

# **Spektroskopie von selbstorganisierten Quantenringen**

**Diplomarbeit**  
von  
Christian Notthoff

Durchgeführt an der  
Fakultät für Naturwissenschaften  
der  
Universität Duisburg-Essen  
am Lehrstuhl von  
Prof. Dr. A. Lorke

Duisburg, im September 2004



## Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden selbstorganisierte InAs-Quantenringe mittels Rasterkraftmikroskopie sowie Kapazitäts-Spannungs- und Photolumineszenz-Spektroskopie untersucht. Die InAs-Quantenringe befinden sich in einer MISFET-Struktur, um sie der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie zugänglich zu machen. Zusätzlich sind auf der Probenoberfläche Quantenringe für die rasterkraftmikroskopische Untersuchung aufgewachsen.

Diese Arbeit zeigt die gewonnenen Ergebnisse der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie im Nullfeld sowie in Abhängigkeit von einem senkrecht zur Probenoberfläche angelegten Magnetfeld. Die Ergebnisse der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie werden mittels verschiedener Modellrechnungen mit Ergebnissen von rasterkraftmikroskopischen Untersuchungen und numerischen Simulationen verglichen.

Das kapazitive Quantenring-Signal ist stark durch das Signal der Benetzungsschicht überlagert. Mit einer nichtlinearen Ausgleichsrechnung ist es dennoch möglich die Signale zu trennen und daraus mittels eines Ersatzschaltbildes auf die Ladungsträgerdichte zu schließen.

Aus den Kapazitäts-Spannungs-Spektren im Magnetfeld wird die Dispersion der Quantenringniveaus bestimmt. Durch den Vergleich der experimentell bestimmten Dispersion mit der numerisch bestimmten Dispersion wird gezeigt, daß die ringförmige Oberflächenmorphologie auch nach dem Überwachsen erhalten bleibt, und zu einem ringförmigen elektronischen Einschlußpotential führt. Der elektronische Durchmesser wird in guter Übereinstimmung mit dem aus AFM-Messungen bestimmten Durchmesser zu  $d = 32 \text{ nm}$  ermittelt. Daraüber hinaus ist es möglich aus diesem Vergleich eine Abschätzung für die effektive Elektronenmasse und die Einschlußenergie der Quantenringe zu erhalten.

Neben der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie werden die Ergebnisse der Photolumineszenz-Spektroskopie bei verschiedenen Anregungsleistungen und senkrecht zur Probenoberfläche angelegten Magnetfeldern vorgestellt. Die Spektren zeigen bei hohen Anregungsleistungen strahlende Übergänge, die bisher nicht eindeutig zu identifizieren sind. Mögliche Interpretationen werden diskutiert.

In den magnetfeldabhängigen Photolumineszenz-Spektren zeigt sich ein deutlicher Hinweis auf das Auftreten einer Aharonov-Bohm-artigen Dispersion der Exzitonenergie.



## Abstract

In this Diplom-thesis, self-assembled InAs quantum rings are investigated by atomic force microscopy as well as capacitance-voltage- and photoluminescence spectroscopy. The InAs quantum rings are embedded in a MISFET-structure, to make them accessible for capacitance-voltage spectroscopy. Additionally quantum rings are grown on the top of the sample for the atomic force microscopy. This work shows the results of capacitance-voltage spectroscopy in zero field as well as the dependence on a magnetic field, applied perpendicularly to the surface of the sample. The experimental results obtained from capacitance-voltage spectroscopy are compared to the results of the atomic force microscopy and numerical simulations, using different model.

The capacitive quantum ring signal is strongly modified by the signal of the wetting layer. With a nonlinear mean square fit it is nevertheless possible to separate the signals and to derive the charge carrier density from these, with an equivalent circuit diagram.

From the capacitance-voltage spectra in the magnetic field, the dispersion of the quantum ring levels is determined. It is shown by the comparison between the experimentally determined dispersion and the numerically determined energy levels that the ring-like morphology persists during the overgrowth and leads to a ring-like confinement for the electrons. The electronic diameter is determined to  $d = 32 \text{ nm}$ , in good agreement with the diameter obtained from AFM-measurements. Further more, it is possible to get an estimation for the effective electron mass and the confining energy of the quantum rings, from this comparison.

Apart from the capacitance-voltage spectroscopy, results of the photoluminescence spectroscopy are presented for different excitation powers and magnetic fields, perpendicular to the sample surface. When the excitation power is increased, radiative recombination is observed out of excited levels, which are not yet clearly identified. Possible interpretations are discussed.

The photoluminecence spectra in a magnetic field show indication of the occurrence of an Aharonov-Bohm-like dispersion of the exciton energy.



# Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>II</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>7</b>
1	Niedrigdimensionale Elektronensysteme	7
1.1	Elektronische Zustände von Quantenringen . . . . .	7
1.1.1	Parabolische Näherung . . . . .	7
1.1.2	Grenzfall des Eindimensionalen Quantenrings . . . . .	9
1.2	Die Coulombblockade . . . . .	10
1.3	Elektronische Zustände von Quantenpunkten . . . . .	13
2	Photolumineszenz	15
<b>III</b>	<b>Probenwachstum und Probenpräparation</b>	<b>18</b>
3	Selbstorganisiertes Wachstum von Quantenringen	18
4	Probenaufbau	23
5	Charakterisierung der Proben mit dem AFM	27
6	Präparation der Proben	32
<b>IV</b>	<b>Meßmethoden</b>	<b>36</b>
7	Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie	36
7.1	Zusammenhang zwischen differentieller Kapazität und Zustandsdichte .	36
7.2	Experimenteller Aufbau der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie . . . . .	39
8	Photolumineszenz-Aufbau	42
<b>V</b>	<b>Ergebnisse und Diskussion</b>	<b>46</b>
9	Modellrechnungen	46
9.1	Simulation der Ringentstehung mittels Navier-Stokes . . . . .	46
9.2	Numerische Lösung zum Problem des parabolischen Quantenrings . . .	51

<b>10 Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie</b>	<b>58</b>
10.1 CV-Spektroskopie an der Quantenpunktprobe 11639 . . . . .	58
10.2 CV-Spektroskopie an den Quantenringproben 11771 und 11846 . . . . .	64
10.2.1 Coulombblockade . . . . .	71
10.2.2 Grundzustandsenergie der Elektronen in der Quantenringprobe 11771 . . . . .	73
<b>11 Photolumineszenz</b>	<b>81</b>
11.1 Photolumineszenz im Magnetfeld . . . . .	86
<b>VI Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>94</b>
<b>VII Anhang</b>	<b>98</b>
<b>A Modell zur Beschreibung der Gatespannungs-Energie-Beziehung in MISFET-Strukturen</b>	<b>98</b>
<b>B Wachstumsparameter der Proben</b>	<b>100</b>
<b>Literatur</b>	<b>101</b>

# Kapitel I

## Einleitung

Die heutige elektronische Technologie lebt im Wesentlichen von integrierten Schaltkreisen aus Halbleitern. In jedem Haushalt befinden sich unzählige integrierte Halbleiter-Schaltkreise, welche sich kaum noch aus unserem täglichen Leben wegdenken lassen. Ein heute in fast jedem Europäischen Haushalt zu findender PC (Personal Computer) hat eine Rechenleistung, die 1980 noch einer raumfüllenden Großrechneranlage bedurfte. Für die immense Leistungssteigerung war es nötig, die integrierten Schaltkreise immer weiter zu miniaturisieren, wodurch sich immer wieder enorme Probleme bei der Herstellung der Halbleiter-Schaltungen ergeben haben. Heutige Strukturen in Halbleiterbauelementen sind typischerweise in der Größenordnung von  $\sim 100\text{ nm}$ , welche durch photolithographische Verfahren in großen Stückzahlen hergestellt werden. Es werden zur Zeit Lithographie-Verfahren entwickelt mit denen sich Strukturgrößen von  $50\text{ nm}$  und weniger realisieren lassen [23]. Der stetigen Miniaturisierung der elektronischen Bauelemente sind jedoch physikalische Grenzen gesetzt. Wenn die Schaltkreise in die Größenordnung der de Broglie-Wellenlänge der Elektronen kommen (typisch  $> 30\text{ nm}$ ), treten vermehrt quantenmechanische Effekte in den Vordergrund, und die klassischen Prinzipien der Elektronik versagen. Neben der technischen Relevanz von Halbleitern in der Elektronik-Industrie könnte mit Halbleiter-Systemen auch hervorragend Modellsysteme hergestellt werden, in denen sich die Ladungsträger nicht mehr frei in allen Raumrichtungen bewegen können, wodurch sich die Eigenschaften der Ladungsträger im Regime der Quantenmechanik untersuchen lassen. In Halbleiter-Heterostrukturen gelingt es, Schichtfolgen ABA von zwei Halbleitern A und B mit Atomar scharfen Grenzflächen herzustellen. Wenn das Material B eine kleinere Bandlücke als das Material A aufweist, bewirkt die Schichtfolge ABA einen Einschluß der Elektronen in den Bereich von B und man erhält ein Rechteck-Potentialtopf entlang der Wachstumsrichtung. Aufgrund des Rechteckpotentials bildet sich in der Schicht B ein 2DEG<sup>1</sup> bzw. ein „Quantenfilm“ aus. Wird die Bewegungsfreiheit in einer weiteren Raumdimension eingeschränkt, so erhält man sogenannte Quantendrähte, in denen zum Beispiel der Leitwert quantisiert ist.

Wird schließlich die Bewegungsfreiheit der Ladungsträger in allen drei Raumdimensionen eingeschränkt, so führt dies auf die sogenannten Quantenpunkte, die oft auch wegen ihrer elektronischen Eigenschaften als künstliche Atome bezeichnet werden. Die Zustandsdichten für ein-, zwei- und dreidimensionale Systemen ist schematisch in Abbildung 0.1 gezeigt, und die Zustandsdichte eines nulldimensionalen Quantenpunktes ist durch eine Reihe von Delta-Funktionen bei den jeweiligen Eigenenergien gegeben.

---

<sup>1</sup>zweidimensionales Elektronengas

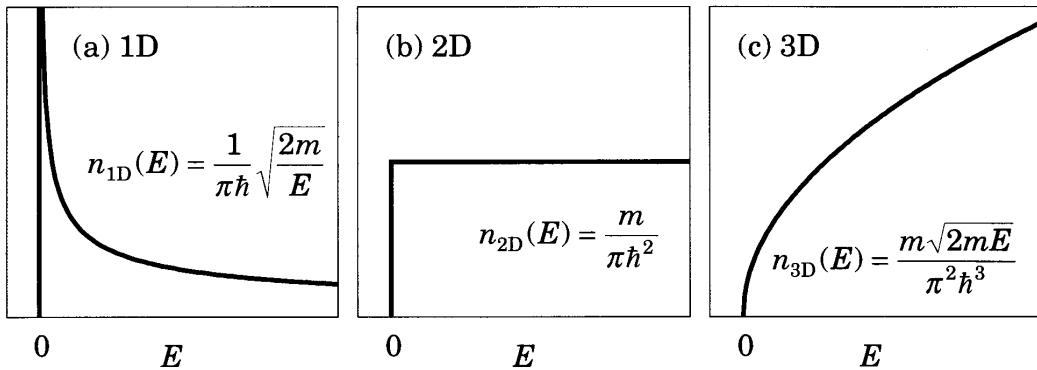


Abbildung 0.1: Schematische Darstellung der Zustandsdichte in Abhängigkeit von der Energie, a) für ein eindimensionales System, b) für ein zweidimensionales System und c) für ein dreidimensionales System ( Abb. aus [19] ).

Die in dieser Arbeit untersuchten Quantenringe lassen sich in ihrer Dimensionalität zwischen Quantendrähten und Quantenpunkten einordnen. Die Ladungsträger in dem Einschlußpotential eines Quantenrings sind in Richtung der Wachstumsrichtung auf den Grundzustand beschränkt. In lateraler Richtung können sich die Ladungsträger dagegen in einem nicht einfach zusammenhängenden Gebiet bewegen. Der laterale Einschluß wird in der Literatur entweder durch eine Torus-artiges Gebiet [20] oder durch eine rotierte Parabel beschrieben [3, 43] (vgl. Abbildung 1.1). Wie die Quantenpunkte besitzen auch Quantenringe ein diskretes Energiespektrum. Aufgrund der Bewegungsfreiheit der Elektronen und Löcher entlag eines nicht einfach zusammenhängenden Gebietes, tritt bei den Quantenringen im Magnetfeld noch der Aharonov-Bohm-Effekt in Erscheinung, was zu einem deutlichen Unterschied zwischen den Eigenschaften der Quantenringe gegenüber den Eigenschaften der Quantenpunkte führt.

Während die Herstellung von zweidimensionalen Nano-Strukturen in Wachstumsrichtung, durch die chemische Abscheidung von verschiedenen Material auf einem Substrat (z.B. CVD<sup>2</sup> ) oder durch das aufwachsen von verschiedenen Materialien mittels der Molekularstrahlepitaxie auf einem Substrat, mit atomarer Genauigkeit möglich ist, erweist sich die Herstellung von lateralen Strukturen wie Quantenpunkten und Quantenringen aus Heterostrukturen oft als schwierig. Einige Zeit galten optische und Elektronenstrahl-Lithographie mit anschließenden Ätzschritten oder dem Aufbringen von Elektroden als vielversprechende Ansätze zur Herstellung von solchen Strukturen. Jedoch ist die Lithographische Strukturierung sehr zeitaufwendig und auf kleine Flächen begrenzt, was eine großflächige Strukturierung mit vielen Strukturen unmöglich macht, und bei Abmessungen von 10 nm bis 100 nm ist es schwierig, ausreichend glatte und defektfreie Grenzflächen zu erzeugen. Seit einiger Zeit beschäftigen

<sup>2</sup>engl. chemical vapor deposition

sich eine Reihe von Arbeitsgruppen mit einer Alternative zur Herstellung von Quantenpunkten und Quantenringen, dem selbstorganisierten Wachstum. Das Materialsystem InAs auf GaAs zeigt aufgrund von Gitterverspannungen bei dem aufwachsen des InAs auf GaAs eine spontane Bildung von dreidimensionalen InAs-Inseln auf einer InAs-Benetzungsenschicht. Diese Art von Wachstum wird als Stranski-Krastanov-Wachstum bezeichnet und wird auch bei anderen Materialsystemen wie Ge auf Si beobachtet. InAs-Quantenpunkte, die durch Stranski-Krastanov-Wachstum entstanden sind, zeichnen sich durch eine hohe Dichte (verglichen mit Lithographischen Quantenpunkten) mit großer Homogenität, bezüglich der Inselgröße, aus. Werden InAs-Quantenpunkte mit einer dünne Schicht GaAs überwachsen, so kommt es zur Bildung von kraterartigen Strukturen, den sogenannten Quantenringen. Die in dieser Arbeit untersuchten selbstorganisierten Quantenringe besitzen einen Durchmesser von etwa  $30\text{ nm}$  und eine Höhe von  $\sim 1 - 2\text{ nm}$  sowie eine Dichte von etwa  $10^{10}\text{ Ringen pro cm}^{-2}$ , welche bei einer Herstellung mittels lithographischer Methoden nicht realisierbar ist.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der grundlagenphysikalischen Untersuchung von selbstorganisierten InAs-Quantenringen in einer GaAs Matrix. Im Vordergrund dieser Arbeit stand die morphologische (AFM) und optische (PL), besonders aber die elektronische (CV) Charakterisierung von überwachsenen Quantenpunkten im Hinblick auf mögliche Quantenringeffekte und zur Optimierung des Wachstums. Als Untersuchungsmethoden wurden in dieser Arbeit Rasterkraftmikroskopie (AFM), die Kapazitäts-Spannungs- Spektroskopie (CV) und die Photolumineszenz-Spektroskopie (PL) verwendet. Die Quantenringe sind in einer Kondensatorstruktur eingebettet, um sie der Messung mittels Kapazitäts-Spannungs- Spektroskopie zugänglich zu machen. Aus der Kapazitäts-Spannungs- Spektroskopie können mithilfe von Modellen und Ersatzschaltbildern Rückschlüsse auf die Eigenschaften der Quantenringe, wie die Ringdichte, den Ringdurchmesser, die Homogenität der Ringe und die Energieniveaus der Elektronen im Quantenringe gezogen werden. Die Photolumineszenz-Spektroskopie liefert darüber hinaus noch Informationen über die Löcher in den Quantenringen, jedoch weisen die experimentellen Ergebnisse der Photolumineszenz noch auf einige Lücken im Verständnis der Eigenschaften der Quantenringe hin.

Die Arbeit ist folgendermaßen gegliedert:

- Das Kapitel II beinhaltet eine theoretische Übersicht über niedrigdimensionale Elektronensysteme. Hier wird auf die elektronischen Eigenschaften der Quantenringe eingegangen und ein Modell vorgestellt, welches die Energiedispersion der Eigenzustände der Quantenringe im Magnetfeld beschreibt. Ferner wird ein kurzer Überblick über die elektronischen Eigenschaften von Quantenpunkten gegeben und es werden grundlegende Überlegungen zur Photoluminsezenz an Quantenringen vorgestellt.
- Im Kapitel III wird näher auf das selbstorganisierte Wachstum der Quanten-

ringe und den Probenaufbau eingegangen. Des weiteren beinhaltet das Kapitel noch die Charakterisierung der Proben mittels Rasterkraftmikroskopie und die Präparation der Proben.

- Im Kapitel IV wird ein Modell zur Auswertung der Kapazitäts-Spannungs-Spektren vorgestellt und der experimentelle Aufbau der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie erläutert. Des weiteren wird in diesem Kapitel der Photolumineszenz-Aufbau beschrieben.
- Das Kapitel V stellt eine alternative Beschreibung der Ringentstehung mittels der Lubrikationsapproximation der Navier-Stokes-Gleichung sowie die numerischen Berechnungen zu dem in Kapitel II vorgestellten Modell der Energiedispersion im Magnetfeld vor, und es werden die experimentellen Messergebnisse dargestellt und diskutiert.
- Im Kapitel VI werden die wichtigsten Ergebnisse noch einmal zusammengefaßt und ein Ausblick auf mögliche folgende Arbeiten gegeben.

# Kapitel II

# Grundlagen

## 1 Niedrigdimensionale Elektronensysteme

### 1.1 Elektronische Zustände von Quantenringen

Quantenringe besitzen wie Quantenpunkte diskrete Energiespektren, jedoch ist ihr Analogon nicht das Atom, sondern ein Ringmolekül wie der Benzol-Ring [3]. Bei Ringmolekülen gibt es schwach lokalisierte Valenzelektronen, die sich in einem, durch die Rumpfatome des Moleküls gebildeten, ringförmigen Potential frei bewegen können. Analog dazu sind die Elektronen in Quantenringen ebenfalls in einem ringförmigen Einschlußpotential lokalisiert und können sich entlang des Rings frei bewegen. Von Interesse sind die Quantenringe aufgrund der Möglichkeit, an ihnen die Energiespektren in Abhängigkeit des äußeren Magnetfeldes zu messen, was bei Molekülen wie Benzol aufgrund ihres kleinen Durchmessers nicht möglich ist, da in heutigen Laboren keine ausreichend starken Magnetfelder erzeugt werden können. Die in dieser Arbeit untersuchten Quantenringe sind mittels epiktaktischer Verfahren unter Ausnutzung des Stranski-Krastanov-Wachstums an der Ruhr Universität Bochum von der Arbeitsgruppe Reuter am Lehrstuhl von Prof. Dr. Wieck hergestellt worden. Sie weisen in Wachstumsrichtung eine Höhe von ca. 1-2 nm auf und haben einen mittleren Ringdurchmesser von ca. 30 – 32 nm (siehe Abschnitt 3 und 5). Aufgrund der deutlich höheren Einschränkung der Ladungsträger in Wachstumsrichtung verglichen mit dem lateralen Einschluß der Ladungsträger kann die Bewegung der Elektronen als zweidimensional angenommen werden. Zur Beschreibung des zweidimensionalen Einschlußpotentials wird im folgenden in einfacher Näherung ein parabolischer Einschluß in radialer Richtung angenommen, der seine Nullstelle bei  $r_0$  hat und um die Z-Achse rotiert wird [3, 43]. Das resultierende Potential ist in der Abbildung 1.1 skizziert.

#### 1.1.1 Parabolische Näherung

In Anlehnung an die Arbeit von T. Chakraborty et al.[43] wird im folgenden ein zweidimensionales Modell entwickelt, welches das Energiespektrum der Elektronen im Einschlußpotential eines Quantenrings beschreibt. Es wird das oben beschriebene parabolische Einschlußpotential der Form  $V(r) = \frac{1}{2}m^*\omega_0^2(r - r_0)^2$  angenommen, dabei ist  $r_0$  der effektive Ringradius,  $\omega_0$  definiert die Höhe des einschließenden Potentials und  $m^*$  ist die effektive Masse der Elektronen an der Leitungsbandkante. Ferner wird angenommen, daß sich für mehr als ein Elektron im Quantenring die Coulomb-Wechselwirkung separieren läßt und daher eine Bestimmung der Einelektronen-Wellenfunktion ausreichend ist, um mit dem „Constant-Interaction-Modell“ von der Einelektronen-Wellenfunktion

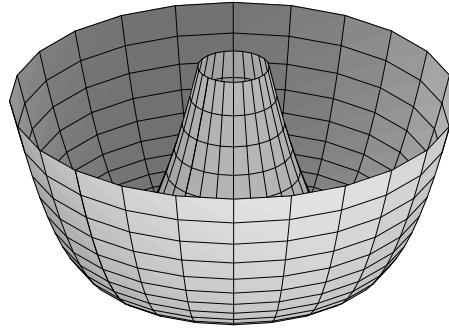


Abbildung 1.1: Parabolisches Potential:  $V(r) = \frac{1}{2}m^*\omega_0^2(r - r_0)^2$

auf die Eigenschaften des Viel-Teilchen-Systems zu schließen.

Der Hamiltonoperator für einen rotationssymmetrischen Quantenring, in parabolischer Näherung, im Magnetfeld ist gegeben durch:

$$H := \frac{1}{2m^*}(\underline{p} - e\underline{A})^2 + \frac{1}{2}m^*\omega_0^2(\underline{r} - \underline{r}_0)^2 \quad (1.1)$$

Dabei ist  $\underline{A}$  das zum Magnetfeld  $\underline{B} = (0, 0, B)$ , welches senkrecht zur Ringebene angelegt ist, gehörige Vektorpotential und  $\underline{p} = -i\hbar\nabla$  der Impulsoperator.

