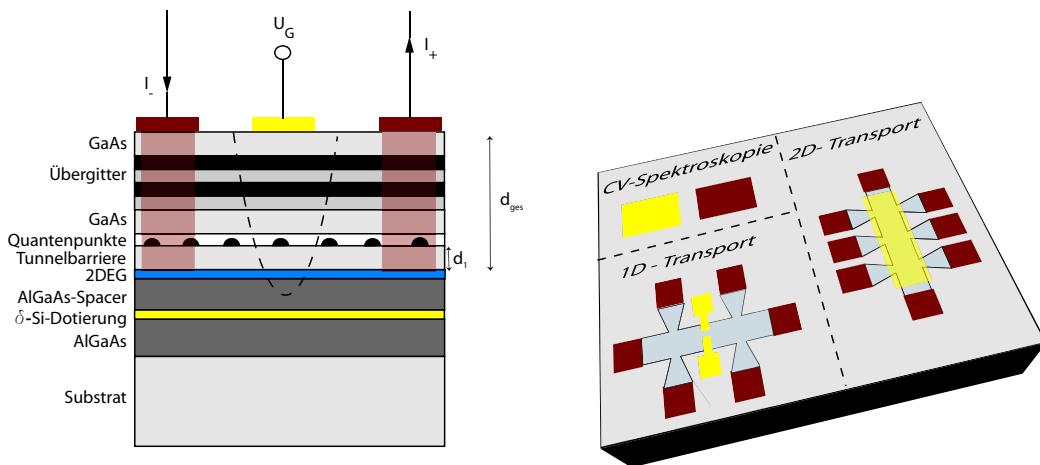
**Abbildung 3.6:** Dieses Foto zeigt den Heliox -  $^3\text{He}$ -Kryostat. Der obere Teil besteht aus der  $^3\text{He}$  - Vorratskammer, diversen elektrischen Anschlüssen und Abpumpöffnungen, welche zum wichtigsten Bereich, der inneren Vakuumkammer (IVK), führen. Die gestrichelte Linie kennzeichnet den Bereich der IVK, welche im Betrieb (Ausnahme ist der Syphon) mit einem Metallzylinder überdeckt und evakuiert ist. Zu erkennen ist die am unteren Ende der Kupferstange angebrachte Probe, deren elektrischen Zuleitungen mit Teflonband umwickelt sind. Diese IVK ist auch in der Abbildung 3.5 schematisch dargestellt.

### 3.3 Experimentelle Messmethoden

In diesem Abschnitt werden nun die verschiedenen experimentellen Messmethoden diskutiert, welche im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt worden sind, um die Wechselwirkung zwischen 2DEG und Quantenpunkten in ihren vielfältigen Erscheinungsformen darzustellen. Beginnend mit der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie, welche hauptsächlich zur energetischen Charakterisierung der Proben genutzt wurde, bis zu den verschiedenen Transportmessmethoden, werden Messaufbau und -intention beschrieben.

In Abbildung 3.7 ist auf der linken Seite die Schichtfolge der untersuchten Probe mit den aufgebrachten Elektroden dargestellt.

Auf dieses Probenstück mit den Ausmaßen  $A=4\text{ mm} \times 4\text{ mm} \times 1\text{ mm}$  wurden stets drei



**Abbildung 3.7:** Die rechte Skizze zeigt die Schichtfolge der untersuchten Probe mit den zwei verschiedenen Elektroden (Metallgate und Rückkontakt). Angedeutet ist der Stromfluss  $I$  bei einer Transportmessung über zwei einlegierte Rückkontakte und die elektrostatische Potenzialbarriere unter dem Metallgate (gestrichelte Linie) bei einer angelegten Spannung  $U_G$ . Die rechte Seite zeigt die drei verschiedenen aufgebrachten Messstrukturen auf der Probenoberfläche. Beide Grafiken sind nicht maßstabsgetreu.

verschiedene Strukturen für die oben diskutierten Methoden aufgebracht, welche schematisch auf der rechten Seite der Abbildung 3.7 gezeigt sind. Ein einfaches quadratisches Metallgate und ein Rückkontakt ohne Ätzgraben stand für die Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie (siehe Abb. 3.7, →CV-Spektroskopie) zur Verfügung; an einem geätzten Hallbar mit einer (den Leitfähigkeitskanal-überdeckenden) Gateelektrode (→Hallbar-Transport) und an einem ähnlich geätzten Hallbar mit lateral aufgedampften Split-Gates (→Split-Gate-Transport, Abstand  $d=400\ldots 1000\text{ nm}$ ) wurden Transportmessungen durchgeführt. In Abb. 3.7 nicht gezeigt, ist die Messstruktur mit einem geätzten 1D-Leitfähigkeitskanal und aufliegendem Metallgate, die in dem Kapitel der Auswertung angesprochen wird.

### 3.3.1 Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie

Mit Hilfe der Kapazitäts-Spannungs-(CV)-Spektroskopie lässt sich direkt die Zustandsdichte von niedrigdimensionalen Systemen in einer MISFET-Struktur vermessen. Die in diesem Fall betrachteten Quantenpunkte besitzen diskrete Zustände, so dass über die Messungen der differentiellen Kapazität direkt auf die Lage der Energieniveaus in den Quantenpunkten bezüglich des Fermi-Niveaus geschlossen werden kann.

Die Kapazitätsspektroskopie war schon Gegenstand zahlreicher Arbeiten und wurde ausführlich beschrieben ([57], [59]). Daher wird diese Messmethode im Folgenden nur kurz erläutert.

Mit dieser Methode ist es also möglich, die elektronischen Zustände der Quantenpunkte zu spektroskopieren und Aussagen über die Grundzustandsenergien des Elektronensystems zu treffen.

In Abbildung 3.9 ist der typische Messaufbau zur CV-Spektroskopie schematisch dargestellt. Über einen Lock-In Verstärker wird eine Wechselspannung (Amplitude  $A=5\text{ mV}$ , Frequenz  $f=100\ldots100000\text{ Hz}$ ) ausgegeben, diese Wechselspannung wird nun über eine Spannungsweiche auf eine Gleichspannung, welche von einer DC-Spannungsquelle geliefert wird, aufmoduliert und direkt auf das Metallgate der Probe gegeben. Das induzierte kapazitive Stromsignal im Rückkontakt wird über den Stromeingang des Lock-In Verstärker aufgenommen und über eine GPIB-Schnittstelle direkt an einen Rechner übergeben.

Durch Anlegen einer Gleichspannung zwischen Rückkontakt und Gate kann die Leitungsbandkante (und die Valenzbandkante) kontrolliert verschoben werden, da sich die erzeugten elektrostatischen Energien mit den Bandkantenenergien addieren (in Abbildung 3.8 schematisch angedeutet). Vernachlässigt man die Bandkrümmungen im Rückkontakt und in der QP-Schicht, so ändert sich die Fermienergie im Inneren der Struktur linear mit der angelegten Gatespannung und folgt folgender Gleichung [35]:

$$\frac{\Delta E_F}{e} = \frac{d_{\text{Tunnel}}}{d_{\text{ges}}} \Delta U_G = \lambda^{-1} \Delta U_G, \quad (3.1)$$

wobei  $d_{\text{ges}}$  den Abstand zwischen 2DEG und Gate und  $d_{\text{Tunnel}}$  die Tunnelbarriere zwischen Quantenpunkten und 2DEG darstellen.  $\lambda$  bezeichnet man in diesem Zusammenhang als Hebelarm. Er beträgt für die in dieser Arbeit untersuchte Probe ca.  $\lambda = 7.05$ . So ist es möglich durch eine geeignete Spannung das Niveau des ersten Subbandes des 2DEGs (nur dieses ist besetzt) und eines der diskreten Energieniveaus der Quantenpunkte in Resonanz zu bringen. Die Resonanzbedingung ist erfüllt, wenn gilt

$$E_F = \Delta E,$$

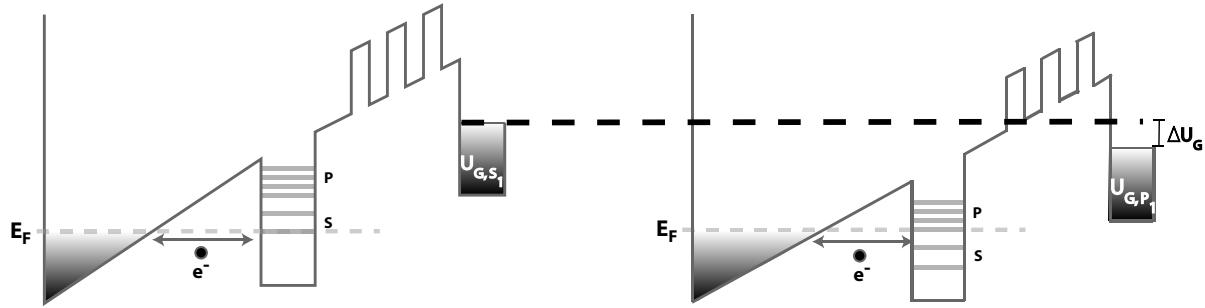
wobei  $E_F$  die Fermienergie im Rückkontakt und  $\Delta E$  die Energie darstellt, die benötigt wird, um dem Quantensystem ein Elektron hinzuzufügen. Ist dies der Fall, so ist das Elektron in der Lage, vom 2DEG in einen unbesetzten Zustand der Quantenpunkte

zu tunneln. Durch die aufmodulierte Wechselspannung entsteht ein induzierter Wechselstrom im 2DEG, welcher mit der Lock-In Technik phasensensitiv gemessen werden kann. Dieser Strom ist um  $\frac{\pi}{2}$  phasenverschoben und somit von rein kapazitiver Natur. Bei einer idealen Probe ohne Leckströme (z.B.: Plattenkondensator mit  $R=\infty$ ) ist nur der imaginäre kapazitive Anteil zu messen, bei realen Proben tritt zusätzlich ein resistiver Stromanteil ( $R \neq \infty$ ) auf. Der gemessene imaginäre Wechselstrom ist proportional zur Kapazität und diese wird durch folgende Gesetzmäßigkeit beschrieben:

$$C = \frac{I^2}{\omega(U^2 - I^2R^2)}, \quad (3.2)$$

wobei  $I$  das Messsignal,  $\omega$  die Kreisfrequenz der effektiv anliegenden Spannung  $U$  und  $R$  der nicht zu vernachlässigende ohmsche Widerstand (resistive Anteil) darstellen.

Vereinfacht kann man bei einer Resonanzbedingung sagen, dass sich der Abstand  $d$



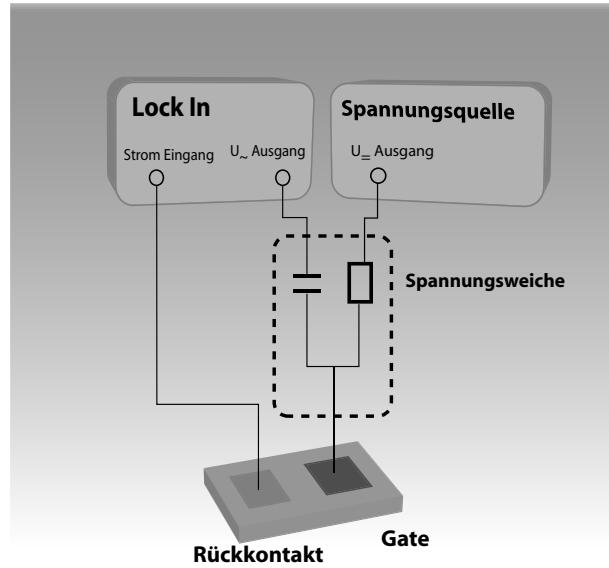
**Abbildung 3.8:** Hier ist die Leitungsbandkante der Probe bei zwei verschiedenen Gatespannungen vereinfacht dargestellt. Die linke Abbildung illustriert den Fall der Besetzung des ersten Energieniveaus des Quantenpunkts. Die Gatespannung hat die Leitungsbandkante so verschoben, dass die Fermi-Energie im Rückkontakt in Resonanz mit dem ersten s-Niveau der Quantenpunkte tritt. Die Elektronen im 2DEG können in die unbesetzten Zustände der Quantenpunkte tunneln, aufgrund der aufmodulierten Wechselspannung kommt es nun zu einem induzierten messbaren (kapazitiven) Wechselstrom, der proportional zur Kapazität der Struktur ist. Die rechte Darstellung bildet die Situation während der Besetzung des ersten p-Niveaus ab.

des aktiven Kondensators ändert. Ist die Resonanzbedingung nicht erfüllt oder sind keine besetzbaren Zustände in den Quantenpunkten vorhanden, begrenzen der 2DEG-Rückkontakt und das Metallgate die aktive Region.

Es gilt:

$$C_{2\text{DEG}} = \frac{\epsilon}{d_{\text{ges}}}, \quad (3.3)$$

wobei  $\epsilon$  die Dielektrizitätskonstante des Materials (hier: GaAs) zwischen Gate und Rückkontakt darstellt. Sind aber nun besetzbare Zustände in den Quantenpunkten vorhanden und die Resonanzbedingung erfüllt, stellt die InAs-Quantenpunktschicht die zwei-



**Abbildung 3.9:** Die Komponenten des CV-Messaufbaus. Benötigt werden ein Lock-In Verstärker (Wechselspannung mit Amplitude 5 mV und Frequenz 100...100000 Hz), eine DC-Spannungsquelle und eine Spannungsweiche. Die Probe befindet sich im  $^4\text{He}$ -Badkryostat.

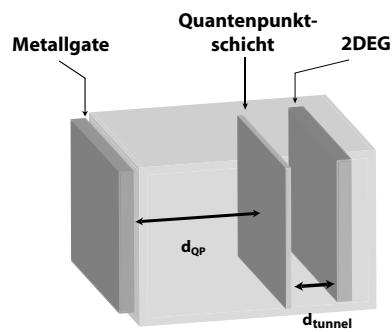
te "Kondensatorplatte" dar. Es gilt nun für die gemessene Kapazität:

$$C_{QP} = \frac{\epsilon}{d_{QP}} \quad \text{mit} \quad d_{QP} = d_{ges} - d_{\text{Tunnel}}. \quad (3.4)$$

Die Folge ist ein Ansteigen der Kapazität bzw. des imaginären Stroms im Falle der Besetzung der Quantenpunkt - Energieniveaus ( $d_{QP} < d_{ges}$ ). Die aktive Region der Probe ist in Abbildung 3.10 dargestellt.

Hierbei ist aber zu erwähnen, dass dies ein sehr vereinfachtes Bild für die Erklärung des Kapazitätsanstiegs ist. In dem erwähnten Fall geht man von einer metallischen Gegen-elektrode mit einer unendlich großen Zustandsdichte am Ort der Quantenpunkte aus, was aber in der Probe nicht der Fall ist. Aufgrund der nur geringen Anzahl besetzbarer Zustände (geringe Quantenpunktdichte) ist der tatsächliche beobachtbare Kapazitätsanstieg deutlich geringer. Die Quantenpunktschicht bildet eine sogenannte Quantenkapazität, die im Gegensatz zu einer metallischen Platte nicht vollständig in der Lage ist, ein angelegtes elektrisches Feld abzuschirmen [51]. Eine solche Quantenkapazität  $C_Q$  von niederdimensionalen Elektronensystemen ist proportional zur Zustandsdichte

$$C_Q = e^2 D(E_F).$$



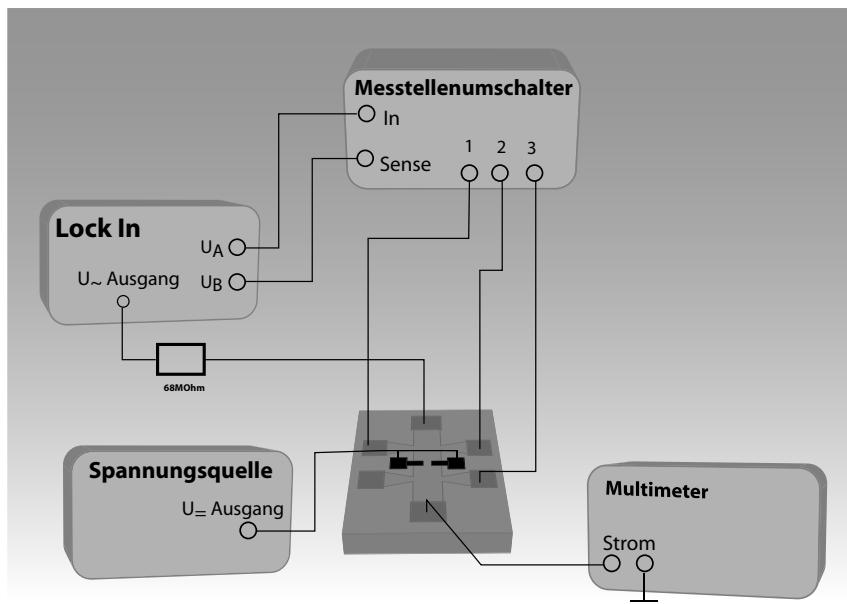
**Abbildung 3.10:** Grafik veranschaulicht die Kondensatorstruktur der Probe. Bei Resonanz zwischen 2DEG und Quantenpunktschicht stellt die Quantenpunktschicht mit dem Abstand  $d_{QP}$  ( $d_{QP} < d_{ges}$ ) die zweite aktive Kondensatorplatte dar.

### 3.3.2 Transportmessungen

Im folgenden Abschnitt wird die Datenaufnahme und die Technik der Transportmessungen näher erläutert, mittels derer die Längs- und Querwiderstandswerte aufgenommen wurden. Hierzu wurden die in Abb. 3.11 und 3.12 gezeigten schematischen Messaufbauten und Probenbeschaltungen vorgenommen.

In dieser Arbeit wurde für Transportmessungen zwei verschiedene Messtechniken genutzt. Zum einen wurden Längs- und Querspannungsmessungen mit der Standard Lock-In Technik (AC) durchgeführt, und zum anderen wurde eine im DC-Modus arbeitende Strom&Spannungseinheit (SMU\*) betrieben. Der Grund für die Durchführung von Gleichstromexperimenten hauptsächlich an den Split-Gate Geometrien ist zum größten Teil in der Zeitersparnis zu sehen. Bei einfachen Hallmessungen mit wenigen Messwerten ist dies nicht sofort ersichtlich, dies ändert sich aber bei Experimenten mit mehr als 120000 Messwerten. Um die Messdauer eines Experiments nicht über Wochen auszudehnen, wurde hier auf die schnelle DC-Messung zurückgegriffen, da zudem das Signal/Rausch Verhältnis die Interpretation der Daten nicht beeinflusste.

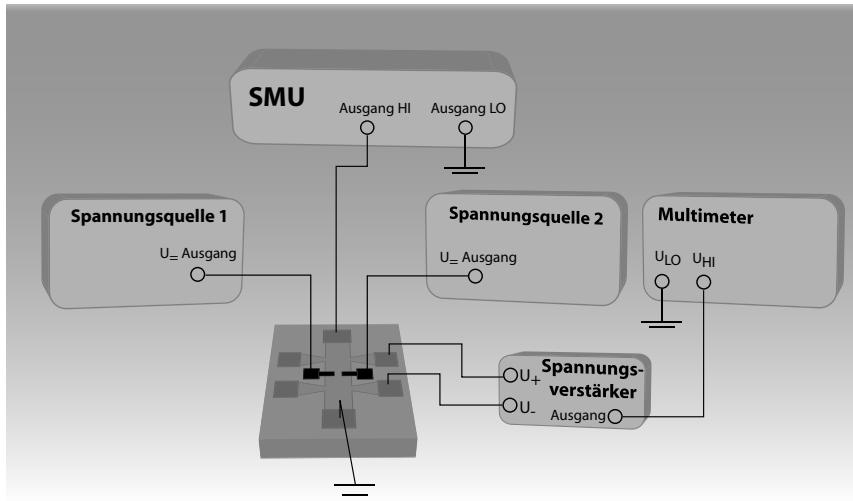
Mit Hilfe eines *EG & G Zweiphasen DSP Lock-In Verstärkers 7320*, der über eine IEEE



**Abbildung 3.11:** Diese Abbildung zeigt schematisch den Transport-Messaufbau mit der Standard Lock-In Technik. Eingehende Erklärungen zu diesem Messaufbau sind im Text zu finden.

488-Schnittstelle mit dem Messcomputer verbunden ist, erfolgte die Verarbeitung und Aufnahme der Daten mit Unterstützung der Software *Labview*. Dabei wurde am Lock-In Verstärker über den Oszillatiorausgang eine Sinusspannung ( $f=23$  Hz) von  $U=4.5$  V<sub>rms</sub>

\*engl.: Source Measurement Unit



**Abbildung 3.12:** Eine weitere Methode zur Transportmessung ist die Verwendung von Gleichstrom (DC), der Messaufbau ist hier dargestellt. Die Strom & Spannungseinheit (SMU) schickt einen Strom von  $20\text{ nA}$  durch die Probe, die Messung der Spannungen wird über einen Spannungs-Differenzenverstärker an einem Multimeter ausgelesen.

eingestellt, um so mit dem in Serie geschalteten  $R=68\text{ k}\Omega$ -Vorwiderstand einen Effektivstrom von  $I=67\text{ nA}_{\text{rms}}$  zu erhalten.

Die Widerstandsmessungen erfolgten differenziell und masselos mit Hilfe des Lock-In internen Differenzverstärkers, wodurch Offsets durch Einkopplung über die Masse vermieden wurden. Über den Lock-In Verstärker wurde zudem der Außenleiter geerdet, um das Messsignal gegen externe elektrische Störeinflüsse abzuschirmen.

Das Metallgate des Hallbars bzw. die beiden Split-Gates wurden mit einer DC-Spannungsquelle elektrisch angesteuert. Bei Experimenten an Split-Gates mit zwei unabhängig voneinander anliegenden Gatespannungen ist eine weitere Spannungsquelle im Messaufbau integriert worden.

Um nun in einer einzigen Messeinheit Quer- und Längsspannung abgreifen zu können, ist ein Messstellenumschalter (MSU) genutzt worden, welcher in jedem einzelnen Messzyklus, die zu messenden Abgriffe für  $U_{xx}$  und  $U_{xy}$  steuerte. Die Konstanz des Stroms wurde an einem Multimeter (DMM) kontrolliert und senkrecht zur Probe konnte ein Magnetfeld (bis zu 12 T) angelegt werden.

In der reinen DC-Messung lieferte die Strom & Spannungseinheit einen Strom von  $20\text{ nA}$  und die Spannungsdifferenz an den Longitudinalabgriffen der Probe wurde mit einem I/V-Wandler von *Femto* verstärkt und an einem Multimeter ausgelesen. Die Steuerung der Split-Gates war identisch mit der Standard Lock-In Technik.



# 4 Auswertung und Diskussion

## 4.1 Probencharakterisierung mittels CV-Spektroskopie

In diesem Abschnitt werden die spezifischen Eigenschaften der in dieser Arbeit untersuchten Proben ermittelt.

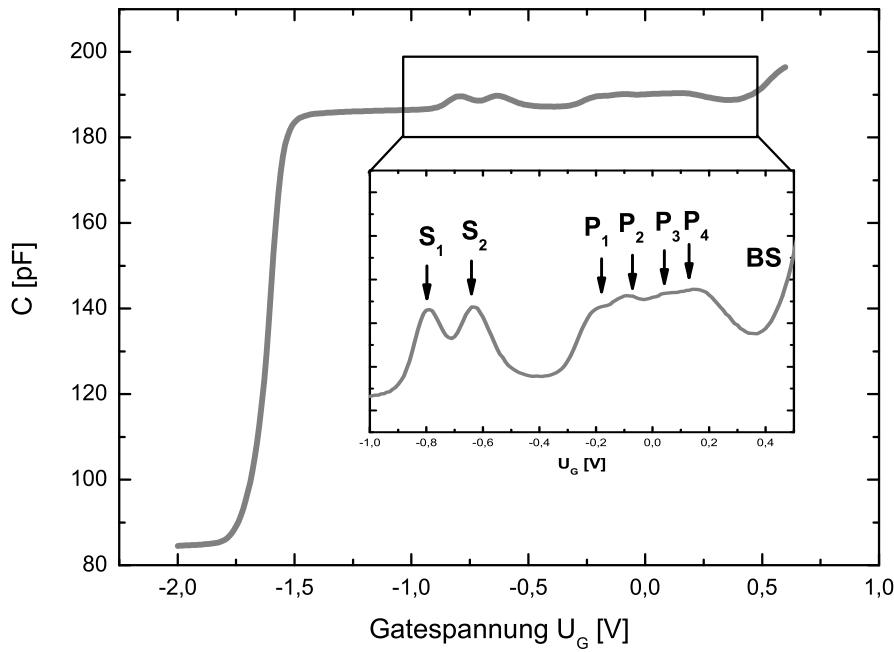
Im Einzelnen bedeutet dies, dass mittels der Kapazitätsspektroskopie die Quantenpunktflächendichte  $n_{QP}$  und die effektive Masse  $m^*$  der Ladungsträger bestimmt werden können. Weiterhin ist es möglich, eine Charakterisierung der elektronischen Zustände der Quantenpunkte vorzunehmen. Die theoretischen Grundlagen dazu sind in Kapitel 2 erläutert worden.

Ein typisches Kapazitätsspektrum ist in Abbildung 4.1 dargestellt und wird im Folgenden näher diskutiert. Eine vollständige Auswertung der energetischen Charakterisierung von selbstorganisierten nulldimensionalen Elektronensystemen mittels CV-Spektroskopie ist in [58], [59] durchgeführt.

Durch Anlegen einer Gleichspannung an ein Metallgate, welches einen Schottky-Kontakt mit der Probenoberfläche bildet ( $U_{\text{Schottky}} \approx 0.7 \text{ V}$ ), kann das Leitungsband der Probe kontrolliert verschoben werden. Durch die Aufmodulation einer Wechselspannung erhält man einen um  $90^\circ$  phasenverschobenen Wechselstrom ( $\text{Im}(I)$ ), der proportional zur Kapazität der Probe ist.

Die Entstehung des in Abb. 4.1 dargestellten Spektrums kann wie folgt erklärt werden: Ist die angelegte Gatespannung kleiner als  $-1.8 \text{ V}$ , so ist das 2DEG unter der Gateelektrode verarmt und es bildet sich keine aktive Kondensatorstruktur in der Probe aus. Der Ursprung der gemessenen Hintergrundkapazität ( $C_H \approx 85.4 \text{ pF}$ ) ist die verwendete Messtechnik. Hier sind Kabelkapazitäten oder parasitäre Kapazitäten in den Messgeräten relevant.