Mit der symmetrischen Eichung

$$\underline{A} := \frac{1}{2}B(-y, x, 0) = \frac{1}{2}\underline{B} \times \underline{r}$$

ist die Schrödingergleichung in Polarkoordinaten gegeben durch (siehe z.B. [44])

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right\} \Psi - \frac{ie\hbar}{2m^*} B \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} + \left[ \frac{e^2 r^2 B^2}{8m^*} + \frac{1}{2}m^*\omega_0^2(r - r_0)^2 \right] \Psi = E\Psi \quad (1.2)$$

Mit dem Ansatz  $\Psi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}f(r)e^{-il\varphi}$  und der Zyklotronfrequenz  $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$  kann Gleichung (1.2) leicht in einen polaren und radialen Anteil separiert werden. Für die radiale Wellenfunktion  $f(r)$  erhält man

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}(f'' + \frac{1}{r}f' - \frac{l^2}{r^2}f) - \hbar\omega_c \frac{l}{2}f + \left\{ \frac{m^*r^2}{8}\omega_c^2 + \frac{1}{2}m^*\omega_0^2(r - r_0)^2 - E \right\} f = 0 \quad (1.3)$$

wobei  $l$  die Drehimpulsquantenzahl ist.

Substituiert man in Gleichung (1.3) die dimensionslosen Größen  $x := \frac{r}{r_0}$  ( und damit

$dr = r_0 dx, dr^2 = r_0^2 dx^2), \varepsilon := \frac{2m^*r_0^2}{\hbar^2} E$  und führt die Variablen  $\alpha := \frac{r_0^2}{\hbar}, \tilde{\omega} := m^* \omega_0$  ein, so erhält man

$$f'' = -\frac{f'}{x} + \left\{ \frac{l^2}{x^2} - \alpha e B l + \left( \frac{\alpha e B x}{2} \right)^2 + (\alpha \tilde{\omega} (x - 1))^2 - \varepsilon \right\} f \quad (1.4)$$

Diese Gleichung ist nur im Grenzfall einer deltaförmigen Wellenfunktion am Ort  $r_0$  analytisch lösbar. Allgemein kann  $f(r)$  nur numerisch bestimmt werden. Der Grenzfall der deltaförmigen Wellenfunktion wird im anschließenden Abschnitt behandelt, und auf die numerische Lösung wird im Abschnitt 9.2 näher eingegangen.

### 1.1.2 Grenzfall des Eindimensionalen Quantenrings

Läßt man die durch  $\tilde{\omega}$  beschriebene Krümmung des Einschlußpotentials gegen unendlich gehen, so wird die radiale Wellenfunktion ausschließlich am Ort  $r_0$  von Null verschieden sein. In diesem Grenzfall, der deltaförmigen Wellenfunktion, kann nach [43]  $x := 1$  gesetzt werden und damit gilt dann  $f(x) = \text{const.}$ , wodurch sich Gleichung (1.4) zu

$$0 = \left\{ l^2 - \alpha e B l + \left( \frac{\alpha e B}{2} \right)^2 - \varepsilon \right\} f \quad (1.5)$$

vereinfachen lässt. Anwenden des Binomischen Satzes und Zurücksubstituieren der Variablen  $\alpha := \frac{r_0^2}{\hbar}$  und  $\varepsilon := \frac{2m^*r_0^2}{\hbar^2} E$  führt auf

$$E = \frac{\hbar^2}{2m^*r_0^2} \left( l - \frac{e B r_0^2}{2\hbar} \right)^2 = \frac{\hbar^2}{2m^*r_0^2} \left( l - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 \quad (1.6)$$

wobei  $\Phi$  der magnetische Fluß durch den Ring mit Radius  $r_0$  ist und  $\Phi_0 = \frac{h}{e}$  das magnetische Flußquant bezeichnet. In der Abbildung 1.2 ist die Gleichung (1.6) für einige Drehimpulsquantenzahlen  $l$  gezeichnet.

Da in der Natur zunächst der Grundzustand vollständig besetzt wird, bevor ein Elektron einen energetisch höheren Zustand besetzt, wird bei einem magnetischen Fluß  $\Phi = (l + \frac{1}{2})\Phi_0$  die Wellenfunktion von einem Zustand mit  $l$  zu einem Zustand mit  $l + 1$  wechseln, um die Energie zu minimieren. Daher wird die Grundzustandsenergie mit der Periode  $\Phi_0$  oszillieren. Der Verlauf der Grundzustandsenergie ist durch eine gestrichelte Linie in Abbildung 1.2 angedeutet. Mit dem Aharonov-Bohm-Effekt wird ein quantenmechanisches Interferenz-Phänomen bezeichnet, bei dem sich ein geladenes Partikel auf einer geschlossenen Trajektorie bewegt und die Trajektorie einen magnetischen Fluß  $\Phi$  umschließt. Aufgrund des magnetischen Flußes sammelt die quantenmechanische Wellenfunktion bei einem Umlauf auf der Trajektorie eine vom Magnetfeld abhängige Phase auf. Durch die magnetfeldabhängige Phasendifferenz zwischen der Ausgangswellenfunktion vor dem Umlauf um die Trajektorie und der Wellenfunktion nach einem Umlauf um die Trajektorie kann es zur Interferenz der Wellenfunktion mit sich selbst kommen und die eigentlich nicht observable Phase der Wellenfunktion bewirkt eine

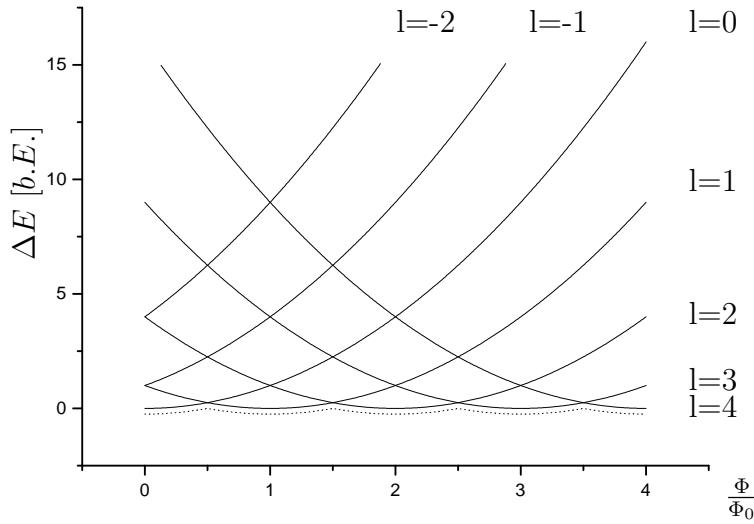


Abbildung 1.2: Darstellung der Energiedispersion der Zustände mit  $l = -2, \dots, 4$  für eine  $\delta$ -förmige radiale Wellenfunktion  $f(r)$  nach Gleichung (1.6).

$\Phi$  abhängige Oszillation aller observablen Eigenschaften des Elektrons mit einem Vielfachen der Periode  $\Phi_0$ . Die durch Gleichung (1.6) bestimmte und in Abbildung 1.2 dargestellte Oszillation der Grundzustandsenergie mit dem Magnetfeld kann als eine Manifestation des Aharonov-Bohm-Effekts verstanden werden.

## 1.2 Die Coulombblockade

Wird ein Quantenring mit mehr als einem Elektron geladen, muß die Elektron-Elektron-Wechselwirkung bei der Betrachtung der Grundzustandsenergie mitberücksichtigt werden. Für die exakte Bestimmung muß die Viel-Teilchen-Schrödinger-Gleichung

$$\left( \sum_i (p_i - eA)^2 + \sum_i \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 (r_i - r_0)^2 + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sum_{i \neq j} \frac{1}{|r_i - r_j|} \right) \Psi = E\Psi \quad (1.7)$$

gelöst werden. Dieses ist jedoch nur numerisch möglich und mit erheblichem numerischen Aufwand verbunden. Ist die Energieskala der Elektron-Elektron-Wechselwirkung kleiner als die Energieskala der Einteilchenenergie, kann die Viel-Teilchen-Schrödinger-Gleichung in einer Summe von Einteilchen- und Elektron-Elektron-Wechselwirkungs-Term separiert werden (siehe [37]), wobei fraglich ist, ob dies bei Quantenringen erfüllt ist (siehe Kapitel V). Die Coulomb-Wechselwirkung zwischen dem  $i$ ten und  $j$ ten Elektron ist dann gegeben durch:

$$E_{ij}^C = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \int \int \frac{|\Psi_i(\underline{r}_1)|^2 |\Psi_j(\underline{r}_2)|^2}{|\underline{r}_1 - \underline{r}_2|} d\underline{r}_1 d\underline{r}_2 \quad (1.8)$$

Die Coulombenergie kann aus Gleichung (1.8) nur mit Kenntnis der Wellenfunktion berechnet werden, was in den meisten experimentellen Untersuchungen nicht gegeben

ist. Auch wenn die Wellenfunktion bekannt ist, muß das Integral nicht zwingend analytisch lösbar sein. Für Quantenpunktstrukturen kann, mit der vereinfachenden Annahme einer Gaußfunktion der Form  $\Psi = \frac{1}{\sqrt{\pi l_e}} e^{-\frac{r^2}{2l_e^2}}$ , das Integral berechnet werden [37]. Man erhält

$$E_{ss}^C = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{l_e} \quad (1.9)$$

dabei ist  $l_e$  der effektive Durchmesser der Quantenpunkte. Eine analytische Lösung für Quantenringe konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht gefunden werden.

Alternative kann die Coulombblockade auch rein klassisch verstanden werden mit dem Vorteil einer gewissen Anschaulichkeit.

Dazu wird im folgenden ein Modell diskutiert, welches auf der Kapazität eines metallischen Partikels in einem Plattenkondensator basiert [10]. Wie im Abschnitt 4 beschrieben, sind die in dieser Arbeit betrachteten Quantenringe in einer Kondensatorstruktur eingebettet, wobei die Kondensatorstruktur durch den Rückkontakt und einer auf die Oberfläche aufgedampften Elektrode gebildet wird. Der Rückkontakt definiert eine lokale Fermienergie, die hier willkürlich auf Null gesetzt wird, da im folgenden nur Energien relativ zur Fermienergie betrachtet werden. Des weiteren werden hier die Einzelchenenergien der Elektronen im Quantenring vernachlässigt (metallischer Partikel). In der Abbildung 1.3 ist schematisch das Modell dargestellt.

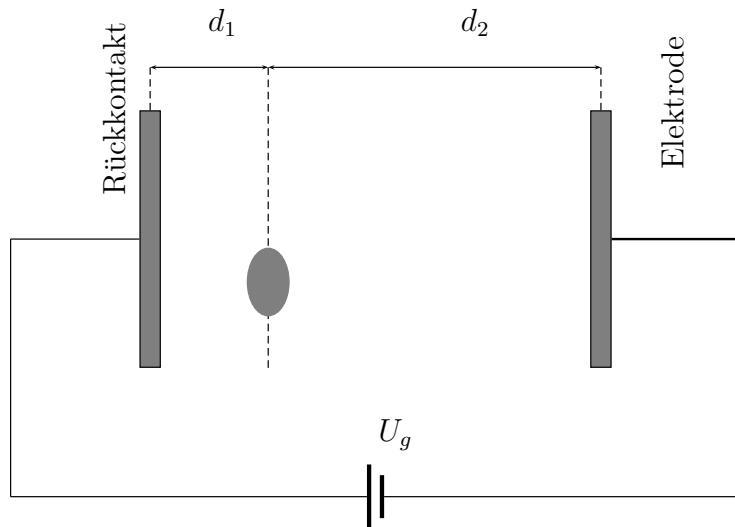


Abbildung 1.3: Schematische Darstellung der Probenstruktur als Kondensator mit einem eingebetteten Quantenring.

Wird im Bezug auf den Rückkontakt ein Potential  $U_g$  angelegt, so fällt dieses bis zum Ort der Quantenringe auf den Wert  $U' = \lambda U_g$  ab (vgl. Anhang A und [26, 31]). Dabei

ist der als Hebelarm bezeichnete Faktor  $\lambda$  definiert durch:

$$\lambda = \frac{d_1}{d_1 + d_2} \quad (1.10)$$

Da im Quantenring die Anzahl der Ladungen  $N$  eine ganze Zahl sein muß, kann sich im elektrostatischen Gleichgewicht eine Potentialdifferenz  $U'$  zwischen Quantenring und Rückkontakt einstellen, ohne daß sich die Ladung im Quantenring ändert. Ist  $U_g$  gerade so eingestellt, daß der Quantenring von  $N$  nach  $N+1$  Elektronen umgeladen wird, dann gilt für die elektrostatische Energie von  $N$  bzw.  $N+1$  Elektronen im Quantenring :

$$E_N = \frac{Q_N^2}{2C} + Q_N \lambda U_g = \frac{e^2 N^2}{2C} - eN \lambda U_g \quad (1.11)$$

$$E_{N+1} = \frac{Q_{N+1}^2}{2C} + Q_{N+1} \lambda U_g = \frac{e^2 (N+1)^2}{2C} - e(N+1) \lambda U_g \quad (1.12)$$

Das  $E_N$  gleich  $E_{N+1}$  ist, folgt direkt aus der Tatsache, daß der Ladevorgang energieerhaltend ist. Der erste Term der Gleichungen beschreibt die Energie der  $N$  bzw.  $N+1$  Elektronen aufgrund der Kapazität  $C$  zwischen Quantenring und Rückkontakt, der zweite Term beschreibt die potentielle Energie der  $N$  bzw.  $N+1$  Elektronen im Quantenring aufgrund der Potentialdifferenz  $U'$ .

Durch das Gleichsetzen von Gleichung (1.11) mit Gleichung (1.12) und Auflösen nach  $e\lambda U_g$  erhält man:

$$e\lambda U_{g,N} = \frac{e^2}{2C} (2N + 1) \quad (1.13)$$

Analog ergibt sich für  $N - 1 \rightarrow N$ :

$$e\lambda U_{g,N-1} = \frac{e^2}{2C} (2N - 1) \quad (1.14)$$

Subtrahiert man (1.14) von (1.13), so ergibt sich  $\Delta E = e\lambda(U_N - U_{N-1})$  zu:

$$\Delta E = \frac{e^2}{C} = e\lambda \Delta U_g \quad (1.15)$$

In diesem einfachen Modell ist damit die Coulombenergie, die zum Laden der Quantenringe mit einem weiteren Elektron nötig ist, gegeben durch  $E_c = \frac{e^2}{C}$ . Diese ist besonders deutlich in der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie zu beobachten, welche in den Abschnitten 7 und 10 behandelt wird.

Interessanterweise unterscheiden sich für Quantenpunkte die Gleichungen (1.9) und (1.15) nur durch ein  $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ , wenn der Quantenpunkt als metallische Kugel mit dem Radius  $l_e$  angenommen wird ( $C_{Kugel} = 4\pi\epsilon_0\epsilon l_e$ ), und durch  $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ , wenn der Quantenpunkt als kleine Metallscheibe mit Radius  $l_e$  angenommen wird ( $C_{scheibe} = 8\epsilon_r\epsilon_0 l_e$ ). Zur Bestimmung der Coulombblockade aus der Potentialänderung  $\Delta U_g$  muß zusätzlich zu Gleichung (1.15) noch die im Rückkontakt induzierte Bildladung berücksichtigt werden (siehe z.B. [42]). Somit ist die Coulombenergie gegeben durch:

$$E_C = e\lambda \Delta U_g + \frac{e^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0 d_1} \quad (1.16)$$

dabei ist  $d_1$  der Abstand des Quantenrings zum Rückkontakt.

### 1.3 Elektronische Zustände von Quantenpunkten

Wie bereits erwähnt, besitzen Quantenpunkte wie Atome diskrete Energieniveaus, die mit Elektronen besetzt werden können. Der Atomkern bildet durch seine Coulombanziehung auf die Elektronen und unter Berücksichtigung der Drehimpulssbarriere ein sphärisches Einschlußpotential für die Elektronen aus, was zur Quantisierung der Eigenenergien der Elektronen führt und damit zur Ausbildung einer Schalenstruktur der Elektronen um den Atomkern. Bei einem Quantenpunkt sind die Elektronen in Wachstumsrichtung, wie bei einem Quantenring, auf den Grundzustand beschränkt und man kann das dreidimensionale Problem der quantenmechanischen Wellenfunktion des Elektrons im Quantenpunkt auf ein zweidimensionales Problem reduzieren. Als gute Näherung zur Beschreibung des effektiven zweidimensionalen Einschlußpotentials hat sich auch hier eine parabolische Näherung erwiesen [5, 42, 31], wobei das Potential hier durch eine im Ursprung befindliche Rotationsparabel  $V(\underline{r}) = \frac{1}{2}m^*\omega_0^2\underline{r}^2$  beschrieben wird. Dies führt auf das allgemein bekannte Problem des zweidimensionalen harmonischen Oszillators. Die Eigenwerte ergeben sich in Zylinderkoordinaten zu (siehe z.B. [19])

$$E_{n,l} = \hbar\omega_0(2n + |l| - 1) \quad (1.17)$$

mit der radialen Quantenzahl  $n = 1, 2, 3, \dots$ , der Drehimpulsquantenzahl  $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  und der Kreisfrequenz  $\omega_0$ , welche die Krümmung des einschließenden Potentials beschreibt. Die Schrödinger-Gleichung im Magnetfeld  $\underline{B} = (0, 0, B)$  ergibt sich für das zweidimensionale harmonische Potential zu

$$\left( \frac{1}{2m^*}(\underline{p} - e\underline{A})^2 + \frac{1}{2}m^*\omega_0^2\underline{r}^2 \right) \Psi = E\Psi \quad (1.18)$$

Das Problem wurde von Fock (1928) und Darwin (1930) gelöst und es ergeben sich folgende Eigenwerte im Magnetfeld (siehe [19])

$$E_{n,l} = \hbar\Omega(2n + |l| - 1) + \frac{1}{2}l\hbar\omega_c \quad (1.19)$$

mit dem durch das Magnetfeld effektiv erhöhten Einschlußpotential  $\Omega := \sqrt{\omega_0^2 + (\frac{\omega_c}{2})^2}$  und der Zyklotronfrequenz  $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$ . Die Abbildung 1.4 veranschaulicht das Verhalten der Eigenwerte im Magnetfeld. Dabei wird der Zustand mit  $n = 0$  und  $l = 0$  in Analogie zum Atom mit s-Zustand bezeichnet und entsprechend der Zustand mit  $n = 0$  und  $l = \pm 1$  als p-Zustand. Der Zustand mit  $n = 1$  und  $l = 0$  ist strenggenommen ein s-ähnlicher Zustand, wird hier jedoch zusammen mit den Zuständen  $n = 0, l = \pm 2$  als d-Zustand bezeichnet. Experimentell zeigt sich, daß die d-Zustände nicht mehr durch die in dieser Arbeit verwendete Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie aufzulösen sind, da die d-Zustände energetisch bereits im Kontinuum der Benetzungsenschicht (siehe Abschnitt 3) verschwinden.

Die in Abbildung 1.4 eingezeichnete Energie  $\hbar\omega_c$  ergibt sich aus der Aufspaltung der

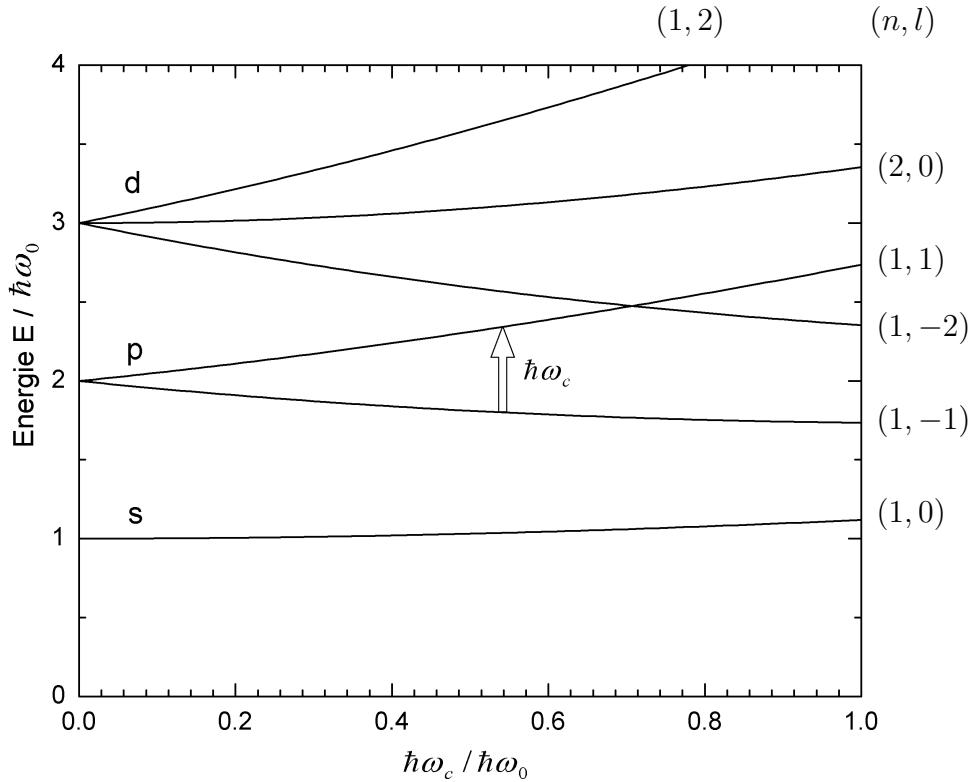


Abbildung 1.4: Auf die Energie  $\hbar\omega_0$  normierte Fock-Darwin-Energieeigenwerte im zweidimensionalen harmonischen Potential für die drei Zustände s, p und d. Die Spinentartung ist nicht eingezeichnet. Die Abbildung stammt aus der Diplomarbeit von O. Wibbelhoff [31].

p-Zustände mit  $l = -1$  und  $l = 1$  direkt aus Gleichung (1.19) zu

$$E_{0,1} - E_{0,-1} = 2\hbar\Omega + \frac{1}{2}\hbar\omega_c - \left(2\hbar\Omega - \frac{1}{2}\hbar\omega_c\right) = \hbar\omega_c \quad (1.20)$$

Aus dieser Aufspaltung zwischen den p-Niveaus im Magnetfeld lässt sich die effektive Masse der Elektronen im Quantenpunkt berechnen [31, 26]. In der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie wird, wie in Abschnitt 1.2 erwähnt, durch die Coulombblockade die Spinentartung und die 2-fache orbitale Entartung des p-Niveaus aufgehoben, was nicht in der Abbildung 1.4 berücksichtigt ist. Als direkte Folge sind in den Kapazitäts-Spannungs-Spektren vier Maxima zu erkennen, deren energetische Lage den Energieniveaus der vier Elektronen im p-Zustand unter Berücksichtigung der Coulombblockade und der Austauschwechselwirkung entsprechen. In erster Näherung können die Coulombblockade und die Austauschwechselwirkung als Magnetfeldtunabhängig betrachtet werden, und damit ergibt sich experimentell die Aufspaltung des p-Niveaus aus der Energiedifferenz zwischen dem zweiten und dritten p-Maximum in

den Kapazitäts-Spektren zu

$$\Delta E^{p2,p3} = \lambda e \Delta U_g^{p2,p3} = \hbar \omega_c + E_0 \quad (1.21)$$

wobei  $E_0$  der Coulombblockade und der Austauschwechselwirkung Rechnung trägt. Mit  $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$  und Differenzieren von Gleichung (1.21) nach dem B-Feld erhält man

$$\frac{\partial \Delta E^{p2,p3}}{\partial B} = \frac{\hbar e}{m^*} \quad (1.22)$$

Die experimentell bestimmte Aufspaltung zwischen dem zweiten und dritten p-Niveau ist im untersuchten Magnetfeldbereich annähernd linear, und somit kann durch Umstellen von Gleichung (1.22) nach  $m^*$  die effektive Masse bestimmt werden nach

$$m^* \sim \frac{\hbar e}{\frac{\partial \Delta E^{p2,p3}}{\partial B}} \quad (1.23)$$

## 2 Photolumineszenz

Bei den bisherigen Überlegungen zu den Zustandsfunktionen der Elektronen im Quantenring, die analog auch für Löcher herzuleiten sind, wurde stillschweigend vorausgesetzt, daß es ausreichend ist, die Enveloppenwellenfunktionen  $\chi$  im einschließenden Potential zu betrachten, ohne die atomaren Potentiale zu berücksichtigen. Das einschließende Potential ist über mehrere Einheitszellen des Festkörpers ausgedehnt und kann in der Umgebung eines einzelnen Atoms als annähernd konstant angenommen werden. Damit läßt sich die Wellenfunktion der Elektronen und Löcher als Produkt aus Enveloppenwellenfunktion  $\chi$  und der dazugehörigen Blochfunktion  $u_k(\underline{r})$  schreiben [19] und der Hamilton-Operator zerfällt, in der effektive Masse Näherung, in einen Operator der die Bandstruktur des Festkörpers beschreibt und einen Operator der das einschließende Potential beschreibt. Dabei hängt der zweite Operator nur über die effektive Masse mit der Bandstruktur zusammen und die Eigenwerte sind um die Bandkantenenergie erniedrigt. Das heißt für die bisherigen Überlegungen ist die Betrachtung der Enveloppenwellenfunktion völlig ausreichend, jedoch gilt dies nur noch eingeschränkt für die Überlegungen zur Photolumineszenz. Ein strahlender Dipolübergang liegt dann vor, wenn das Dipolmatrixelement von Null verschieden ist, dazu muß das Dipolmatrixelement bestimmt werden. Die Produktwellenfunktionen

$$\Psi_c = \chi_c \cdot u_{kc} \quad \text{für die Elektronen im Leitungsband} \quad (2.1)$$

$$\text{und } \Psi_v = \chi_v \cdot u_{kv} \quad \text{für die Löcher im Valenzband} \quad (2.2)$$

sind auch hier hilfreich. Das Dipolmatrixelement für einen Dipolübergang zwischen einem Leitungsband-Zustand und Valenzband-Zustand ist nach [19] gegeben durch

$$\langle \Psi_c | \underline{e} \cdot \underline{p} | \Psi_v \rangle = \int \chi_c^* \cdot u_{kc}^* \cdot \underline{e} \cdot \underline{p} \cdot \chi_v \cdot u_{kv} d^2r \quad (2.3)$$

mit dem Polarisationsvektor  $\underline{e}$  und dem Impulsoperator  $\underline{p}$ . Das Integral (2.3) kann in eine Summe über alle Einheitszellen (EHZ) zerlegt werden, wobei die Integrale der einzelnen Summanden sich nur noch über die Einheitszelle erstrecken.

$$\langle \Psi_c | \underline{e} \cdot \underline{p} | \Psi_v \rangle = \sum_{EHZ} \int_{EHZ} \chi_c^* \cdot u_{kc}^* \cdot \underline{e} \cdot \underline{p} \cdot \chi_v \cdot u_{kv} d^2 r \quad (2.4)$$

Da sich  $\chi_{c,v}$  nur schwach innerhalb einer Einheitszelle ändern, können sie mit der Näherung  $\chi \sim \text{const.}$  vor das Integral gezogen werden.

$$\langle \Psi_c | \underline{e} \cdot \underline{p} | \Psi_v \rangle = \sum_{EHZ} \chi_c^* \cdot \chi_v \underbrace{\int_{EHZ} u_{kc}^* \cdot \underline{e} \cdot \underline{p} \cdot u_{kv} d^2 r}_{p_{cv}(0)} \quad (2.5)$$

Das verbleibende Integral  $p_{cv}(0)$  entspricht dem bekannten Dipolmatrixelement eines homogenen Festkörpers. Für die Materialsysteme GaAs und InAs/GaAs ist unter Beachtung der Auswahlregeln für die Polarisierung der Dipolübergang strahlend erlaubt, da das Leitungsband  $sp^3$ -hybridisiert ist und das Valenzband s-artig ist. Die Summe in (2.5) kann wieder in ein Integral überführt werden und man erhält das Dipolmatrixelement für einen Übergang zwischen einem Elektron und einem Loch im Einschlußpotential eines Quantenrings zu

$$\langle \Psi_e | \underline{e} \cdot \underline{p} | \Psi_v \rangle = p_{cv}(0) \frac{1}{V} \int \chi_c^* \cdot \chi_v d^2 r \quad (2.6)$$

Damit ist die Frage nach dem Verschwinden des Dipolmatrixelementes darauf reduziert, ob die Enveloppenwellenfunktionen der Elektronen und der Löcher orthogonal zu einander sind oder nicht. Mit dem Ansatz  $\chi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} f(r) e^{-il\varphi}$  (vgl. Abschnitt 1.1.2) ist das Überlappintegral

$$\int \chi_c^* \cdot \chi_v d^2 r = \int_0^\infty dr f_c^*(r) \cdot f_v(r) \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i\Delta l\varphi} \quad (2.7)$$

nur für ein  $\Delta l = l_c - l_v = 0$  von Null verschieden. Das heißt, es sind nur Dipolübergänge von einem Elektronen-Zustand mit  $l = 0$  zu einem Lochzustand-Zustand mit  $l = 0$  bzw. von einem  $l = \pm 1$ -Zustand zu einem  $l = \pm 1$ -Zustand zu erwarten. Die Abbildung 2.1 veranschaulicht diese Auswahlregel.

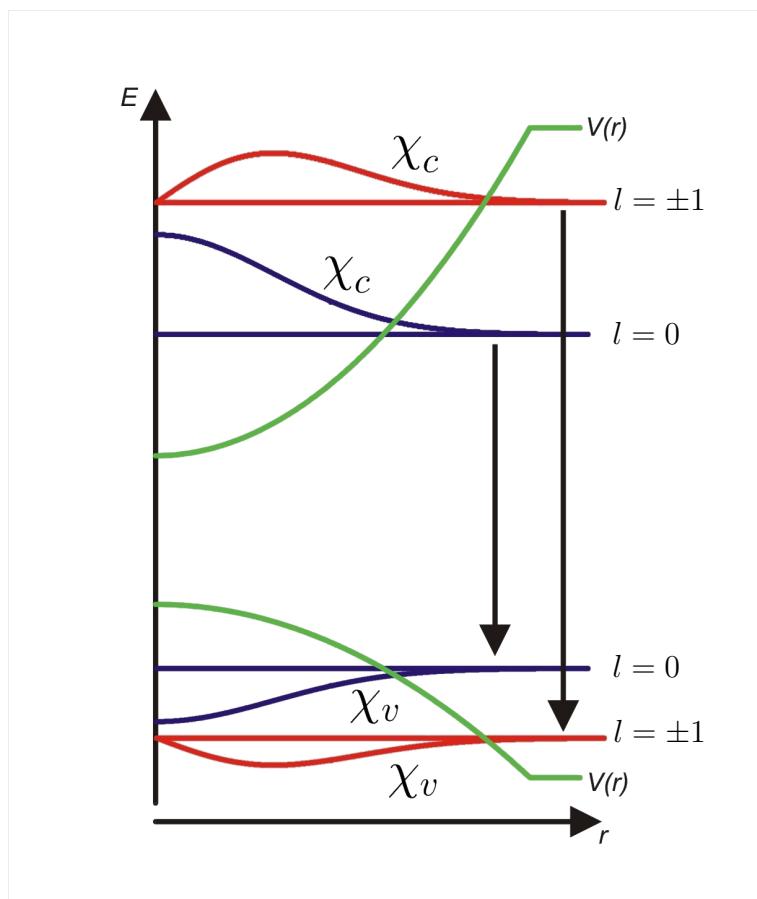


Abbildung 2.1: Auswahlregel zum Interbandübergang:  $\Delta l = 0$ . Die Abbildung stammt aus der Diplomarbeit von S. Lüttjohan [42].

# Kapitel III

## Probenwachstum und Probenpräparation

### 3 Selbstorganisiertes Wachstum von Quantenringen

Durch chemische Verbindungen verschiedener Elemente der III. und V. Hauptgruppe können Verbindungshalbleiter hergestellt werden, deren Bandlücke sich, durch geeignete Materialwahl und ein geeignetes Mischungsverhältnis, in weiten Bereichen variieren lässt. Die Abbildung 3.1 zeigt für eine Auswahl von Halbleitern die Größe der Bandlücke und die jeweilige Gitterkonstante. Die Linien zwischen den Halbleitern geben die Bandlücke und die Gitterkonstante in Abhängigkeit des Mischungsverhältnisses wieder. Dabei werden Halbleiter bzw. Halbleitergemische mit direkter Bandlücke durch durchgezogene Linien verbunden und solche mit indirekter Bandlücke durch gestrichelte Linien verbunden. Mit Hilfe dieser sog. III/V-Verbindungshalbleiter (oder auch III/V-Halbleiter) lassen sich zum Beispiel Leuchtdioden auf ihren Anwendungszweck maßschneidern.

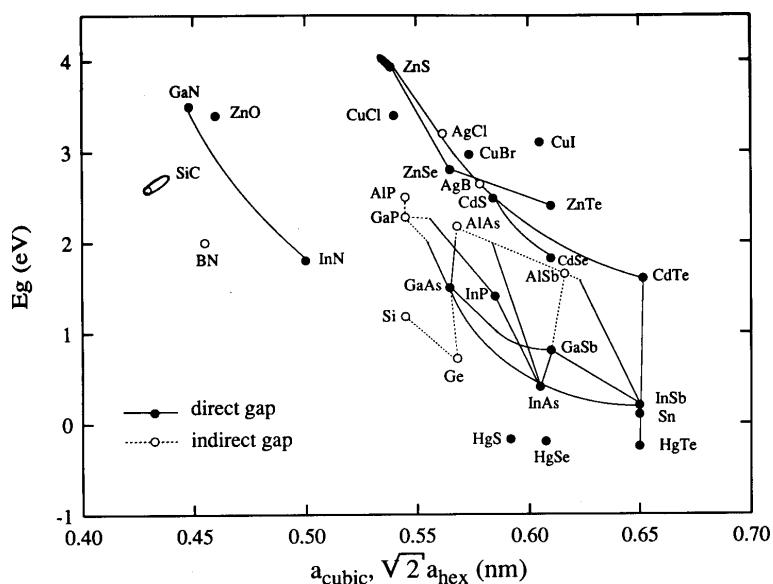


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der Bandlücke in Abhängigkeit der Gitterkonstanten für einige Halbleiter.

Durch heteroepitaktisches Aufwachsen von zwei oder mehr unterschiedlichen Halbleitern können Strukturen hergestellt werden, in denen sich Bereiche mit kleiner Bandlücke und Bereiche mit großer Bandlücke befinden. Die lokale Modulation der Bandlücke bewirkt einen räumlichen Einschluß der Elektronen und Löcher auf den Bereich kleiner Bandlücke. Beim heteroepitaktischen Wachstum eines Materials A auf einem Material B können, unter Vernachlässigung von chemischen Reaktionen, Diffusion, Legierungsbildung etc., im wesentlichen drei Wachstumsmodi unterschieden werden, das Frank-van der Merwe-Wachstum, das Volmer-Weber-Wachstum und das Stranski-Krastanov-Wachstum. Die Abbildung 3.2 zeigt schematisch die drei Wachstumsmodi für drei verschiedene Bedeckungsparameter  $t$ , angegeben in Monolagen (ML).

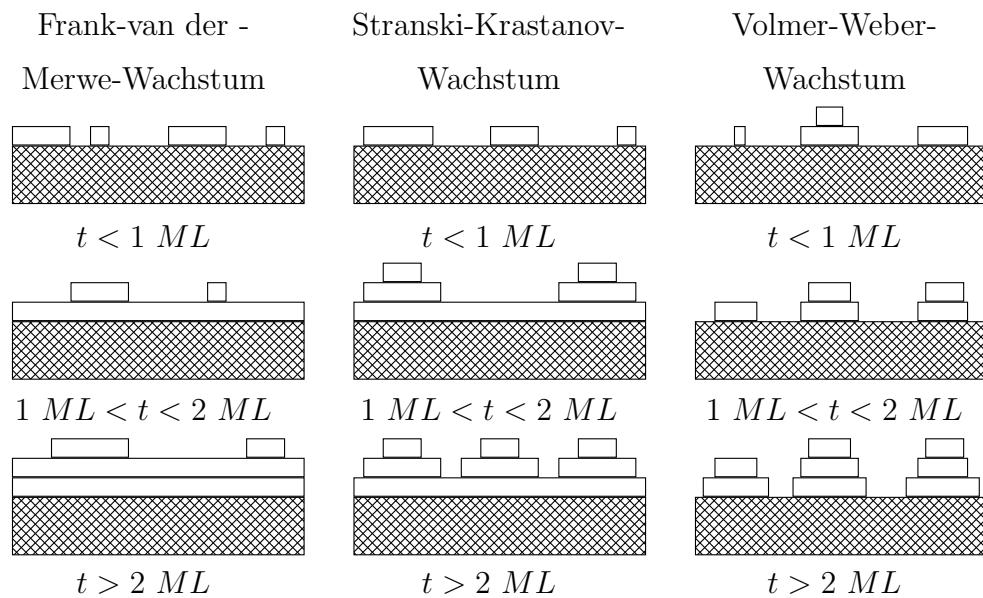


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der Wachstumsmodi für verschiedene Bedeckungsparameter  $t$ .

Das Frank-van der Merwe-Wachstum ist durch ein zweidimensionales Schichtwachstum charakterisiert, das Volmer-Weber-Wachstum zeichnet sich durch ein dreidimensionales Inselwachstum aus, und das Stranski-Krastanov-Wachstum stellt eine Mischform der beiden dar, wo zunächst eine Lage im Frank-van der Merwe-Modus aufwächst und sich dann auf dieser Lage Inseln bilden.

Das Auftreten von Frank-van der Merwe-Wachstum und Volmer-Weber-Wachstum ist im wesentlichen von den auftretenden Grenzflächen-Energien respektive den auftretenden Grenzflächenspannungen bestimmt. Die Situation läßt sich leicht in einem Flüssigkeits-Modell erklären [12, 14, 34, 42]. Dazu wird, wie in der Abbildung 3.3 skizziert, ein Flüssigkeitstropfen auf einem festen Substrat betrachtet. Dabei entspricht (1) dem Substrat B, (2) dem Flüssigkeitstropfen bzw. dem Material A und (3) der Gasphase, in der sich das System befindet, und die auftretenden Grenzflächenkräfte

werden entsprechend als  $\gamma_{12}$ ,  $\gamma_{13}$  und  $\gamma_{23}$  bezeichnet.

Das Kräftegleichgewicht kann durch die Young'sche Gleichung beschrieben werden

$$\gamma_{13} = \gamma_{12} + \gamma_{23} \cdot \cos(\varphi) \quad (3.1)$$

wobei  $\varphi$  der Kontaktwinkel zwischen Substrat und benetzender Schicht ist. Aus Gleichung (3.1) erhält man für  $|\gamma_{13} - \gamma_{12}| < \gamma_{23}$  einen endlichen Winkel  $\varphi$ , so das Inselwachstum (nach Volmer-Weber) erfolgt und für  $\gamma_{13} - \gamma_{12} \geq \gamma_{23}$  ist  $\varphi = 0$ , was vollständige Benetzung (Frank-van der Merwe) zur Folge hat.

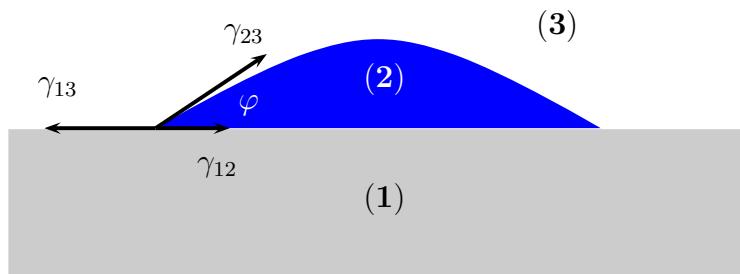


Abbildung 3.3: Skizze zur Beschreibung der Benetzung eines Substrates (1) durch einen Flüssigkeitstropfen (2).

Das Stranski-Krastanov-Wachstum tritt hauptsächlich bei der Heteroepitaxie auf und wird durch Gitterverspannungen hervorgerufen. In der Arbeit [39] wird erwähnt, daß Stranski-Krastanov-Wachstum auch in der Homoepitaxie auftreten kann, wobei hier z.B. Effekte wie eine hohe Schwoebel-Barriere die Ursache für den Übergang von Lagenwachstum zum Inselwachstum sind. Im folgenden wird nur das Stranski-Krastanov-Wachstum aufgrund von Gitterverspannungen betrachtet.

Wächst ein Material A, welches eine andere Gitterkonstante als das Substrat B hat, auf B gitterfehlangepaßt auf, so ist die durch die Gitterfehlspannung verursachte Spannung im Gitter proportional zur Höhe des Materials A auf B [11]. Ist zunächst die Bedingung  $\gamma_{13} - \gamma_{12} \geq \gamma_{23}$  für Frank-van der Merwe-Wachstum erfüllt, so wächst A in Lagen auf B auf. Ab einer kritischen Höhe ist das Inselwachstum energetisch günstiger als das Lagenwachstum, da durch das Bilden von Inseln die Verspannung im Gitter abgebaut werden kann, und das Wachstum wird im Volmer-Weber-Modus fortgesetzt.

Die selbstorganisierte Entstehung von InAs-Quantenpunkten auf einer GaAs Oberfläche bilden, wie im folgenden beschrieben wird, die Grundlage zur Herstellung von InAs-Quantenringen auf einem GaAs-Substrat, welche in dieser Arbeit untersucht wer-

den. InAs wächst bei der Molekularstrahlepitaxie (MBE<sup>3</sup>) gitterfehlangepaßt auf GaAs im Stranski-Krastanov-Modus auf, wobei die Gitterfehlanpassung bei 7.2% [21] liegt. Zunächst bildet sich eine InAs Benetzungsschicht aus. Auf dieser Benetzungsschicht entstehen, ab einer Bedeckung von  $t \simeq 1.4 - 1.7 \text{ ML}$  InAs-Inseln, die sog. Quantenpunkte. Die Quantenpunkte in dem InAs/GaAs-System zeichnen sich durch eine geringe Größendispersion aus, wobei gleichzeitig durch Variation der Wachstumsparameter (im wesentlichen die Substrat-Temperatur) die Größe und Höhe der Quantenpunkte in weiten Grenzen eingestellt werden kann. Die Dichte der Quantenpunkte auf dem Substrat wird durch die Zeit, in der InAs aufgebracht wird, und die Menge von InAs, welches beim Aufwachsen angeboten wird, bestimmt, ohne einen wesentlichen Einfluß auf die Größenverteilung der Quantenpunkte zu haben. Zu der Entstehung von Quantenpunkten wurden in den vergangenen Jahren zahlreiche Arbeiten veröffentlicht, hier eine Auswahl von Arbeiten [4, 17, 21, 26, 31, 42].

Werden diese Quantenpunkte mit einer ca. 2 nm dicken GaAs-Schicht überwachsen und wird für etwa 30 Sekunden bis zu einer Minute, bei beibehaltener Wachstums temperatur und unter einem Konstanten As-Fluß, das Wachstum unterbrochen, so entsteht spontan aus jedem Quantenpunkt eine ringförmige Struktur der sog. Quantenring. Nach der Arbeit von J.M. García et al. [21] ist dabei eine Quantenpunkthöhe von mindestens 7 nm nötig, damit sich Quantenringe bilden können. Die spontane Bildung von ringförmigen Strukturen aus Quantenpunkten kann, wie in der Arbeit von R. Blossey und A. Lorke [34] beschrieben, durch eine Erweiterung des Flüssigkeits Tropfen-Modells (siehe oben) beschrieben werden. Wie in der Abbildung 3.4(a) skizziert, ist der Ausgangspunkt ein Quantenpunkt, die Benetzungsschicht ist zur besseren Übersicht nicht dargestellt.

Wird nun, wie in der Abbildung 3.4(b) gezeigt, der Quantenpunkt mit einer dünnen Schicht GaAs von ca. 1 – 2 nm überwachsen, so ändert sich der Kontaktwinkel zwischen dem Quantenpunkt und dem GaAs-Substrat, und die Young'sche Gleichung (3.1) muß erweitert werden zu

$$\gamma_{13} + \gamma_{12} \cdot \cos(\varphi) = \gamma_{23} \cdot \cos(\varphi) \quad (3.2)$$

wobei die nun vorliegende Konfiguration keine Gleichgewichtssituation mehr ist. Dieses Kräfteungleichgewicht kann mit einer unkompensierten Kraft der Form

$$\Delta F = \gamma_{12} (1 + \cos(\varphi)) \quad (3.3)$$

beschrieben werden, dazu wird die Gleichung (3.1) nach  $\gamma_{23} \cdot \cos(\varphi) = \gamma_{13} - \gamma_{12}$  umgestellt und in Gleichung (3.2) eingesetzt. Aufgrund dieser radial nach außen gerichteten Kraft muß das System in eine neue Gleichgewichtskonfiguration relaxieren, was schließlich zur Formation der Quantenringe führt.