Ab einer Spannung von etwa  $-1.8 \text{ V}$  steigt die Kapazität stark an. In diesem Bereich wird das erste Subband des 2DEGs geladen. Bei etwa  $U_{G,\text{depl}} = -1.8 \text{ V}$  ist für diese Probe die Resonanzbedingung erfüllt, d.h. das Fermi-Niveau  $E_F$  stimmt mit dem Energieniveau  $E_{0,z}$  des 2DEGs überein. Die unterste Submode des zweidimensionalen Elektronengases wird mit Elektronen besetzt und bildet so neben der Gateelektrode die zweite aktive Kondensatorplatte. Diese Verarmungsspannung  $U_{G,\text{depl}}$  ist ein spezifischer Parameter der Probe, der über den Abstand der Oberfläche bis zum 2DEG  $d_{\text{ges}}$  und die Ladungs-



**Abbildung 4.1:** Die Abbildung zeigt ein typisches CV-Spektrum. Ab einer Spannung von  $\leq -1.8$  V ist das 2DEG unter dem Gate verarmt und es sind nur Hintergrundkapazitäten messbar. Für  $U_G \geq -1.8$  V wird das erste 2D-Subband geladen. Erhöht man die Gatespannung weiter, ist auf einem nahezu konstantem Kapazitätshintergrund eine Doppelstruktur und im Spannungsintervall von  $-0.3 \text{ V} < U_G < 0.3 \text{ V}$  eine breite Schulter zu beobachten. Die Ursache der Kapazitätsanstiege bei diesen Gatespannungswerten ist die Besetzung der beiden s-Niveaus und der vier p-Niveaus der Quantenpunkte. Ab 0.4 V steigt das Signal stark an, da die InAs-Benetzungsschicht (BS) geladen wird.

trägerdichte  $N_{2D,0V}$  bei  $U_G=0$  V definiert ist:

$$U_{G,dep1} = \frac{eN_{2D,0V}d_{ges}}{\epsilon\epsilon_0},$$

wobei  $\epsilon$  die Dielektrizitätskonstante von GaAs darstellt ( $\epsilon_{GaAs}=13.1$ , [62]). Die nun annähernd konstante Kapazität bei steigenden Gatespannungen spiegelt den linearen Anstieg der Ladungsträgerdichte des 2DEGs wieder. Der aufmodulierte schwache lineare Anteil im CV-Spektrum für  $U_G < -1.8$  V ist der Verschiebung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen im 2DEG zuzuordnen.

Ab einer Gatespannung von etwa  $-0.85$  V ist eine gaußförmig verbreiterte Doppelstruktur zu beobachten. Diese Doppelstruktur stellt den Einfluss der Quantenpunktschicht

dar, welche mit der sogenannten Quantenkapazität  $C_Q$  zur Gesamtkapazität beiträgt. Die Doppelstruktur kann mit den beiden s-Niveaus der Quantenpunkte identifiziert werden ([53], [35]). Die Quantenpunkte und die Metallelektrode grenzen im Resonanzfall die aktive Kondensatorstruktur ab. Aufgrund des nun kleineren geometrischen Abstandes zwischen den beiden Kondensatorplatten (vgl. 3.10) resultiert ein Anstieg der Kapazität\*. Die Halbwertsbreite der Kapazitätsmaxima ist ein Maß für die Größenhomogenität der Quantenpunkte auf der Probe. Im Einteilchenbild ist dieses s-Niveau zweifach Spin-entartet. In dem hier zu betrachtenden Vielteilchenmodell tritt aber noch die Coulomb-Blockade auf (siehe Kapitel 2: *Constant-Interaction-Modell*), welche zur Aufhebung der Entartung des Grundzustandes führt. Analog dazu sind die vier p-Niveaus, welche im Spannungsintervall von -0.3 V bis 0.3 V besetzt werden, durch die Coulomb-Blockade in ihrer Entartung aufgehoben. Aufgrund der kleineren Coulomb-Blockadeenergie zwischen den Ladevorgängen der p-Zustände ( $\rightarrow$  unterschiedlichen Orientierungen der Wellenfunktionen [25]), zeigt die Messung nicht vier eindeutige lokale Maxima, sondern lediglich ein verbreiterteres Plateau. Ab ungefähr  $U_G=0.4$  V wird dann die Benetzungsenschicht (BS) geladen. Die Wechselwirkungsenergien zwischen Elektronen im Quantenpunkt bezeichnet man als Additionsenergien und sind mit der CV-Spektroskopie experimentell analysierbar ([35], [54]).

Quantenmechanisch entspricht diese Energie dem Überlappintegral der zugehörigen Wellenfunktionen.

Mit Hilfe der Störungstheorie 1. Ordnung erhält man für die Coulomb-Blockade der ersten zwei Niveaus folgenden Ausdruck [56]:

$$E_{ss}^C = \frac{e^2}{C_{ss}} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \iint \frac{|\Psi_s(\mathbf{r}_1)|^2 |\Psi_s(\mathbf{r}_2)|^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \quad (4.1)$$

$$= \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 l} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad \text{mit} \quad l = \sqrt{\frac{\hbar}{m^*\Omega}}, \quad (4.2)$$

wobei  $\Psi_s$  die Eigenfunktion des Grundzustandes und  $l$  die charakteristische Länge des harmonischen Oszillators ist (hier:  $l=6$  nm).

Etwas anders sieht die Rechnung der Coulomb-Blockadeenergie zwischen dem zweiten und dritten Ladevorgang aus. Hier muss neben der direkten Coulomb-Blockadeenergie  $E_{sp}^C$  auch die Austauschwechselwirkung  $E_{sp}^A$  betrachtet werden.

Es folgt für die direkte Coulomb-Blockadeenergie:

$$E_{sp}^C = \frac{e^2}{C_{ss}} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \iint \frac{|\Psi_s(\mathbf{r}_1)|^2 |\Psi_p(\mathbf{r}_2)|^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 = \frac{3}{4} E_{ss}^C$$

---

\*Dies ist wie schon in Abschnitt 3.3.1 erwähnt eine vereinfachte Sichtweise. Dieses Modell geht von einer metallischen Gegenelektrode am Ort der QP aus. Das ist hier aber nicht der Fall, da die Quantenpunkte eine weitaus geringe Anzahl an Zuständen besitzt. Es muss die Quantenkapazität  $C_Q$  berücksichtigt werden.

Coulomb-Blockade			
x-y	$E_{xy}^C$	$E_{xy}^C/E_{ss}^C$	$E_{xy,\text{theo}}^C$
s <sub>1</sub> -s <sub>2</sub>	22.4 meV	1	22.4 meV
s <sub>2</sub> -p <sub>1</sub>	16.0 meV	1/4	5.6 meV
p <sub>1</sub> -p <sub>2</sub>	9.8 meV	1/2	11.2 meV
p <sub>2</sub> -p <sub>3</sub>	18.1 meV	7/8	19.6 meV
p <sub>3</sub> -p <sub>4</sub>	13.4 meV	1/2	11.2 meV

**Tabelle 4.1:** Die Tabelle zeigt die experimentell ermittelten Coulomb-Blockadeenergien unter Vernachlässigung des Bildladungsanteils ( $E_{\text{Bild}} \approx 0.3 \text{ meV}$ ). Um  $E_{s2,p1}^C$  zu erhalten, wurde eine Quantisierungsenergie  $E_0$  von 50 meV angenommen. Die beiden letzten Spalten stellen die theoretischen Coulomb-Blockadeenergien dar (nach [56]).

und für die Austauschwechselwirkung:

$$E_{sp}^A = \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int \int \frac{\Psi_s^*(\mathbf{r}_1)\Psi_p^*(\mathbf{r}_2)\Psi_s(\mathbf{r}_2)\Psi_p(\mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 = \frac{1}{4} E_{ss}^C.$$

Die aus der Auftragung der magnetischen Dispersion der Zustände (Abb. 4.2) ermittelten Werte der Coulombbeiträge  $\Delta E_{xy}^C$  sind in Tabelle 4.1 aufgelistet. x und y stellen in diesem Zusammenhang die Elektronenzustände dar.

Vergleicht man nun die theoretischen Coulomb-Blockadeenergien mit den experimentell ermittelten Werten, so fällt eine relativ große Diskrepanz auf. Besonders der Vergleich der Gesamtladeenergie zwischen dem zweiten und dritten Elektron weicht extrem stark vom theoretischen Wert ab. Als ein Grund ist in diesem speziellen Fall die Unsicherheit bezüglich der Quantisierungsenergie  $E_0$  zu nennen. Die Quantisierungsenergie wurde mit einem Wert von 50 meV angenommen, was für die untersuchte Probe anscheinend zu gering ist. Die Berechnung der Quantisierungsenergie über die charakteristische Länge l führt zu einem Ergebnis von  $E_0 < 50 \text{ meV}$  und vergrößert damit die Abweichung vom theoretischen Wert.

Um die allgemeinen Abweichungen zur Theorie zu erklären, ist es sinnvoll die Randbedingungen, welche *Warburton et al.* in ihrer theoretischen Beschreibung annehmen, anzusprechen, die nicht ohne weiteres auf das vorliegende Problem übertragen werden können.

*Warburton et al.* gehen in ihrer Beschreibung von einem dreidimensionalen Rückkontakt aus. Die Fermienergie dieses Rückkontakte wird näherungsweise weder von einem Magnetfeld noch der Gatespannung beeinflusst. In der hier untersuchten Probe wird ein 2D-Elektronengas als Rückkontakt benutzt. Die Fermi-Energie in diesem dimensionsreduzierten Elektronensystem ist bei steigendem Magnetfeld und Gatespannung nicht mehr als konstant zu beschreiben ( $\rightarrow E_F$ -Oszillationen). Diese Tatsache wurde von *Russ et al.* ([57], [61]) erfolgreich ausgenutzt, um die Zustandsdichte des 2DEGs gezielt zu untersuchen.

Eine weitere Grundannahme ist ein exakt rotationssymmetrisches (und parabolisches) Einschlusspotenzial für die Elektronen im Quantenpunkt. In der Praxis ist dies in der Regel nicht exakt der Fall. Besitzt die Geometrie der Quantenpunkte eine elliptische Prägung, so werden die Unterschiede zwischen den einzelnen Ladeenergien geringer, bis im Extremfall bei starker Elliptizität die Hundschen Regeln nicht mehr gelten [60]. Im Folgenden wird aus einem CV-Spektrum (Abb. 4.1) die Quantenpunktdichte  $n_{QP}$  ermittelt und mit der Anzahl von Quantenpunkten auf der Probenoberfläche verglichen. Es gilt laut [55]:

$$eNA n_{QP} = \lambda \int_{U_{G,S_2}}^{U_{G,S_1}} CdU_G \quad \text{mit} \quad C = \frac{\text{Im}(I)}{2\pi f U_\sim} \quad (4.3)$$

$$\Rightarrow n_{QP} = \frac{\lambda}{eNA2\pi f U_\sim} \cdot \underbrace{\int_{U_{G,S_2}}^{U_{G,S_1}} \text{Im}(I)dU_G}_{\text{Maß der schraffierten Fläche in Abb. 4.3}}, \quad (4.4)$$

wobei A die Gatefläche und N die Anzahl der Elektronen pro Quantenpunkt,  $U_\sim$  die effektiv anliegende Wechselspannung und f die verwendete Frequenz darstellt. Führt man nun die Integration von  $U_{G,S_1}$  bis  $U_{G,S_2}$  aus, erhält man folgende Quantenpunktdichte:

$$n_{QP} = 7.6 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{cm}^2}.$$

Dieser Wert ist vergleichbar mit der Quantenpunktdichte (siehe Abbildung 4.3), die über REM-Bilder der Probenoberfläche erhalten wurde und zwar

$$n_{QP} = 8.3 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{cm}^2}.$$

Die gute Übereinstimmung der Quantenpunktdichte aus der Integrationsmethode und der Abzählung (Abweichung etwa 10 %) ist überraschend. In anderen Arbeiten wurden Abweichungen von bis zu 50 % ermittelt (siehe [52], [57]). Die im Vergleich zu anderen Arbeiten besseren Übereinstimmung ist auch damit zu erklären, dass in dieser Arbeit nur die s-Niveaus zur Quantenpunktbestimmung herangezogen wurden. Werden die p-Niveaus in der Integration mitberücksichtigt, so führt das zu einer größeren Abweichung. Als Grund ist unteranderem der größere Einfluss der Benetzungsenschicht im Bereich der p-Niveaus zu nennen.

Aus der magnetischen Dispersion der Energiezustände, welche das Diagramm 4.2 abbildet, ist es näherungsweise möglich, die effektive Masse der Ladungsträger zu ermitteln.

Es gilt (näherungsweise):

$$\Delta E_{p2,p3} = \lambda^{-1} e \Delta U_{G,p2,p3} = \hbar \omega_c + E_0 \quad \text{mit} \quad \omega_c = \frac{eB}{m^*} \quad (4.5)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \Delta E_{p2,p3}}{\partial B} = \frac{e\hbar}{m^*} \quad (4.6)$$

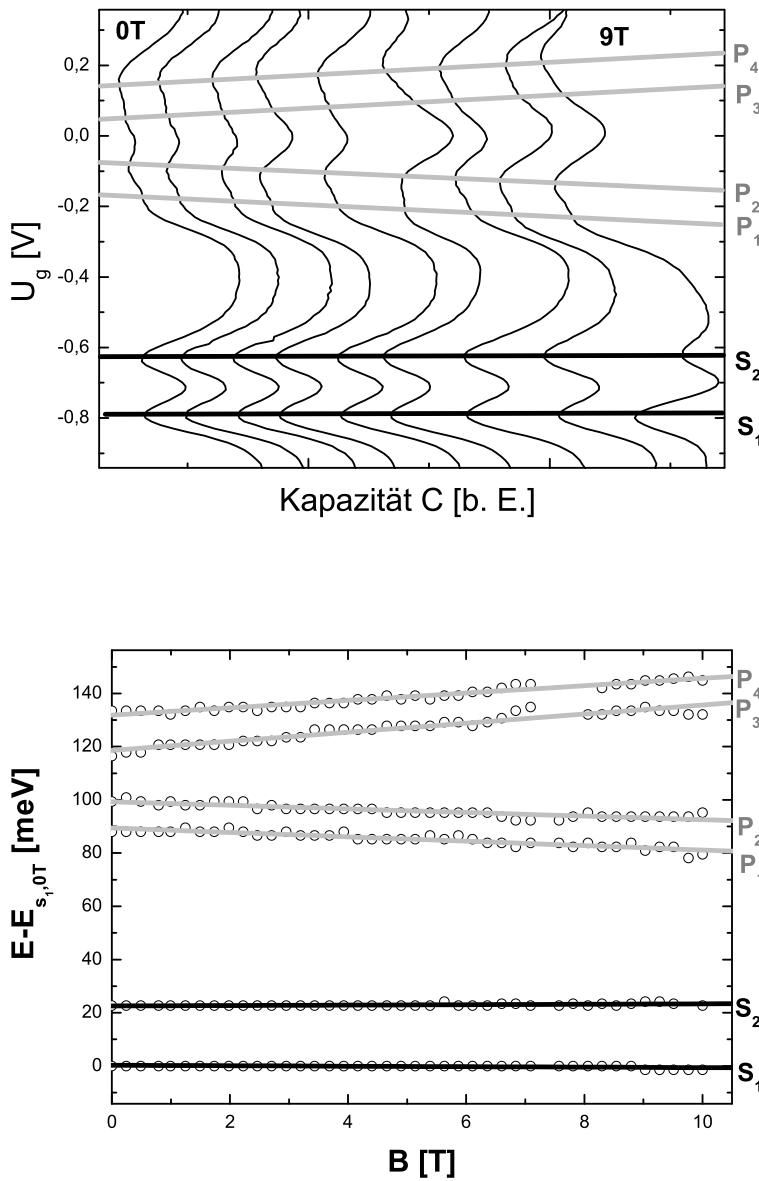
$$\Rightarrow m^* = \frac{e\hbar}{\frac{\partial \Delta E_{p2,p3}}{\partial B}}. \quad (4.7)$$

Führt man diese Rechnung aus, so erhält man eine effektive Masse von

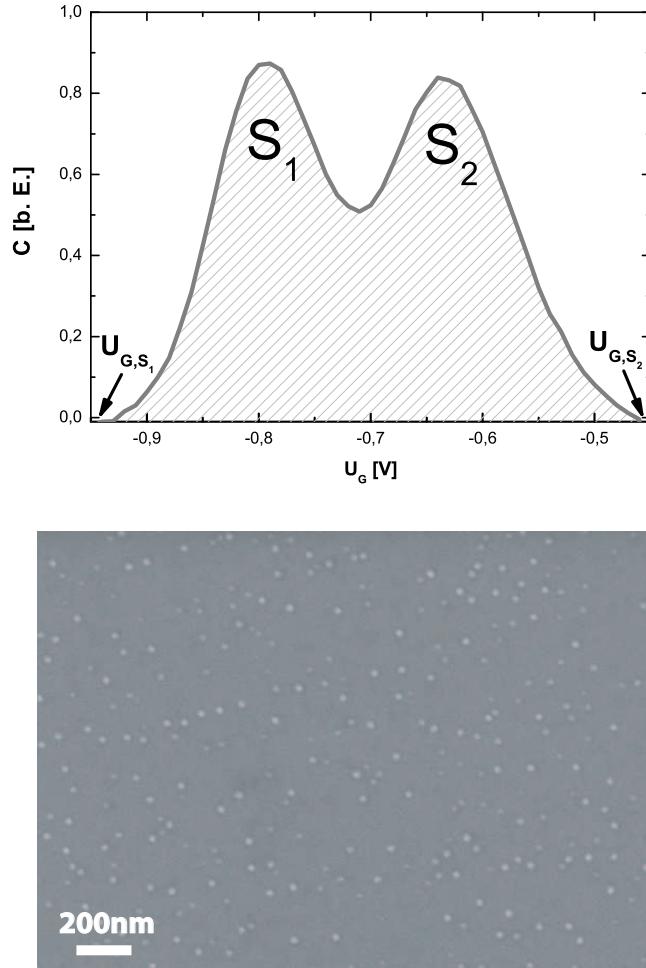
$$m^* = 0.049 m_e.$$

Dieser experimentell ermittelte Wert der effektiven Masse ist in etwa zu erwarten. Vergleicht man Literaturwerte für Ladungsträger in reinem InAs ( $m_{InAs}^* = 0.023 m_e$ , [62]) und GaAs ( $m_{GaAs}^* = 0.067 m_e$ , [62]), so sollte die effektive Masse der Elektronen dieser untersuchten Probe im Intervall  $0.023 m_e < m^* < 0.067 m_e$  liegen. Aufgrund der Tatsache, dass die Quantenpunkte aus einem größeren Anteil der InAs-Komponente (mit negativen Konzentrationsgradienten zur GaAs-Schicht, [18]) besteht, ist zu erwarten, dass die gemessene effektive Masse der Elektronen in reinen InAs-Quantenpunkten zu den Wert von InAs tendieren. Einige Gründe, warum dies nicht der Fall ist und die effektive Masse in verschiedenen Arbeiten sogar größer als die effektive Masse im reinen GaAs ist, wurden bereits erwähnt. Weitere Gründe sind Potenzialmodulationen und Grenzflächenrauhigkeiten, welche beide zu schwereren Massen führen. Zu erwähnen ist zudem noch die Nicht-Parabolizität des InAs-Leitungsbandes. Vergleichbare Arbeiten sind zu ähnlichen Ergebnissen gelangt ([58], [59]).

Damit sind alle (für diese Arbeit wichtigen) spezifischen Parameter der Probe, die man mit der CV-Spektroskopie erhalten kann, bekannt. Weiterführende Literatur bezüglich der elektronischen Charakterisierung von Quantenpunktzustände findet sich z.B in ([48], [56] [58]).



**Abbildung 4.2:** Die obere Abbildung zeigt schematisch die Positionen der Lademaxima mit den dazugehörigen CV-Spektronen, welche mit einem konstantem Offset in vertikaler Richtung versehen sind. Das untere Diagramm bildet die magnetische Dispersion der Zustände mit den entsprechenden Energien ab. Mit zunehmendem Magnetfeld spalten sich die  $p_1 p_2$  und  $p_3 p_4$  linear auf, wohingegen die s-Niveaus nahezu unbeeinflusst bleiben. Dieses Verhalten entspricht der Theorie (vgl. Kapitel 2, speziell Abb. 2.4). Die Oszillationen der p-Zustände im Magnetfeld sind Folge der oszillierenden Fermi-Energie des 2DEGs bei steigendem Magnetfeld.



**Abbildung 4.3:** Diese beiden Abbildungen dienen zur Bestimmung der Quantenpunktdichte. Das obere Diagramm zeigt die Doppelstruktur der beiden s-Niveaus nach der Subtraktion eines linearen Anteils. Die Fläche unter dem Graphen ist ein Maß für die Quantenpunktdichte. Das untere Bild zeigt die Quantenpunkte auf der Probenoberfläche, welches mit einem Sekundärelektronenmikroskop aufgenommen wurden. Über die Abzählung der Quantenpunkte in einem abgegrenzten Gebiet, wurde die Quantenpunktdichte bestimmt.

## 4.2 Transportmessungen an Hallbar-Geometrie

In diesem Kapitel wird der Einfluss von Quantenpunkten auf das Transportverhalten eines zweidimensionalen Elektronengases untersucht. Die verwendete Messgeometrie ist eine Standard-Vierpunkt-Hallbarstruktur, welche in Kapitel 2 schon diskutiert wurde. Diese Struktur besteht aus einem „makroskopischen“ Leitfähigkeitskanal, dessen elektrische Eigenschaften über vier Spannungsabgriffe untersucht werden können (siehe Abb. 2.14).

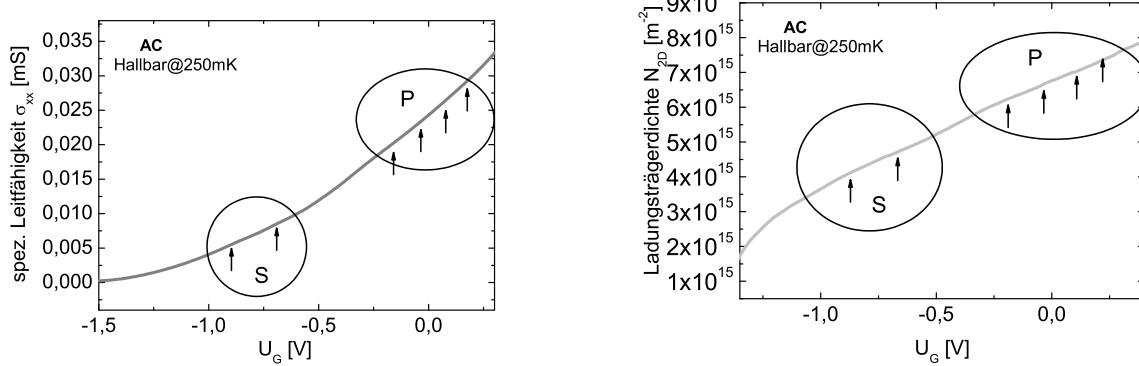
Die Heterostruktur der untersuchten Probe wurde bereits in Kapitel 3 dargestellt. Das zweidimensionale Elektronengas kann über eine Tunnelbarriere ( $d_{\text{Tunnel}}=25 \text{ nm}$ ) mit den Quantenpunkten wechselwirken. Über ein Metallgate auf dem Leitfähigkeitskanal ist es möglich, den Ladungszustand der Quantenpunkte und des 2DEGs zu variieren. Neben Transportmessungen in Abhängigkeit des Magnetfeldes ( $\rightarrow$  Magneto-Transport) kann als weitere kontrollierbare Variable die Spannung auf dem Metallgate dienen ( $\rightarrow \sigma(U_G)$ -Transport). Zunächst werden die sogenannten  $\sigma(U_G)$ -Transportmessungen im Hinblick auf Quantenpunkt-Einflüsse diskutiert.

### 4.2.1 $\sigma(U_G)$ -Transportmessungen an Hallbar-Geometrie

In dieser Messmethode wird ein konstanter Strom durch den 2D-Leitfähigkeitskanal geschickt, so dass über die transversalen und longitudinalen Spannungsabgriffe die zugehörige Leitfähigkeit bestimmt werden kann. Durch Variation der Gatespannung  $U_G$  ist es möglich, den Ladungszustand des 2DEGs und der Quantenpunkte *in situ* zu ändern. Die Messdaten in den folgenden Diagrammen sind in einer Standard-Lock-In-Technik bei einer Temperatur von 0.25 K aufgenommen worden. Die Messtechnik ist in Kapitel 3 erläutert worden.

Abbildung 4.4 zeigt die longitudinale spezifische Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  und die Ladungsträgerdichte  $N_{2D}$  gegenüber der Gatespannung  $U_G$ . Erwartungsgemäß steigt die Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  des Kanals monoton mit der Gatespannung an. Die Leitfähigkeit eines 2DEGs hängt hauptsächlich von zwei Faktoren ab, zum einen von der Ladungsträgerdichte  $N_{2D}$ , zum anderen von der Beweglichkeit  $\mu$ . Dabei hängt die Beweglichkeit selbst wiederum stark von der Ladungsträgerkonzentration ab.

Betrachtet man die Abbildung 4.4, so ist auf den ersten Blick kein Einfluss der Quantenpunkte auf das longitudinale oder auch auf das transversale Transportverhalten des 2DEGs ( $\sigma_{xy} \propto N_{2D}$ ) erkennbar. Zu erwarten ist aber, dass sich sowohl die longitudinale Leitfähigkeit als auch die Ladungsträgerdichte  $N_{2D}$  des 2DEGs reduzieren sollte, wenn ca.  $4 \cdot 10^6$  Quantenpunkte ( $\cong 4 \cdot 10^6$  Elektronen) geladen werden und Elektronen vom 2DEG in die freien Zustände der Quantenpunkte tunneln können. Wenn man bedenkt, dass die Ladungsträgerdichte des zweidimensionalen Elektronengases bei dieser Probe etwa (bei  $U_G=-0.8 \text{ V}$ , wo das erste s-Niveau geladen wird) bei  $4 \cdot 10^{11} \frac{1}{\text{cm}^2}$  liegt, ist sofort



**Abbildung 4.4:** Longitudinale Leitfähigkeit und Ladungsträgerdichte aus der AC-Transportmessung. Man erkennt nur sehr geringe Leitfähigkeits- und Ladungsträgerdichtheineinbrüche, wenn die QP-Zustände geladen werden. Die Kreise und Pfeile zeigen die Bereiche, bei denen die s- und p-Niveaus geladen werden (vgl. Abb. 4.1).

ersichtlich, dass es sich um einen sehr kleinen Einfluss handelt. Der Einfluss der geladenen Quantenpunkte auf die longitudinale Leitfähigkeit des Kanals äußert sich in der mittleren Streuzeit  $\tau$  der Ladungsträger im 2DEG, die proportional zur Leitfähigkeit ist

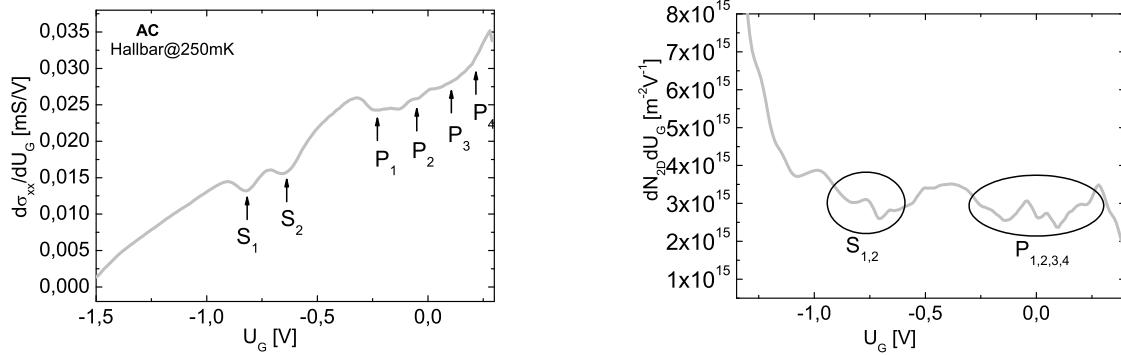
$$\sigma_{xx} = \frac{N_{2D} e^2}{m^*} \underbrace{\left( \sum_i \frac{1}{\tau_i} \right)^{-1}}_{\text{Matthiesen-Regel}}, \quad (4.8)$$

wobei  $i$  das jeweilige Streupotenzial beschreibt und  $\tau_i$  die zugehörige charakteristische Streuzeit darstellt. Diese mittlere Steuzeit definiert sich über die Matthiesen-Regel, welche alle möglichen Störpotenziale  $i$  mit einbezieht. Tritt nun neben den gatespannungs-unabhängigen Streupotenzialen wie z.B. der Grenzflächenstreuung zwischen GaAs und (AlGa)As oder Materialverspannungen noch ein *in situ* kontrollierbarer Coulomb-Streuer in die Nähe des 2DEGs (Abstand  $d_{\text{Tunnel}}=25$  nm) hinzu, muss dieser über seine charakteristische Streuzeit in Gleichung 4.8 mit berücksichtigt werden. Dadurch reduziert sich die longitudinale Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  des 2D-Elektronengas.

Dieser geringe Einfluss der Quantenpunkte sowohl in der Leitfähigkeit als auch in der Ladungsträgerdichte kann in Abb. 4.4 nur sehr schwach beobachtet werden. Durch eine geeignete Auftragung lassen sich die Einbrüche dennoch sichtbar machen. In Abbildung 4.5 sind die Ableitungen der spezifischen Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  und  $N_{2D}$  dargestellt. Eine hinreichend glatte Funktion kann über ihre Ableitung kleinste Abweichungen vom linearen Verhalten sichtbar machen.

Man kann nun in beiden Diagrammen aus Abb. 4.5 die deutlichen Einbrüche erkennen, wenn die s- und p-Zustände der Quantenpunkten geladen werden (vergleiche: Auswertung der CV-Spektroskopie).

Die Beweglichkeit ist die entscheidende Größe für die Schaltgeschwindigkeit von Halbleiter-



**Abbildung 4.5:** Hier sind die ersten Ableitungen der Graphen aus Abb. 4.4. Man erkennt deutlich Einbrüche im Bereich der Ladevorgänge.

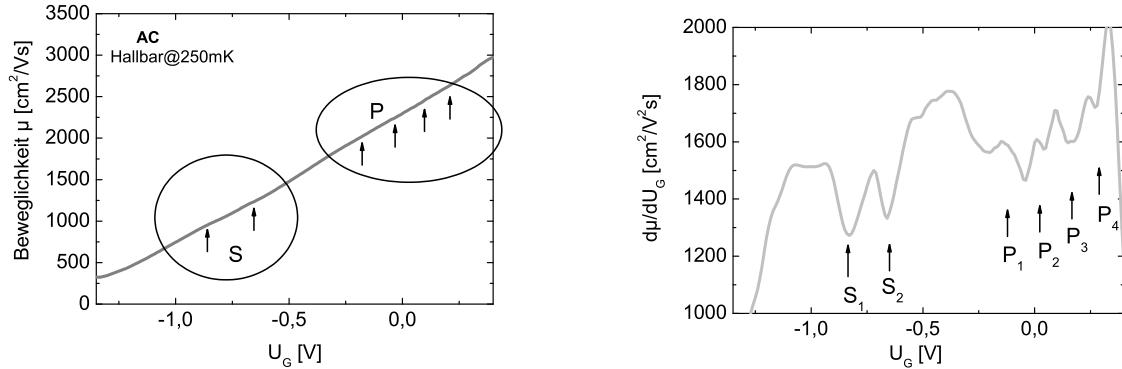
Bauelementen wie etwa Transistoren. Ist der Einfluss der geladenen Quantenpunkte als kontrollierbare Streuzentren auf die Beweglichkeit des 2DEGs ausgeprägt und in ihrem Betrag variierbar, so sind neuartige schaltbare Bauelemente auf Basis von Quantenpunkten denkbar. Interessant ist also zu wissen, wie die Beweglichkeit  $\mu$  des 2DEGs auf geladene Quantenpunkte reagiert. Diese wird mit folgender Formel beschrieben:

$$\mu = \frac{\sigma_{xx}}{N_{2DE}} = \frac{e}{m^*} \left( \sum_i \frac{1}{\tau_i} \right)^{-1}. \quad (4.9)$$

Die Beweglichkeit des 2DEGs ist in Abbildung 4.6 gegenüber der Gatespannung aufgetragen. Auch in der Beweglichkeit ist zunächst kein Einfluss erkennbar, was sich aber bei der abgeleiteten Funktion ändert. Auch in der Beweglichkeit des 2DEGs ist ein (kleiner) Einfluss beobachtbar.

Die Ladungsträgerdichten werden über den Feldeffekt kapazitiv mittels der Gateelektrode variiert. Dabei ändern sich in den relevanten Gatespannungsbereichen simultan die Besetzungszahl der Quantenpunkte und die des 2DEG. Mit der in Kapitel 4.1 vorgestellten CV-Spektroskopie ist man in der Lage, nur die Ladungsträgerdichte der gesamten Probe zu beschreiben. Von Russ *et al.* wurde ein leistungsfähiges iteratives Modell entwickelt, welches die Ladungsträgerdichte in die zugehörigen Quantenschichten (hier: 2DEG und Quantenpunkte) separiert ([57], [63]). So steht eine weitere unabhängige Methode zur Spektroskopie von Quantenpunkt-Zuständen zur Verfügung.

Mit diesem neuen Formalismus ist es Russ *et al.* gelungen, die Ursachen für die Änderung der Beweglichkeit des 2DEGs genauer zu analysieren. Basis für dieses Modell sind die vorgestellten einfachen Hall-Transportmessungen durch Variation der Gatespannung (siehe Abb. 4.4, 4.6). Ein Ergebnis dieser neuen Auswertungsmethode ist, dass das Verspannungspotenzial der Quantenpunkte und nicht die Coulomb-Streuung



**Abbildung 4.6:** Aus der Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  und der Ladungsträgerdichte  $N_{2D}$  kann man die Beweglichkeit  $\mu$  des 2DEG bestimmen. Die Einbrüche durch den Einfluss der Quantenpunkte sind auch hier zu erkennen.

der dominierende Faktor für die kleinen Beweglichkeiten des 2DEGs ist.

Die bisher vorgestellten Messergebnisse sind mit Hilfe der Lock-In Technik durchgeführt worden. Im Folgenden wird gezeigt, dass dieses Modell auch auf Hall-Transportmessungen im DC-Betrieb angewendet werden kann. Die Abbildungen 4.7 zeigen die Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$ , die Ladungsträgerkonzentration  $N_{2D}$ , die Beweglichkeit  $\mu$  und deren Ableitungen, die aber nun im DC-Modus aufgenommen wurden. Zwar sind die s- und p-Niveaus im Vergleich zu den AC-Messungen nicht sehr gut aufgelöst, aber in der Leitfähigkeit- und die Ladungsträgerkonzentration-Auftragung sind die erwarteten Einbrüche in den relevanten Gatespannungsbereichen zu identifizieren.

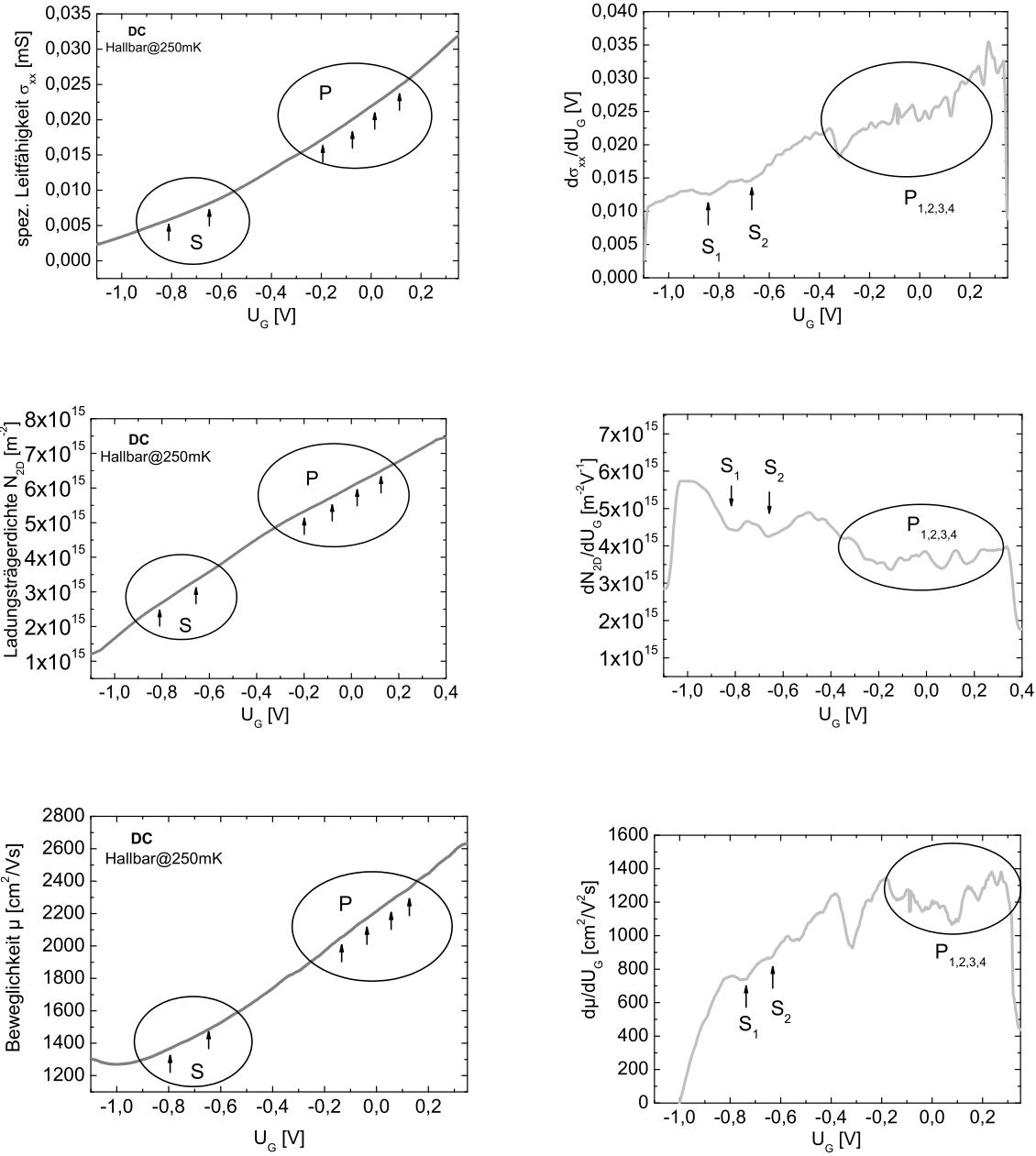
Die im Vergleich zur p-Auflösung bessere s-Auflösung ist eine direkte Folge der größeren Coulomb-Blockadeenergie (siehe CV-Spektroskopie,  $E_{ss}^C = 22.4 \text{ meV}$ ,  $E_{pp}^C \approx 11 \text{ meV}$ ). Darüberhinaus ist mit einer größeren 2D-Elektronendichte  $N_{2D}$  auch das Abschirmverhalten verbessert (großes  $N_{2D}/N_{0D}$ -Verhältnis<sup>†</sup>).

Aufgrund der Tatsache, dass Gleichstromexperimente in der Regel ein schwächeres Signal/Rausch-Verhältnis als auf Lock-In basierte Messungen besitzen, ist es schwieriger im DC-Modus die exakten Positionen der s- und besonders der p-Zustände zu identifizieren. Zudem ist in der Abbildung 4.7 zu beobachten, dass das Auflösungsvermögen der Energieniveaus in der Ladungsträgerdichte-, Leitfähigkeits- und Beweglichkeitsauftragung unterschiedlich ist. Die Beweglichkeit eines 2DEGs setzt sich wie bereits erwähnt aus Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  und der Ladungsträgerdichte  $N_{2D}$  zusammen. Dadurch, dass die Ladungsträgerdichte ansteigt, wird auch das Abschirmungsverhalten gegenüber den Potenzialmodulationen verstärkt. Dies ist ein weiterer Grund, warum die Auflösung in der Beweglichkeitsauftragung schwächer ist als in der Leitfähigkeits- und der Ladungsträgerdichte-Auftragung ist.

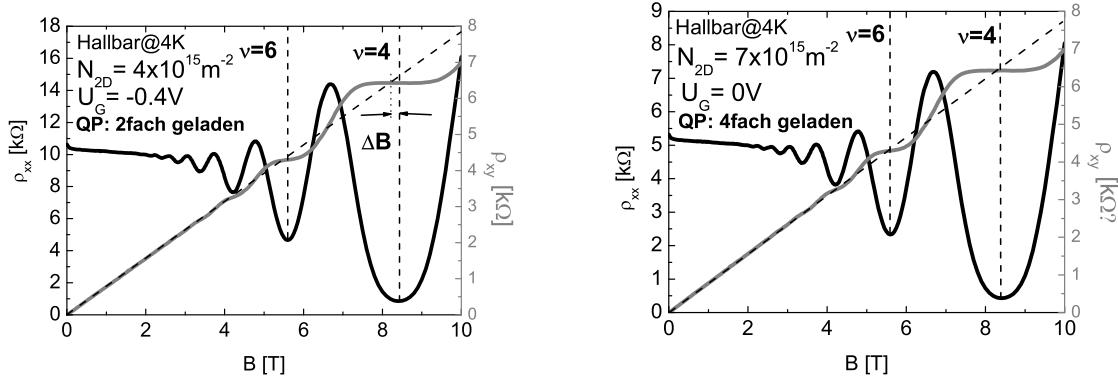
Trotzdem zeigen die Abbildungen 4.7, dass es auch in DC-Transportexperimenten mög-

<sup>†</sup>Hierbei ist  $N_{0D}$  die Anzahl der Ladungsträger in der Quantenpunktschicht

lich ist, spektroskopisch die Energieeigenzustände von Quantenpunkten zu untersuchen. Dies hat den entscheidenden Vorteil im Vergleich zu den AC-Messmethoden (CV-Spektroskopie), dass auch Proben mit großer Tunnelbarriere und damit langer Tunnelzeit spektroskopiert werden können. Dies ist in der CV-Spektroskopie nicht möglich, hier muss der Tunnelvorgang zwischen 2DEG und Quantenpunkt innerhalb einer Periodendauer erfolgt sein.



**Abbildung 4.7:** DC-Transportmessungen an Hallbar-Geometrie. Analog zur AC-Messung sind auch im DC-Modus in der Ableitung der Leitfähigkeit, der Ladungsträgerkonzentration und der Beweglichkeit Einbrüche beim Laden der Zustände auszumachen.



**Abbildung 4.8:** SdH-Oszillationen und QHE bei einer angelegten Spannung von 0 V(links) und -0.4 V (rechts). Eine Verschiebung der Füllfaktoren zu höheren Magnetfeldern ist nur bei -0.4 V zu beobachten. Die klassische Hall-Gerade durchstößt das Hall-Plateau ( $v=4$ ) nicht exakt im Zentrum. Der Durchstoßpunkt ist zu kleineren Magnetfeldern verschoben ( $\Delta B=0.16$  T).

## 4.2.2 Magneto-Transportmessungen an Hallbar-Geometrie

In diesem Unterkapitel soll über eine weitere Transport-Messmethode an einem *Hallbar* der Einfluss der Quantenpunkte auf das 2DEG untersucht werden. Im Unterschied zur oben diskutierten  $\sigma(U_G)$ -Transportmessung stellt hier das Magnetfeld den einstellbaren Parameter dar.

In Abbildung 4.8 sind der transversale und longitudinale Widerstand in Abhängigkeit des Magnetfeldes bei zwei unterschiedlichen angelegten Gatespannungen dargestellt. Wie bereits im Kapitel 1 über die Grundlagen des 2DEGs erwähnt, handelt es sich hierbei um die Shubnikov-de Haas-Oszillationen (SdH) in der longitudinalen und um den Quanten-Hall-Effekt in der transversalen Widerstandsmessung.

Ähnliche Magneto-Transportmessungen an einer Hallbargemetrie unter der Fragestellung des Einflusses der Quantenpunkte auf das 2D-Elektronengas sind schon in mehreren Arbeiten durchgeführt worden ([57], [61], [64]).

Der Messaufbau gleicht dem der bereits vorgestellten Standard Lock-In-Technik. Es wurden jeweils gleichzeitig die Oszillationen des Längs-Widerstandes und die Hall-Spannung zusammen mit dem aktuellen Probenstrom bestimmt.

Wie bereits erwähnt, ist der Ursprung dieses Widerstandsverhalten in den praktisch unvermeidlichen Potenzialmodulationen im 2DEG zu finden. Diese Streuzentren führen zu einer energetischen Verbreiterung der theoretisch  $\delta$ -förmigen Landau-Niveaus. Die Zustände unterscheiden sich in ihren Eigenschaften. Es existieren sogenannte ausgedehnte Zustände, die im Zentrum der Landau-Niveaus zu finden sind und zum Stromtransport beitragen. Darüberhinaus gibt es lokalisierte Zustände, die nicht zum Stromtransport beitragen (siehe Abb. 2.16). Der Längswiderstand spiegelt die Struktur der Zustandsdichte wieder. Bei ganzzahligen Füllfaktoren  $v$  ist ein Minimum im Längs-

widerstand und ein Plateau im Hallwiderstand zu erwarten, da das Fermi-Niveau in diesem Energiebereich lokale Zustände durchfährt und mit Elektronen besetzt werden. Durch das Einbringen von positiv oder negativ geladenen Störstellen in der Nähe eines 2DEGs, ist es möglich, die Hall-Plateaus zu höheren oder niedrigeren Magnetfelder zu verschieben [65]. Der physikalische Hintergrund für diese Verschiebung ist die Veränderung der Symmetrie der Zustandsdichte durch die attraktiven bzw. repulsiven Störstellen. Diese geladenen Störstellen bewirken, dass die Anzahl an Zuständen für  $E < E_n^{\ddagger}$  und  $E > E_n$  nicht mehr identisch ist. Für ein repulsives Potenzial ist zu erwarten, dass weniger Zustände bei niedrigen Energien als  $E_n$  vorzufinden sind, was zu einer Asymmetrisierung der Zustandsdichte bezüglich  $E_n$  führt. Dies äußert sich dann in einer Verschiebung der Hall-Plateaus zu kleineren Magnetfeldern, da die ganzzahligen Füllfaktoren erst bei höheren Fermi-Energie erreicht werden. Die klassische Hall-Gerade ( $R_{xy} = \frac{B}{eN_{2D}}$ ) schneidet die Plateaus nicht mehr im Zentrum sondern schon bei größeren Magnetfeldern. In Abbildung 4.8 ist dies ansatzweise bei einem Füllfaktor von vier und einer Gatespannung von -0.4 V (vgl.: CV-Spektroskopie → QP ist zweifach negativ geladen) zu erkennen. Das Hall-Plateau ist um etwa  $\Delta B = 0.16$  T zu größeren Magnetfeldern verschoben. Nun stellt sich die Frage, welches (repulsive) Störpotenzial für diesen Effekt in der hier untersuchten Probe verantwortlich ist. In Betracht kommen z. B. die geladenen Quantenpunkte als Coulomb-Streuer, aber auch das Verspannungspotenzial, welches jeden Quantenpunkt umgibt.

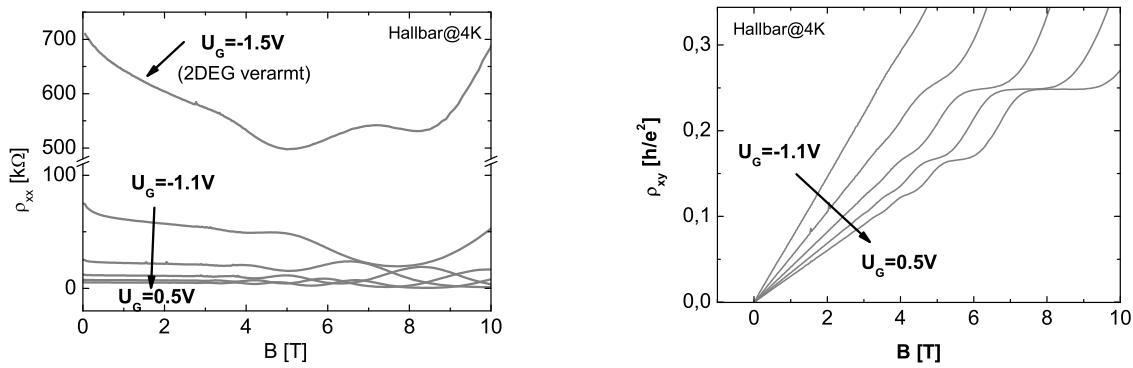
Interessanterweise nimmt der Effekt der Verschiebung ab, wenn die Gatespannung reduziert wird (siehe Abb. 4.8). Wäre die Coulomb-Streuung das dominierende Störpotenzial, ist aber zu erwarten, dass ein vierfach geladener Quantenpunkt ( $U_G=0$  V) ein größeres Störpotenzial bildet als ein zweifach besetzter Quantenpunkt ( $U_G=-0.4$  V). Demnach sollte die Verschiebung bei einer Gatespannung von 0 V im Betrag größer sein als bei -0.4 V. Diese Beobachtung ist aber nicht zu machen, so dass das repulsive Coulomb-Potenzial der geladenen Quantenpunkte als Ursache der Verschiebung auszuschließen ist. Es muss angenommen werden, dass das Verspannungspotenzial, welches die Quantenpunkte umgibt, die dominierende Ursache für die Plateauverschiebung darstellt. Darüberhinaus ist die Verstärkung des Abschirmungseffektes durch das Ansteigen der Ladungsträgerdichte  $N_{2D}$  im 2DEG eine Ursache für die kleiner werdende Verschiebung der Hall-Plateaus im Magnetfeld bei steigenden Gatespannungen.

In Abbildung 4.9 sind der spezifische Längs- und Querwiderstand bei verschiedenen Gatespannungen dargestellt.

Mit steigender Gatespannung bzw. steigender Ladungsträgerdichte verschieben sich die Minima der SdH-Oszillationen zu größeren Gatespannungswerten. Bei den Hall-Messungen äußert sich der Ladungsträgeranstieg in der kleiner werdenden Steigung im klassischen Hallregime ( $0 \text{ T} < B_{\text{klass}} < 1.5 \text{ T}$ ). Wird die Verarmungsspannung des 2DEGs überschritten, so steigt der longitudinale Widerstand aufgrund der fehlenden Ladungsträger sehr stark an und die SdH-Oszillationen sind nur noch ansatzweise zu

---

<sup>†</sup> $E_n$  ist der Landau-Energieeigenwert für die idealen  $\delta$ -förmigen Zustandsdichten ( $E_n = \hbar\omega_c(n + \frac{1}{2})$ ).



**Abbildung 4.9:** In der ersten Abbildung sind die SdH-Oszillationen bei verschiedenen Ladungsträgerdichten bzw. Gatespannungen dargestellt. Das rechte Diagramm zeigt die Entwicklung des transversalen Widerstandes bei steigender Ladungsträgerdichte.

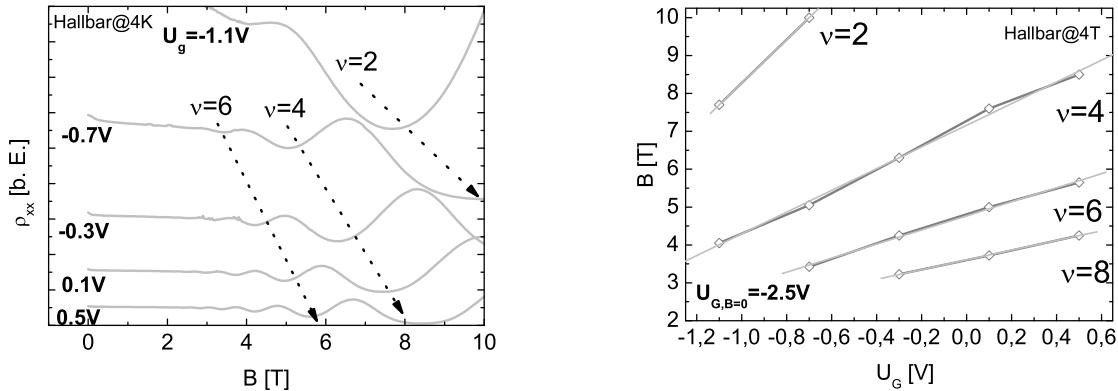
Ladungsträgerkonzentration $N_{2D}$ bei $U_G=0\text{ V}$	
Methode	$N_{2D} [10^{11} \frac{1}{\text{cm}^2}]$
klass. Hallmessung	7.39
SdH-Oszillationen	7.02
Landau-Fächer (Magneto)	6.89
Landau-Fächer ( $\sigma(U_G)$ )	6.84
Wachstumsprotokoll	7.90

**Tabelle 4.2:** Die Tabelle zeigt die mit verschiedenen Methoden experimentell ermittelten Ladungsträgerdichten des 2DEGs.

beobachten.