---

<sup>3</sup>engl. molecular beam epitaxy

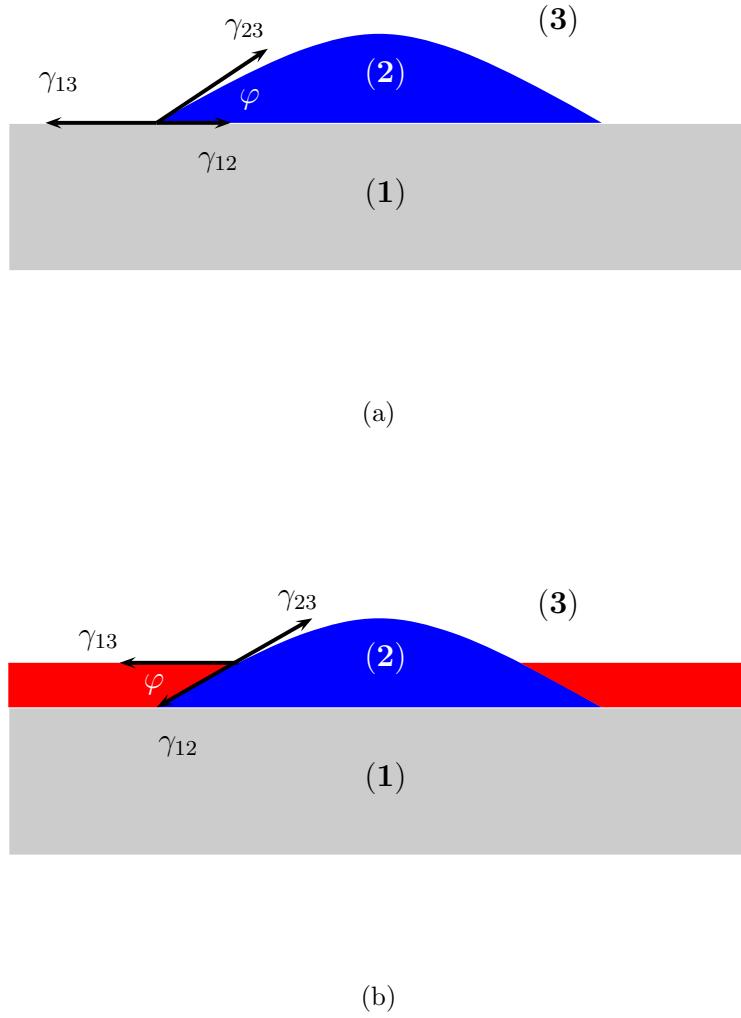


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung der Oberflächenspannungen, die zur Ringentstehung führen (die Benetzungsschicht ist nicht gezeichnet). In (b) ist die GaAs-Überwachsung rot gezeichnet.

Die Abbildung 3.5 zeigt eine dreidimensionale Darstellung einer Rasterkraftmikroskop-Aufnahme der Probe 11771, welche in dieser Arbeit untersucht wird. Der Schichtaufbau der in dieser Arbeit untersuchten Probe ist in Abschnitt 4 beschrieben. Um die Topologie der Quantenringe zu beeinflussen steht ein großer Parameterraum zur Verfügung. Zunächst kann die Größe und Höhe der Quantenpunkte durch Änderung der Wachstumsparameter (im wesentlichen die Wachstumstemperatur [16]) variiert werden, was direkten Einfluß auf die Größe der Quantenringe hat. Dann kann die Dicke der Deckenschicht, der Arsen-Fluß, die Temperatur während der Ringentstehung und die Dauer der Wachstumsunterbrechung variiert werden, was ebenfalls zu einer Änderung in den Ringstrukturen führt. Der Einfluß der einzelnen Parameter ist noch Gegenstand ak-

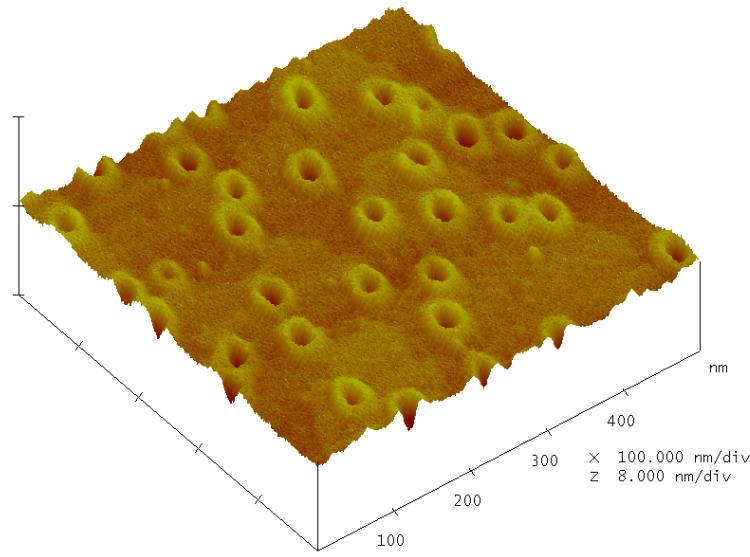


Abbildung 3.5: Rasterkraftmikroskope-Aufnahme des Probenmaterials 11771 in 3D-Darstellung.

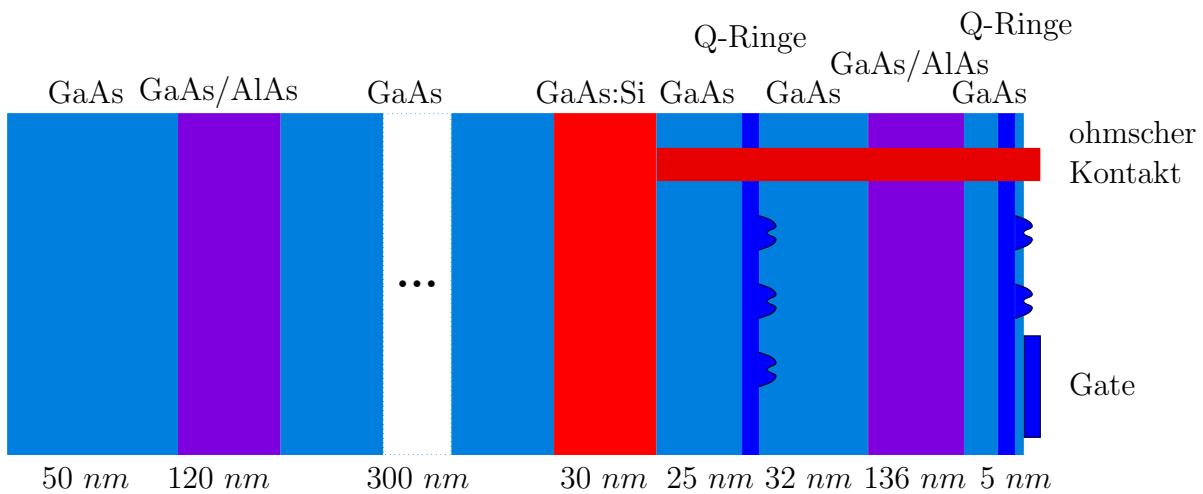
tueller Forschung, und auch der genaue Mechanismus, der hinter der Ringentstehung steht, ist noch nicht vollständig geklärt. In der Arbeit von J.M. García et al. [21] ist beschrieben, daß beim Aufwachsen von InAs auf dem GaAs-Substrat ein großer Teil des Indiums auf der Oberfläche als Flüssigkeit verbleibt und erst durch weiteres Aufwachsen von GaAs nach und nach als InGaAs-Gemisch im Probenmaterial eingelagert wird. Es wird des weiteren gezeigt, daß in den Quantenpunkten durch das Überwachsen mit GaAs sehr große Spannungen erzeugt werden und die Quantenpunkte dadurch verflüssigt werden. Diese Effekte stehen nicht völlig im Widerspruch zu einem grenzflächen Spannungsgtriebenen Bild der Ringentstehung. Damit sind jedoch diffusive Effekte und Legierungsbildung hier nicht zu vernachlässigen, und das Modell bedarf noch wesentlicher Erweiterungen. Es sollte ebenfalls erwähnt werden, daß es sich bereits bei den Quantenpunkten nicht um reine InAs-Strukturen handelt, sondern durch Diffusion verursacht auch Gallium in den Quantenpunkten vorkommt [17, 16]. Da die Quantenringe durch Überwachsen der Quantenpunkte entstehen, sollten erstere also schon auf Grund der Zusammensetzung des Ausgangsmaterials aus einem InGaAs-Gemisch bestehen.

## 4 Probenaufbau

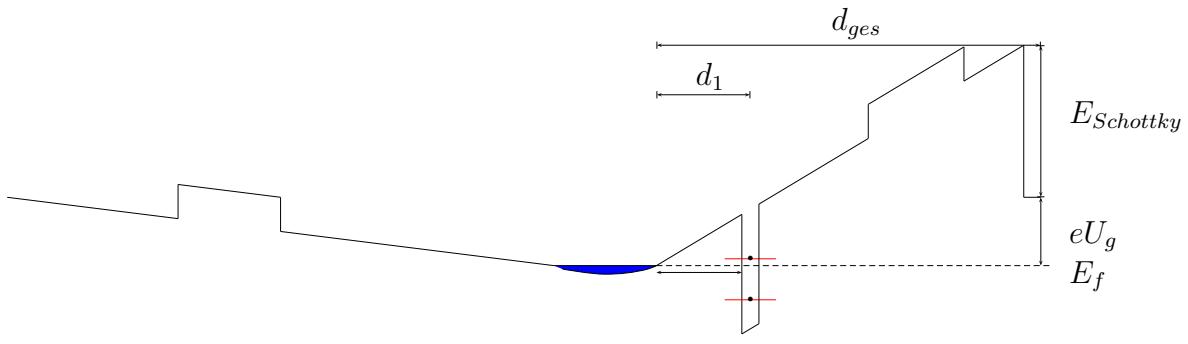
Die in dieser Arbeit untersuchten Proben wurden an der Ruhr-Universität Bochum von D. Reuter et al. mittels Molekularstrahlepitaxie gewachsen. Die Proben sind chronologisch durchnumeriert und enthalten bis auf Probe 11639, welche Quantenpunkte

enthält, selbstorganisierte Quantenringe aus InAs.

Um die Quantenringe der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie zugänglich zu machen, sind diese in einer MISFET<sup>4</sup>-Struktur (Metall-Isolator-Halbleiter-Feldeffekt-Transistor) eingebettet. Die MISFET-Struktur besteht aus einer Heterostruktur, die sich aus GaAs- und AlAs/GaAs- Schichten zusammensetzt, wobei die Quantenringe sich im isolierenden Teil befinden. In der Abbildung 4.1(a) ist am Beispiel der Probe 11771 die verwendete Heterostruktur dargestellt.



(a)



(b)

Abbildung 4.1: Übersicht über die Heterostruktur der Proben am Beispiel der Probe 11771 (a) Schichtfolge der Heterostruktur.(b) Schematischer Verlauf der Leitungsbandkante für die in (a) skizzierte MISFET-Struktur.

<sup>4</sup>engl. metal insulator semiconductor field effect transistor

Zunächst wird auf einem GaAs-Substrat bei einer Substrattemperatur von  $660^{\circ}\text{C}$  eine  $50\text{ nm}$  dicke Schicht GaAs aufgewachsen, diese Schicht soll eventuelle Unebenheiten im Substrat ausgleichen. Auf dieser GaAs-Schicht wird 30 mal abwechselnd  $2\text{ nm}$  AlAs und GaAs Übergitter aufgewachsen. Diese Schicht dient dem Einschluß von möglichen Gitterdefekten. Darauf folgen  $300\text{ nm}$  GaAs als elektrische Isolierung und um nochmals sicherzustellen, daß sich eine möglichst glatte Oberfläche ohne Gitterdefekte ausbildet. An dieser Stelle beginnt die eigentliche MISFET-Struktur mit dem Rückkontakt. Der Rückkontakt besteht aus einer  $60\text{ nm}$  dicken Schicht GaAs, die mit Silizium hoch dotiert und quasi-metallisch ist. Auf den Rückkontakt werden  $25\text{ nm}$  GaAs zur Isolation aufgebracht, was im weiteren als Tunnelbarriere bezeichnet wird. Wie im vorhergehenden Abschnitt beschrieben, werden nun die InAs-Quantenringe hergestellt, indem zunächst auf der Tunnelbarriere InAs bei einer Substrattemperatur von  $585^{\circ}\text{C}$  aufgewachsen wird, bis sich ab einer Bedeckung von etwa 1.4 ML bis 1.7 ML Inseln bilden, welche dann mit einer  $2\text{ nm}$  Schicht GaAs überdeckt werden. Zur Überdeckung der Quantenpunkte wird die Temperatur nochmals auf  $545^{\circ}\text{C}$  reduziert und dann eine Wachstumspause für 30 Sekunden eingelegt, wodurch die Quantenpunkte in Quantenringe umgewandelt werden. Im Anschluß werden  $32\text{ nm}$  GaAs aufgewachsen, wobei für die ersten  $2\text{ nm}$  die Temperatur beibehalten und dann die Temperatur wieder auf  $660^{\circ}\text{C}$  erhöht wird. Auf diese Isolationsschicht kommt erneut ein Übergitter aus AlAs/GaAs mit 68 mal  $3\text{ nm}$  AlAs und  $1\text{ nm}$  GaAs. Das Übergitter wird mit einer  $5\text{ nm}$  dicken Schicht GaAs abgedeckt. Auf diese Schicht wird dann nochmals eine Schicht mit Quantenringen aufgewachsen, welche der AFM<sup>5</sup>-Charakterisierung dient. Den Abschluß der MISFET-Struktur bildet das Metall-Gate (engl. für Steuerelektrode) an der Oberfläche der Probe. Die Herstellung der Gate-Struktur und die Erzeugung des ohmschen Kontaktes von der Probenoberfläche zum Rückkontakt der Probe wird im Abschnitt 6 beschrieben. Da die Quantenring-Schicht auf der Oberfläche schon durch Spülen mit Aceton stark angegriffen wird, muß die Charakterisierung der Proben mittels eines AFM's zwingend vor der Weiterbehandlung der Proben geschehen (Herstellung des Rückkontakte und des Gates). In der Abbildung 4.1(b) ist die aus der Schichtfolge resultierende Leitungsbandkante schematisch skizziert. Der quasi-metallische Rückkontakt ist als „Fermi-See“ angedeutet (blau) und dient zur lokalen Definition der Fermienergie, sowie als Gegenelektrode zum Gate. Aus dem Rückkontakt können bei entsprechender Gatespannung  $U_g$  Elektronen in einen Energiezustand der Quantenringe tunneln, die Energieniveaus sind als rote Striche angedeutet. Das Verändern der Leitungsbandkante durch Anlegen einer Gatespannung und die damit verbundene Änderung der Lage der Energieniveaus im Quantenring bezüglich der Fermienergie ist in Abschnitt 7.1 näher erklärt. Die Dicke der Tunnelbarriere wird mit  $d_1$  bezeichnet und beträgt bei der Probe 11771  $d_1 = 25\text{ nm}$ . Ein wesentlicher Parameter, der direkt aus der Schichtfolge resultiert, ist der mit Gleichung (1.10) eingeführte

---

<sup>5</sup>Rasterkraftmikroskopie (engl. atomic force microscopy)

Hebelarm

$$\lambda = \frac{d_1}{d_{ges}} ,$$

mit einem Wert von  $\lambda = \frac{1}{8}$  für die Probe 11771. Bei dem Übergang zwischen Halbleiter und Metall-Gate ist noch die Schottky-Energie zu berücksichtigen. Mit dieser Heterostruktur ist eine genaue experimentelle Bestimmung der Lage der Quantenringniveaus nicht möglich, da die relative Lage der Energieniveaus der Quantenringe zur Fermienergie von der Prozessierung und der Schichtfolge der Probe abhängig und nicht exakt reproduzierbar ist. Jedoch kann mit dieser Probengeometrie sehr genau eine relative Änderung der Energien am Ort der Quantenringe erreicht werden und aufgrund der Tunnelprozesse zwischen Rückkontakt und Quantenringniveaus mithilfe von Kapazitäts-Messungen Rückschüsse auf die Eigenenergien im Quantenring gezogen werden.

Die Benetzungsschicht am Ort der Quantenringe ist im Bandverlauf nicht dargestellt. Diese Benetzungsschicht ist durch ihre sehr kleine Dicke von etwa 1 ML energetisch dicht unter der Leitungsbandkante und bildet ein zweidimensionales Elektronengas, wenn sie geladen wird. Des weiteren sind keine Bandverbiegungen aufgrund von Ladungen im Quantenring eingezeichnet, wenn durch Tunneln die Quantenringe geladen werden. Da die Quantenringe mit nicht mehr als zwei Elektronen geladen werden können und die angelegten Gatespannungen relativ klein sind, ist die Ladungsträgerdichte in der Schicht der Quantenringe klein gegen die Ladungsträgerdichte im Rückkontakt. Daher kann die Bandverbiegung in guter Näherung vernachlässigt werden. Experimentell zeigt sich, daß die Benetzungsschicht bei der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie (siehe Abschnitt 10) sich sehr störend auswirkt. Daher wäre ein Materialsystem ohne Benetzungsschicht wünschenswert, jedoch zeigen die Materialsysteme, die im Volmer-Weber-Modus aufwachsen, eine große Variation der Insel-Größen und sind damit ungeeignet für die Untersuchung mittels Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie.

## 5 Charakterisierung der Proben mit dem AFM

Zur Untersuchung der Quantenringe an der Probenoberfläche wurde das Rasterkraftmikroskop Nanoscope IIIa der Firma Veeco mit TESP-Spitzen (Tapping Mode Etched Silicon Probes) verwendet. Alle Aufnahmen wurden im sogenannten „Tapping Mode“ durchgeführt. Die Abbildung 5.1 zeigt eine  $1\mu\text{m} \times 1\mu\text{m}$  große AFM-Aufnahme der Probe 11771 mit einer farbkodierten Höhendarstellung von 0 nm bis 8 nm in Wachstumsrichtung.

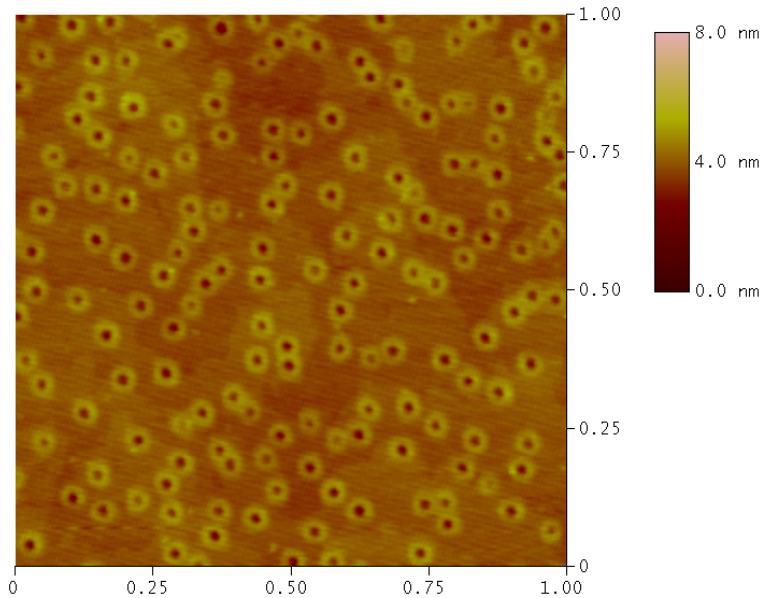


Abbildung 5.1: AFM-Aufnahme der Probe 11771. Der untersuchte Bereich ist  $1\mu\text{m} \times 1\mu\text{m}$  groß, und der Farbbalken kennzeichnet die Höhenkodierung der Aufnahme.

Bis auf wenige Ausnahmen ist eine relative homogene Größenverteilung der Quantenringe zu erkennen, und es ist auf dieser Abbildung keine Elliptizität der Ringe zu sehen. Des weiteren ist eine leichte Clusterung der Ringe zu erkennen, die auf die relativ hohe Ringdichte von  $N_{afm} = 1.56 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ , welche sich aus der Abbildung 5.1 bestimmten lässt, zurückzuführen ist.

Eine genauere Untersuchung der Quantenringe ist durch die Auswertung des Höhenprofils entlang einer Schnittlinie möglich. Die Abbildungen 5.2(a,b) zeigen exemplarisch das Höhenprofil der Probe entlang einer Linie, wobei im linken Teil der Abbildungen die Linie in schwarz gezeigt ist, die dem Höhenprofil entspricht. Im folgenden wird der Ringdurchmesser entsprechend der Ausrichtung der Schnittlinie in Abbildung 5.2(a) mit  $d_1$  bezeichnet und der Durchmesser senkrecht dazu mit  $d_2$  bezeichnet (siehe Abb.5.2(b)). Als Durchmesser wird hier der Abstand der beiden höchsten Punkte des Quantenrings festgelegt, dies ist in der Abbildung 5.2(b) durch die roten Marken kenntlich gemacht. Die Höhe eines Ringes  $h$  wird im folgenden als vertikaler Abstand zwischen dem tiefsten Punkt im Zentrum des Ringes und dem Punkt, an dem der Ringdurchmesser festgelegt

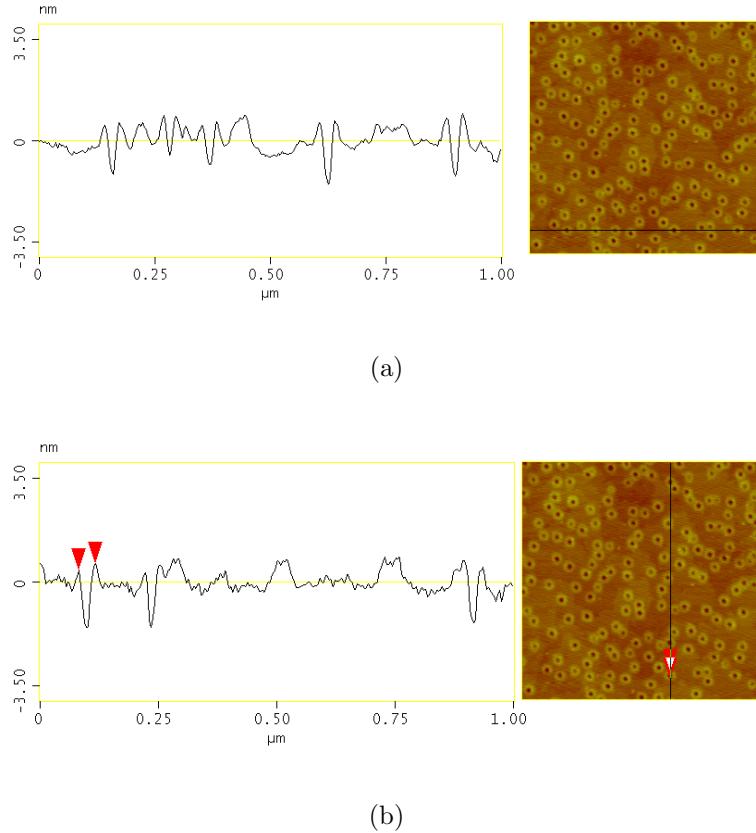


Abbildung 5.2: Auswertung der Abbildung 5.1 anhand von Höhenprofilen der Probe 11771 (a) entlang der waagerechten schwarzen Linie, welche im rechten Teil der Abbildung gezeigt ist und (b) entlang der senkrechten schwarzen Linie.

wird, definiert. Dabei wird jeweils die kleinste und größte resultierende Höhe angegeben.

Die Tabelle 5.1 gibt die Ringdurchmesser sowie die Höhe der Ringe der Probe 11771 für eine zufällige Auswahl von Schittlinien wieder. Der kleinste Ringdurchmesser wurde zu  $d_{min} = 19.53 \text{ nm}$  bestimmt und der größte Ringdurchmesser zu  $d_{max} = 39.06 \text{ nm}$ . Vergleicht man jeweils die Durchmesser eines Ringes, die senkrecht zueinander bestimmt sind, so fällt eine leichte Elliptizität der Ringe auf.

Untersuchungen zum Wachstum von InAs auf GaAs(001) Oberflächen, bei submonolagen Bedeckung, haben gezeigt, daß bei dem Wachstum von InAs auf GaAs die entstehenden InAs-Inseln in Richtung  $[\bar{1}10]$  eine in Abhängigkeit von den Wachstumsparametern größere Ausdehnung aufweisen als in Richtung  $[110]$  (siehe Referenz [4] und Zitate dort). Die Ausdehnung der Inseln in  $[110]$ -Richtung ist unabhängig von den Wachstumsparametern auf etwa  $\simeq 4 \text{ nm}$  beschränkt. Ein Mechanismus, der zum anisotropen Wachstum von InAs-Insel führt, ist die höhere atomare Diffusion in  $[\bar{1}10]$ -Richtung gegenüber der Diffusion in  $[110]$ -Richtung. In der Referenz [4] wird darüber hinaus noch gezeigt, daß das anisotrope Insel-Wachstum und vor allem die Beschränkung der

Inselbreite in [110]-Richtung im wesentlichen auf einer anisotropen Gitterrelaxation der Gitterfehlanpassung zwischen InAs und GaAs beruht und die anisotrope Diffusion nur eine untergeordnete Rolle spielt. Bei der Quantenpunktentstehung im Stanski-Krastanov-Modus liegt die Bedeckung mit InAs bei etwa  $\simeq 1.4 - 1.7 \text{ ML}$ , und die Eingangs erwähnte Beschränkung der Insel-Ausdehnung in [110]-Richtung auf  $4 \text{ nm}$  ist nicht mehr zu beobachten, jedoch zeigen die Quantenpunkte auch eine leicht elliptische Form [2, 30, 32]. Durch die anisotrope Diffusion wird sicherlich eine anfängliche Elliptizität der Quantenpunkte bei der Ringentstehung nochmals verstärkt. Eine anisotrope Gitterrelaxation würde ebenfalls zu einer Verstärkung der Elliptizität der Quantenringe führen, da die Ringentstehung im wesentlichen durch Grenzflächenspannungen und Gitterverspannungen getrieben wird.

Das auffällig häufige Auftreten der Werte 31.25 und 39.06 ist darauf zurückzuführen, daß die AFM-Aufnahmen diskret sind und eine Auflösung von 256 Meßpunkten pro gerasterter Linie aufweisen. Mit dieser Auswertung der Höhenprofile erhält man für die Probe 11771 einen mittleren Ringdurchmesser von etwa  $d_{mittel} = 30$  in der kurzen Achse der Ellipse und  $d_{mittel} = 33 \text{ nm}$  in der langen Achse. Die Höhe der Quantenringe zeigt eine relativ große Fluktuation von etwa  $0.4 \text{ nm}$  bis  $2 \text{ nm}$ , wobei man hier jedoch berücksichtigen muß, daß die AFM-Spitze möglicherweise nicht klein genug ist, um das innere Loch der Quantenringe vollständig aufzulösen. Als mittlere Höhe der Quantenringe erhält man  $h_{mittel} \simeq 1.55 \text{ nm}$ .

Die Abbildung 5.3 zeigt eine  $1\mu\text{m} \times 1\mu\text{m}$  große AFM-Aufnahme der Probe 11846 mit einer farbkodierten Höhendarstellung von  $0 \text{ nm}$  bis  $8 \text{ nm}$ . Auch hier ist wie bei der Probe 11771 eine leichte Clusterung der Ringe zu erkennen. Vergleicht man die Abbildungen 5.1 und 5.3, so fällt auf, daß die Probe 11846 auf den ersten Blick eine geringere Variation der Ringdurchmesser aufweist.

Aus der Abbildung 5.3 erhält man eine Ringdichte von  $N_{afm} = 0.9 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ . Analog zur Probe 11771 sind die Ringdurchmesser und die Ringhöhen der Probe 11846 ebenfalls in der Tabelle 5.1 aufgeführt. Durch die Auswertung der Höhenprofile bestätigt sich der subjektive Eindruck, daß die Probe 11846 mit der Standartabweichung  $\langle \sigma \rangle \simeq 1.58 \text{ nm}$  bzw.  $3.02 \text{ nm}$ , jeweils für  $d_1$  bzw.  $d_2$ , eine geringere Größendispersion aufweist als die Probe 11771 mit  $\langle \sigma \rangle \simeq 3.15 \text{ nm}$  bzw.  $4.67 \text{ nm}$ . Ein Vergleich der Ringdurchmesser, die in ihrerer Ausrichtung der Schittlinie in Abbildung 5.2(a) entsprechen (Spalte  $d_1$  in Tabelle 5.1), mit denen, die senkrecht dazu bestimmt sind ( $d_2$ ), zeigt jedoch eine deutlich ausgeprägtere Elliptizität der Ringe in der Probe 11846 im Vergleich zu Probe 11771. Als Mittelwert für die Ringdurchmesser  $d_1$  erhält man etwa  $d_1^{mittel} = 39 \text{ nm}$  und für den Mittelwert der senkrecht dazu bestimmten Ringdurchmesser  $d_2$  einen Wert von etwa  $d_2^{mittel} = 29 \text{ nm}$ . Ein weiterer Unterschied zwischen den Proben 11771 und 11846 ist, neben dem Ringdurchmesser, noch die mittlere Höhe der Quantenringe. Die Probe 11846 hat mit einer mittleren Höhe von  $h_{mittel} \simeq 1.7 \text{ nm}$  geringfügig höhere Quantenringe als die Probe 11771. Auch die Höhe der Quantenrin-

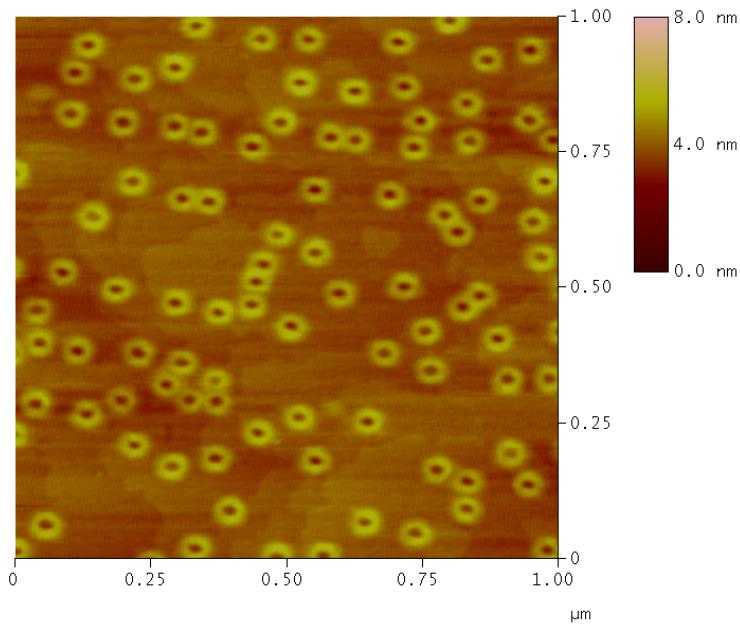


Abbildung 5.3: AFM-Aufnahme der Probe 11846. Der untersuchte Bereich ist  $1\mu\text{m} \times 1\mu\text{m}$  groß und der Farbbalken kennzeichnet die Höhenkodierung der Aufnahme.

ge, sowohl bei der Probe 11771 als auch bei der Probe 11846, zeigt eine Anisotropie bezüglich der Richtung in der das Höhenprofil bestimmt wird.

Wie in Abschnitt 3 beschrieben kann die Topologie der Quantenringe durch eine Vielzahl von Parametern während des Wachstumsprozesses beeinflußt werden. Bei den Proben 11771 und 11846 wurde lediglich die Temperatur während der InAs Deposition variiert, was zu den vorher erwähnten Änderung der Topologie der Quantenringe geführt hat. Bei der Probe 11771 wurde das InAs bei einer Temperatur von  $585^\circ\text{C}$  aufgewachsen, während bei der Probe 11846 das InAs mit einer  $13^\circ\text{C}$  höheren Temperatur aufgewachsen wurde. Durch die Variation eines einzelnen Parameters in der Wachstumsprozedur kann man bereits Einfluß auf den Ringdurchmesser, die Elliptizität und die Höhe der Quantenringe nehmen. Damit ist es in einfacher Weise möglich, eine Vielzahl unterschiedlicher Ring-Topologien herzustellen. Jedoch ist eine kontrollierte Herstellung von Quantenringen, bei denen z.B. nur die Höhe variiert werden soll, sehr schwierig, da die Zahl der Wachstumsparameter sehr hoch ist. Eine systematische Untersuchung aller Einflüsse ist wegen des großen Parameterraums äußerst aufwendig.

Probe	11771	11771	11771	11846	11846	11846
Nr.	$d_1$ [nm]	$d_2$ [nm]	h [nm]	$d_1$ [nm]	$d_2$ [nm]	h [nm]
1	31.25	31.17	1.7	39.06	27.34	1.54-2.04
2	31.25	35.16	1.7-2	42.97	31.25	1.38-1.97
3	27.34	35.16	1.35-1.45	39.06	31.25	1.44-2.04
4	31.25	39.06	1.75-1.83	39.06	27.34	1.22-1.80
5	31.25	39.06	1.52	39.06	31.25	1.63-2.17
6	31.25	39.06	2.14-2.37	39.06	35.16	1.68-2.33
7	31.25	35.16	1.92-2.15	39.06	35.16	1.29-1.93
8	35.16	39.06	1.45-1.60	39.06	31.25	1.23-1.43
9	31.25	35.16	2.21	39.06	27.34	1.64-2.14
10	31.25	31.25	1.09	39.06	31.25	1.45-1.98
11	31.25	31.25	1.70	35.16	27.34	1.24-1.99
12	31.25	35.16	1.42-1.55	39.06	27.34	1.81-2.47
13	31.25	35.16	1.93-2.00	35.16	23.44	1.02-1.43
14	19.53	23.44	0.42-0.60	39.06	31.25	1.22-1.78
15	31.25	31.25	1.55-1.70	39.06	27.34	1.39-1.80
16	31.25	39.06	1.63	39.06	27.34	1.53-1.92
17	27.34	27.34	—	39.06	27.34	1.10-1.63
18	31.25	39.06	—	39.06	27.34	1.64-2.25
19	27.34	27.34	—	39.06	31.25	1.75-2.37
mittel	30.22	32.89	$\simeq 1.58 - 1.69$	38.86	29.40	$\simeq 1.4 - 2.0$
$\langle \sigma \rangle$	3.15	4.67	—	1.58	3.02	—

Tabelle 5.1: Ringdurchmesser  $d = 2 \cdot r_0$  der Probe 11771, bestimmt aus der AFM-Abbildung 5.1 und Ringdurchmesser der Probe 11846, bestimmt aus der AFM-Abbildung 5.3, sowie die Standardabweichung  $\langle \sigma \rangle$  der Ringdurchmesser und die Höhen der Quantenringe.

## 6 Präparation der Proben

Die in dieser Arbeit verwendeten Proben stellen, wie in Abschnitt 4 beschrieben, eine MISFET-Struktur zwischen einem Rückkontakt und einem Gate dar. Das Aufbringen der Gateelektroden und die ohmsche Kontaktierung des Rückkontakte, um die MISFET-Struktur herzustellen, werden im folgenden beschrieben.

Da kleinste Schmutzpartikel auf der Probenoberfläche zu unerwünschten Leckströmen oder im schlimmsten Fall zu einem Kurzschluß zwischen Gateelektrode und Rückkontakt führen können, wurde die Probenpräparation in einem Reinraum der Klasse 5<sup>6</sup> durchgeführt. Dadurch kann eine Verunreinigung der Probenoberfläche durch Schmutzpartikel weitestgehend vermieden werden.

Die Kontaktierung des Rückkontakte erfolgt durch Aufbringen von AuGe an zwei definierten Stellen der Probe und anschließendem Einlegieren bis zur Silizium-dotierten Schicht in der Probe, wodurch ein ohmscher Kontakt vom Rückkontakt zur Probenoberfläche erzeugt wird. Dabei dient das Germanium zur Dotierung des GaAs und damit zur Herstellung des Kontaktes.

Dazu wird wie folgt vorgegangen:

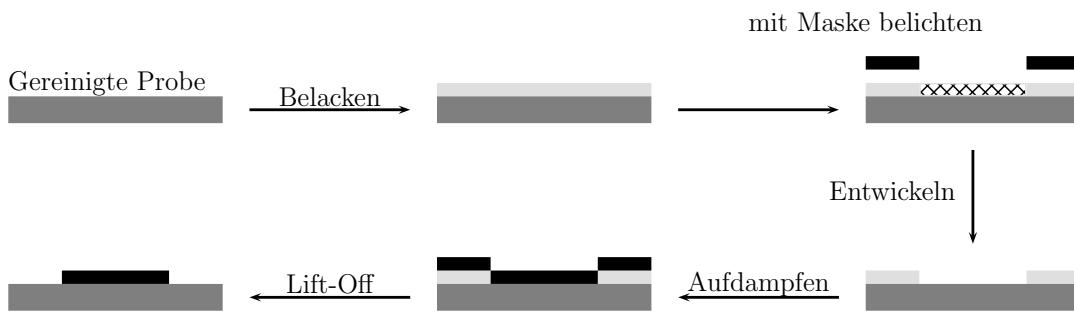


Abbildung 6.1: Skizze der Prozeßschritte zur Herstellung der MISFET-Struktur.

**Probenreinigung:** Die Probe wird ca. 5 Minuten in Aceton gekocht, mit Methanol und Isopropanol abgespült und mit Stickstoff trockengeblasen. Durch die Reihenfolge Aceton, Methanol, Isopropanol (d.h. vom polaren zum weniger polaren Lösungsmittel) wird eine Schlierenbildung beim Trocknen verhindert.

**Belacken:** Mittels einer Lackschleuder wird Photolack (Allresist AR-P 3840) auf die Probe aufgebracht. Um eine möglichst gut definierte Lackschicht zu erhalten, wird die Lackschleuder zunächst für 1s auf 800 U/min beschleunigt und dann für 30s auf 6000U/min hochgefahren. Damit erhält man eine Lackdicke von ca. 920 nm in der Mitte der Probe (siehe [31]). Um ein ungewolltes Belichten der

<sup>6</sup>d.h maximal 10.000 Partikel größer als  $0.1\mu\text{m}$  sind in 28l Luft enthalten (siehe VDI Richtlinie 2083 oder US Federal Standard 209b)

Probe zu verhindern, ist der Reinraum mit Gelblicht beleuchtet, da der Lack UV-empfindlich ist.

**Aushärten:** Der Lack wird ca. 20 Minuten bei 90°C in einem Ofen gehärtet. Nach dem Aushärten muß sich die Probe ausreichend lange abkühlen, bevor sie weiter präpariert werden kann.

**Belichten:** Zur Herstellung von Strukturen größer als  $1\mu\text{m}$  eignet sich die Kontaktbelichtung. Bei der Kontaktbelichtung wird eine Glaßmaske in direkten Kontakt mit der Probe gebracht und die Struktur auf der Maske durch Belichtung auf den Photolack übertragen. Die in dieser Arbeit verwendete Glaßmaske wurde von Oliver Wibbelhoff und Marco Ruß am Elektronenmikroskop LEO 1530 (Steuereinheit Raith Elphy Plus) hergestellt. In der Abbildung 6.2 ist das Layout der Maske gezeigt. Die reale Maske besteht aus zwei Bereichen, einer, bei dem nur die beiden Rückkontakte vorhanden sind und ein anderer, bei dem nur die Gates vorhanden sind.

Die Kontaktbelichtung geschieht am sogenannten Maskaligner, in dem die Probe in direkten Kontakt mit der Maske gebracht wird und dann mit einer Hg-Dampflampe ( $\lambda_{max} = 395\text{ nm}$ ) für 13s belichtet wird.

**Entwickeln:** Zum Entwickeln des Lacks wird die Probe für ca. 12s in den Entwickler Allresist AR 300-35 eingetaucht und dann in destilliertem Wasser abgespült. Dadurch werden nur die belichteten Stellen der Probe vom Lack befreit.

**Aufdampfen:** Nach dem Entwickeln wird die Probe auf einen Halter geklebt und in die Aufdampfanlage eingebaut, als Kleber dient Photolack. Wenn die Aufdampfanlage ein Vakuum von besser als  $1 \cdot 10^{-6}\text{ mbar}$  erreicht hat, kann mit dem Aufdampfen begonnen werden. Zunächst werden 10 nm Ni als Kontaktvermittler aufgedampft. Dann wird eine Schicht AuGe aufgedampft, wobei die Schichtdicke in etwa dem Abstand von Oberfläche zur Silizium-dotierten Schicht entspricht (typisch  $\simeq 100 - 200\text{ nm}$ ). Zur Kontrolle der Schichtdicke während des Aufdampfprozesses dient ein Schwingquarz. Das AuGe liegt im Verhältnis 88:12 Au zu Ge vor.

**Lift-Off:** Nach dem Aufdampfen wird die Probe in heißes Aceton gegeben (60-70°C). Das Aceton löst den Lack und somit auch das darüberliegende Metall von der Probe, so daß nur die gewünschte Kontaktstruktur an den vorher belichteten Stellen zurückbleibt. Metallreste, die am Rand der Kontaktstrukturen stehen bleiben, können durch Ultraschall-Behandlung entfernt werden.

Nach dem Lift-off werden die Proben in einen Einlegierofen gegeben, wo sie unter einer Schutzgasatmosphäre ( $\text{ArH}_2$ ) folgendermaßen erhitzt werden, um das AuGe in das GaAs einzudiffundieren.

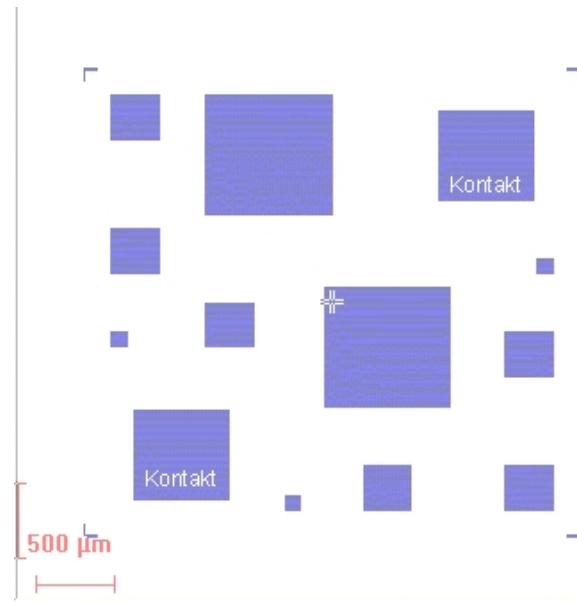


Abbildung 6.2: Dargestellt ist das Layout der Glaßmaske zur Herstellung der Gate-Strukturen und der ohmschen Kontakte.

- 5 min bei 200°C
- 2 min bei 400°C
- ca. 1 min 450°C

Mittels eines Spitzenmeßplatzes wird der Widerstand zwischen den beiden ohmschen Kontakten gemessen, um zu kontrollieren, ob der Rückkontakt (ohmsch) kontaktiert ist. Typische Werte für die in dieser Arbeit behandelten Proben sind ca. 100 – 800  $\Omega$ . Sollte der gemessene Wert deutlich darüber liegen, so kann man versuchen, das Einlegen im Ofen nochmals zu wiederholen. Im folgenden werden die Flächen, an der Probenoberfläche, die den ohmschen Kontakt zur Si-Dotierten Schicht herstellen, ebenfalls als Rückkontakt bezeichnet.

Um die elektrischen Eigenschaften des Rückkontakte zu verbessern und um das Kontaktieren der ohmschen Kontakte zu erleichtern, wird ca. 100 nm Gold auf die Rückkontakte aufgedampft. Dazu werden die Prozeßschritte Belacken bis Lift-Off erneut durchgeführt, jedoch wird beim Aufdampfen nun 10 nm NiCr und ca. 100 nm Au anstelle von Ni und AuGe aufgebracht.

Zur Herstellung der Gateelektroden auf der Probenoberfläche werden die Prozeßschritte Belacken bis Lift-Off nochmals durchgeführt, wobei beim Belichten der Bereich der Maske mit den Gate-Strukturen verwendet wird und beim Aufdampfen nur eine 10 nm dicke Schicht NiCr aufgebracht wird. Die Verwendung einer dünnen Schicht NiCr hat den Vorteil, daß bei ausreichender elektrischer Leitfähigkeit das Gate durchsichtig bleibt und die Probe neben der CV-Spektroskopie auch für die Photolumineszenz-Spektroskopie zu verwenden ist.

Zuletzt wird die Probe mit tieftemperaturresistentem Leitsilber auf einen geeigneten Träger (sog. Chipcarrier) aufgeklebt, der aus Keramik besteht und mit Goldkontakte versehen ist. Mit Hilfe eines Wedgebonders werden die ohmschen Kontakte bzw. die Gates über einen feinen  $Al_{99}Si_1$ -Draht mit den Kontakten des Trägers verbunden. Eine fertige Probe ist in der Abbildung 6.3 gezeigt, links ist die Probe auf dem Chipcarrier zu sehen und rechts ist eine Mikroskop-Aufnahme der Probe gezeigt. Auf beiden Fotos sind deutlich die beiden ohmschen Kontakte links unten und rechts oben mit den Bonddrähten zu erkennen und in der Mirkoskope-Aufnahme sind die Gate-Flächen als hellere Stellen sichtbar. Die Aufnahmen wurden zum Ende der Arbeit gemacht, nachdem alle Messungen an der Probe durchgeführt worden sind, und es sind deutlich Abnutzungserscheinungen auf der Probe zu erkennen.