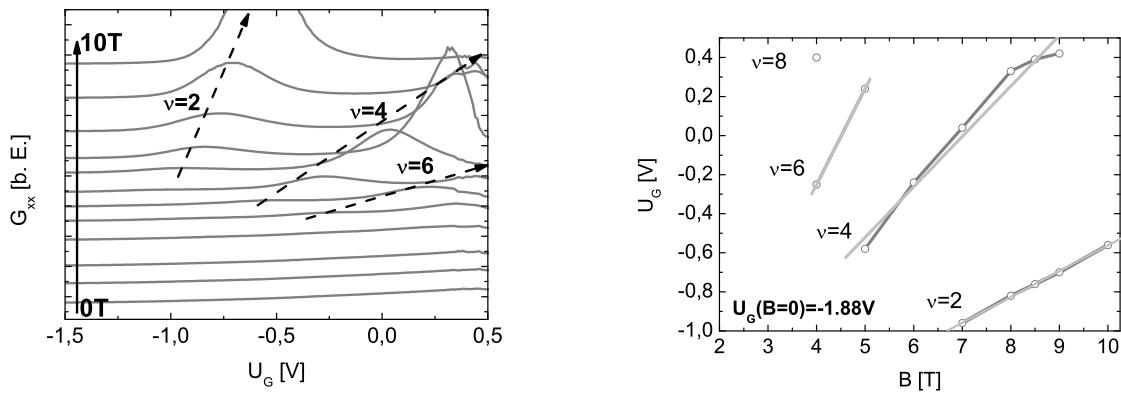
Neben der üblichen Ladungsträgerbestimmung aus klassischen Hallmessungen, ist es auch möglich über den Längswiderstand die Elektronendichte im 2DEG zu erhalten. Sowohl aus  $\sigma_{xx}(U_G)$ - als auch aus  $\sigma_{xx}(B)$ -Transportmessungen sind sogenannte Landau-Fächer-Diagramme aufzustellen. Das Landau-Fächer-Diagramm ermöglicht einerseits die Zuordnung eines Füllfaktors zu jedem Paar  $(U_G, B)$ , andererseits aber auch die Bestimmung der Ladungsträgerdichte ( $N_{2D} = \sqrt{\frac{eB}{h}}$ ) in Abhängigkeit vom Magnetfeld.

Wie in Abbildung 4.11 zu sehen ist, bilden sich bei bestimmten Gatespannungen die Landau-Niveaus aus, welche sich dann mit steigendem Magnetfeld zu höheren Gatespannungen verschieben. Alle Werte der Ladungsträgerdichten des 2DEGs bei einer Gatespannung von 0 V aus den fünf verschiedenen Methoden sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst. Die Auswertung über die Landau-Fächer-Methode scheint für die Ladungsträgerbestimmung die ungenaueste Methode zu sein, wenn man die klassische Hallmessung als Referenz wählt. Als Grund sind z.B. die asymmetrischen Zustandsdichten zu nennen, welche einen großen Einfluss bei hohen Magnetfeldern auf die



**Abbildung 4.10:** Im linken Diagramm ist der Längswiderstand in Abhängigkeit des Magnetfeldes aufgetragen. Zur besseren Übersicht sind die SdH-Oszillationen mit einem vertikalen Offset verschoben und die gestrichelten Pfeile verfolgen die SdH-Minima bei verschiedenen angelegten Gatespannungen.  $\nu$  stellt den entsprechenden Füllfaktor dar. Man erkennt sehr schön das Verschieben der Landau Niveaus mit steigender Ladungsträgerzahl. Die rechte Abbildung zeigt das resultierende Landau-Fächer-Diagramm, aus dem es möglich ist die Ladungsträgerdichte zu bestimmen.

Verschiebung der Füllfaktoren nehmen. Insgesamt ist die Übereinstimmung der fünf verschiedenen Methoden zur Bestimmung der Ladungsträgerdichte mit einer Differenz von etwa 8 % zufriedenstellend. Mit der Landau-Fächer-Auftragung ist es zudem möglich, die Verarmungsspannung des 2D-Elektronengases  $U_{\text{depl}}$  experimentell über den  $U_G$ -Achsenabschnitt für  $B=0 \text{ T}$  zu ermitteln. Die Verarmungsspannung aus dem Magneto-Landau-Fächer-Chart ( $U_{\text{depl},M} \approx -2.5 \text{ V}$ ) weicht aber sehr stark von der Verarmungsspannung aus der CV-Spektroskopie ab ( $U_{\text{depl,CV}} \approx -1.8 \text{ V}$ ), während die Verarmungsspannung des 2DEG aus dem  $\sigma(U_G)$ -Landau-Fächer-Diagramm mit der aus der CV-Spektroskopie in etwa übereinstimmt ( $U_{\text{depl},\sigma(U_G)} \approx -1.88 \text{ V}$ ).



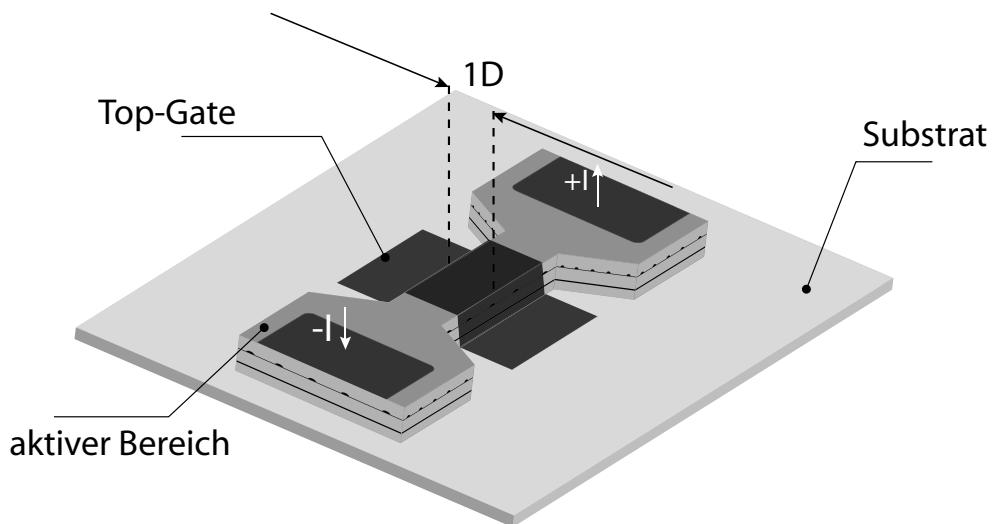
**Abbildung 4.11:** SdH-Oszillationen bilden sich auch bei  $\sigma(U_G)$ -Transportmessungen aus, was im linken Diagramm zu sehen ist. Hier sind den verschiedenen Graphen zur Übersicht vertikale Offsets hinzugefügt worden. Aus Leitfähigkeitsmessungen bei verschiedenen Magnetfeldern ist es auch möglich das Landau-Fächer Diagramm zu erhalten, was im rechten Diagramm abgebildet ist.

### 4.3 Transportmessungen an Steg-Struktur

Im vorliegenden Kapitel wird die Transportmessung an einer Steg-Struktur diskutiert. Aus dem ersten Teil der Auswertung wurde ersichtlich, dass die Quantenpunkte einen Einfluss auf das Transportverhalten des 2DEGs haben. Dieser Einfluss ist aber sehr gering, so dass die Leitfähigkeit- und Ladungsträgereinbrüche während des Besetzens der Quantenpunkte nur in ihrer Ableitung zu beobachten sind. Das Ziel ist es nun, den Einfluss der Quantenpunkte zu verstärken, in dem man von einem „makroskopischen“ Leitfähigkeitskanal (Abmessungen:  $A=500 \mu\text{m} \times 100 \mu\text{m}$ ) zu einem „mikroskopischen“ ( $A=400 \text{ nm} \times 600 \text{ nm}$ ) übergeht. Die Idee hinter dieser lateralen räumlichen Einschränkung des 2DEGs zur Verstärkung der Quantenpunkte als Störpotenzial ist recht einfach. Durch laterale Einschränkung wird der leitfähige Kanal in Breite und Länge stark reduziert, so dass Störpotenziale einen größeren Effekt auf die Leitfähigkeit nehmen können. Wird nun ein Quantenpunkt, welcher idealerweise räumlich mit dem schmalen Kanal überlappt, mit einem Elektron geladen, so wirkt dieser als Coulomb-Streuer und schnürt den schmalen Kanal elektrostatisch ab. Die Leitfähigkeit dieses Kanals würde sehr stark reduziert.

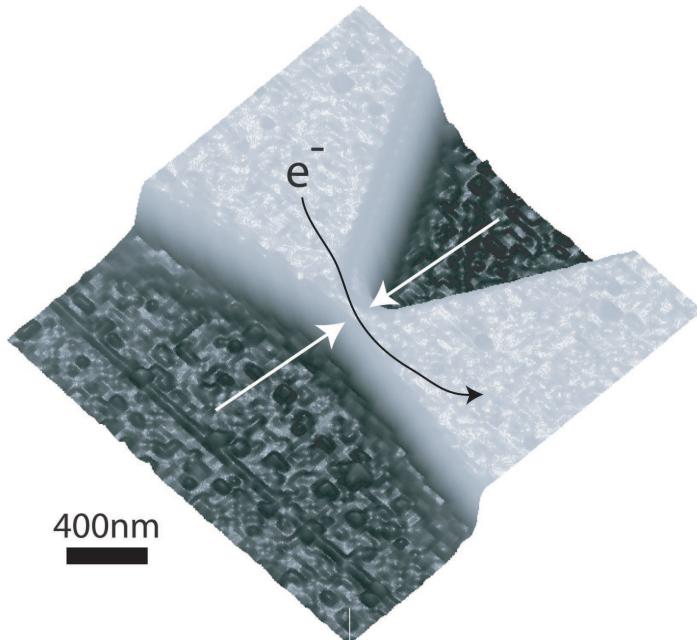
Die konzeptionell einfachste Art einen solchen schmalen Kanal herzustellen, ist die einer schmalen Mesa-Struktur, die im folgenden Abschnitt erläutert wird. Eine weitere, technologisch einfacher zu realisierende, Methode besteht in der Verwendung von Split-Gates, d.h. Gatestrukturen, die einen schmalen Spalt aussparen, in dem sich eine eindimensionale Mode ausbilden kann (Abschnitt 4.4).

Die gemessene Steg-Struktur ist schematisch in Abbildung 4.12 gezeigt.



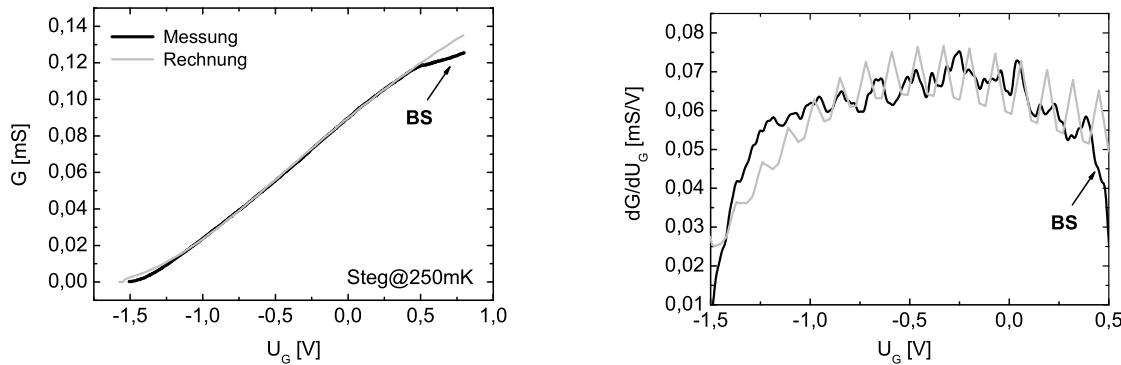
**Abbildung 4.12:** Schematische Darstellung der Mesa-Struktur, mit welchen man durch lokales Ätzen ein 1D-Kanal definiert werden kann.

Diese Methode der Definition eines leitfähigen 1D-Kanals aus einem 2DEG basiert auf der Ätztechnik. Zuvor wird ein Layout durch die Elektronenstrahl-Lithografie geschrieben und im nachfolgenden Schritt werden die durch das Entwickeln freigewordenen Bereiche von den aktiven Bereichen entfernt. So erhält man eine sehr schmale Mesastruktur mit einer Breite von etwa 400 nm und einer Länge von 600 nm. Abschließend wird lithografisch ein Top-Gate auf der geätzten Struktur definiert und metallisiert. Die Darstellung der Steg-Struktur in Abb. 4.12 ist idealisiert. Das im letzten Präparationsschritt hergestellte Top-Gate überdeckt in den realen Proben nicht nur den 1D-Leitfähigkeitskanal, es werden durch das Gate auch Bereiche beeinflusst, die als zweidimensional bezeichnet werden. Die Abbildung 4.13 zeigt eine Falschfarben-Aufnahme vom geätzten 1D-Kanal, welche mit einem Rastertunnelmikroskop aufgenommen wurde.



**Abbildung 4.13:** Diese AFM-Aufnahme (Falschfarbendarstellung) zeigt den geätzten Kanal (ohne Top-Gate). Das 2DEG wird auf bis zu 400 nm zusammengeschnürt. Die dunklen Bereiche stellen die geätzten Bereiche dieser Struktur dar. Der schwarze Pfeil deutet den Elektronenfluss an.

Durch eine Zweipunkt-Gleichstrommessung wurde eine  $\sigma(U_G)$ -Kennlinie bei einer Temperatur von etwa 240 mK aufgenommen. Die Spannung des Top-Gates wurde mit einer DC-Spannungsquelle erzeugt. Die Aufgabe des Gates ist, analog zur CV-Spektroskopie, das kontrollierte Laden der Quantenpunkte mit Elektronen. Die Leitfähigkeit in Abhängigkeit der Gatespannung ist in der linken Abbildung 4.14 dargestellt.



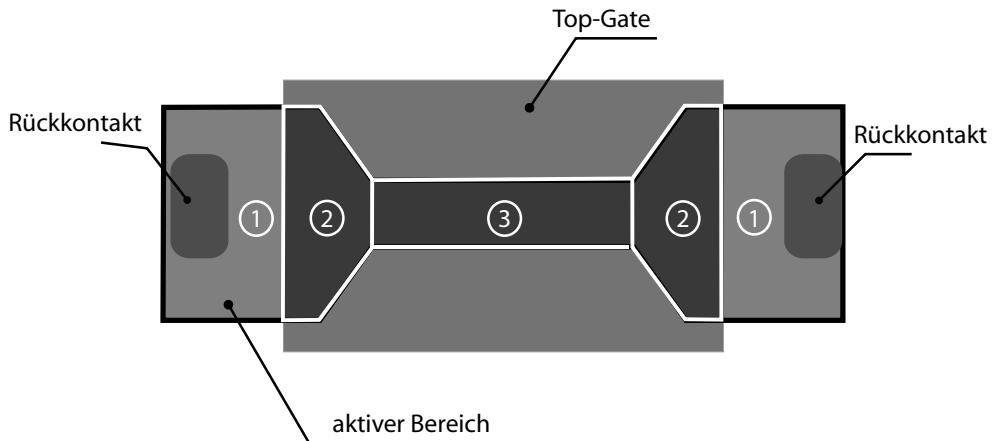
**Abbildung 4.14:** Diese Abbildungen zeigen die Ergebnisse der Messungen an einer Steg-Struktur. In der Leitfähigkeitsdarstellung gegenüber der Gatespannung ist nur der Einfluss der Benetzungsschicht (BS) zu erkennen. Die Ableitung der Leitfähigkeit zeigt dann verschiedene äquidistante Oszillationen, welche mit der stetigen Besetzung der 1D-Submoden zu identifizieren sind. Der Einfluss der Quantenpunkte ist in dieser Messung nicht zu erkennen. Gleichzeitig zeigt diese Abbildung den gerechneten Leitfähigkeitsverlauf eines geätzten 1D-Kanals [57].

Der 1D-Leitwert  $G$  steigt mit sinkender negativer Gatespannung linear an. Dies lässt sich durch den zur Gatespannung proportionalen Anstieg der Ladungsträgerdichte erklären. Diese Ladungsträger werden über das Top-Gate in das lateral reduzierte 2D-Elektronengas geladen (vgl. auch Kapitel 4.2.1). Zudem wird simultan die Beweglichkeit des Kanals erhöht.

Die Steigung der Leitfähigkeit bleibt bis zu einer Gatespannung von etwa 0,45 V konstant und erfährt dann eine geringe Steigungsreduzierung. Dieser leichte Einbruch in der Leitfähigkeit ist mit dem Einfluss der Benetzungsschicht, die in diesem Gatespannungsbereich geladen wird, zu erklären. Um nun weitere Einflüsse auf die Leitfähigkeit grafisch sichtbar zu machen, wird, wie bereits in Kapitel 4.2.1 näher erläutert, die Ableitung gegenüber der Gatespannung aufgetragen. Das Ergebnis ist in der rechten Abbildung dargestellt. Die Messkurve zeigt eindeutig äquidistante Leitfähigkeitsoszillationen, die durch die kontinuierliche Besetzung der 1D-Submoden verursacht werden. Im relevanten Gatespannungsbereich, in dem s- und p-Niveaus der Quantenpunkte geladen werden, sind keine vom Gesamtverlauf abweichende Strukturen zu beobachten.

In beiden Diagrammen ist zum Vergleich auch das Ergebnis einer numerischen Rechnung gezeigt.

In dieser Betrachtung wurde der aktive Bereich, der zur Leitfähigkeit beiträgt, in drei unterschiedliche Gebiete unterteilt (siehe Abb. 4.15).



**Abbildung 4.15:** Draufsicht der 1D-Mesa-Struktur. Dieses Bauelement kann man in drei unterschiedlich leitfähige Bereiche unterteilen, die in dieser Illustration mit 1, 2 und 3 bezeichnet sind.

Diese drei Widerstandsbereiche können dann analog zur Reihenschaltung zu einem Gesamtwiderstand zusammengefügt werden:

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + R_3. \quad (4.10)$$

Der *erste* betrachtete Widerstandsbeitrag  $R_1$ , beschreibt den Teil des 2DEGs, der weder lateral eingeschränkt noch durch das Top-Gate beeinflusst wird. Dieser Beitrag ist als Konstante in die Rechnung mit einzubeziehen. Auch werden die Einflüsse beschrieben, die durch eine schwache elektrische Kopplung mit der Umgebung verursacht werden. Die gesamten Einflüsse, die unabhängig von  $U_G$  sind, werden durch diesen Beitrag beschrieben ( $R_1=\text{konst.}$ ).

Der *zweite* Beitrag wird durch das 2DEG verursacht, welches mit einer Gateelektrode überdeckt ist und so in seinem Betrag abhängig von der angelegten Gatespannung ist ( $R_2 \propto U_G^{-2}$ ).

Der *dritte* Beitrag ist der eigentlich interessante Anteil zur Leitfähigkeit im Hinblick auf den Einfluss der Quantenpunkte auf das 2DEG. Der Ursprung dieses Beitrages ist der des lateral eingeschnürten mit einem Top-Gate überdecktem 1D-Kanals. In diesem Regime können die Leitwerte aber nicht jeden beliebigen Wert annehmen, sondern sind in den Einheiten des Leitwertquantums ( $G_0 = \frac{2e^2}{h}$ )<sup>§</sup> quantisiert. Die Anzahl der beteiligten Moden  $N$  ist abhängig von der Ladungsträgerdichte und damit auch von der Gatespannung ( $R_3 \propto U_G^{-1}$ ).

Summiert man nun diese Beiträge und berechnet die Leitfähigkeit in Abhängigkeit der Gatespannung, erhält man ein Ergebnis, welches sehr gut den realen Verlauf wieder gibt.

<sup>§</sup> aus Kapitel 2 ist bekannt, dass die Gesamtleitfähigkeit mit  $G = N \frac{2e^2}{h}$  berechnet werden kann

Ein Nachteil dieser Methode zur Bewegungseinschränkung von Elektronen in zwei Raumdimensionen stellen die unregelmäßigen und rauen Kanalabgrenzungen dar, welche ein großes Streupotenzial für die Ladungsträger bilden. Ein weiterer großer Nachteil ist die Tatsache, dass das Top-Gate nicht nur den 1D-Kanal, sondern auch lateral ausgedehnte Bereiche beeinflusst. Daher ist in Abbildung 4.14 die Leitwertquantisierung einer großen Hintergrundleitfähigkeit aufmoduliert. Kleine Effekte, wie der Einfluss von Quantenpunkten, sind so überlagert und nicht beobachtbar.

Dies ist auch der große Vorteil, der im vorherigen Abschnitt vorgestellten Split-Gate Technik. Mit dieser Methode ist es möglich, nur definierte Bereiche des 2D-Elektronengases zu beeinflussen.

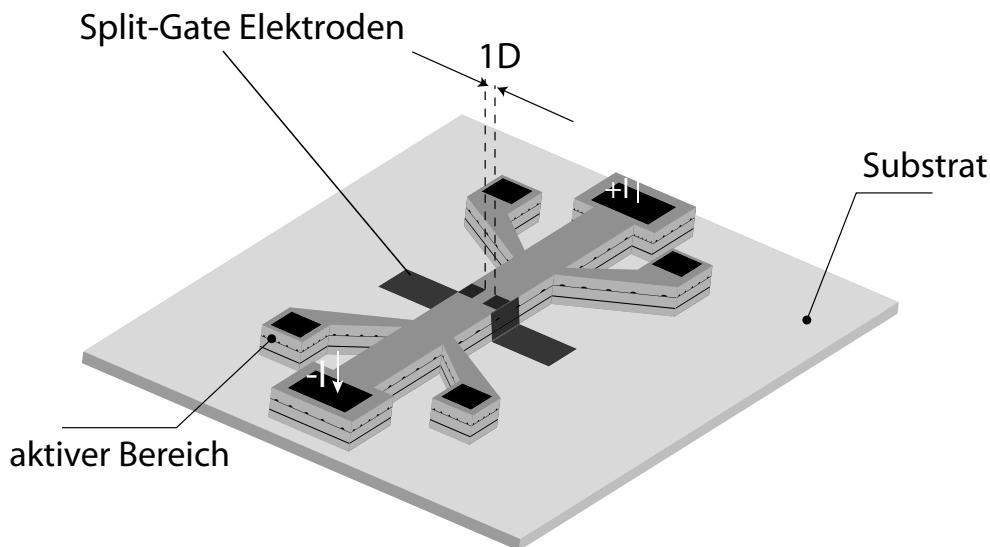
Durch Optimierung der Steg-Geometrie, ist es unter Umständen doch möglich Einflüsse der Quantenpunkten in einer schmalen Mesastruktur zu messen. Die Optimierung sieht eine Reduzierung der leitfähigen Bereiche vor, die mit  $R_2$  im Gesamtwiderstand beschrieben werden (Gleichung 4.10). Aufgrund technischer Probleme in der Herstellung dieser Stege ist es nur einmal gelungen eine funktionierende Probe zu präparieren. Daher war es nicht möglich das Mesa-Layout zu optimieren. Transportmessungen in Abhängigkeit des Magnetfeldes wurden an dieser Probe nicht durchgeführt.

## 4.4 Transportmessungen an Split-Gate-Geometrie

Dieses Kapitel diskutiert die Ergebnisse der Transportmessung an einer *Split-Gate Geometrie*.

Mit der *Split-Gate-Technik* wird versucht, das 2DEG lateral in einer weiteren räumlichen Dimension einzuschränken, so dass im Idealfall ein 1D-Transportverhalten erreicht wird.

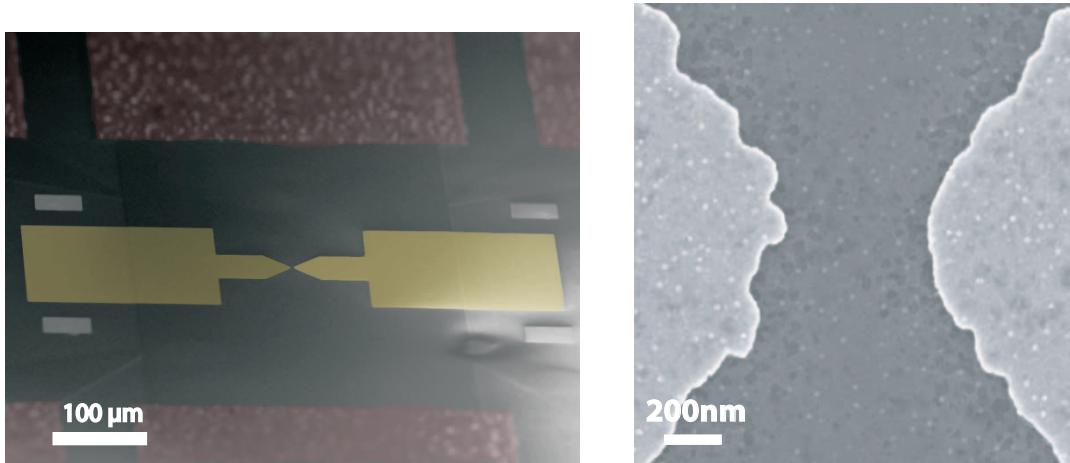
Die Split-Gate-Technik zur Definition eines eindimensionalen Kanals ist von *Thornton et al.* eingeführt worden und basiert wie bereits in Kapitel 2 erwähnt auf dem Feldeffekt. Über das Anlegen einer negativen Spannung auf ein Metallgate, ist man in der Lage, definierte Bereiche des 2DEG zu verarmen und so dem 2DEG eine Potenzialmodulation aufzuprägen. Die in dieser Arbeit verwendete Split-Gate-Struktur ist in Grafik 4.16 schematisch gezeigt.



**Abbildung 4.16:** Schematische Darstellung der Split-Gate Geometrie.

Diese Struktur besteht aus einer üblichen Hallbar-Geometrie, auf welcher in einem weiteren Präparationsschritt zwei Split-Gates mit einem Abstand von etwa 400 nm bis 1000 nm aufgedampft sind. Einen Überblick über die real gemessene Struktur erhält man durch Abbildung 4.17, wo in der linken Abbildung die vollständige Split-Gate-Struktur und rechts der Abstand zwischen den Split-Elektroden verdeutlicht wird.

Die Wirkung des Feldeffektes veranschaulicht die Grafik 4.18. Es zeigt die beiden aufgedampften Split-Gates auf der Probenoberfläche. Legt man nun eine negative Spannung an die Elektroden, so bildet sich unter dem Metallgate eine elektrostatische Barriere aus. Diese Potenzialbarriere bewirkt eine lokale Verarmung, so dass unter dem Metallgate bei ausreichend großer negativer Spannung die Quantenpunkte und des 2DEGs nicht

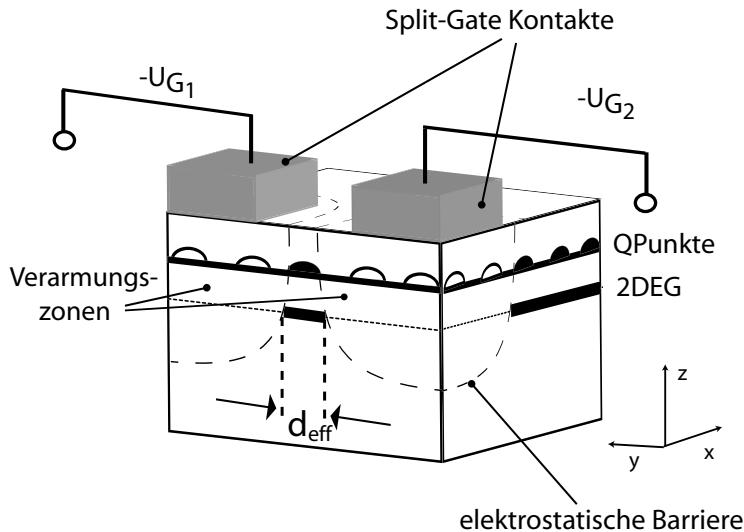


**Abbildung 4.17:** Zwei unterschiedliche SEM-Aufnahmen der gleichen Splitstruktur. Die linke SEM-Aufnahme ist eine Falschfarbendarstellung. Die Source/Drain Kontakte sind rötlich eingefärbt, während die Gateelektroden in einem Gelbton abgebildet sind. Der Abstand zwischen den beiden Gateelektroden verdeutlicht die zweite Aufnahme. Der Abstand beträgt in diesem Fall etwa 400 nm. Zu erkennen sind in dieser Aufnahme auch die Quantenpunkte, die zur Größenanalyse auf die Probenoberfläche gewachsen worden sind.

mit Elektronen besetzt werden können. Durch stetiges Erhöhen der negativen Gatespannung ist es möglich, den ausgesparten Kanal zwischen den Split-Gates kontrolliert lateral zu reduzieren. Dies führt ab einer kritischen Spannung zu einem vollständigen Abschnüren des Leitfähigkeitskanals.

Laux *et al.* löste in einer iterativen Rechnung erstmals das Problem der Energieeigenwerte in einem durch Split-Gates definierten quasi-eindimensionalen Leitfähigkeitskanals [66]. Seine Berechnungen wurden an einer GaAs/(AlGa)As-Heterostruktur durchgeführt. Im Gegensatz zu den in dieser Arbeit untersuchten Heterostrukturen ist das 2DEG der gerechneten Proben, nicht invertiert, auch bezieht das 2DEG die Ladungsträger aus einer n-dotierten (AlGa)As-Schicht und nicht aus einer  $\delta$ -Si Dotierung. Große physikalische Veränderungen sind aber durch diese Unterschiede nicht zu erwarten. Unter Vernachlässigung von Austauschwechselwirkungen wurden die Schrödinger- und Poissons-Gleichungen selbstkonsistent gelöst, um ein laterales Potenzialprofil auf Höhe des ausgebildeten 2DEGs zu berechnen. Das Ergebnis dieser Rechnung ist in 4.19 dargestellt. Es zeigt den lateralen Verlauf des Potenzials einer Split-Gate Struktur entlang einer Linie, welche etwa 5.6 nm vom GaAs/(AlGa)As-Übergang entfernt ist ( $\rightarrow$ Position des Maximum der Elektronenaufenthaltswahrscheinlichkeit). Der Abstand der beiden Split-Gates beträgt 400 nm.

Das laterale Potenzial zeigt einen annähernd parabolischen Verlauf, wenn die Ladungsträgerdichte im Kanal sehr klein ist bzw. die Gatespannung stark negativ (vgl. Abb. 4.19:  $U_G = -1.52$  V). Erhöht man die Spannung weiter auf -1.56 V, so wird der Leitfähigkeitskanal vollständig abgeschnürt, was in der Abbildung 4.19 dadurch deutlich wird, dass das laterale Potenzial über das Fermi-Niveau ansteigt. Zustände, die energetisch oberhalb



**Abbildung 4.18:** Schematische Darstellung zur Erläuterung der Split-Gate Technik

von  $E_F$  liegen, werden bei  $T \rightarrow 0$  nicht besetzt. Wird das Einschlusspotenzial nun durch kleinere negative Gatespannungen abgeschwächt, so verändert sich der Verlauf des Potenzials. Es bildet sich im Zentrum der beiden Split-Gate-Elektroden ein sehr flaches Potenzial aus, in welchem sich die Ladungsträger akkumulieren können.

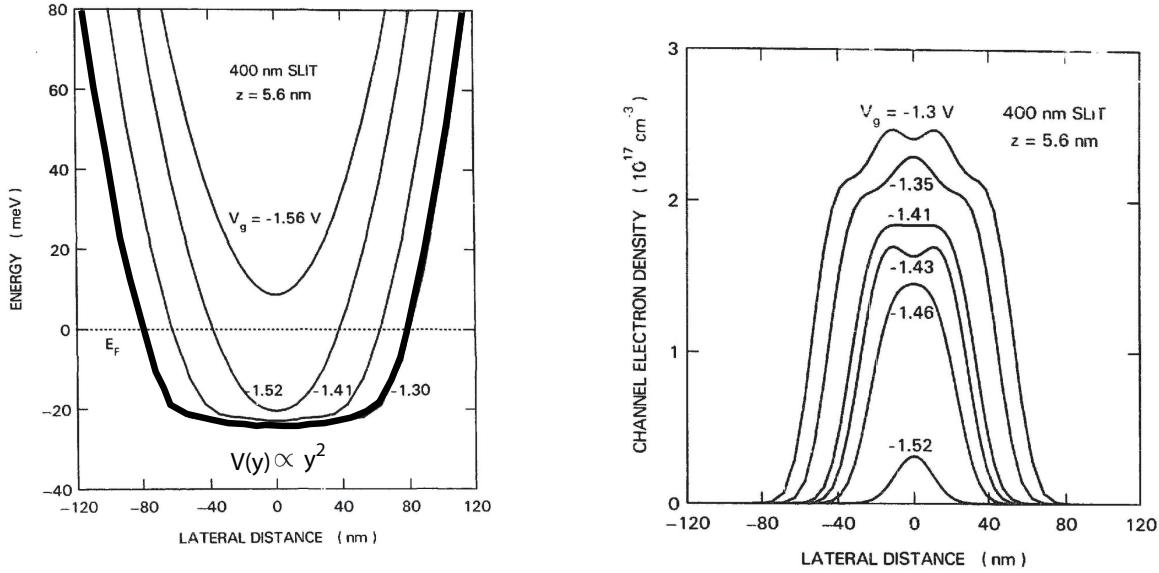
Dieses Modell rechtfertigt also die Annahme eines 1D-parabolischen Potenzials in der Berechnung der Energieeigenwerte, welche im Kapitel 2.1.2 durchgeführt wurde ( $V(y) = \frac{1}{2}m^*\omega^2y^2$ ). Für eine Split-Gate Anordnung in einer sogenannten Quantenpunktkontakte-Geometrie, also zwei sehr eng zueinander verlaufende Elektroden, bei denen die Länge des 1D-Kanals gegen Null strebt, entsteht ein 2D-Sattelpunktpotenzial ( $V(x, y) = -\frac{1}{2}m^*\omega_x^2x^2 + \frac{1}{2}m^*\omega_y^2y^2$ ).

Weiterhin wurden in der Arbeit von *Laux et al.* die Energien der ersten fünf 1D-Subbänder in Abhängigkeit der angelegten Gatespannung berechnet. Es zeigte sich, dass der Abstand der Subbänder mit steigender effektiven Breite des Leitfähigkeitskanals ( $d_{eff}$ ) wie erwartet kleiner wird. Die integrierte Ladungsträgerdichte im 1D-Kanal steigt annähernd linear an (siehe Abbildung 4.20).

*Nixon et al.* konnte für die hier untersuchte Split-Gate Geometrie eine Formel angeben, mit welcher man in der Lage ist, das laterale Potenzial zu berechnen, wenn die Entfernung des 2DEG zur Probenoberfläche und der Abstand der Split-Gates bekannt ist [67]. Die Formel lautet:

$$\Phi(y) = U_G \left[ 1 - \frac{1}{\pi} \arctan \frac{B d_{ges}}{y^2 + d_{ges}^2 - (B/2)^2} \right], \quad (4.11)$$

wobei  $B$  der Abstand der beiden Split-Gate-Elektroden darstellt und  $d_{ges}$  die Entfernung der Probenoberfläche bis zum 2DEG angibt.

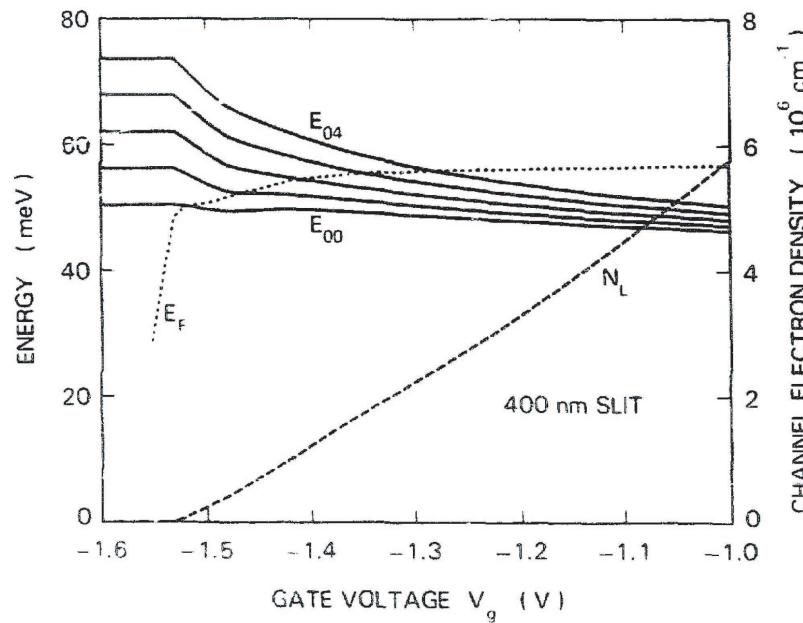


**Abbildung 4.19:** Links: Gerechnetes laterales Potenzialprofil entlang einer Linie , die 5.6 nm vom GaAs/(AlGa)As-Übergang entfernt ist, bei 4 K. Rechts: Dichte der Ladungsträger, entlang derselben Linie für sechs verschiedene Gatespannungen [66].

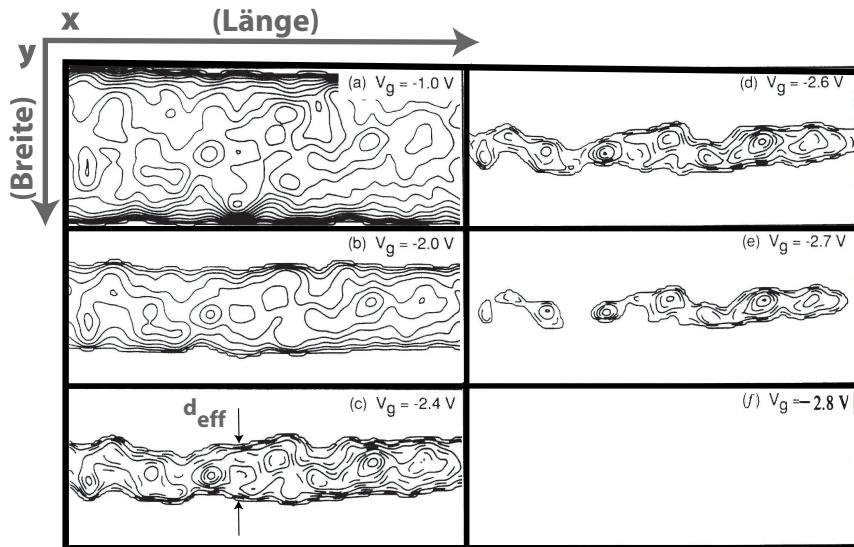
Nixon und Davies berechneten die Dichtefluktuationen von Elektronen im 1D-Kanal für verschiedene Gatespannungen [67]. Diese Fluktuationen werden z.B. durch ionisierte Donatoren hervorgerufen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.21 dargestellt.

Die Bilder der Dichtefluktuationen im 1D-Kanal mit unterschiedlichen Gatespannungen zeigen, dass das Einschlusspotenzial bei steigenden negativen Spannungen sukzessive verstärkt und so der leitfähige Kanal in der Breite reduziert wird. Ab etwa -2.6 V wird die Breite nicht mehr kontinuierlich verringert. Die im Vergleich zur effektiven Breite  $d_{\text{eff}}$  nun großen Fluktuationen verursachen eine diskontinuierliche laterale Reduktion des Kanals. Ab -2.8 V ist der Kanal vollständig abgeschnürt, so dass keine Ladungsträger im Kanal vorhanden sind.

Diese diskutierten Ergebnisse können auf das Verhalten der vorliegenden Heterostruktur im Allgemeinen übertragen werden. Die Länge des Kanals der untersuchten Splitstruktur beträgt etwa 600 nm.



**Abbildung 4.20:** Die ersten fünf Subbänder sind in Abhängigkeit der Gatespannung dargestellt. Weiterhin zeigt diese Abbildung den Verlauf des Fermiplateaus  $E_F$  und der integrierten Ladungsträgerdichte  $N_L$  im 1D-Kanal [66].



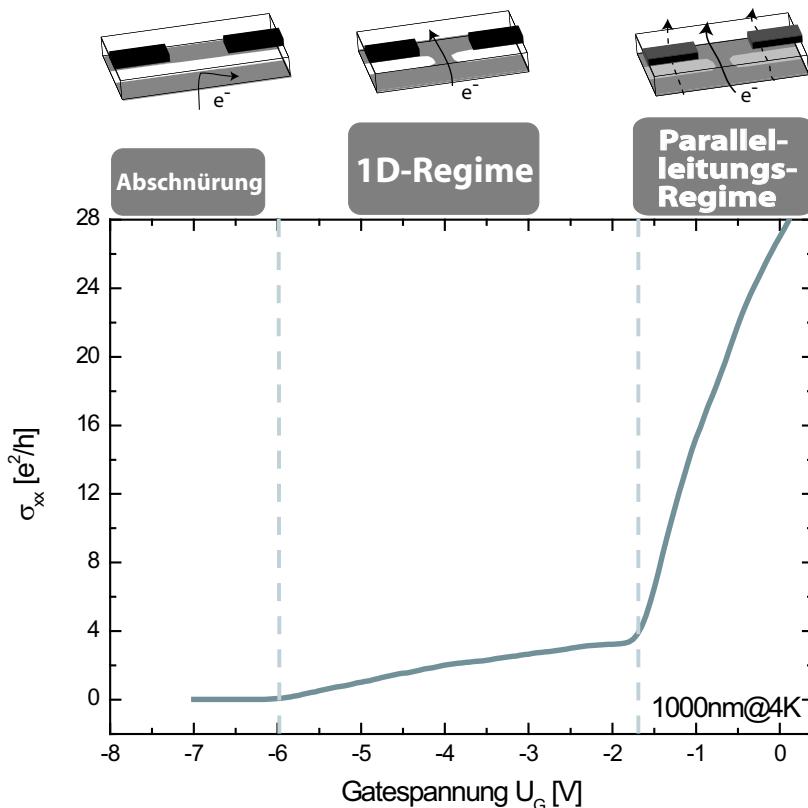
**Abbildung 4.21:** Ladungsträgerdichtefluktuationen des 1D-Kanals (Breite=400nm, Länge=1000nm) bei verschiedenen Gatespannungen [67].

#### 4.4.1 $\sigma(U_G)$ -Transportmessungen an Split-Gate-Geometrie

In diesem Kapitel werden nun die experimentellen Ergebnisse der  $\sigma(U_G)$ -Transportmessungen an einer *Split-Gate-Geometrie* vorgestellt.

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurden Split-Gate-Geometrien mit zwei unterschiedlichen Abständen hergestellt und untersucht. Es standen Spaltelektroden mit einem Abstand von 400 nm und 1000 nm zueinander zur Verfügung. Beide Gateelektroden liegen auf gleichem Potenzial und engen den Leitfähigkeitskanal im 2DEG symmetrisch ein. Eine typische  $I_{SD}/U_G$ -Kennlinie solcher Strukturen ist in Abbildung 4.22 dargestellt.

Sie zeigt die spezifische Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  in Abhängigkeit der Gatespannung  $U_G$  (ge-



**Abbildung 4.22:** Darstellung einer Transportmessung in Abhängigkeit der Gatespannung an einer Split-Gate Geometrie mit einem Abstand von 1000 nm. Die Grafiken über den drei charakteristischen Leitfähigkeitsbereichen illustrieren schematisch die physikalische Situation. Sie zeigen jeweils die beiden Split-Gate Elektroden und deren Wirkung auf das 2DEG und den Stromtransport.

nauer:  $U_G = U_{G,1} = U_{G,2}$  ).

Wie schon in der Abbildung 4.22 angedeutet, ist diese Kennlinie in drei charakteristische Bereiche einzuteilen, in denen sich der Leitfähigkeitsverlauf drastisch von den

\*Hierbei ist  $U_{G,1}$  die Spannung, die an der einen Elektrode anliegt und  $U_{G,2}$  an der anderen.

anderen Bereichen unterscheidet.

Für große negative Gatespannungen ( $U_G \leq -6.3$  V) strebt die Leitfähigkeit gegen Null. In diesem Bereich wird der Leitfähigkeitskanal elektrostatisch vollständig abgeschnürt. Über die Split-Gates wird dem 2D-Elektronengas eine für die Ladungsträger unüberwindbare Potenzialbarriere aufgeprägt, so dass die Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  zwischen beiden Abgriffen sehr stark sinkt. Dieser Bereich entspricht im gerechneten Beispiel von *Laux* einer Gatespannung von  $U_G \leq -1.56$  V.

In der Berechnung der Ladungsträgerdichtefluktuationen von *Nixon* und *Davies* tritt die vollständige Abschnürung des Leitfähigkeitskanals für  $U_G \leq -2.8$  V ein. Die Abschnürspannung ist in erster Näherung nur vom Abstand der beiden Gates zueinander und dem Abstand der Probenoberfläche zum 2DEG abhängig.

Für Gatespannungen  $\geq -6$  V wird der Kanal zwischen den Gates mit Ladungsträgern besetzt. In diesem sogenannten 1D-Regime steigt die Leitfähigkeit linear an. Der lineare Verlauf spiegelt den ebenfalls linearen Anstieg der integrierten Ladungsträgerdichte zu kleiner werdenden Gatespannung im 1D-Kanal wieder (siehe Abbildung 4.20). Der Grund, warum sich in diesem Regime nicht die in Kapitel 2.1.2 erwähnten diskreten Stufenfunktion ausbildet, ist die zu geringe Beweglichkeit  $\mu$  des 2DEGs. Mit dieser Beweglichkeit ist eine mittlere Streulänge<sup>||</sup> ( $\mu \propto l$ ) definiert, die weitaus kleiner ist als die Länge des 1D-Kanals ( $l < 100$  nm). Dies zeigt sich im Diagramm 4.22 u. a. darin, dass die Leitfähigkeit bis zum Laden des 2DEGs maximal den halben Wert des Leitfähigkeitsquants erreicht und es so nicht zur Ausbildung von diskreten Stufen kommen kann. Dieser lineare Verlauf endet ab einer Gatespannung von ca. -1.75 V. Vergleicht man diesen Wert mit der CV-Spektroskopie (Kapitel 4.1), so ist dieser Gatespannungswert mit der Verarmungsspannung  $U_{G,\text{depl}}$  zu identifizieren. Ab dieser Verarmungsspannung wird das erste 2D-Subband unter den Gates mit Elektronen besetzt. Dies hat zur Folge, dass die vorher verarmten Bereiche unter den Split-Gates zum Ladungstransport beitragen können (Parallelleitung). Deutlich wird dies in einem starken Anstieg der Leitfähigkeit in diesem Gatespannungsbereich. Die Potenzialbarrieren unter den Elektroden wirken nicht mehr als unüberwindbare Hürde für die Elektronen. Auch in diesem Regime wird das 2DEG unter den Gates weiterhin durch die negative Spannung beeinflusst und bildet für die Ladungsträger eine Potenzialbarriere. Doch wird die Höhe dieser Barriere mit abnehmender Gatespannung reduziert, so dass mehr und mehr Ladungsträger die Barriere überwinden können und zum Stromtransport beitragen. Der Strom wird in diesem Fall durch die Wege mit der größten Leitfähigkeit getragen. Dies bedeutet, dass der größte Beitrag zur Leitfähigkeit aber immer noch durch den 1D-Kanal herrührt. Dies ändert sich erst, wenn das 2DEG unter den Elektroden mit den gatespannungsunabhängigen leitfähigen Bereichen gleichberechtigt ist. Aus diesem Grund sättigt sich die longitudinale Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  für  $U_G \rightarrow 0$  V.

In den Diagrammen aus Abbildung 4.23 wird der Einfluss der Temperatur auf die Leitfähigkeit und die Ladungsträgerdichte in der Struktur deutlich. Diese Messungen sind an einer anderen Probe (11080) durchgeführt worden. Die Beweglichkeit dieser Probe

<sup>||</sup>d.h. l gibt den mittleren Weg zwischen zwei Stößen an, welche die Phase des Elektrons verändert.

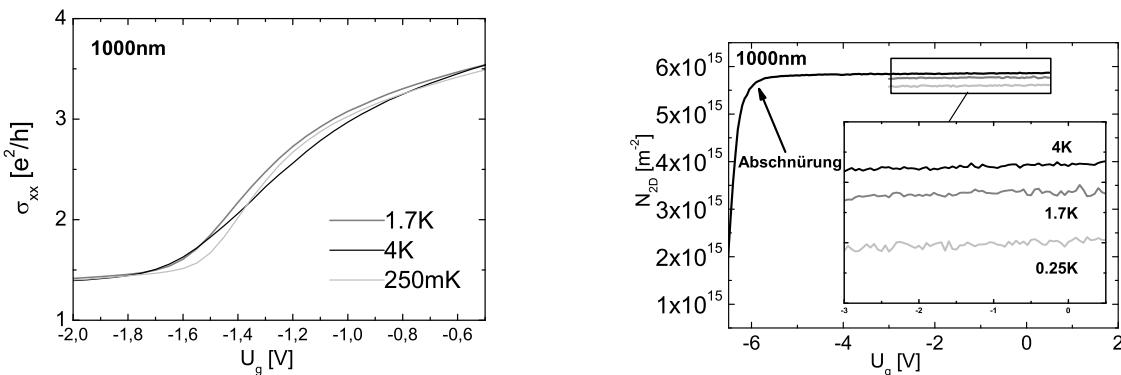
ist kleiner als die der Probe 11316.

Überraschenderweise hat die Temperaturreduzierung von 4 K auf 250 mK keinen nennenswerten Einfluss auf die Leitfähigkeit. Dies bedeutet, dass Phononen die Beweglichkeit im Tieftemperaturregime nicht mehr beeinflussen. Zu beobachten ist aber, dass der Übergang vom 1D-Regime zum Parallelleitungsregime mit zunehmender Temperatur aufgeweicht wird.

Das rechte Diagramm in Abb. 4.23 zeigt die Ladungsträgerdichte  $N_{2D}$  in Abhängigkeit der Gatespannung bei drei verschiedenen Temperaturen. Die Elektronendichte im 2DEG steigt sehr stark, sobald die vollständige Abschnürung durch die Split-Gates aufgehoben ist. Die Leitfähigkeit ist über den Hallwiderstand bestimmt worden. Die Ladungsträgerdichte bleibt aber im Leitfähigkeitskanal, der nicht von den Split-Gates überdeckt ist konstant. Im Abschnür-Regime ist der Probenwiderstand vergleichbar mit dem in Reihe geschalteten Vorwiderstand ( $R_{Vor}=68 \text{ M}\Omega$ ), so dass die Messung nicht mehr  $N_{2D}$  wiedergibt. Der Einbruch in der Ladungsträgerdichte, der in Abb. 4.23 zu beobachten ist, stellt ein Messartefakt dar.

Der Verlauf der Ladungsträgerdichte ist erwartungsgemäß temperaturabhängig. Bei sehr tiefen Temperaturen ( $T \approx 250 \text{ mK}$ ) ist die Ladungsträgerdichte des 2DEGs um einen kleinen Offset ( $\Delta N_{2D} = 0.35 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ ) geringer als bei einer Temperatur von 4 K. Die Ursache ist die geringere thermische Energie der Elektronen, welche dazu führt, dass die Anzahl der Elektronen, welche aus der  $\delta$ -Dotierung kommt, geringfügig kleiner ist.

In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage, wie ein Quantenpunkt als Coulomb-

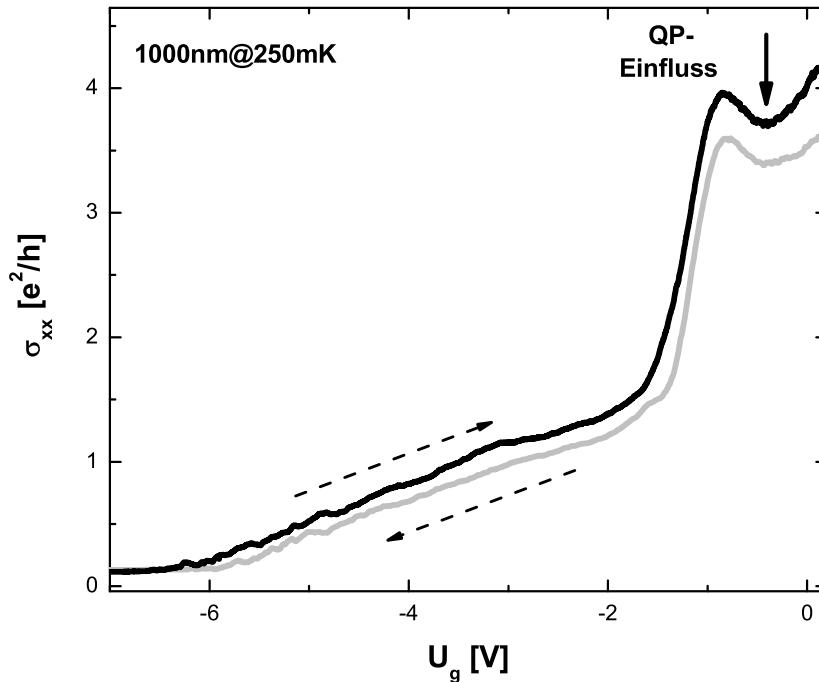


**Abbildung 4.23:** Die erste Abbildung zeigt den Leitfähigkeitsverlauf an einem 1000nm-Split-Gate in einem Intervall von -3.2 V bis 0.5 V bei drei verschiedenen Temperaturen. Überraschenderweise sind die Kurven trotz verschiedener Temperaturen sehr ähnlich. Die rechte Abbildung zeigt den Ladungsträgerdichte in Abhängigkeit der Gatespannung. Sobald sich der 1D-Kanal öffnet (ab -6.5 V), steigt die Ladungsträgerdichte stark an. Dieser Verlauf zeigt auch die erwartete (kleine) Temperatur-Abhängigkeit.