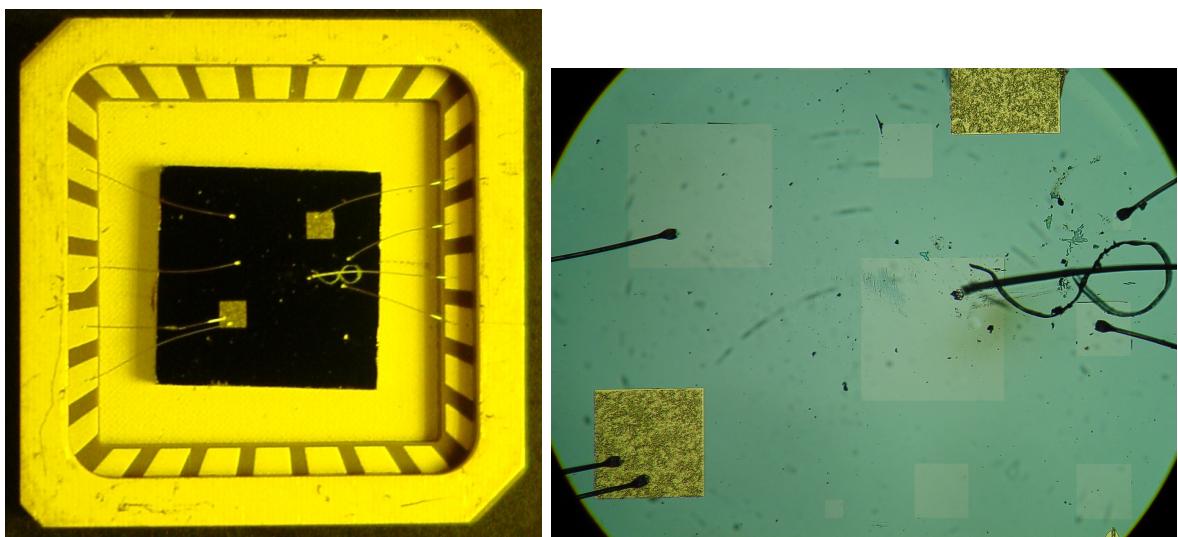


Abbildung 6.3: links: Fertige Probe auf dem Träger, rechts: Mikroskopaufnahme der Probe in 10x-Vergrößerung.

# Kapitel IV

## Meßmethoden

### 7 Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie

#### 7.1 Zusammenhang zwischen differentieller Kapazität und Zustandsdichte

Wie in Kapitel II diskutiert, bilden sich sowohl bei Quantenpunkten als auch bei Quantenringen diskrete Energieniveaus aus, die mit Elektronen besetzt werden können. Werden die Quantenringe bzw. Quantenpunkte in eine, wie in Abschnitt 4 beschriebene MISFET-Struktur eingebettet, so können die Elektronen nur dann aus dem Rückkontakt in die Quantenringe bzw. Quantenpunkte tunneln, wenn die lokal durch den Rückkontakt definierte Fermienergie  $E_f$  auf gleicher Höhe mit einem freien Energieniveau der Quantenringe bzw. Quantenpunkte liegt. Die weiteren Überlegungen gelten sowohl für Quantenringe als auch für Quantenpunkte, daher wird im folgenden nur noch auf Quantenringe Bezug genommen. Durch Anlegen einer Gleichspannung  $U_g$  am Gate der Probe ist es möglich, die Leitungsbandkante bezüglich  $E_f$  zu verschieben und damit auch die Energieniveaus im Quantenring.

Die Situation ist schematisch für zwei verschiedene Gatespannungen in Abbildung 7.1 gezeigt. Bei dem gestrichelten Verlauf ist das Tunneln zwischen Rückkontakt und Quantenring erlaubt, wohingegen bei der negativeren Gatespannung (durchgezogene Linie) die freien Zustände noch oberhalb von  $E_f$  liegen.

Bis auf eine Konstante  $U_0$  kann über den Gaußschen Satz das Potential  $U'$  am Ort der Quantenringe in Abhängigkeit der Gatespannung  $U_g$  bestimmt werden (vgl. Anhang A), es gilt:

$$U' = \lambda U_g - \frac{\sigma_{qr} d_1 d_2}{\varepsilon_0 \varepsilon_r (d_1 + d_2)} + U_0 \quad (7.1)$$

Dabei ist  $\sigma_{qr}$  die Flächenladungsdichte in den Quantenringen,  $d_1$  die Dicke der Tunnelbarriere und  $d_2$  der Abstand der Quantenringe zur Probenoberfläche,  $\varepsilon_0$  die Dielektrizitätskonstante,  $\varepsilon_r$  die relative Dielektrizitätskonstante und  $\lambda = \frac{d_1}{d_1 + d_2}$  der sog. Hebelarm. Der Term  $\frac{\sigma_{qr} d_1 d_2}{\varepsilon_0 \varepsilon_r (d_1 + d_2)}$  wird vernachlässigt, obwohl er mit einer Größenordnung von 5 mV ( siehe Anhang A ) nicht unerheblich ist. Bei relativen Änderungen, wie sie im Fall der magnetfeldabhängigen Messungen betrachtet werden (siehe Abschnitt 10.2.2 ), fällt der Term weg und wie im folgenden gezeigt ist der Term für die Bestimmung der Ladungsträgerdichte in der Schicht der Quantenringe ebenfalls unerheblich, lediglich bei der experimentellen Bestimmung der Coulombblockade ist der Term zu berücksichtigen. Damit kann eine Änderung der Gatespannung über

$$\Delta E = e \lambda \Delta U_g \quad (7.2)$$

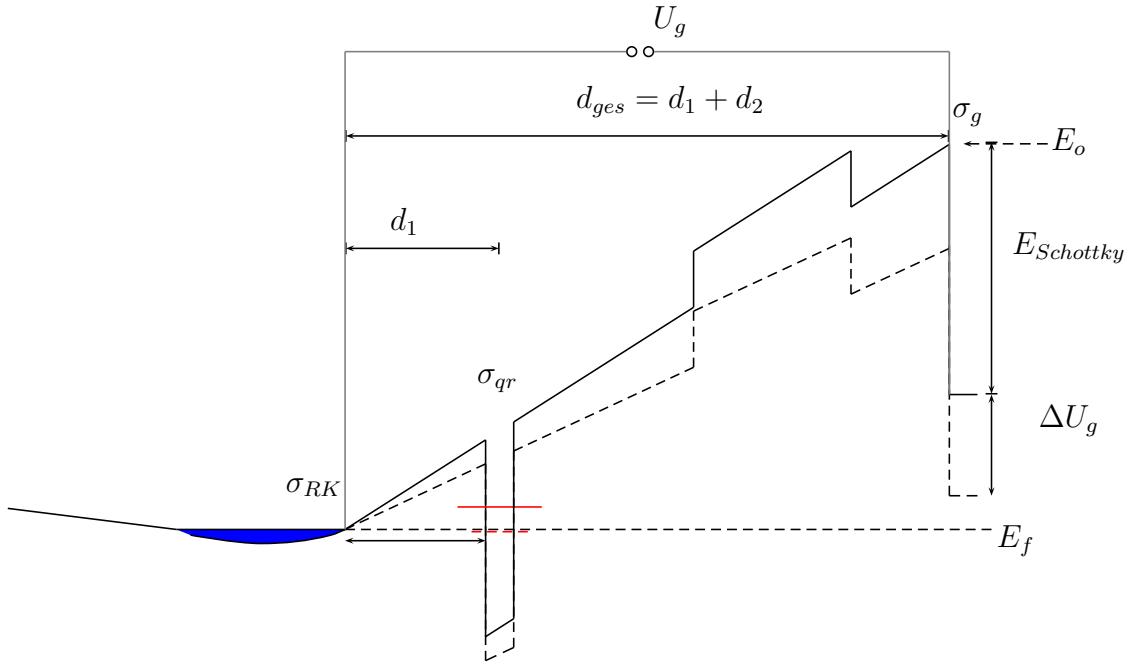


Abbildung 7.1: Schematische Darstellung der Leitungsbandkante für zwei Gatespannungen die sich um  $\Delta U_g$  voneinander unterscheiden.

direkt in eine Energieänderung am Ort der Quantenringe übersetzt werden.

Um die Energien über Gleichung (7.2) experimentell zu bestimmen, bietet es sich an, der Gleichspannung  $U_g$  eine Wechselspannung mit kleiner Amplitude  $U_\sim$  und Frequenz  $\nu$  zu überlagern und den resultierenden Strom phasenempfindlich in Abhängigkeit von  $U_g$  zu messen. Diese Verfahren wird als Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie (CV-Spektroskopie<sup>7</sup>) bezeichnet. Um die Abhängigkeit des kapazitiven Signals von der Zustandsdichte im Quantenring zu bestimmen, wird im folgenden ein Modell vorgestellt, welches von Lorke [4] zur Untersuchung von CV-Spektren, die an Quantenpunkten durchgeführt wurden, entwickelt wurde.

In diesem Modell wird ein Kondensator bestehend aus Gateelektrode und Rückkontakt betrachtet, in dem sich ein zweidimensionale Schicht aus Quantenringen befindet (Abb.7.1). Die Quantenringe sind über eine Tunnelbarriere der Dicke  $d_1$  an den Rückkontakt gekoppelt, und es wird angenommen, daß sich die Ringe im thermodynamischen Gleichgewicht mit dem Rückkontakt befinden. Die Gatespannung  $U_g$  sei hier als die Differenz zwischen den chemischen Potentialen  $E_f$  (des Rückkontakte) und  $E_o$  (der Probenoberfläche) definiert, wie in Abbildung 7.1 skizziert. Diese Potentialdifferenz ergibt sich aus den Flächenladungsdichten des Gates  $\sigma_g$ , der Quantenringe  $\sigma_{qr}$  und des Rückkontakt  $\sigma_{RK}$ . Durch zweimaliges Anwenden des Gaußschen Satzes folgt

<sup>7</sup>CV steht für engl. capacitance voltage

für eine kleine Gatespannungsänderung  $dU$

$$dU = \frac{d\sigma_{RK}}{\varepsilon}(d_1 + d_2) + \frac{d\sigma_{qr}}{\varepsilon}d_2 \quad (7.3)$$

mit  $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ . Für die auf die Fläche normierte Kapazität über die gesamte Probenstruktur folgt daraus:

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{dU}{d\sigma_{ges}} = \frac{d\sigma_{RK}(d_1 + d_2) + d\sigma_{qr}d_2}{\varepsilon(d\sigma_{qr} + d\sigma_{RK})} \quad (7.4)$$

Mit dem Zusammenhang

$$d\sigma_{qr} = edN_{qr} = e^2 D_{qr}(E) \frac{d_1}{\varepsilon} d\sigma_{RK} \quad (7.5)$$

zwischen  $d\sigma_{qr}$  und  $d\sigma_{RK}$ , wobei  $N_{qr}$  die Ladungsträgerdichte in der Quantenring-Schicht und  $D_{qr}(E)$  die entsprechende Zustandsdichte ist, und Gleichung (7.4) erhält man für die Gesamtkapazität

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_1 + C_{qr}} \quad (7.6)$$

wobei  $C_1 := \varepsilon/d_1$  und  $C_2 := \varepsilon/d_2$  als geometrische Kapazitäten eingeführt wurden und die „Quantenkapazität“ als  $C_{qr} := e^2 D_{qr}(E)$  definiert ist. Aus Gleichung (7.6) lässt sich einfach das in Abbildung 7.2 gezeigte Ersatzschaltbild konstruieren.

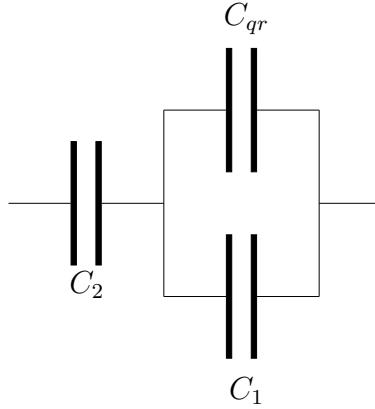


Abbildung 7.2: Ersatzschaltbild für die in dieser Arbeit verwendeten Proben.

Aus Gleichung (7.3), (7.5) und (7.6) kann folgende Gleichung

$$e \frac{dN_{qr}}{dU} = C_{ges} - C_1 + \frac{C_1 C_{ges}}{C_2} \quad (7.7)$$

hergeleitet werden. Führt man noch eine sog. geometrische Hintergrundkapazität mit  $\frac{1}{C_b} := \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$  ein und setzt  $\Delta C := C_{ges} - C_b$  in Gleichung (7.7) ein, so erhält man für die Ladungsträgerdichte:

$$dN_{qr} = \frac{1}{e} \Delta C \frac{C_1}{C_b} dU = \frac{1}{e\lambda} \Delta C dU \quad (7.8)$$

Damit kann durch Integration der Kapazitätsänderung und Multiplikation mit dem inversen Hebelarm  $1/\lambda$  die Ladungsträgerdichte als Funktion der Gatespannung bestimmt werden. Es sollte noch erwähnt werden, das außer den in [4] erwähnten vereinfachenden Annahmen (thermodynamisches Gleichgewicht zwischen Rückkontakt und Quantenringen und homogene Ladungsträgerdichte), die mit aller Wahrscheinlichkeit auch für Quantenringe gerechtfertigt sind, die Benetzungsschicht völlig unberücksichtigt bleibt. Ab einer bestimmten Gatespannung kann die Benetzungsschicht ebenfalls mit Elektronen geladen werden, und es bildet sich ein zweidimensionales Elektronengas direkt am Ort der Quantenringe aus. In den CV-Messungen ist die Kapazitätsänderung aufgrund des Ladevorgangs in die Quantenringe bereits vom Laden der Benetzungsschicht überlagert. Damit ist dieses Modell mit einer gewissen Vorsicht auf die Messungen anzuwenden.

## 7.2 Experimenteller Aufbau der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie

Wie im vorhergehenden Abschnitt gezeigt, kann die hier verwendete MISFET- Probenstruktur in einem Ersatzschaltbild aus Kondensatoren betrachtet werden, deren Gesamtkapazität  $C$  sich in einem Wechselstromkreis aus

$$C = -i \frac{I_{\sim}}{\omega U_{\sim}} \quad (7.9)$$

berechnen lässt, wenn  $\omega = 2\pi\nu$  und  $U_{\sim}$  bekannt sind und  $I_{\sim}$  gemessen wird.

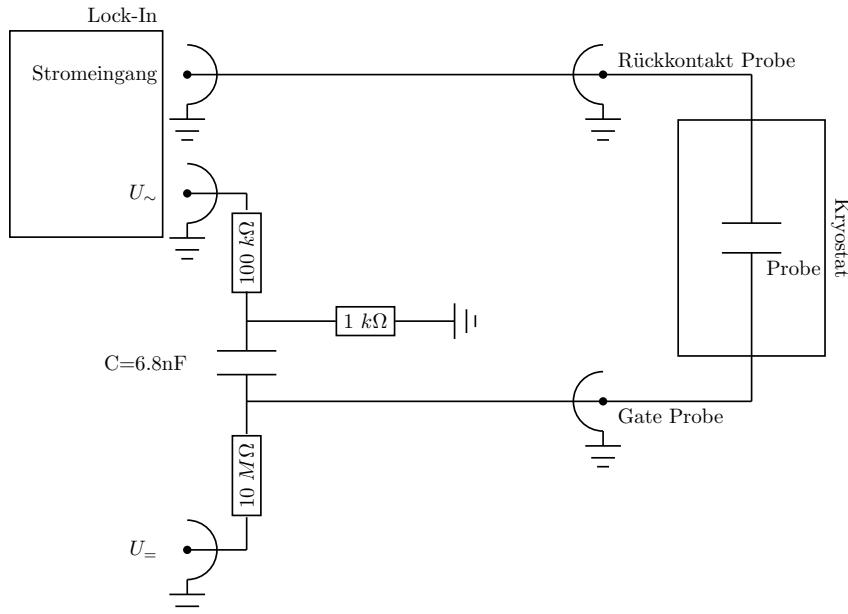


Abbildung 7.3: Schaltbild zur Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie.

Der Wechselstromkreis zur Messung der Kapazität der Probe ist in Abbildung 7.3 schematisch skizziert. Die Gleichspannung  $U_+$  wird durch eine programmierbare Konstantspannungsquelle der Firma Yokogawa (Modell 7651) erzeugt. Die Wechselspannung wird durch einen Lock-In Verstärker der Firma EG&G (Modell 7265 DSP) erzeugt. Der Gleichspannung  $U_+$  wird, über einen Spannungsteiler, im Verhältnis 1 zu 100 eine Wechselspannung  $U_\sim$  der Frequenz  $\nu$  überlagert. Dabei dient die Kapazität  $C=6.8\text{nF}$  als Filter, um eventuelle parasitäre Gleichspannungen im Wechselspannungs-Signal zu eliminieren, und der  $10M\Omega$  Widerstand dient als Schutzwiderstand vor zu großen Gleichströmen. Die so mit einer Wechselspannung modulierte Gleichspannung wird über ein BNC-Kabel auf das Gate der Probe gegeben. Der durch die Wechselspannung resultierende Wechselstrom  $I_\sim$  am Rückkontakt der Probe wird über ein BNC-Kabel auf den Stromeingang des Lock-In Verstärkers gegeben und sowohl Realteil als auch Imaginärteil bestimmt.

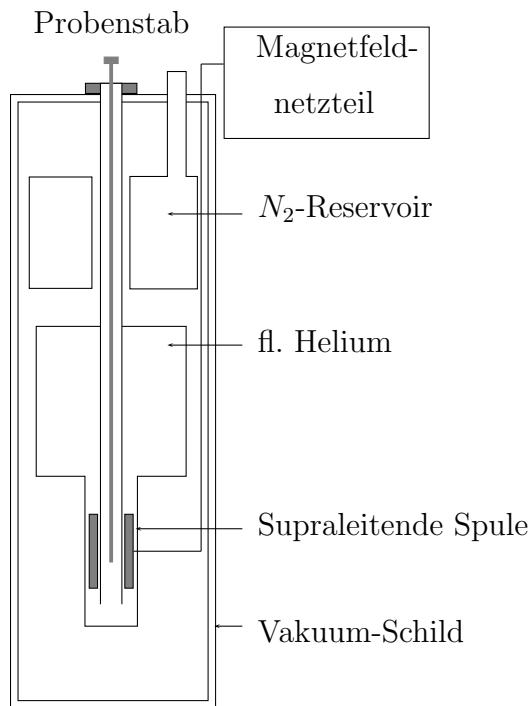


Abbildung 7.4: Skizze zum Aufbau des Kryostaten mit Probenstab.

Die Probe selbst befindet sich in einem Probenstab, der in einen Kryostaten, der Firma Cryogenic Ltd., eingesetzt wird und auf  $T=4.2\text{K}$  abgekühlt wird. Der Kryostat besteht aus einem äußeren Mantel, der mit flüssigem Stickstoff gefüllt ist und einem inneren Behälter, der mit flüssigem Helium gefüllt ist. In dem inneren Behälter befindet sich eine supraleitende Spule, mit der am Probenort ein Magnetfeld von bis zu  $11\text{T}$  erzeugt wird. Der Probenstab wird zunächst evakuiert und dann mit Heliumgas als Kontaktgas gefüllt, um sicherzustellen, daß sich kein Gas im Probenstab verflüssigt und die Probe

beschädigt wird, und um sicherzustellen, daß die Probe im thermischen Gleichgewicht mit der Umgebung steht. Die Magnetfeldspule wird über ein Netzteil der Firma Cryogenic Ltd. mit Strom versorgt.

Der Lock-In Verstärker und die Spannungsquelle sind über eine GPIB-Schnittstelle mit einem Computer verbunden, um die Geräte durch ein „Labview“-Programm ansteuern zu können und damit die Meßdaten automatisch durch selbiges Programm aufgenommen werden. Der Magnet wird ebenfalls durch das „Labview“-Programm über eine RS232-Schnittstelle angesteuert. Das „Labview“-Programm verwendet dazu eine in C++ selbst geschriebene DLL<sup>8</sup>.

Der Meßvorgang zur Aufnahme eines CV-Spektrum besteht dann im einzelnen aus folgender Prozedur:

- **Einstellen eines bestimmten Magnetfeldes** durch die DLL.
- **Initialisieren des Lock-In:** Der Wechselspannungsausgang des Lock-In-Verstärkers wird auf eine bestimmte Frequenz  $\nu$  und Amplitude  $U_{\sim}$  eingestellt, die Integrationszeit wird gesetzt. Dann wird die Phase automatisch so abgeglichen, daß der Imaginärteil des Strom-Signals maximal wird, und der Meßbereich wird an die Signalgröße angepaßt, damit eine möglichst große Auflösung des Signals gewährleistet ist.
- **Durchfahren des Gleichspannungsbereiches:** Die Gleichspannung wird von einem bestimmten Anfangswert  $U_a$  in 0.008 V Schritten bis zu einem bestimmten Endwert  $U_e$  durchfahren und jeweils die Phase, der Realteil und der Imaginärteil des Strom-Signals gespeichert. Vor der Bestimmung des Strom-Signals wird jeweils eine Sekunde gewartet, damit der Strom sich stabilisiert.
- **Einstellen des nächsten Magnetfeldes:** Das Programm stellt entsprechend der gewählten Schrittweite das nächste Magnetfeld ein und beginnt wieder bei Punkt zwei, bis der Endwert für das Magnetfeld erreicht ist.

Bei Messungen im Null-Feld werden nur die Punkte **Initialisieren des Lock-In-Verstärkers** und **Durchfahren des Gleichspannungsbereiches** ausgeführt. Die Wahl des Gleichspannungsbereiches ist abhängig von der Lage der elektronischen Niveaus der Probe und lag typischerweise im Bereich von  $U_a = -1.2$  V und  $U_e = 1.2$  V. Die Frequenz  $\nu$  wird abhängig von der Probe so gewählt, daß die Lademaxima möglichst gut zu erkennen sind, typisch einige Hundert Hz bis einige kHz, und die Modulationsamplitude beträgt  $U_{\sim} = 0.2$  V bzw.  $U_{\sim} = 0.5$  V. Bei der Frequenzwahl ist darauf zu achten, daß Vielfache von 50Hz vermieden werden, was der Frequenz des Netzstroms entspricht.