Streuer Einfluss auf die Leitfähigkeit des räumlich reduzierten 2D-Elektronengas nehmen kann.

Ein Hinweis darauf findet sich in Abbildung 4.24.

In diesem Diagramm ist die Leitfähigkeit gegenüber der Gatespannung aufgetragen

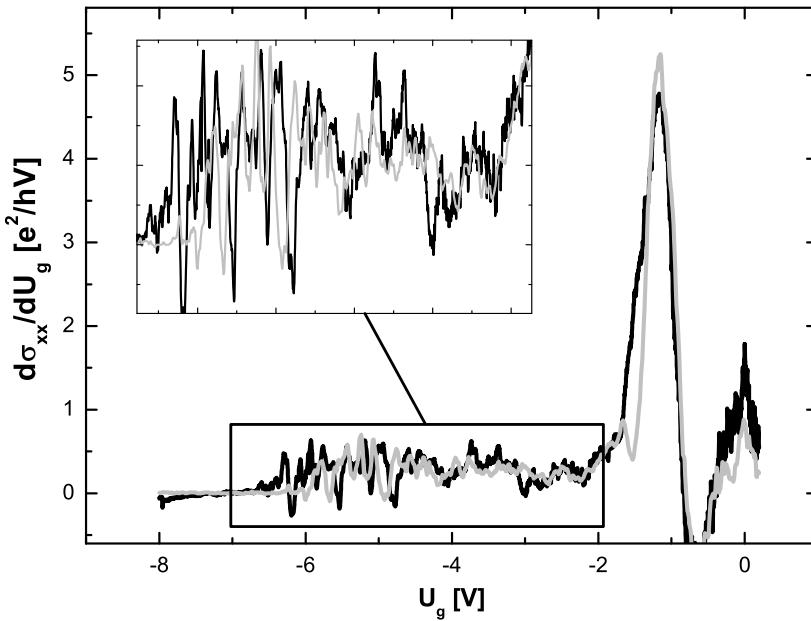


**Abbildung 4.24:** Longitudinale Leitfähigkeitsmessung in Abhängigkeit der Gatespannung. Im Bereich um -0.8 V ist ein starker Einbruch in der Leitfähigkeit zu erkennen, der auf den Einfluss der Quantenpunkte zurückgeführt werden kann. Die Pfeile zeigen die Durchfahrrichtung der Gatespannung.

(Probenmaterial 11316). Diese Messung ist bei etwa 240 mK durchgeführt worden und die Messstruktur besitzt einen etwas größeren Abstand zwischen den Gateelektroden, was sich in der größeren negativen Abschirmspannung ausdrückt ( $U_{G,A} \approx -6.5$  V). Der Verlauf der Leitfähigkeit ist bis zu einer Spannung von etwa -0.8 V identisch mit dem des Diagramms 4.22.

Ab einer Spannung von kleiner -0.8 V ist aber ein Einbruch in der Leitfähigkeit zu beobachten. Die Position dieses Bereiches stimmt ausgezeichnet mit dem Lademaxima der s-Niveaus in der Kapazität überein (siehe Abbildung 4.1).

Dies bedeutet, dass der Quantenpunkt auf das 2DEG Einfluss nimmt, sobald er einfach negativ geladen ist. Als Coulomb-Streuer moduliert er das 2DEG im lateral reduzierten Bereich zwischen den Gateelektroden, so dass die Leitfähigkeit und damit auch die Beweglichkeit des 2DEGs nachhaltig reduziert wird. Die Größe dieses Einflusses ist jedoch überraschend, wenn man bedenkt wie schwach der Einfluss der Quantenpunk-



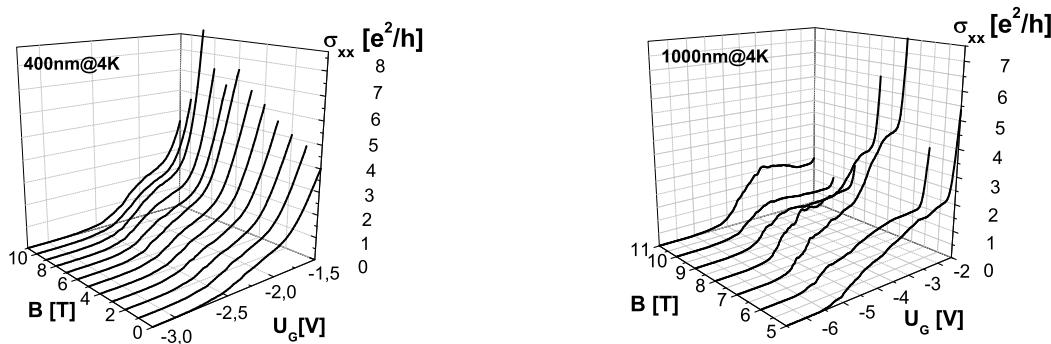
**Abbildung 4.25:** Diese Abbildung zeigt die erste Ableitung von  $\sigma_{xx}$  aus Abb. 4.24 in Abhängigkeit der Gatespannung. Dieses Diagramm soll deutlich machen, dass es sehr stark im 1D-Regime rauscht. Dies ist mit den Potenzialmodulationen, die Nixon *et al.* numerisch berechnet haben und in Abb. 4.21 abgebildet sind, zu erklären.

te auf einen „makroskopischen“ Leitfähigkeitskanal ist (siehe Kapitel 4.2.1). Aber aus dem Grund, dass der Stromtransport zwischen den Elektroden wegen des geringsten Widerstandes überproportional zur Leitfähigkeit beiträgt, ist dieser große Einfluss erklärbar. Der Leitfähigkeitseinbruch beträgt etwa 10 % von der maximalen Leitfähigkeit ( $\Delta\sigma = 0.4 \frac{e^2}{h}$ )

Das Probenmaterial wurde schon in Kapitel 4.2.1 dargestellt und an großflächigen Strukturen gemessen. Es weist in Messungen an Hallbar-Strukturen eine nur kleine Reduktion der Ableitung der Beweglichkeit auf (siehe Abb. 4.6). Als Erklärung für diesen negativ differentiellen Leitfähigkeitseinbruch kommt daher die Wechselwirkung der Quantenpunktelektronen mit einem lateral reduzierten 2D-Elektronengas-Kanal in Betracht. Zudem ist festzustellen, dass das Signal/Rausch-Verhältnis im 1D-Kanal aus Abb. 4.24 deutlich stärker ist als in Abb. 4.22, wo kein Leitfähigkeitseinbruch zu beobachten ist. Erklärbar ist dieses Verhalten damit, dass die (geladenen) Quantenpunkte zusätzliche Potenzialfluktuationen im 1D-Kanal verursachen. Wie von Nixon *et al.* numerisch gezeigt (Abb. 4.21) können durch geladene Störstellen Potenzialfluktuationen im 1D-Kanal auftreten, die sich in einer Leitfähigkeitsmessung als Rauschen aus-

drücken. Dieser Sachverhalt wird in Abb. 4.25 verdeutlicht, wo die erste Ableitung der Leitfähigkeitsmessung aus Abb. 4.24 gegenüber der Gatespannung aufgetragen ist. Das Inset vergrößert den Bereich des 1D-Regime. Man kann erkennen, dass der Großteil der Oszillationen reproduzierbar sind. Zu beobachten ist zudem, dass im Bereich des Abschnürregimes das Rauschen aufhört, was auf ein physikalischen Ursprung des Rauschens hindeutet. Die Graphen aus Abb. 4.25 zeigen die Ableitung der Leitfähigkeit in unterschiedlichen Spannungs-Durchlaufrichtungen.

In der Abbildung 4.26 ist Leitfähigkeit einer 400 nm- und 1000 nm-Split-Gate Geome-



**Abbildung 4.26:** Diese beiden Abbildungen zeigen die Leitfähigkeit an einem 400 nm- und 1000 nm-Split-Gate Geometrie gegenüber der Gatespannung im 1D-Regime bei verschiedenen Magnetfeldern. Der Einfluss des Magnetfeldes auf die Leitfähigkeit in diesem Regime ist nicht stark ausgeprägt. Zu hohen Magnetfeldern ist ein Abflachen der Leitfähigkeit besonders beim 1000nm-Split-Gate auszumachen.

trie im Spannungsbereich des 1D-Regime für Magnetfelder von 0 T bis 11 T (400nm) bzw. von 5 T bis 11 T (1000nm) aufgetragen.

Das 1D-Regime, welches durch den linearen Leitfähigkeitsverlauf charakterisiert ist, beginnt bei der 400 nm-Struktur ab einer Gatespannung von etwa  $U_{G,A} \approx -3.2$  V. Begrenzt wird das 1D-Regime neben der elektrostatischen Abschnürung des leitfähigen Kanals vom Laden des 2DEGs bei ungefähr -1.8 V. Ab dieser 2DEG-Verarmungsspannung (vgl. Kapitel 4.1) ist die Parallelleitung unter den Gates nicht mehr zu vernachlässigen, so dass es zur Ausbildung eines 2D-Kanals kommt. Der größte Teil des Stromtransports wird in diesem Spannungsbereich weiterhin durch den von Split-Gates ausgesparten Bereich getragen (s.o.).

Die  $\sigma(U_G)$ -Messungen am 400 nm breitem Kanal (siehe Abb. 4.26) zeigen, dass sich beim Anlegen eines zur Stromrichtung senkrechten Magnetfeldes, die Leitfähigkeit im 1D-Regime nicht wesentlich verändert. Es ist allerdings eine leichte Plateau-Ausbildung im Bereich hoher Magnetfeldern bei den Werten von  $G_0^{**}$  und  $2G_0$  auszumachen.

\*\*diskrete Leitwertsquantisierung im Magnetfeld mit  $\Delta G_0 = \frac{e^2}{h}$

Deutlicher wird diese Ausprägung im 1D-Regime bei einem 1000 nm breitem Kanal. Hier ist eine eindeutige Änderung der  $\sigma(U_G)$ -Abhängigkeit bei unterschiedlichen Magnetfeldern zu beobachten. Für große Magnetfelder ( $B > 9$  T) ist das Ausbilden eines Plateaus zu beobachten.

Erwartet wird bei sehr hohen Magnetfeldern, dass sich die Energieniveaus  $E_n$  im 1D-Regime (siehe Gleichung 2.20)

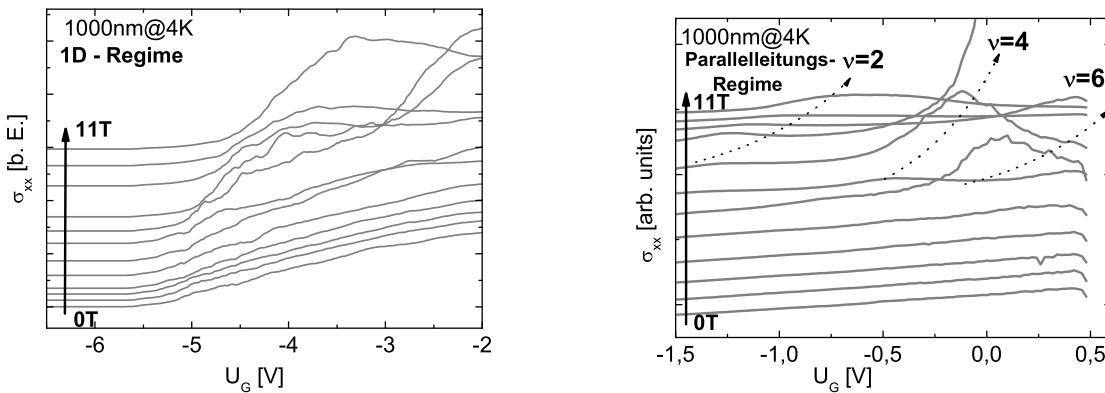
$$E_n = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} \left( \frac{\omega_0}{\omega_{c,0}} \right)^2 + \hbar\omega_{c,0} \left( n + \frac{1}{2} \right)$$

gegen die Energieeigenwerte der Landau-Niveaus eines zweidimensionalen Elektronengas streben mit

$$E_n \approx \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c.$$

Dies hat zur Folge, dass für sehr große Magnetfelder „1D“-SdH-Oszillationen zu erwarten sind. Es ist also möglich, dass diese vermeintliche Plateauausbildung im 1D-Regime als SdH-Oszillationen zu beschreiben sind. Dies wird unterstützt durch die Tatsache, dass sich das Plateau bei steigendem Magnetfeld zu kleineren negativen Gatespannungen verschiebt.

In Diagramm 4.27 ist das 1D- und Parallelleitungs-Regime der 1000 nm-Split-Gate Geometrie zum direkten Vergleich dargestellt. In beiden Abbildungen sind Leitfähigkeitsmodulationen zu beobachten.



**Abbildung 4.27:** Links: Leitfähigkeit an einem 1000nm breitem Kanal im 1D-Regime bei unterschiedlichen Magnetfeldern. Für die bessere Übersicht sind den einzelnen Kurven ein vertikaler Offset hinzugefügt worden. Man beobachtet für große Magnetfelder eine Modulation im für  $B=0$  T linearen Leitfähigkeitsverlauf, die sich mit den „1D“-SdH-Oszillationen identifizieren lassen. Rechts: Hier ist der Leitfähigkeitsverlauf des Parallelleitungs-Bereich gezeigt. Man erkennt die SdH-Oszillationen sehr deutlich.

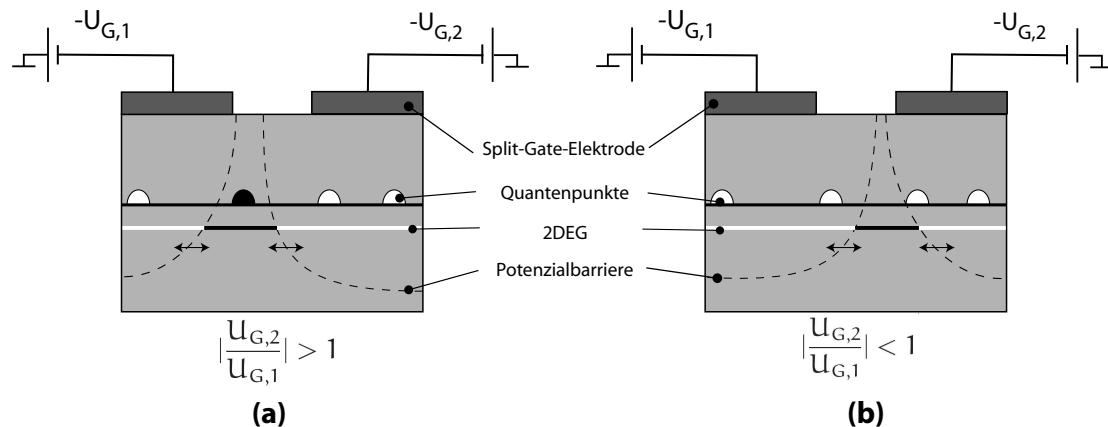
#### 4.4.2 $\sigma(U_G)$ -Transportmessungen an Split-Gate mit asymmetrischer Gatespannungsverteilung

In diesem Abschnitt wird versucht, durch asymmetrische Spannungsverteilung auf den beiden Split-Gate-Elektroden den 1D-Leitfähigkeitskanal kontrolliert lateral zu verschieben. Auf diese Weise kann ein Überlapp zwischen dem 1D-Transport und den Quantenpunkten erreicht werden, so dass deren Störpotenzial im 1D-Kanal untersucht werden kann.

Die Widerstandsmessungen erfolgen nun nicht mehr im AC-Modus über die Lock-In-Technik, sondern im Gleichstromverfahren mittels einer Strom&Spannungs-Einheit (SMU). Wie bereits im Kapitel 3 erwähnt, werden die beiden Split-Gates über zwei DC-Spannungsquellen unabhängig voneinander gesteuert.

Zum physikalischen Verständnis dieser Verschiebungsmethode ist die Situation für zwei verschiedene Gatespannungsverhältnisse in Abbildung 4.28 dargestellt.

Die Grafik (a) zeigt die Situation, wenn das Gatespannungsverhältnis  $|\frac{U_{G,2}}{U_{G,1}}|$  größer als



**Abbildung 4.28:** Schematische Darstellung zur lateralen Kanalverschiebung durch asymmetrische Spannungsverteilung auf Gate 1 und 2. Die Potenzialbarriere grenzt die verarmten und die geladenen Bereiche ab. Die Pfeile verdeutlichen, dass es durch laterale Potenzialverschiebungen möglich ist, den 1D-Kanalverlauf zu kontrollieren.

eins ist.

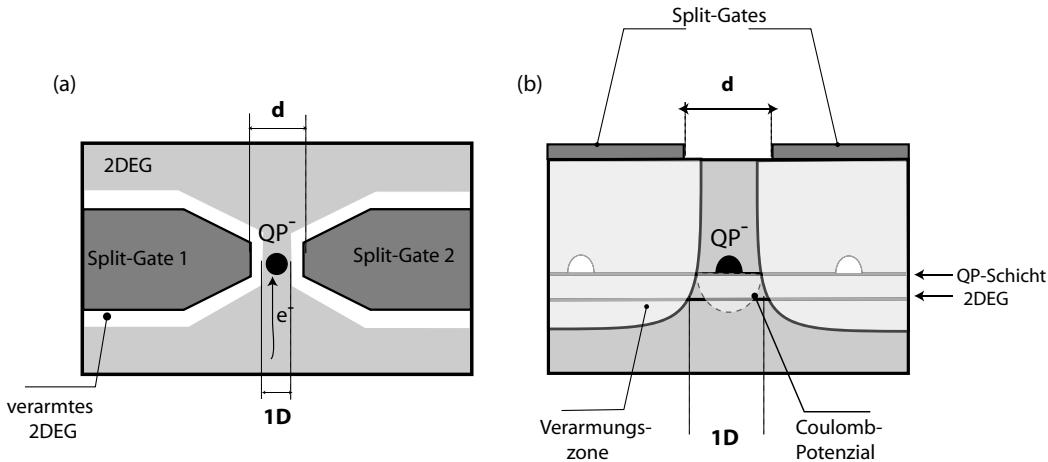
Die Potenzialbarriere, welche durch Gate 2 verursacht wird, ist in ihren lateralen Ausmaßen größer als die geometrischen Abmessungen des Gates. Sie bewirkt eine großflächige Verarmung, im Gegensatz dazu die Situation unter Gate 1. Hier stimmen die lateralen Ausmaße des Gate und der Barriere etwa überein. Das Resultat dieses Gatespannungsverhältnis ist eine laterale Verschiebung des 1D-Kanals in Richtung Elektrode 1.

Grafik (b) zeigt das inverse Verhältnis der Gatespannung zueinander, was zu einer Verschiebung des Kanals in Richtung des zweiten Gates führt.

Durch (unabhängiges) asymmetrisches Anlegen von Gatespannungen auf den jeweili-

gen Elektroden ist es also möglich, den 1D-Kanal lateral zu verschieben. Die beiden Abbildungen zeigen zudem schematisch die physikalische Intention dieser Verschiebung. In der linken Abbildung überlappen sich der 1D-Kanal und ein (geladener) Quantenpunkt im Ortsraum. In der rechten Abbildung mit  $|U_{G,1}| > |U_{G,2}|$  ist dies nicht der Fall. Das Ziel ist nun durch Variation der Gatespannungen einen größeren Bereich des Kanals und der Quantenpunktschicht eindimensional auszutasten, um so den idealen Zustand aus Abbildung 4.28 zu messen. In diesem Fall wird dem 1D-Kanal ein repulsives Coulombpotenzial durch den negativ geladenen Quantenpunkt aufgeprägt. Es entsteht eine Art Tunnelbarriere für die freien Ladungsträger im 1D-Kanal, was in Abbildung 4.29(a) schematisch dargestellt ist. Bereiche unter dem Gate sind verarmt. Die Verarmungszonen definieren einen kontrollierbaren 1D-Kanal, in dessen Zentrum idealerweise ein Quantenpunkt überlappt. Grafik (b) aus Abb. 4.29 zeigt die Seitenansicht des Problems aus Grafik (a). Die Illustration stellt das Coulomb-Potenzial eines geladenen Quantenpunktes ( $QP^-$ ) dar, welches den 1D-Kanal beeinflusst.

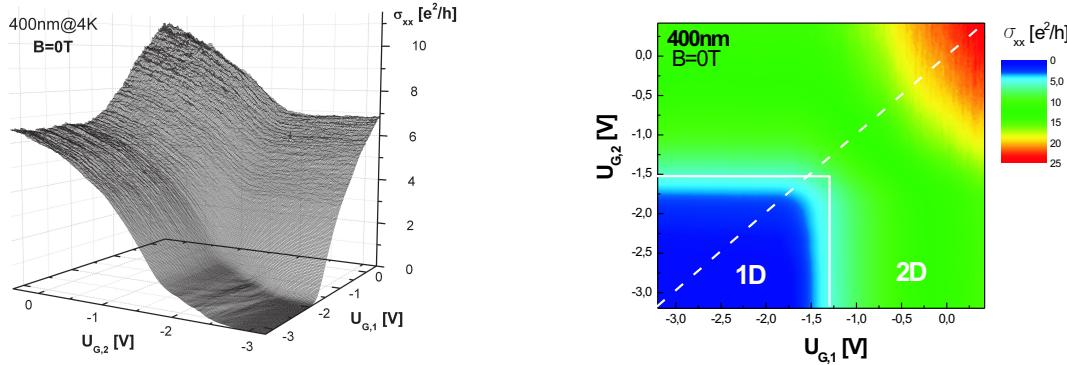
In den nachfolgenden Diagrammen ist jeweils die Gatespannung der ersten und der



**Abbildung 4.29:** Darstellung des idealen Zustands, in welchem ein *geladener Quantenpunkt* ( $QP^-$ ) den 1D-Kanal abschnürt. Dieser Quantenpunkt bildet durch sein repulsives Potenzial (Coulomb-Potenzial) eine zusätzliche Potenzialbarriere für die Elektronen. Die weißen Flächen deuten die Verarmungszonen an. Grafik (a) zeigt die Situation in einer Draufsicht, Grafik (b) in der Seitenansicht.

zweiten Split-Elektrode gegenüber der Leitfähigkeit dreidimensional in einem Gitternetz oder zweidimensional in einem Konturplot aufgetragen. Die Experimente wurden bei 4 K durchgeführt.

Abbildung 4.30 zeigt eine Leitfähigkeitsmessung mit der vorgestellten Verschiebungsmethode an einer 400 nm-Split-Gate Geometrie.



**Abbildung 4.30:** Leitfähigkeitsmessung an der 400 nm-Split-Gate Geometrie mit unabhängige Einstellung der beiden Spannungen an Gate 1 und Gate 2. Somit ist es möglich den Leitfähigkeitskanal kontrollierbar lateral zu verschieben.

Für Gatespannungen unterhalb -1,8 V bzw. -1.5 V wird der Kanal soweit eingeschnürt, dass seine Leitfähigkeit in der Größenordnung des Leitfähigkeitsquantums  $\frac{2e^2}{h}$  liegt. In diesem Bereich sind 1D-/0D-Wechselwirkungseffekte zu erwarten. Für kleinere Gatespannungen wird ein 2D-Transportverhalten beobachtet.

Der farbige Konturplot in der rechten Abbildung erlaubt es, die beiden Leitfähigkeitsbereiche 1D und 2D<sup>††</sup> deutlich abzugrenzen. Des Weiteren zeigt diese Art der Auftragung die Symmetrie zwischen den durch die gestrichelte Diagonale begrenzten Bereichen. Das 1D-Regime besitzt im Konturplot (Abb. 4.30) eine rechteckige Geometrie. Daraus folgt, dass im 1D/2D-Übergang die Leitfähigkeit nur von einer Gatespannung abhängt. Wird an einer Gateelektrode die 2DEG-Verarmungsspannung unterschritten ( $U_{G,\text{depl}} \approx -1.7$  V), so wird nahezu der gesamte Stromtransport und damit die Leitfähigkeit durch die nun geladenen 2DEG-Bereiche unter dem Gate getragen. Der Leitfähigkeitsanstieg, der durch die andere Gateelektrode im 1D-Regime bestimmt ist, kann vernachlässigt werden und ist im Konturplot nicht sichtbar.

Die Symmetrie bezüglich der gestrichelten Diagonalen ist durch eine leichte Verschiebung der Verarmungsspannung des Split-Gate 1 zu kleineren  $U_{G,1}$ -Werten gestört, was auf geringfügige Inhomogenitäten des Gates oder 2DEGs hindeuten.

Diese leichte Asymmetrie kann aber auch durch einen Quantenpunkteinfluss gedeutet werden. Schon kleinste Unterschiede in der Quantenpunktdichte unter den beiden Gates können die Leitfähigkeit beim Laden des 2DEGs nachhaltig reduzieren. Dies kann zu einem nach größeren Gatespannungen verschobenen 1D/2D-Übergang führen.

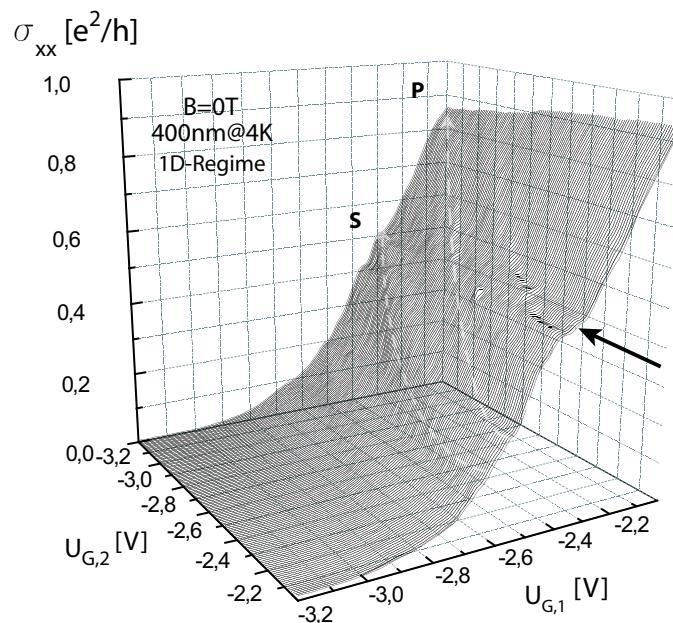
Die im vorherigen Kapitel diskutierten Leitfähigkeitsmessungen, in welchen die beiden Gate-Elektroden stets auf gleichem Potenzial lagen, entsprechen in dieser „dreidimensionalen“ Auftragung einem diagonalen Verlauf entlang der gestrichelten Symmetrie-

<sup>††</sup> Parallelleitungs-Bereich

achse.

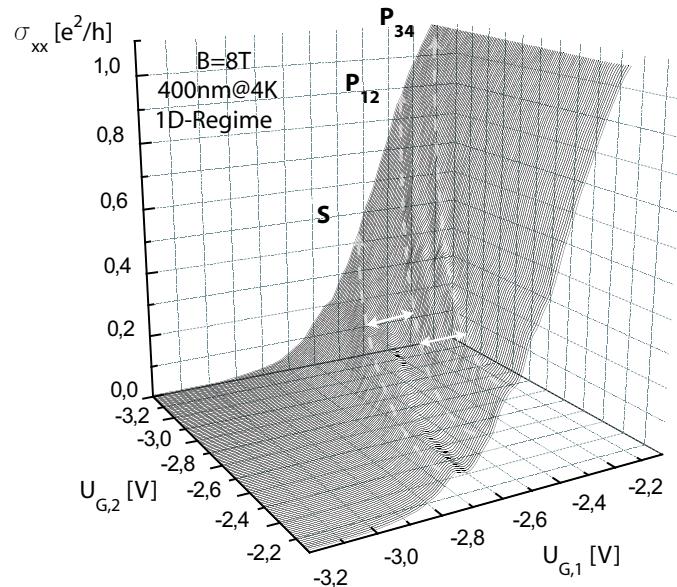
Interessante Modulationen im Leitfähigkeitsbereich des 1D-Regime sind durch den starken Anstieg des Parallelleitungs-Regime ab -1.8 V überdeckt und deshalb in dieser Auftragung nicht beobachtbar. Aus diesem Grund wird in Abbildung 4.31 nur der für das 1D-Regime relevante Gatespannungsintervall von -3.2 V bis -2 V dargestellt.

In der Abbildung zeigt sich eine Modulation auf einem zu erwartenden linearen Leitfähigkeitsanstieg bei  $B=0\text{ T}$ . Diese Modulation setzt sich über den gesamten Gatespannungsbereich fort. Der Verlauf dieser Modulation scheint sich parabolisch in der Leitfähigkeit zu höheren  $U_{G,2}$  fortzusetzen. Während die Gatespannung  $U_{G,1}$  in diesem Bereich fast konstant bleibt, durchfährt  $U_{G,2}$  das gesamte Gatespannungsintervall. Es ist vorstellbar, dass in diesem Bereich die Potenzialbarriere kontinuierlich einen Quantenpunkt durchläuft, so dass diese Potenzialmodulationen den Einfluss der s- und p-Niveaus darstellen. Um diese Vermutung zu verifizieren, wird die gleiche Messung bei einem hohen Magnetfeld wiederholt ( $B=8\text{ T}$ ).



**Abbildung 4.31:** 1D-Regime an der 400nm-Split-Gate Geometrie bei 0T. Zu erkennen sind leichte Modulationen, welche annähernd einen parabolischen Verlauf besitzen. Die weißen Pfeile deuten den parabolischen Verlauf der Modulationen an. Um zu unterscheiden, ob dies Einfluss der Quantenpunkte oder Verunreinigungseffekte im Leitfähigkeitskanal sind, wird ein Magnetfeld angelegt, welcher die p-Niveaus aufspalten lässt. Der schwarze Pfeil zeigt auf einen weiteren interessanten Leitfähigkeitsbereich, wo ein Einbruch zu beobachten ist, der sich auch parabolisch zu größeren Gatespannungen  $U_{G,2}$  fortsetzt.

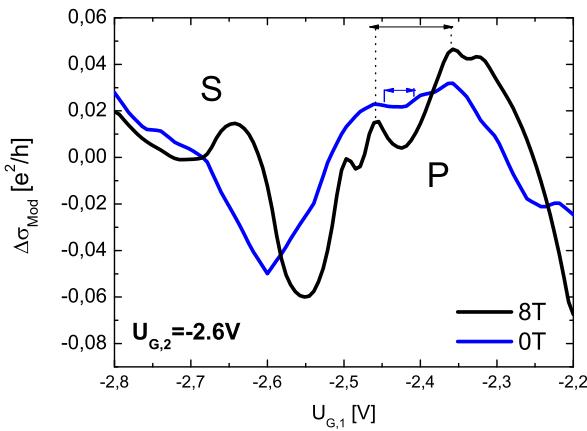
Damit soll ausgeschlossen werden, dass es sich eventuell um Verspannungsmodulationen oder Grenzflächenrauigkeiten der GaAs/(AlGa)As-Grenzfläche handelt. Aufgrund



**Abbildung 4.32:** Gezeigt ist das 1D-Regime bei angelegten 8 T. Der 3D-Plot zeigt eine Veränderung des Modulation. Die Modulationen zeigen eine Aufspaltung bei diesem Magnetfeld. Diese Aufspaltung lässt die Modulationen als Einfluss der p-Niveaus identifizieren.

ihres orbitalen Drehimpulses zeigen die p-Zustände von selbstorganisierten Quantenpunkten eine starke Dispersion im Magnetfeld, während die s-Niveaus nahezu keinen Einfluss erfahren. Insbesondere erwartet man im Hartree-Fock-Modell (siehe Kapitel 2) eine zunehmende Aufspaltung der unteren (p1 und p2) und der oberen (p3 und p4) Zustände, die sich auch in den vorliegenden Transportmessungen niederschlagen sollte. Das Ergebnis dieser Messung ist in Abbildung 4.32 gezeigt.

Man beobachtet tatsächlich eine Aufspaltung der in der Leitfähigkeit höher liegenden Modulation, währenddessen die untere Modulation nicht beeinflusst wird. Dies bestätigt die Vermutung, dass diese Modulationen durch den Einfluss der s- und p-Niveaus verursacht werden. Vergleiche der Coulomb-Blockadeenergien aus dieser Messmethode und der CV-Spektroskopie sind nicht zulässig, da sich die Spannungsskalen in beiden Methoden unterschiedlich in Energien umrechnen lassen. Während in der CV-Spektroskopie nur der inverse Hebelarm mit der Spannung multipliziert wird, um die Additionenergien zu erhalten, ist dies in der Verschiebungsmessung weitaus aufwendiger. Interessant ist, dass es sich um „positive“ Modulationen handelt. Solche Modulationen sind nicht ohne Weiteres mit einem repulsiven Potenzial, welches ein geladener Quantenpunkt durch sein Coulomb-Potenzial darstellt, erkläbar. In Abb. 4.30 sind die Modulationen aus Abb. 4.31 und 4.32 in einer anderen Auftragungsweise dargestellt. Die Gatespannung  $U_{G,2}$  wurde konstant gehalten und die Hintergrundleitfähigkeit mit einem Polynomfit zweiten Grades abgezogen. Die Kurven zeigen deutlich die in den Abb. 4.31 und 4.32 als s- und p-Niveaus gekennzeichneten Modulationen. Während die p-Niveaus bei 0 T keine Aufspaltung aufweisen, so lässt sich bei ei-



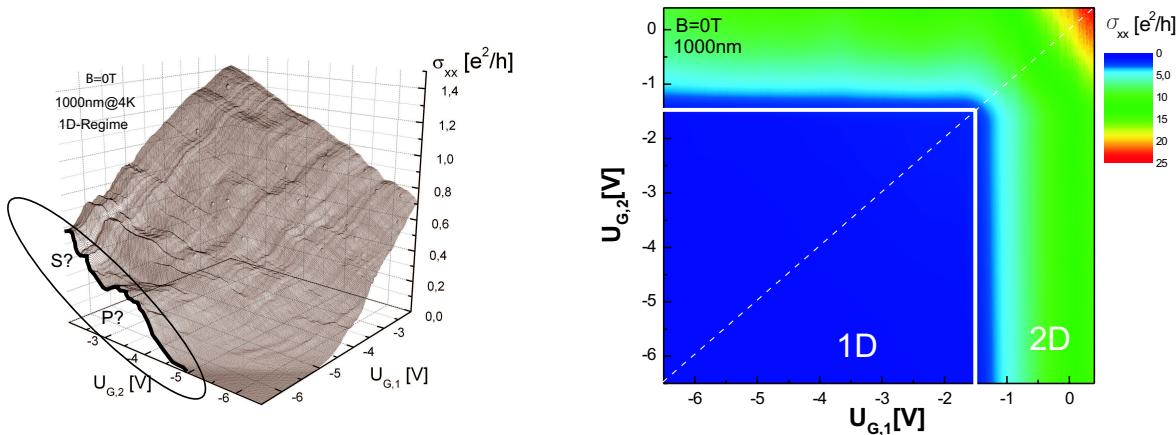
**Abbildung 4.33:** Diese Darstellung soll die Modulationen bei 0 und 8T etwas verdeutlichen. Die Gatespannung  $U_{G,2}$  wurde konstant gehalten und  $U_{G,1}$  durchgefahren. Außerdem wurde die nahezu lineare Hintergrundleitfähigkeit abgezogen.

nem Magnetfeld von 8 T eine leichte Aufspaltung der  $p_1p_2$  und  $p_3p_4$ -Niveaus erkennen ( $\Delta U_G = 60 \text{ meV}$ ). Interessanterweise verschieben sich die s- und p-Niveau bei steigendem Magnetfeld zu kleineren  $U_{G,1}$ -Spannungen. Der Spannungsabstand zwischen s- und ersten p-Niveau bleibt dabei nahezu konstant. Der parabolische Verlauf und die Tatsache, dass es sich um „positive“ Modulationen handelt, sind bis zum gegenwärtigen Zeitpunkt noch nicht verstanden.

Der schwarze Pfeil in Abb. 4.31 deutet auf einen weiteren interessanten Leitfähigkeitsbereich. In diesem Bereich ist ein signifikanter Einbruch in der Leitfähigkeit zu beobachten. Dieser Einbruch setzt sich analog zu den s- und p-Modulationen parabolisch in Richtung steigenden  $U_{G,2}$  fort. Dieser Einbruch ist durch ein repulsives Potenzial, welches von den Quantenpunkten verursacht wird zu verstehen (Coulomb-Potenzial, Verspannungspotenzial). Ein physikalischer Beweis kann aber nicht aufgeführt werden, da dieser Leitfähigkeitseinbruch bei einem Magnetfeld von etwa 8 T zu verschwinden scheint.

Interessanterweise weichen die maximal erreichbaren 1D-Leitfähigkeiten bei etwa -1.75 V bzw. -1.5 V sehr stark voneinander ab (Abb. 4.31). Während der Anstieg der Leitfähigkeit, wenn  $U_{G,2}$  konstant gehalten wird, einen maximalen Wert von etwa einem Leitwertsquantum erreicht, besitzt die maximale 1D-Leitfähigkeit, wenn  $U_{G,1}$  konstant gehalten wird, einen Wert von etwa  $0.1 \frac{e^2}{h}$ . Diese sehr große Abweichung ist nicht mehr mit dem Einfluss der Quantenpunkte auf den 1D-Kanal zu erklären. Als Grund sind hier Inhomogenitäten der Split-Gates zu nennen. Die SEM-Abbildung 4.17 würde diese Vermutung bestätigen. Die Abgrenzungen der Metallektroden sind nicht sehr glatt, was sich stark auf die 1D-Leitfähigkeit ausüben kann.

Es wurden im Rahmen dieser Arbeit Verschiebungsmessungen auch an einem 1000 nm-



**Abbildung 4.34:** Analog zu den Transportmessungen am 400nm-Kanal sind hier die Ergebnisse am 1000nm-Split dargestellt. Der Konturplot zeigt die Leitfähigkeit des gesamten Spannungsbereich von -6.5 V bis 0.5 V, während der Gitternetzplot nur das 1D-Regime darstellt.

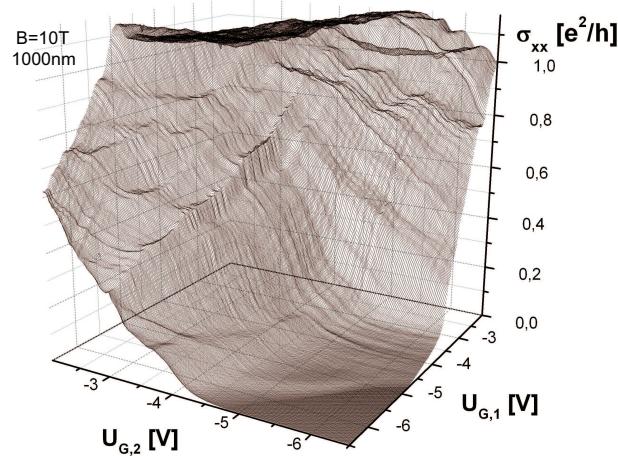
Split-Gate Geometrie durchgeführt.

Die Ergebnisse dieser Messungen sind in den Abbildungen 4.34 und 4.35 dargestellt.

Abbildung 4.34 zeigt den Leitfähigkeitsverlauf bei  $B=0\text{T}$ .

Man erkennt, dass sich über die komplette Flanke der Gatespannung  $U_{G,2}$  eine Struktur ausbildet ( $U_{G,1} = -6.5\text{ V}$ ), die eine Ähnlichkeit zum bekannten Kapazitätsverlauf besitzt. Diese Vermutung wurde aber durch eine weitere Messung bei  $10\text{T}$  nicht bestätigt. Die Struktur aus Abb. 4.35 besitzt bei einem Magnetfeld von  $10\text{T}$  keine interessanten Verläufe im 1D-Regime, welche auf einen Quantenpunkteinfluss deuten.

Das zu beobachtende Abflachen der Leitfähigkeit im Bereich kleiner negativer Gatespannungen  $U_{G,1}$  und  $U_{G,2}$  wird durch das hohe Magnetfeld verursacht (s.o. „1D“-SdH-Oszillationen). Im Leitfähigkeits-Konturplot aus Abb. 4.35 über den gesamten Gatespannungsbereich zeigt sich eine nahezu ideale Symmetrie, wobei die Diagonale die Symmetriearchse darstellt. Ab etwa  $-1.8\text{ V}$  steigt die Leitfähigkeit sehr stark an und grenzt damit das 1D-Regime und das Parallelleitungs-Regime ab. Dies weist auf weitaus homogenerne Split-Gates hin, als dies bei den 400 nm-Split-Gates der Fall ist.



**Abbildung 4.35:** Identische Messung an 1000 nm-Split-Gate Geometrie bei 10 T. Der Einfluss der Quantenpunkte ist in dieser Auftragung nicht auszumachen.

### 4.4.3 Magneto-Transportmessungen an Split-Gate Geometrie

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse diskutiert, welche durch Magneto-Transportmessungen an den Split-Gate Geometrien erhalten wurden. Diese Messungen sind im AC-Modus durchgeführt worden, wobei die Gatespannungen  $U_{G,1}$  und  $U_{G,2}$  auf gleichem Potenzial lagen und nicht unabhängig voneinander verändert wurden.

Mit Magneto-Transportmessungen an einer Split-Gate Geometrie kann der Einfluss der Quantenpunkte auf die Beweglichkeit des 2DEGs verstärkt werden. Analog zu den  $\sigma(U_G)$ -Messungen erwartet man bei einer räumlichen Dimensionsreduzierung (2D→1D) einen größeren Einfluss der Quantenpunkte auf das Transportverhalten des 2D-Elektronengas. Als Beispiel ist zu nennen, dass mit der Erfüllung der Kommensurabilitätsbedingung<sup>‡‡</sup> ein Ansteigen des Widerstandes verknüpft ist, der in den Längs- und Querwiderständen in Abhängigkeit des Magnetfeldes zu beobachten ist. Diese Widerstandänderungen hinsichtlich der Kommensurabilitätsbedingung sind in der Gruppe von Dieter Weiss in Regensburg an einem 2D-Elektronengas mit einem geordneten Anti-Dot-Gitter durchgeführt worden (siehe z.B.[70]).

In Abbildung 4.36 ist logarithmisch der Längs-Widerstand an einer 400nm-Split-Gate Geometrie bei verschiedenen Gatespannungen in Abhängigkeit des Magnetfeldes aufgetragen. Es sind mit steigenden negativen Gatespannungen schwächer werdende SdH-Oszillationen zu beobachten, bis der Kanal elektrostatisch abgeschnürt wird (ab etwa -3.2 V).

Der mittlere Abstand  $\bar{l}$  zwischen den Quantenpunkten beträgt ungefähr 85 nm (siehe Kapitel 4.1).

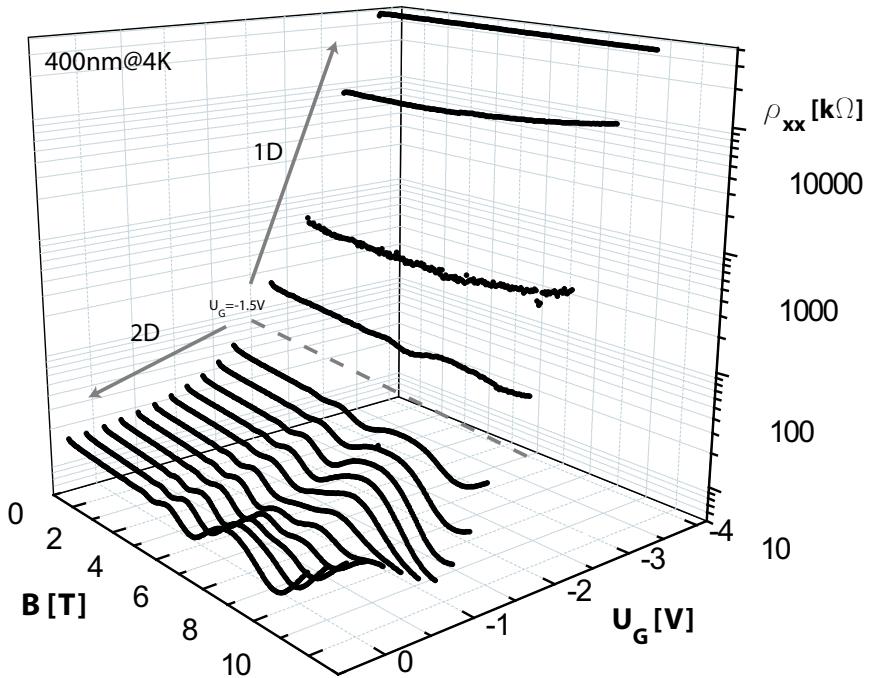
Die Formel, welche den Zyklotrondurchmesser beschreibt, lautet:

$$l_{zkl} = \frac{2\hbar\sqrt{2\pi N_{2D}}}{eB} \quad (4.12)$$

Setzt man nun den mittleren Quantenpunktabstand in die Formel ein, erhält man das entsprechende Magnetfeld. Ein Durchmesser von  $\bar{l}=85$  nm entspricht einem Magnetfeld von 3.4 T. Bei diesem Magnetfeld ist der größte Einfluss der Quantenpunkte als Streupotenzial zu erwarten. Wie in Abb. 4.36 zu beobachten ist, dominieren in diesem Magnetfeldintervall schon die SdH-Oszillationen, die jeden Einfluss der Quantenpunkte überdecken.

Es kann daher gefolgert werden, dass kein Einfluss der Quantenpunkte auf das longitudinale Transportverhalten an einem 1D-Kanal in Abhängigkeit des Magnetfeldes zu beobachten ist. Auch für kleinere Magnetfelder (im klassischen Bereich) sind keine Widerstandsanstiege zu beobachten. Während der Verlauf des Längswiderstandes, wie

<sup>‡‡</sup>Diese Bedingung ist erfüllt, wenn der Zyklotrondurchmesser der Elektronen z.B. mit den mittleren Abstand (bzw. ein Vielfaches) der Quantenpunkte übereinstimmt. Für Ladungsträger ist es in diesem Fall energetisch günstiger geschlossene Kreisbahnen um die lokalen Potenziale zu vollziehen und nehmen somit nicht mehr am Stromtransport teil. Dies führt zu einem Anstieg des longitudinalen Widerstandes.



**Abbildung 4.36:** SdH-Oszillationen bei verschiedenen Gatespannungen. Sobald der Kanal abgeschnürt wird (ab etwa -3.2 V) bilden sich erwartungsgemäß keine SdH-Oszillationen mehr aus.

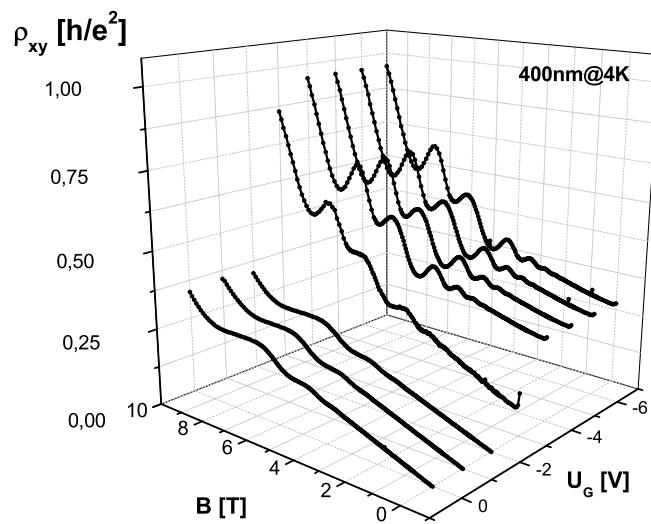
in Abb. 4.36, dargestellt den zu erwartenden Verlauf bei steigenden Gatespannungen nimmt, sind bei der Quanten-Hall-Messungen interessante Effekte zu beobachten.

Für Gatespannungen kleiner als die Abschnürspannung von -3.2 V sind die erwarteten Hallplateaus ausgebildet, welche sich durch steigende Gatespannungen nur gering voneinander unterscheiden. Wird aber nun die Gatespannung größer als die Abschnürspannung, so sieht der Verlauf des Querwiderstandes  $\rho_{xy}$  im Magnetfeld wie eine Art Superposition aus SdH-Oszillationen und den Hall-Plateaus aus.

Der Source/Drain-Strom besitzt bei diesen Spannungen nur noch einen Wert von etwa 10 nA (Source/Drain Strom  $I_{SD}$  bei 0 V: 67 nA).

Dieser Reststrom ist dann unabhängig von der weiter steigenden Gatespannung. In diesem „Abschnürungs“-Regime ist der Widerstand der Probe vergleichbar mit dem Vorwiderstand ( $R_{vor}=68\text{ M}\Omega$ ), der am Lock-In-Spannungsausgang in Serie geschaltet wurde (siehe Kapitel 3.3.2). Aus diesem Grund kann in diesem Regime der Vorwiderstand in den Längsleitfähigkeits-Berechnungen nicht mehr vernachlässigt werden und die Messung gibt nicht mehr  $\rho_{xx}$  wieder. Es ist also festzuhalten, dass diese Oszillationen eine Kombination aus SdH-Oszillationen und Hall-Plateaus darstellen.

Abschließend lässt sich sagen, dass in dem hier untersuchten Probensystem der Einfluss der Quantenpunkte durch eine räumlichen Dimensionsreduzierung des Leitfähigkeitskanals verstärkt werden kann. Mittels der Split-Gate Technik wurden in  $\sigma(U_G)$ -



**Abbildung 4.37:** Quanten-Hall Effekt bei verschiedenen Split Gatespannungen. Sobald der Kanal abgeschnürt ist, bildet sich eine Art Superposition aus SdH-Oszillationen und Hall-Plateaus aus. Auch die Spinentartung scheint dadurch aufgehoben.

Transportmessungen Modulationen in der 1D-Leitfähigkeit gemessen, die ihren Ursprung in dem Einfluss der Quantenpunkte haben (Kapitel 4.4.1). Auch ist festzustellen, dass der Einfluss der Quantenpunkte am 1D-Kanal über Magneto-Transportexperimenten nicht zu messen ist (Kapitel 4.4.3).

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war es, den Einfluss von selbstorganisierten InAs-Quantenpunkten auf ein 2D-Elektronengas zu untersuchen.

Über die CV-Spektroskopie wurde zunächst die Dispersion der Quantenpunkt-Energiezustände im Magnetfeld ermittelt.

Es konnten mit Hilfe dieser Kapazitätsspektroskopie zudem weitere probenspezifische Parameter wie z.B. die effektive Masse der Ladungsträger im InAs-Quantenpunkt oder auch die Quantenpunktdichte und die einzelnen Coulomb-Blockadeenergien experimentell bestimmt werden. Die Ergebnisse aus diesen Messungen stimmen im Allgemeinen mit Werten aus vergleichbaren Arbeiten überein.

Weiterhin wurden Transportexperimente an verschiedenen Messstrukturen durchgeführt, um den Einfluss der Quantenpunkte auf die Beweglichkeit des 2DEGs zu untersuchen.

An „makroskopischen“ Leitfähigkeitskanälen, welche in Form einer Hallbar-Geometrie realisiert wurden, ist der Quantenpunkteinfluss auf das 2DEG so gering, dass er nur in der ersten Ableitung der Längsleitfähigkeit, der Ladungsträgerdichte und auch in der Beweglichkeit erkennbar ist. *Russ et al.* konnte einen Formalismus entwickeln, welcher auf Basis dieser Transportmessungen die Ladungsträgerdichte dem jeweiligem Quantensystem zuordnen kann. In dieser Arbeit wurde gezeigt, dass diese Messungen sowohl in einer AC-Messung, als auch im DC-Modus möglich sind.

Darauf aufbauend war das Ziel dieser Arbeit, den Einfluss der Quantenpunkte auf das 2DEG durch laterale Dimensionsreduzierung zu verstärken.

Es wurden zwei verschiedene Methoden genutzt, um eine Einschnürung des 2D-Elektronengas zu erreichen.

In der ersten diskutierten Methode wurde ein 1D-Kanal aus einem 2DEG geätzt und nachfolgend mit einem Top-Gate versehen. Der Einfluss der Quantenpunkte in der Leitfähigkeit an dieser Struktur ist nicht ersichtlich. Die äquidistanten Peaks in der Ableitung deuten aber auf ein 1D-Leitfähigkeitsverhalten. Weiterhin ist der Einfluss der geladenen Benetzungsenschicht im Leitfähigkeitsverlauf beobachtbar. Aufgrund von technischen Probleme ist es im Rahmen dieser Arbeit nur einmal gelungen eine funktionierende Steg-Struktur herzustellen.

Durch Optimierung der Mesa-Maske sollte es möglich sein, den Einfluss der 2D-Leitfähigkeitsbereiche, die durch das Top-Gate beeinflusst werden zu reduzieren und so

den schwachen Einfluss der Quantenpunkte in einer Leitfähigkeitsmessung zu studieren. In weiteren Arbeiten sollte dann auch der Übergang von einer Zweipunkt- zu einer Vierpunkt-Messung durchgeführt werden, um so noch sensitiver für schwache Einflüsse zu sein. Unter Umständen wird der Einfluss der Quantenpunkte dann in Quanten-Hall-Messungen an geätzten 1D-Kanälen sichtbar, da der Leitfähigkeitskanal sehr stark in der Breite reduziert ist und so das Transportverhalten leichter durch Störpotenziale beeinflusst werden kann.