Die magnetfeldabhängigen Messungen sind typischerweise im Bereich von  $B=-10$  T

---

<sup>8</sup>dynamic link library

bis  $B=10\text{T}$  in  $0.1\text{T}-0.2\text{T}$ -Schritten aufgenommen, dabei wird bei einer Umkehr der Polarität des Netzteils das Magnetfeld negativ angegeben. Durch eine Messung von  $B=-10\text{T}$  bis  $B=10\text{T}$  und anschließender Mittelung der Messungen können parasitäre Effekte eliminiert werden.

## 8 Photolumineszenz-Aufbau

Die optischen Eigenschaften von niedrigdimensionalen Halbleitern unterscheiden sich wesentlich von den jeweiligen Eigenschichten im Volumenmaterial. Die Energie des Photolumineszenzsignal im Volumenmaterial wird durch die Bandlücke des Materials, reduziert um die Exzitonenbindungsenergie, definiert. Bei strukturierten Systemen wie Quantentöpfen oder Quantenringen misst man dagegen eine höhere Photonenergie des Lumineszenzlichtes, da die Eigenenergien der Exzitonen in diesen niedrigdimensionalen Strukturen durch das einschließende Potential und die daraus resultierende Quantisierung erhöht werden. Damit lassen sich aus der energetischen Lage der Photolumineszenz Rückschlüsse auf die quantenmechanischen Eigenschaften der Quasiteilchen sowie das einschließende Potential ziehen. In dieser Arbeit wird der im folgenden beschriebene Photolumineszenz-Aufbau verwendet, um die Exzitonen im Quantenringpotential zu Spektroskopieren.

Als Anregungsquelle wurde ein diodengepumpter Neodym-Vanadat-Festkörper-Laser der Firma Coherent verwendet. Die Laserwellenlänge beträgt durch Frequenzverdopplung  $\lambda = 532\text{ nm}$  und die Ausgangsleistung kann von  $P = 0.01\text{W}$  bis  $P = 6.5\text{ W}$  variiert werden. Aufgrund der verwendeten Spiegel, Linsen, Umlenkprisma und der Glasfaser, die das Licht in den Probenstab auf die Probe leitet, ist die Polarisation des Laserlichts nicht definiert. Das Laserlicht wird vom Laser aus über mehrere Spiegel auf das  $90^\circ$ -Prisma mit einer Kantenlänge von  $5\text{ mm}$  geleitet (siehe Abbildung 8.1). Das Prisma lenkt den Laserstrahl auf die optische Achse des Spektrometers und durch die Linse 1 entweder direkt auf die Probe, wie in Abbildung 8.1 gezeigt, oder auf das Ende einer Glasfaser, die an dem selben Ort positioniert wird, an dem in der Abbildung 8.1 die Probe gezeichnet ist, und das Laserlicht zur Probe im Probenstab leitet. Dieselbe Faser leitet das Lumineszenzlicht von der Probe wieder zum außen liegenden Ende der Faser. Die Linse 1 hat eine Brennweite von  $f = 60\text{ mm}$ , und bei der Faser handelt es sich um eine  $5\text{ m}$  lange Multimode-Faser mit einem Durchmesser von  $d = 600\mu\text{m}$ . Die numerische Apertur der Faser beträgt  $NA = 0.39$ , und die Transmittivität der Faser liegt im Wellenlängenbereich von  $\lambda = 400\text{ nm}$  bis  $\lambda = 2200\text{ nm}$  bei 90% bis 99.8%. Bedingt durch Verluste an den Spiegeloberflächen und den Linsen sowie Einkoppelverlusten beträgt die Transmittivität von Laserausgang bis zum Ende der Faser ca. 15%. Als Proben werden dieselben Proben wie für die CV-Spektroskopie verwendet. Der Probenhalter (Chipcarrier) wird in einen, im Probenstab durch zwei

Stangen der stärke 2mm gehaltenen, Carriersockel eingesetzt (siehe Abbildung 8.2). An den Stangen ist eine Halterung für die Glasfaser befestigt, die die Faser im Probenstab mittig fixiert. In der Abbildung 8.2 sind die Haltestangen und das Ende der Glasfaser, sowie die Probe im Carriersockel zu sehen. Der Carriersockel ist so an einer der Haltestangen befestigt, daß der Abstand der Probe zur Glasfaser frei eingestellt und in geringem Maß auch die Position der Glasfaser über der Probe variiert werden kann. Der Abstand der Probe zur Faser wird auf ca. 0.5 mm bis 1 mm eingestellt, wobei darauf zu achten ist, daß die elektrischen Kontakte der Probe nicht beschädigt werden. Über die Halterungen wird vakuumdicht ein Edelstahlrohr gestülpt und wie bei der CV-Spektroskopie wird der Probenstab evakuiert und anschließend mit Helium als Kontaktgas gefühlt. Für die Messungen im Magnetfeld wird der Probenstab in den Kryostaten (siehe Abbildung 7.4) eingesetzt. Messungen im Nullfeld sind auch in einer Helium-Transportkanne möglich. Damit ist die Probe auf der Temperatur  $T = 4.2K$  des flüssigen Heliums.

Der hier verwendete Aufbau ist ein konfokaler Aufbau, bei dem das von der Probe emittierte Lumineszenzlicht, wie bereits erwähnt, durch dieselbe Glasfaser aufgefangen und zum Ende der Faser geleitet, welche das Laserlicht zur Probe leitet. Das aus der Faser austretende Lumineszenzlicht wird von der Linse 1 parallelisiert und auf die Linse 2 gelenkt. Das parallelisierte Lichtbündel ist zwischen Linse 1 und Linse 2 ca. 50 mm im Durchmesser und wird nur geringfügig von dem Prisma abgeschwächt, da das Prisma mit einer Kantenlänge von  $d = 5 mm$  recht klein gegen den Durchmesser des Lichtbündels ist. Die Linse 2, mit einer Brennweite  $f = 300 mm$ , fokussiert anschließend das Licht auf den Eintrittsspalt des Spektrometers. Als Spektrometer stand das Gitter-Spektrometer „Acton Spectra Pro 2500i“ der Firma Acton Research Corporation mit einer Brennweite von  $f = 0.5 m$  zur Verfügung. Zwischen Linse 2 und Eintrittsspalt befindet sich noch ein RG735-Kantenfilter, der nur Licht mit einer Wellenlänge größer 735 nm passieren läßt. Dieser Filter verhindert, daß man im Spektrum die Laserlinie in zweiter Ordnung beobachtet, welche mit  $\lambda = 1064 nm$  recht nah an dem Lumineszenz-Signal zwischen ca. 900 nm und 1000 nm liegt. Des weiteren zeigt sich experimentell, daß ohne den Kantenfilter das Streulicht des Lasers die Messungen unbrauchbar macht. Das divergente Licht, welches durch den Spalt in das Spektrometer eintritt, wird durch einen Parabolspiegel parallelisiert und auf eines von drei wählbaren Gittern gelenkt. Es stehen Gitter mit einer Strichdicht von 590/mm, 1200/mm und 1800/mm zur Verfügung. Für die Photolumineszenzmessungen wurde in dieser Arbeit das Gitter mit 1200 Strichen pro Millimeter verwendet. Das vom Gitter reflektierte und gebeugte Licht wird anschließend von einem weiteren Parabolspiegel aufgefangen und auf die CCD-Kamera oder über einen in den Strahlengang drehbaren Spiegel auf eine InGaAs-Diode fokussiert. In dieser Arbeit wurde ausschließlich mit der CCD-Kamera gearbeitet. Die Steuerung des Spektrometers inklusive der CCD-Kamera wird ohne Magnetfeld über die Steuersoftware „WinSpec“ von einem Computer aus durch-

geführt. Mit der Steueroftware kann der Wellenlängenbereich, der zu spektroskopieren ist, ausgewählt und die Belichtungszeit der CCD-Kamera variiert werden. Zur Aufnahme der Photolumineszenz-Spektren in Abhängigkeit des angelegten Magnetfeldes wurde ein „Labview“-Programm entwickelt, welches über die in Abschnitt 7.2 erwähnte DLL das Netzteil des Magneten ansteuert und dann bei dem jeweils vorgegebenen Magnetfeld ein Photolumineszenz-Spektrum in einem frei wählbaren Wellenlängenbereich aufnimmt. Mit dem Titan:Saphir-Laser „Tekhnoscan TIS-FD-08“ kann die Wellenlänge des Lasers in weiten Bereichen variiert werden, jedoch fehlte ein entsprechender Filter, um Photolumineszenz-Spektren mit einer Anregungswellenlänge in der Nähe des Ring-Signals durchzuführen.

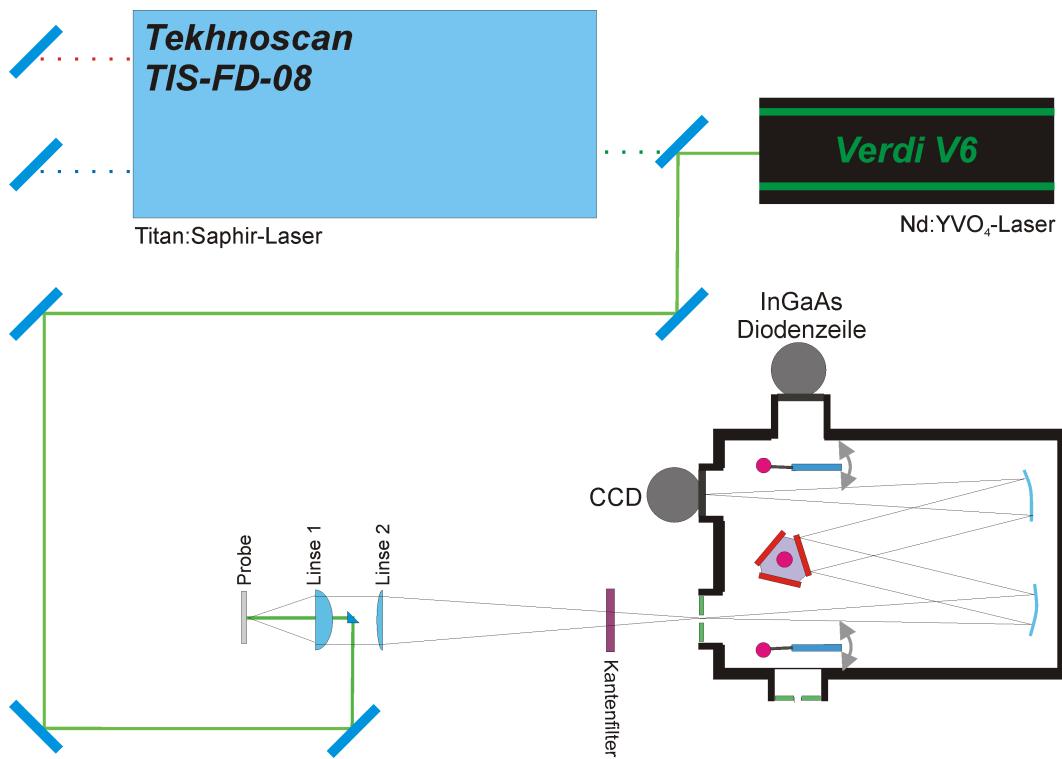


Abbildung 8.1: Aufbau des Spektrometers, mit freundlicher Genemigung von S. Lüttjohann.

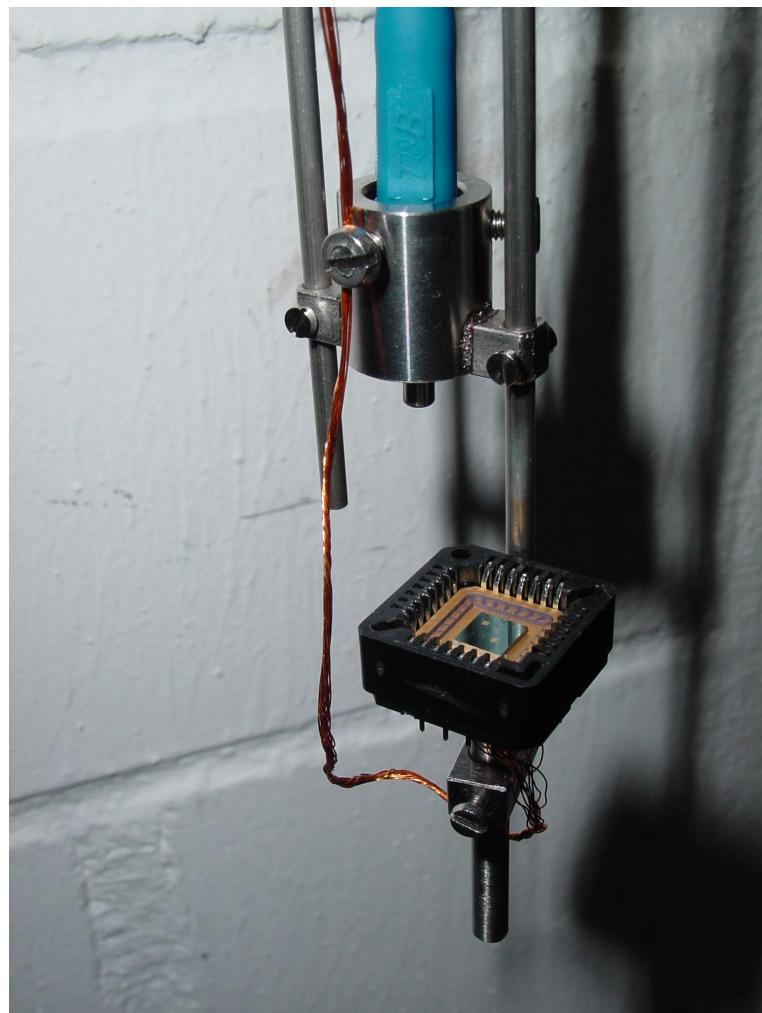


Abbildung 8.2: Optischer Probenstab.

## Kapitel V

# Ergebnisse und Diskussion

## 9 Modellrechnungen

### 9.1 Simulation der Ringentstehung mittels Navier-Stokes

Im Rahmen dieser Arbeit wurde rein phänomenologisch eine Ähnlichkeit zwischen einer eindimensionalen Simulation eines Surfactant-Systems (SURFace ACTive AgeNT, d.h. oberflächenaktiver Wirkstoff) und dem Höhenprofil eines Quantenrings bemerkt. Damit war die Motivation gegeben, das Surfactant-System mit der Entstehung von Quantenringen zu vergleichen. Hierzu soll kurz das Modell vorgestellt werden, welches von Martin Lenz in seiner Diplomarbeit [28] zur Simulation eines dünnen Flüssigkeitsfilms mit Surfactant verwendet wurde, und daran die Ähnlichkeit zur Ringentstehung gezeigt werden.

Für die Beschreibung der Evolution eines dünnen Filmes einer viskosen, inkompressiblen Flüssigkeit auf einer ebenen Oberfläche, versehen mit einer unlöslichen Surfactant-Monolage auf der Oberfläche des Filmes, wird in Referenz [28] ein System von Konvektions-Diffusions-Gleichungen verwendet. Diese Konvektions-Diffusions-Gleichungen können aus der Lubrikationsapproximation (d.h. einer asymptotischen Entwicklung für verschwindende Filmhöhe) der dimensionslosen Navier-Stokes- und Kontinuitäts-Gleichungen entwickelt werden.

In der Arbeit von Lenz wird ein Flüssigkeitsfilm betrachtet, dessen Höhe über einer Substratoberfläche sich durch eine Funktion  $h(t, x)$  darstellen lässt. An der Oberfläche befindet sich lokal eine Surfactant-Monolage der Konzentration  $\Gamma(t, x)$ , von der die Oberflächenspannung  $\sigma(\Gamma)$  abhängt. Die Geschwindigkeit der Bewegung des Flüssigkeitsfilms wird mit  $(v(t, x, y), w(t, x, y))$  bezeichnet, und der hydrodynamische Druck sei  $p(t, x, y)$ , dabei sind  $x, v \in \mathbb{R}^2$  Koordinaten bzw. Geschwindigkeiten in der Ebene,  $y, w \in \mathbb{R}$  bezeichnen die vertikalen Komponenten und  $t$  ist die Zeit. Wie in Referenz [28] beschrieben, ergeben sich die Navier-Stokes- und Kontinuitäts-Gleichungen durch Skalieren der Größen  $x, y, v, w, t, p, \Gamma, \sigma$  mit einer charakteristischen Zahl  $\varepsilon = \frac{H}{L} \rightarrow 0$ , wobei  $H$  die charakteristische Höhe und  $L$  die charakteristische Länge des Filmes ist, (unter Vernachlässigung aller Terme höherer Ordnung in  $\varepsilon$ ) in dimensionsloser Form zu

$$\nabla p = \partial_y^2 v \quad (9.1)$$

$$\partial_y p = 0 \quad (9.2)$$

$$\operatorname{div}(v) + \partial_y w = 0 \quad (9.3)$$

Für die Randbedingung am Substrat ( $y=0$ ) wird die sogenannte *no-slip*-Randbedingung verwendet, d.h. die Flüssigkeit haftet am Substrat und bewegt sich daher nicht:

$$v(t, x, 0) = 0 \quad \text{und} \quad w(t, x, 0) = 0 \quad (9.4)$$

An der Oberfläche ( $y=h$ ) wird der Spannungsterm

$$\partial_y v(t, x, h(t, x)) = \nabla \sigma(\Gamma(t, x)) \quad (9.5)$$

in tangentialer Richtung aufgrund von Gradienten der Oberflächenspannung  $\sigma$  berücksichtigt, der eine Konvektion in Richtung höherer Spannung induziert (der sog. Marangoni-Effekt). Des Weiteren wird an der Oberfläche noch der in Normalenrichtung wirkende Term

$$p(t, x, h(t, x)) = -S \Delta h(t, x) \quad (9.6)$$

berücksichtigt, der der krümmungsminimierende Wirkung der Oberflächenspannung Rechnung trägt. Dabei ist  $S$  die skalierte Kapillaritätskonstante.

An der Flüssigkeitsoberfläche wird mit der sogenannten kinematischen Randbedingung

$$w(t, x, h(t, x)) = \frac{d}{dt} h(t, x(t)) = \partial_t h(t, x) + v(t, x, h(t, x)) \cdot \nabla h(t, x) \quad (9.7)$$

gerechnet. Unter Verwendung der obigen Gleichungen erhält man nach einfacher, aber länglicher Rechnung (vgl.[28]) die erste Gleichung des Surfactant-Systems zu

$$\partial_t h(t, x) + \frac{1}{3} S \operatorname{div} (h(t, x)^3 \nabla \Delta h(t, x)) + \frac{1}{2} \operatorname{div} (h(t, x)^2 \nabla \sigma(\Gamma(t, x))) = 0 \quad (9.8)$$

dabei beschreibt der Term  $\frac{1}{3} S \operatorname{div} (h(t, x)^3 \nabla \Delta h(t, x))$  den Kapillareffekt und  $\frac{1}{2} \operatorname{div} (h(t, x)^2 \nabla \sigma(\Gamma(t, x)))$  die Maragonikonvektion. Die zweite Gleichung des Surfactant-Systems beschreibt die Evolution der Surfactant-Konzentration, dazu wird der Transport des Surfactants mit der Gleichung

$$\partial_t \Gamma(t, x) + \operatorname{div} (v(t, x, h(t, x)) \Gamma(t, x)) - D \Delta \Gamma(t, x) = 0 \quad (9.9)$$

modelliert, wobei  $-D \Delta \Gamma(t, x)$  den diffusiven Transport beschreibt und  $\frac{1}{D}$  die sog. Peclet-Zahl bezeichnet.

Aus den Gleichungen (9.1,9.2,9.4,9.5,9.6) erhält man die Geschwindigkeit  $v$  in der Ebene zu

$$v(t, x, h(t, x)) = \frac{1}{2} S \operatorname{div} (h(t, x)^2 \nabla \Delta h(t, x)) + h(t, x) \nabla \sigma(\Gamma(t, x)) \quad (9.10)$$

Um die Gleichungen (9.8) und (9.9) numerisch lösen zu können, fehlt noch eine Zustandsgleichung für die Oberflächenspannung  $\sigma$  in Abhängigkeit der Surfactant-Konzentration  $\Gamma$ . Der Surfactant bewirkt eine lokale Reduzierung der Oberflächenspannung in Abhängigkeit der Surfactant-Konzentration. Da in dem hier vorgestellten Modell die Oberflächenspannung ihr Minimum  $\sigma = 0$  für eine gesättigte Surfactant-Schicht (

$\Gamma = 1$  ) annimmt und in Abwesenheit von Surfactant (  $\Gamma = 0$  ) den ungestörten Wert  $\sigma = 1$  annimmt, ist es naheliegend, die lineare Relation  $\sigma(\Gamma) = 1 - \Gamma$  für die Modellierung der Oberflächenspannung zu verwenden. Setzt man diese Zustandsgleichung in die Gleichungen (9.8,9.9) ein und verwendet in Gleichung (9.9) die Gleichung (9.10) zur Beschreibung der Geschwindigkeit, so ergeben sich insgesamt die Gleichungen

$$\partial_t h + \frac{1}{3} S \operatorname{div}(h^3 \nabla \Delta h) - \frac{1}{2} \operatorname{div}(h^2 \nabla \Gamma) = 0 \quad (9.11)$$

$$\partial_t \Gamma - \operatorname{div}(h^2 \Gamma \nabla \Delta h) - D \Delta \Gamma = 0 \quad (9.12)$$

Zur Lösung der Gleichungen (9.11,9.12) wurde im Rahmen der Arbeit [28] ein Finite-Volumen-Algorithmus implementiert, der die Evolution eines Flüssigkeitsfilms mit Surfactant in 1D simuliert ( $x, v \in \mathbb{R}$ ).

Abbildung 9.1 zeigt einen Flüssigkeitstropfen (blau), auf dem lokal ein kleiner Surfactant-Film (rot) in gesättigter Konzentration aufgebracht ist. Die Parameter der Simulation wurden zu  $S = 10^{-2}$  und  $D = 10^{-5}$  gewählt. Die Filmhöhe ist durch eine typische Höhe und die Surfactant-Konzentration durch die Konzentration einer gesättigten Monolage skaliert, also gibt es keine physikalisch sinnvolle Skalierung der beiden Graphen zueinander. Daher sind die Skalierungen der Graphen so gewählt, daß beide gut zu erkennen sind.