Eine weitere Methode zur 1D-Kanal-Definition war die *Split-Gate Technik*. Mit dieser Methode ist man in der Lage einen 1D-Kanal durch kontrolliertes lokales Verarmen des 2DEGs zu realisieren. In dieser Arbeit wurden zwei Split-Gate Geometrien mit einem 400 nm und 1000 nm Abstand verwendet.

In der  $\sigma(U_G)$ -Messung an dieser Split-Gate-Geometrie mit einem Gateabstand von 400 nm ist ein Einbruch in der Leitfähigkeit zu beobachten. Vergleicht man diesen Gatespannungsbereich mit CV-Spektren dieser Probe, stellt man fest, dass in diesem Bereich das erste s-Niveau der Quantenpunkte geladen wird. Es ist also festzustellen, dass dieser negativ differentielle Leitwert eine direkte Folge des vom Quantenpunkt ausgehenden Coulomb-Potenzial darstellt. Dieser Leitfähigkeitseinbruch ist nur sehr schwer ohne den Einfluss der Quantenpunkte zu erklären. Weitere Messungen an ähnlichen Proben und Strukturen bestätigten diese Messungen jedoch nicht, möglicherweise, da in diesen Proben kein Quantenpunkt an der entscheidenden Stelle sitzt.

In weiteren Arbeiten sollte diese Methode an optimierten Heterostrukturen weiter verfolgt werden. Diese Optimierung sieht z.B. eine Erhöhung der Beweglichkeit des 2DEGs vor, so dass das 2DEG sensitiver auf äußere Einflüsse reagiert.

Weiterhin ist es sinnvoll den Einfluss der Quantenpunkte auf das 2DEG zu verstärken, indem die Tunnelbarriere möglichst klein gewählt wird, bis zum Grenzfall bei dem die Quantenpunkte fast exakt mit dem 2DEG zusammenfallen. In diesem Spezialfall sind dann auch weitere interessante Effekte wie die Tunnelresonanz im 1D-Kanal zu studieren. Der Nachteil bei Heterostrukturen mit kleiner Tunnelbarriere ( $d_{\text{Tunnel}} \leq 15 \text{ nm}$ ) zum 2DEG ist der Verlust des *kontrollierten* kapazitiven Ladens der Quantenpunkte, da die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der 2DEG-Elektronen mit den Quantenpunkten räumlich überlappt. Eine systematische Untersuchung von Proben mit unterschiedlichen Tunnelbarrierefällen scheint in diesem Zusammenhang sinnvoll. Außerdem sollten stets Heterostrukturen mit gleichen Wachstumsparametern einmal mit und ohne Quantenpunkte gewachsen werden, um so den Einfluss von Quantenpunkten im Vergleich zweifelsfrei zu verifizieren.

In weiteren Untersuchungen sollten auch komplexere Messstrukturen hergestellt werden. Es ist z.B. denkbar, eine Art Zusammenführung der Steg- und der Split-Gate Geometrie zu einer einzigen Struktur zu vollziehen, welche die Vorteile beider Strukturen in sich vereinigt. So wäre mit dieser Struktur möglich, den Leitfähigkeitskanal kontrolliert in der Breite zu variieren und über ein Top-Gate den Ladungszustand der Quantenpunkte zu beeinflussen.

Generell sollten Experimente an eindimensionalen Kanälen bei möglichst tiefen Temperaturen ( $T < 4 \text{ K}$ ) durchgeführt werden, um den größtmöglichen Einfluss der Quanten-

---

---

punkte auf das 2DEG zu garantieren. Dies war in dieser Arbeit aufgrund von technischen Schwierigkeiten nicht immer der Fall. Die gesamten Transportmessungen mit der neuartigen 1D-Kanal-Verschiebungsmethode konnten nur bei 4 K durchgeführt werden. Trotz der recht hohen Temperaturen zeigen diese Messungen an einer Split-Gate Geometrie (Gate-Abstand 400 nm) interessante Ergebnisse in der Leitfähigkeit. Im Leitfähigkeitsbereich des 1D-Regimes sind Modulationen zu erkennen, die die Leitfähigkeit ansteigen lassen. Diese Modulationen wurden mit dem Einfluss der s- und p-Niveaus identifiziert. Dies wird durch eine Aufspaltung der p-Niveaus im hohen Magnetfeld bestätigt. Diese dem linearen Hintergrund aufgeprägten Strukturen nehmen einen nahezu parabolischen Verlauf in Richtung einer Gatespannung und sind unabhängig von der zweiten Gatespannung. Diese ersten Resultate aus der Verschiebungs-Messung an einer Split-Gate Geometrie sind vielversprechend und es bedarf der Weiterführung in zukünftigen Arbeiten.

Des Weiteren wurden in dieser Arbeit Transportmessungen in Abhängigkeit des Magnetfeldes an Split-Gate Strukturen durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Messungen zeigen keinen Verstärkungseffekt des Einflusses der Quantenpunkte als Störpotenzial auf die Längs- und Quer-Widerstände. Dies ist eventuell darauf zurückzuführen, dass der mittlere Quantenpunktabstand  $\bar{l}$  der untersuchten Probe mit etwa 100 nm zu klein ist, so dass das entsprechende Magnetfeld, bei welchem die Kommensurabilitätsbedingung erfüllt ist, zu hoch ist ( $B_{zyk} \approx 3$  T), und der Effekt der Quantenpunkte von SdH-Oszillationen überdeckt ist. Es ist also denkbar, dass Hallmessungen an Proben mit einer Quantenpunktdichte von etwa  $\bar{l} > 200$  nm und dem entsprechenden Magnetfeld von  $B_{zyk} < 1.5$  T Einflüsse der Quantenpunkte zeigen könnten, da das Zyklotron-Magnetfeld  $B_{zyk}$  in den klassischen Bereich fällt, der nicht durch SdH-Oszillationen überdeckt ist.



# A Probenparameter

In diesem Abschnitt sind die Schichtfolgen der untersuchten Proben zusammengestellt. Die Heterostrukturen wurden von Prof. Dr. A. Wieck und Dr. D. Reuter an der Ruhr-Universität Bochum gewachsen .

## Probenmaterial 11316:

Wachstumsprotokoll			
Schicht	Wiederholung	Wachstumstemp. [°C]	Dicke [nm]
GaAs		650.0	200.0
AlAs	Start:40x	650.0	2.0
GaAs	Ende	650.0	2.0
Al <sub>0.35</sub> Ga <sub>0.65</sub> As		650.0	300.0
δ-Si		650.0	0.0ML
Al <sub>0.35</sub> Ga <sub>0.65</sub> As		650.0	10.0
GaAs		635.0	25.0
InAs		555.0	0.01ML
GaAs		545.0	8.0
GaAs		635.0	22.0
AlAs	Start:29x	635.0	3.0
GaAs	Ende	635.0	1.0
GaAs		635.0	5.0

## Probenmaterial 11080:

Wachstumsprotokoll			
Schicht	Wiederholung	Wachstumstemp. [°C]	Dicke [nm]
GaAs		620.0	200.0
AlAs	Start:40x	620.0	2.0
GaAs	Ende	620.0	2.0
$\text{Al}_{0.34}\text{Ga}_{0.66}\text{As}$		620.0	300.0
$\delta\text{-Si}$		620.0	0.0ML
$\text{Al}_{0.34}\text{Ga}_{0.66}\text{As}$		620.0	10.0
GaAs		620.0	25.0
InAs		530.0	2.6ML
GaAs		530.0	8.0
GaAs		620.0	22.0
AlAs	Start:29x	635.0	3.0
GaAs	Ende	635.0	1.0
GaAs		635.0	5.0

# B Probenpräparation

In diesem Abschnitt werden die Präparationsparameter wiedergegeben.

Stets wurden im ersten Schritt die Rückkontakte zum 2DEG präpariert und einlegt. Im Folgenden wurde dann mit Elektronenstrahl- bzw. Fotolithografie lokale Bereiche belichtet und entwickelt, die dann entweder metallisiert oder geätzt wurden.

## Präparierung der Rückkontakte

- **Reinigung:** Vor jedem Prozessschritt wurde die Probe gründlich gereinigt, indem sie in drei verschiedenen polaren organischen Lösungsmitteln gebadet wurde. Zudem wurde die Probe in ein Ultraschallbad gereinigt.
  - Aceton: t=5 min, davon 2 min ins Ultraschallbad auf Stufe 5
  - Methanol: t=3 min
  - Isopropanol: t=1 min
- **Fotolithografie:** Nach der Reinigung erfolgten die Vorbereitungen für die Fotolithografie. Die Ausmaße der Rückkontakte waren größer als 1.1 µm und konnten demnach mit der optischen Kontaktlithografie hergestellt werden.
  - Lack: AZ1518 von Microchemicals
  - Aufschleudern des Lackes: 6000 Umdreh./min, t=30 s
  - Aushärten auf Heizplatte: T=100 °C, t=1 min
  - Belichten am Maskaligner: t=15 s

- Entwickeln mit AZ400K:H<sub>2</sub>O (4:1) von Microchemicals, t=45 s
  - Stopper: Reinstwasser, t=30 s
- **Metallisieren:**
    - Aufdampfdruck: p≈ 1 · 10<sup>-7</sup> mbar
    - Schichtmaterial:
      1. Nickel, d=15 nm, Aufdampfrate R=0.05 nm/s
      2. AuGe, d=150 nm, Aufdampfrate R=0.2 nm/s
      3. Au, d=15 nm, Aufdampfrate R=0.15 nm/s
    - Lift-Off:
      - \* Acetonbad mit anschließendem Ultraschallbad
      - \* Spülen mit Isopropanol
  - **Ätzen:**
    - Ätzlösung: H<sub>2</sub>O(100):H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>(3):H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>(1)), t≈5 min
    - Stopper: Reinstwasser, t=30 s
    - Reinigung im Acetonbad mit anschließendem Ultraschallbad
    - Spülen mit Isopropanol
  - **Einlegierung:**
    - Schutzgas: ArH<sub>2</sub>
    - Heizen der Probe:
      1. T=200 °C, t=5 min
      2. T=400 °C, t=2 min

---

---

3. T=450 °C, t=30 s

## Präparation der Gateelektroden

Die Split-Gate-Elektroden haben einen Abstand von <1 µm und mussten mit der Elektronenstrahllithografie geschrieben werden.

Im Gegensatz dazu haben die Gateelektroden auf dem Hallbar und der Stegstruktur Ausmaße von >100 µm und konnten so mit der Fotolithografie definiert werden. Sowohl die Gatematerialien und Schichtdicken sind stets identisch. Im Folgenden werden die Parameter für die Gateelektrodenherstellung mittels Elektronenstrahllithografie wiedergegeben.

Die Parameter der Fotolithografie sind aus dem vorherigen Abschnitt zu entnehmen.

- **Reinigung:**

- Aceton: t=5 min, davon 2 min ins Ultraschallbad auf Stufe 5
- Methanol: t=3 min
- Isopropanol: t=1 min

- **Elektronenstrahllitografie:** Die Ausmaße der Split-Gates sind mit <1.1 µm nur mit der Elektronenstrahllithografie auflösbar. Auch die Mesastruktur der Steg-Geometrie ist kleiner als 1 µm und musste mittels EBL geschrieben werden. Anstelle von einem Positiv-Lack wurde ein Negativ-Lack aufgeschleudert, so dass die belichteten Bereiche gegenüber dem Entwickler resistent blieben.

- **Split-Gate:**

- \* Lack: Copolymer PMMA/MA 33 % von Allresist
    - \* Aufschleudern des Lackes: 6000 Umdreh./min, t=30 s
    - \* Aushärten auf Heizplatte: T=150 °C, t=10 min
    - \* Belichten am Rasterelektronenmikroskop *Leo 1530*: Spannung: 5 kV, Dosis: 20  $\frac{\mu C}{cm^2}$ , Blende : 10 µm
    - \* Entwickeln mit AR 600-50 von Allresist, t=2 min
    - \* Stopper: AR 600-60 von Allresist, t=30 s

- **Steg-Mesa:**
  - \* Lack: ma-N von Allresist
  - \* Aufschleudern des Lackes: 6000 Umdreh./min, t=30 s
  - \* Aushärten auf Heizplatte: T=90 °C, t=3 min
  - \* Belichten am Rasterelektronenmikroskop *Leo 1530*: Spannung: 10 kV, Dosis: 40  $\frac{\mu\text{C}}{\text{cm}^2}$ , Blende : 40  $\mu\text{m}$
  - \* Entwickeln mit ma-D-532 von Allresist, t=2 min
  - \* Stopper: Reinstwasser, t=30 s
  - \* Remover: mr-Rem 660, t=30 s
- **Metallisieren:**
  - Aufdampfdruck:  $p \approx 1 \cdot 10^{-7}$  mbar
  - Schichtmaterial:
    1. NiCr, d=30 nm, Aufdampfrate R=0.05 nm/s
  - Lift-Off:
    - \* Acetonbad mit anschließendem Ultraschallbad
    - \* Spülen mit Isopropanol

## Maskenfertigung

Im ersten Schritt wurde ein Quarzstück mit einer einseitig beschichteter Chrom-Schicht mit Ausmaßen von etwa 3.5 cm × 3.5 cm zu geschnitten.

- **Reinigung:**
  - Aceton: t=10 min, davon 5 min ins Ultraschallbad auf Stufe 7
  - Isopropanol: t=3 min
- **Elektronenstrahllitografie:**

- 
- 
- Doppelklick:
    1. PMMA 200K 4 % von Allresist
    2. PMMA 950K 1 % von Allresist
  - Aufschleudern der Lacke: 6000 Umdreh./min, t=30 s
  - Aushärten auf Heizplatte:
    1. T=150 °C, t=10 min
    2. T=150 °C, t=5 min
  - Belichten am Rasterelektronenmikroskop *Leo 1530*: Spannung: 20 kV, Dosis: 150  $\frac{\mu\text{C}}{\text{cm}^2}$ , Blende : 30  $\mu\text{m}$
  - Entwickeln mit AR 600-50 von Allresist, t=2 min
  - Stopper: AR 600-60 von Allresist, t=30 s
- **Ätzen**
    - Ätzlösung, t≈4 min:
      - \* Cer-IV-Ammoniumnitrat (50 g)
      - \*  $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$  (10 ml)
      - \*  $\text{H}_2\text{O}$  (200 ml)
    - Stopper: Reinstwasser, t=30 s
    - Reinigung im Acetonbad mit anschließendem Ultraschallbad
    - Spülen mit Isopropanol



## Literaturverzeichnis

- [1] C. Weisbuch und B. Vinter, Academic Press, Inc., (1991).
- [2] S. Fafard, K. Hinzer, S. Raymond, M. Dion, J. McCaffrey, Y. Feng und S. Charbonneau, *Science* **274**, 1350 (1996).
- [3] M. A. Topinka, B. J. LeRoy, S. E. J. Shaw, E. J. Heller, R. M. Westervelt, K. D. Maranowski und A. C. Gossard, *Science* **289**, 2323 (2000).
- [4] E. Buks, R. Schuster, M. Heiblum, S. Mahalu und V. Umansky, *Nature* **391**, 871 (1998).
- [5] W. J. Skocpol, L. D. Jackel, E. L. Hu, R. E. Howard und L. A. Fetter, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 951 (1982).
- [6] K. Koike, S. Sasa, M. Inoue und M. Yano, *J. Vac. Sci. Technol. B* **21**, 710 (2003).
- [7] T.J. Thornton, M. Pepper, H. Ahmed, D. Andrew und G. J. Davies, *Phys. Rev. Lett.* **34**, 232 (1986).
- [8] H. Z. Zheng, H. P. Wei, D. C Tsui und G. Weimann, *Phys. Rev. B* **34**, 5635 (1986).
- [9] C. Kittel: *Introduction to Solid State Physics*, (2002).
- [10] M. A. Reed, J. N. Randall, R. J. Aggarwal, R. J. Matyi, T. M. Moore und A. E. Wetsel, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 535 (1988).
- [11] S. Tarucha, D. G. Austing, T. Honda, R. J. van der Hage und L. D. Kouwenhoven, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3613 (1996).
- [12] W. Hansen, T. P. Smith, K. Y. Lee, J. A. Brum, C. M. Knoedler, J. M. Hong und D. P. Ken, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2168 (1989).
- [13] U. Meirav, M. A. Kastner und S. J. Wind, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 771 (1990).
- [14] V. A. Shchukin und D. Bimberg, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 1125 (1999).

- [15] F. C. Frank und J. H. van der Merwe, Proc. Roy. Soc. London Ser. A **198**, 216 (1946).
- [16] M. Volmer und A. Weber, Z. Phys. Chem. **119**, 277 (1926).
- [17] L. N. Stranski und L. van Krastanov, Akad. Wiss. Lit. Mainz. Math.-Nat. Kl. IIb **146**, 797 (1939).
- [18] I. Kegel, T. H. Metzger, A. Lorke, J. Peisl, J. Stangl, G. Bauer, J. M. Garcia, P und M. Petroff, Phys. Rev. Lett. **85**, 1694 (2000).
- [53] H. Drexler, D. Leonard, W. Hansen, J. P. Kotthaus und P. M. Petroff, Phys. Rev. Lett. **73**, 2252 (1994).
- [20] R. Rinaldi, P. V. Giugno, R. Cingolani, H. Lipsanen, M. Sopanen, J. Tulkki und J. Ahopelto, Phys. Rev. Lett. **77**, 342, (1996).
- [21] C. G. Darwin, Proc. Cambridge Phil. Soc. **27**, 86 (1930).
- [22] V. Fock, Z. Phys. **47**, 446 (1928).
- [23] M. Fricke, A. Lorke, M. Haslinger, J. P. Kotthaus, G. Medeiros-Ribeiro und P. M. Petroff, *The Physics of Semiconductor*, M. Scheffler, R. Zimmermann , Eds., World Scientific, Singapore, 1609 (1996).
- [24] C. Cohen-Tannoudji und B. Diu, F. Laloë, *Quantum Mechanics*, Vol. **1**, Wiley & Sons (1977).
- [25] O. S. Wibbelhoff, A. Lorke, D. Reuter und A. D. Wieck, Appl. Phys. Lett. **86**, 092104 (2005).
- [26] E. E. Vdovin, A. Levin, A. Patanè, L. Eaves, P. C. Main, Yu. N. Khanin, Yu. V. Dubrovskii, M. Henini und G. Hill, Science **200**, 122 (2000).
- [27] A. Patanè, R. J. A. Hill, L. Eaves, P. C. Main, M. Henini, M. L. Zambrano, A. Levin, N. Mori, C. Hamaguchi, Yu. V. Dubrovskii, E. E. Vdovin, D. G. Austing, S. Tarucha, und G. Hill. Phys. Rev. B **65**, 165308 (2002).
- [28] C. W. Beenakker, Phys. Rev. B **44**, 1646 (1991).
- [29] H. Grabert und Z. Phys. B. **85**, 3219 (1991).
- [30] M. J. Kelly, *Low-Dimensional Semiconductors*, Clarendon Press-Oxford (1995).
- [31] S. Roddaro, V. Piazza, F. Beltram, W. Wegschneider, C. Liang und M. Pepper, J. Appl. Phys. **92**, 5304 (2002).
- [32] M. Büttiker, Phys. Rev. B **38**, 9375 (1988).
- [33] B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van Marel und C. T. Foxon, Phys. Rev. Lett. **60** 848 (1988).

- [34] D. A. Wharam, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie und G. A. Jones, *J. Phys. C* **21** (1988).
- [35] M. Fricke, A. Lorke, J. P. Kotthaus, G. Medeiros-Ribeiro und P. M. Petroff, *Europhys. Lett.* **36**, 197 (1996).
- [36] K. von Klitzing, G. Dorda und M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 496 (1980).
- [37] H. L. Störmer, A. C. Gossard, W. Wiegmann und K. Baldwin, *Appl. Phys. Lett.* **39**, 912 (1981)
- [38] H. L. Störmer, *Nobel Lecture*, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 875 (1999).
- [39] J. H. Davies, *The Physics of Low-Dimensional Semiconductors*, Cambridge University Press (1998).
- [40] T. Ando, A. B. Fowler und F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982).
- [41] F. Stern und W. E. Howard, *Phys. Rev.* **163**, 816 (1967).
- [42] H. Kroemer, *Quantum Mechanics*, Prentice-Hall (1994).
- [43] K. Buth und U. Merkt, *Ann. Phys.* **11**, 843 (2002).
- [44] L. J. Challis, *Contemporay Physics* **33**, 111 (1992).
- [45] E. Abrahams, P. W. Anderson, P. A. Lee und T. V. Ramakrishnan, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 673 (1979).
- [46] P. W. Anderson, *Phys. Rev.* **109**, 1492 (1958).
- [47] B. Laikhtman und E. L. Altshuler, *Ann. Phys.* **232**, 332 (1994).
- [48] S. M. Reimann und M. Manninen, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 1283 (2002).
- [49] D. G. Austing, S. Sasaki, S. Tarucha, S. M. Reimann, M. Kostinen und M. Manninen, *Phys. Rev. B* **60**, 11514 (1999).
- [50] R. Williams, *Modern GaAs Processing Methods*, Artech House (1990).
- [51] S. Luryi, *Appl. Phys. Lett.* **52**, 501 (1988).
- [52] O. S. Wibbelhoff, *Dissertation*, Universität Duisburg-Essen (2006).
- [53] H. Drexler, D. Leonard, W. Hansen, J. P. Kotthaus, P. M. Petroff, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2252 (1994)
- [54] R. J. Warburton, C. S. Dürr, K. Karrai, J. P. Kotthaus, G. Medeiros-Ribeiro und P. M. Petroff, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 5282 (1997).
- [55] A. Lorke, *Habilitationsschrift*, LMU München (1999).

- [56] R. J. Warburton, B. T. Miller, C. S. Dürr, C. Bödefeld, K. Karrai, J. P. Kott haus, G. Medeiros-Ribeiro, P. M. Petroff und S. Huant, Phys. Rev. B **58**, 16221 (1998).
- [57] M. Russ, *Dissertation*, Universität Duisburg-Essen (2006).
- [58] M. Russ, *Diplomarbeit*, Universität Duisburg-Essen (2002).
- [59] O. S. Wibbelhoff, *Diplomarbeit*, Universität Duisburg-Essen (2002).
- [60] D. G. Austing, S. Sasaki, S. Tarucha, S. M. Reimann, M. Koskinen und M. Manninen, Phys. Rev. B **60**, 11514 (1999).
- [61] M. Ruß, A. Lorke, D. Reuter und P. Schafmeister, Physica E **22**, 506 (2004).
- [62] S. Sze, *Physics of semiconductor devices*, (1981).
- [63] M. Russ, J. C. Meier, A. Lorke, D. Reuter und A. D. Wieck, Phys. Rev. B **73**, 115334 (2006).
- [64] E. Ribeiro, E. Müller, T. Heinzel, H. Auderset, K. Ensslin, G. Medeiros-Ribeiro und P. M. Petroff, Phys. Rev. B **58**, 1506 (1998).
- [65] R. J. Haug, R. R. Gerhardts, K. v. Klitzing und K. Ploog, Phys. Rev. Lett. **59**, 1349 (1987).
- [66] S. E. Laux, D. J. Frank und F. Stern, Surf. Science, **196**, 101 (1987).
- [67] J. A. Nixon und J. H. Davies, Phys. Rev. B **41**, 7929 (1990).
- [68] J. H. Davies, *The physics of low-dimensional semiconductors*, Cambridge University Press (1998).
- [69] A. Szafer und A. D. Stone, Phys. Rev. Lett. **62**, 300 (1989).
- [70] J. Eroms, M. Zitzlsperger, D. Weiss, J. H. Smet, C. Albrecht, R. Fleischmann, M. Behet, J. De Boeck und G. Borghs, Phys. B **256**, 409 (1998).

## Und zu guter Letzt...

...möchte ich mich bei einer ganzen Reihe von Menschen bedanken, die mich während der Diplomarbeitsphase, aber auch während der gesamten Studienzeit, unterstützt haben.

Beginnen möchte ich bei Herrn **Prof. Dr. A. Lorke**. Es war eine große Freude, in seiner Arbeitsgruppe zunächst als wiss. Hilfskraft tätig zu sein, und danach auch dort die Diplomarbeit schreiben zu dürfen. Stets war er bemüht, Diplomanden mit kreativen Hinweisen weiterzuhelfen.

Des Weiteren geht ein großer Dank und Gruß nach Bochum an **Prof. Dr. A. Wieck** und **Dr. D. Reuter**, die die hervorragenden Proben gestellt haben, die Basis dieser Arbeit sind.

Ein mindestens ebenso großer Dank geht an **Dr. Marco Russ**, von dem ich die gesamten Präparationstechniken erlernen durfte und der stets ein offenes Ohr für Diskussionen und Fragen hatte.

Ein Dankeschön geht auch an **Dr. Cedrik Meier**, mit dem es eine Freude ist, über private und fachliche Themen zu diskutieren.

Bei **Peter Pfänder** möchte ich mich für die Einführung in die *Heliox*-Technik bedanken. Für die Hilfestellung bei den AFM-Aufnahmen bedanke ich mich bei **Natascha Kedjarova**.

Ein großer Dank geht an die gesamte **Arbeitsgruppe Lorke**, die stets bemüht waren das Leben aller Diplomanden zu erleichtern.

Insbesondere möchte ich mich bei den wiss. Hilfskräften, Doktoranden, (Ex-)Diplomanden und PostDocs bedanken, die immer gute Laune und Diskussionsbereitschaft mitbrachten. Diese Leute waren dafür verantwortlich, dass meine Diplomarbeitsphase eine sehr schöne und erfahrungsreiche Zeit wurde.

In willkürlicher Anordnung sind dies im Einzelnen:

**Andreas Gondorf, Matthias Offer, Hanna Onneken, Nadine van der Schoot, Dr. Ramona Nünthel, David Krix, Stephan Lüttjohann, Christian Notthoff, Ingo Plümel, Dr. Oliver Wibbelhoff und Therese Schnitzler.**

Ein ganz großer Dank geht an meine Familie insbesondere an meine Eltern **Margrit und Friedrich Marquardt**, die mich über die gesamte Studienzeit in jeder Situation unterstützt haben und ohne die diese Arbeit nicht existieren würde.

Ein großes Dankeschön geht an meine Verlobte **Sandra Skorzisko**, die ein wichtiger Ge-

genpol zu dem manchmal doch stressigen Uni-Alltag war. Ihre Geborgenheit und Liebe war stets sowohl Motivation als auch Erholung in reinster Form. Danke.

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit selbstständig und unter ausschließlicher Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel erstellt zu haben.

Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch nicht veröffentlicht.

Duisburg, 29. September 2006 \_\_\_\_\_  
Unterschrift