Ausgehend von diesem Modell aus der Arbeit von Lenz, welches im vorigen beschrieben wurde, kann nun das Modell auf das Problem der Ringentstehung angepasst werden. Wie in Abschnitt 3 beschrieben, liegt bei der Ringentstehung eine ähnliche Situation vor. Hier ist der Ausgangspunkt eine InAs-Schicht, die von einer GaAs-Schicht überdeckt wird und auf der sich InAs-Insel befinden, die am Rand teilweise von GaAs bedeckt sind. Die Bedeckung der InAs-Insel mit GaAs induziert nach Referenz [21] eine starke Spannung im InAs, was zu einer Verfüssigung der InAs-Insel führt. Des Weiteren erhöht das GaAs auf der InAs-Benetzungsenschicht lokal die Oberflächenspannung. Damit kann in einfachster Näherung das GaAs, welches das InAs bedeckt, als „inverser“ Surfactant verstanden werden. Die Zustandsgleichung für die Abhängigkeit der Oberflächenspannung von dem inverse Surfactant ist dann gegeben durch

$$\sigma(\Gamma) = \Gamma \quad (9.13)$$

Neben der Zustandsgleichung muß das Vorzeichen des Maragoni-Terms (Gl. 9.5) geändert werden, damit der Term weiterhin eine Konvektion in Richtung höherer Spannung induziert. Werden diese beiden Änderungen berücksichtigt, bleiben die Gleichungen (9.11) und (9.12) unverändert, und man erhält die in Abbildung 9.1(b) gezeigte Situation, die gerade der Invertierung der Surfactant-Konzentration aus Abbildung 9.1(a) entspricht. Die Ausgangskonfiguration bei  $t_0 = 0$  ist nun ein InAs-Tropfen (blau), der von einer GaAs-Schicht (rot) umgeben ist, die eine Erhöhung der Oberflächenspannung bewirkt. Betrachtet man die Evolution des Tropfen so breitet er sich aus, und es entstehen, ge-

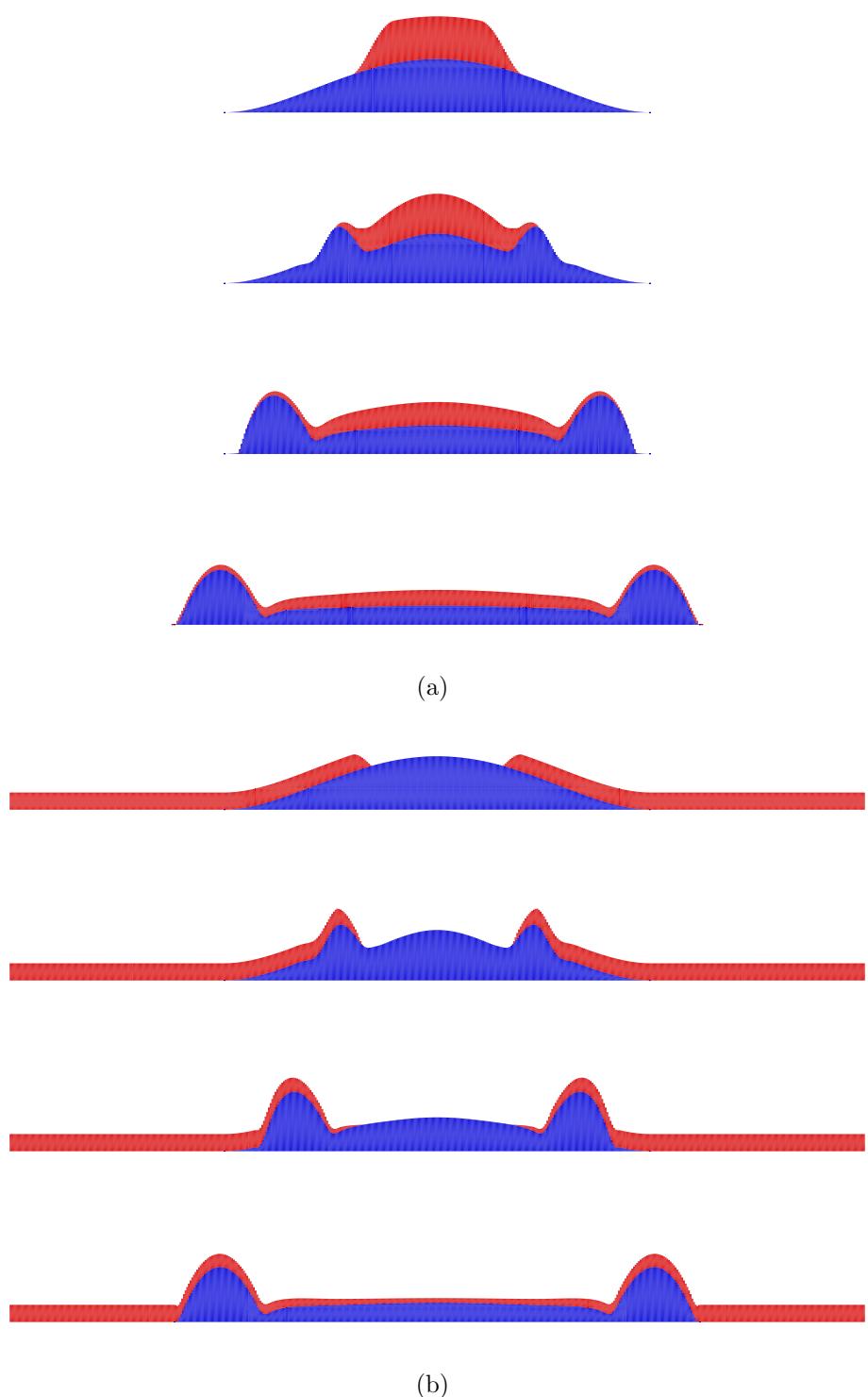


Abbildung 9.1: Ausbreitung eines Filmes (a) unter dem Einfluss eines Surfactant (Abb. aus [28]), (b) unter dem Einfluss eines „inversen“ Surfactant (Die Abbildung (b) wurde in Zusammenarbeit mit Martin Lenz erstellt [1].)  
für die Zeiten  $t_0 = 0; t_1 = 0.0002; t_2 = 0.0035$  und  $t_3 = 0.0175$ .

trieben durch den Maragoni-Effekt zwei Aufwölbungen am Rand des Trofens. Diese Konfiguration ähnelt in gewisser weise der Topologie der Quantenringe, jedoch zeigen sich noch einige Abweichungen zu den Höhenprofilen, der AFM-Messungen. Die Probe 11771 und 11846 zeigen deutlich tiefere Löcher im Zentrum der Ringe verglichen mit ihrem Durchmesser, was diese Simulation nicht reproduziert und das Einfliessen des inversen Surfactant in das Innere der Ringstruktur, wie es für die Zeit  $t_3$  zu erkennen ist, entspricht sicherlich nicht der realen Situation. Trotz dieser Abweichungen erscheint dieses Modell als vielversprechender Ansatz zur Beschreibung der Ringentstehung, jedoch bedarf es der Optimierung der Simulationsparameter sowie einiger Erweiterungen des Modells, um eine realistische Beschreibung der Quantenringentstehung zu erhalten. Die Annahme einer nichtlöslichen Monolage GaAs muß durch eine Lage endlicher Höhe ersetzt werden, der eine Interdiffusion in das InAs gestattet ist. Des Weiteren ist das Modell auf zwei Dimensionen auszudehnen, und in diesem Zuge sind anisotrope Effekte, wie richtungsbevorzugte Diffusion und anisotrope Verspannung des InAs zu berücksichtigen. Die Weiterentwicklung eines zweidimensionalen Modells muß weiterführenden Arbeiten überlassen werden.

## 9.2 Numerische Lösung zum Problem des parabolischen Quantenrings

In Abschnitt 1.1 ist ein lineare Differential-Gleichung erster Ordnung für die radiale Wellenfunktion  $f(r)$  in einem Quantenring beschrieben (Gl.1.4). Da der Grenzfall einer  $\delta$ -förmigen Wellenfunktion in den untersuchten Proben sicher nicht zutrifft, wird in diesem Abschnitt die Differential-Gleichung

$$f'' = -\frac{f'}{x} + \left\{ \frac{l^2}{x^2} - \alpha e B l + \left( \frac{\alpha e B x}{2} \right)^2 + (\alpha \tilde{\omega}(x-1))^2 - \varepsilon \right\} f \quad (1.4)$$

numerisch mit dem Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung [8], für verschiedene Parameter  $\alpha$  und  $\tilde{\omega}$  gelöst. Das Runge-Kutta-Verfahren ist eine Methode zum Lösen von eindimensionalen Anfangswert-Problemen, d.h. zum Lösen der Gleichung (1.4) muß  $f(0)$  und  $f'(0)$  bekannt sein. Des Weiteren ist das Runge-Kutta-Verfahren nicht alleine in der Lage ein Eigenwert-Problem zu Lösen. Es kann allgemein gezeigt werden [44], daß für zylindersymmetrische Potentiale die Lösung des Radialanteils der Schrödinger-Gleichung für  $x \rightarrow 0$  durch

$$f(x) \sim x^{|l|} \quad (9.14)$$

gegeben ist. Um den Parameter  $\varepsilon$  zu bestimmen, nutzt man die Forderungen aus, daß die Wellenfunktion eines gebundenen Zustandes für  $x \rightarrow \infty$  verschwinden muß und der Grundzustand keinen Knoten aufweist. Damit kann ein Suchalgorithmus programmiert werden [35], der  $\varepsilon$  solange variiert, bis die Forderungen ( $f(x \rightarrow \infty) = 0$ , kein Knoten) erfüllt sind.

Der Parameter  $\alpha$  ist mit dem Ringradius über  $\alpha = \frac{r_0^2}{\hbar}$  verknüpft, und im folgenden wird der Parameter  $\alpha$  implizit durch  $r_0$  angegeben. Der Parameter  $\tilde{\omega}$  beschreibt den Einschluß der Elektronen im Potential  $V(r) = \frac{1}{2}m^*\omega_0^2(r - r_0)^2$  und ist mit diesem verknüpft durch  $\tilde{\omega} = m^*\omega_0$ , mit der effektiven Masse  $m^* = m \cdot m_e$ . Der Parameter  $\tilde{\omega}$  wird im Folgenden (aus praktischen Gründen) in Einheiten von meV angegeben, also implizit mit der Einschlußenergie

$$E_V = \hbar \tilde{\omega} \quad (9.15)$$

identifiziert. Dabei sollte beachtet werden, daß sich  $\hbar \omega_0$  und  $E_V$  durch den Faktor  $m$  der effektiven Masse unterscheiden. Das heißt, für die Umrechnung von  $E_V$  gilt

$$\hbar \omega_0 = \frac{E_V}{m} \quad (9.16)$$

Da hier nur relative Änderungen der Grundzustandsenergie in Abhängigkeit vom Magnetfeld von Interesse sind, werden alle berechneten Energien so verschoben, daß für  $l = 0$  und  $B = 0$  T die Energie Null ist.

Abbildung 9.2(a) zeigt die radiale Wellenfunktion  $f(r)$  für die Parameter  $l = 0$ ,  $r_0 = 15$  nm und  $E_V = 15$  meV. Als durchgezogene Linie ist die Wellenfunktion für

$B = 0 \text{ T}$  dargestellt, die Wellenfunktion für  $B = 20 \text{ T}$  ist als gestrichelte Linie gezeigt. Die Wellenfunktionen sind nicht auf Eins normiert, lediglich die vertikale Achse wurde so skaliert, daß die Wellenfunktion für  $B = 0 \text{ T}$  ihr Maximum bei 1 hat. Die Abbildung 9.2(b) gibt die Eigenenergie  $\tilde{E} = m \cdot E$  für die Drehimpulsquantenzahlen  $l = 0, 1, 2, 3$  in Abhängigkeit vom Magnetfeld  $B$  wieder. Die Wellenfunktionen mit  $l = 0$  haben beide eine Halbwertsbreite von  $w = 4.5 \text{ nm}$ , und bei sehr genauer Betrachtung erkennt man, daß die Wellenfunktion für  $B = 20 \text{ T}$  minimal zur Null hin verschoben ist. Das bedeutet, da sich die Wellenfunktionen sonst kaum unterscheiden, das auch bei einem Feld von  $B = 20 \text{ T}$  das magnetische Potential  $(\frac{\alpha e B x}{2})^2$  gegenüber dem Ring-Potential  $(\alpha \tilde{\omega}(x-1))^2$  zu vernachlässigen ist. Dagegen ist der Einfluß des Magnetfeldes auf die Eigenenergien deutlich in Abbildung 9.2(b) zu erkennen. Die Eigenenergien für die einzelnen Drehimpulsquantenzahlen  $l$  beschreiben als Funktion des Magnetfeldes Parabeln, die für wachsendes  $l$  zu höheren Magnetfeldern verschoben sind. Wie in Abschnitt 1.1.2 beschrieben, kann die Energiedispersion im Magnetfeld für eine  $\delta$ -förmige Wellenfunktion durch

$$E = \frac{\hbar^2}{2m^*r_0^2} \left( l - \frac{eBr_0^2}{2\hbar} \right)^2 \quad (1.6)$$

beschrieben werden. Die numerisch bestimmten Eigenenergien zeigen einen vergleichbaren Verlauf, jedoch werden die Parabeln mit zunehmendem Magnetfeld in der Energie leicht nach oben verschoben. Das heißt, daß im Grenzfall großer Einschlußenergie  $E_V = 15 \text{ meV}$  die Eigenenergien in guter Näherung durch Gleichung (1.6) beschrieben werden. Wenn für die effektive Masse der Elektronen im Quantenring die effektive Masse der Elektronen an der Leitungsbandkante in GaAs mit  $m = 0.067$  angenommen wird, erkennt man, daß  $\hbar\omega_0 \simeq 224 \text{ meV}$  beträgt (für Quantenringproben  $\hbar\omega_0 = 12 \text{ meV}$  [3]).

Der zweite Grenzfall ist ein kleiner Ringradius  $r_0 = 2.5 \text{ nm}$ , bei dem die Wellenfunktion sich der eines Quantenpunktes annähert (Abb. 9.3(a)). Wie auch für einen Quantenpunkt zu erwarten ist, haben die Eigenenergien für die verschiedenen Drehimpulsquantenzahlen keinen Schnittpunkt, und somit bleibt der Zustand mit  $l = 0$  über den gesamten betrachteten Feld-Bereich der Grundzustand. Des Weiteren ist in Abbildung 9.3(b) deutlich zu sehen, daß sich die Eigenenergie im magnetischen Feld nur noch wenig ändert.

In Referenz [3] wurde die Einschlußenergie für Quantenringproben aus Fern-Infrarot-Messungen zu  $\hbar\omega_0 = 12 \text{ meV}$  bestimmt, wobei die effektive Masse mit  $m^* = 0.07m_e$  angenommen wurde, damit erhält man  $E_V = 0.84 \text{ meV}$ .

Im folgenden wird die Abhängigkeit der Eigenenergie-Spektren von der Einschlußenergie  $E_V$  im Bereich zwischen  $0.7 \text{ meV}$  und  $1.6 \text{ meV}$  und die Abhängigkeit vom Ringradius näher betrachtet. In Abbildung 9.2(b) sind die Eigenenergien der Zustände mit  $l = 0, 1$  für  $E_V = 0.7, 1.0, 1.3, 1.6 \text{ meV}$  in Abhängigkeit des angelegten Magnetfeldes gezeigt.

Die Energiedispersion als Funktion des Magnetfeldes für den Zustand mit  $l = 0$  und  $E_V = 1.6 \text{ meV}$  kann, wie im Grenzfall einer  $\delta$ -förmigen Wellenfunktion, in guter

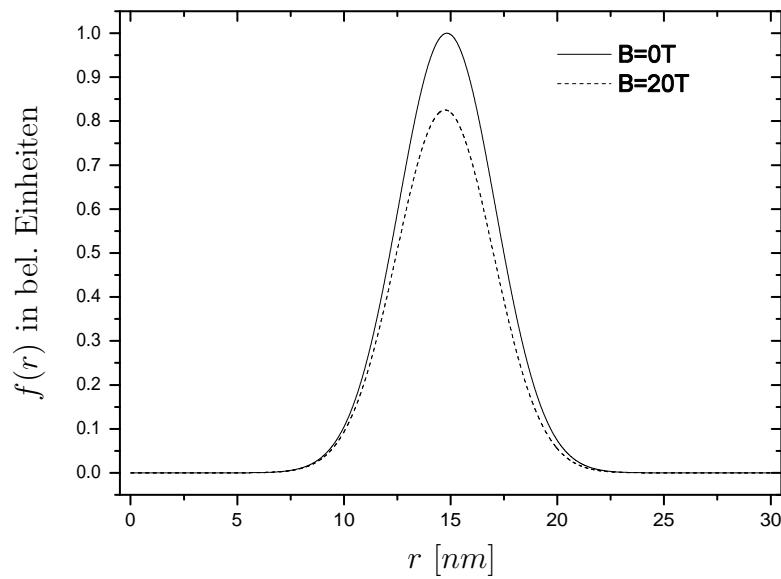
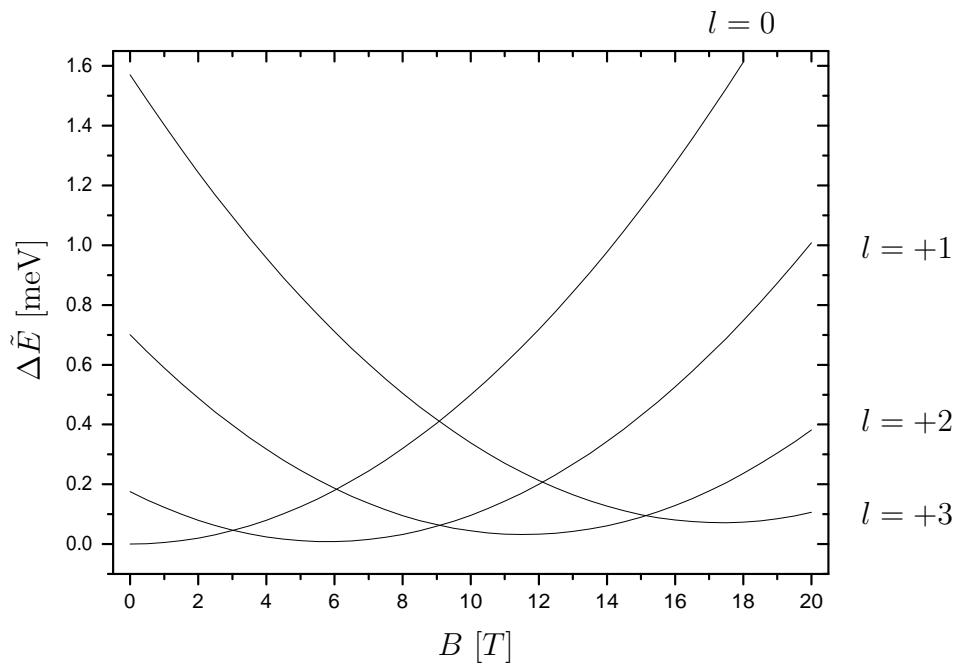
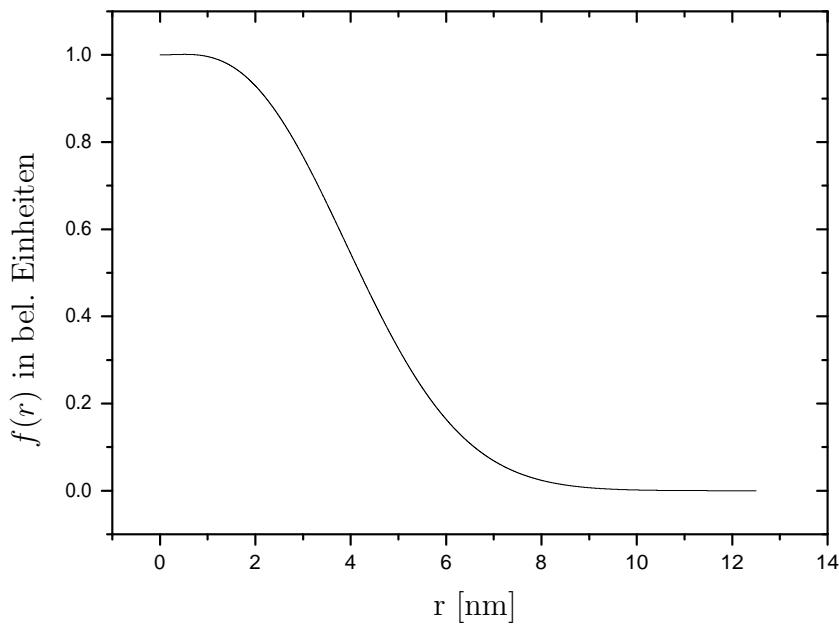
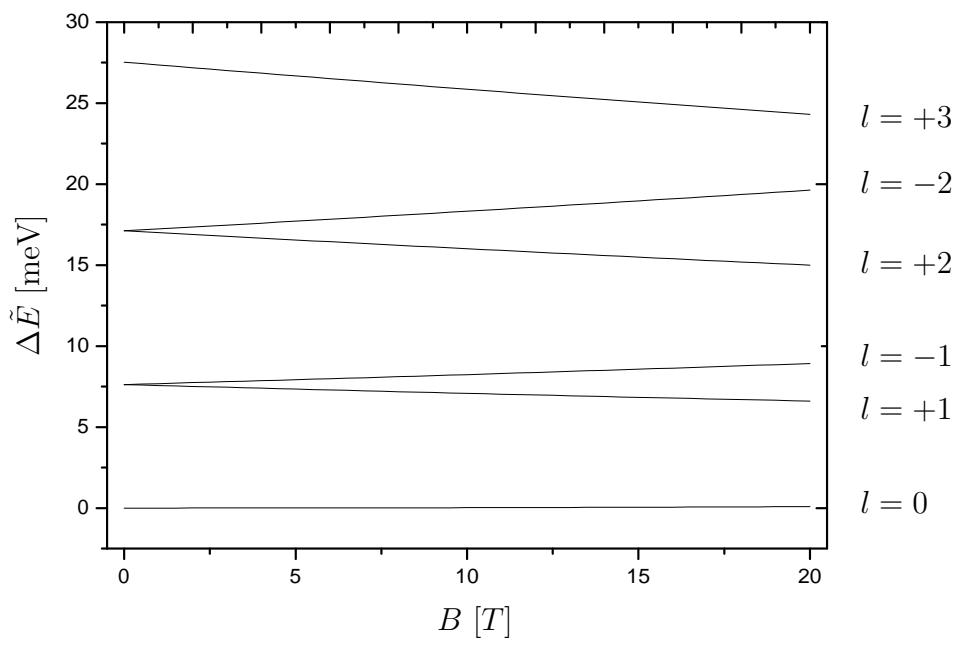
(a) radiale Wellenfunktion  $f_{l=0}(r)$ (b) Eigenenergie  $\tilde{E}$  für  $l = 0, 1, 2, 3$ 

Abbildung 9.2: Numerische Lösung der Gleichung (1.4) für die Parameter  $r_0 = 15 \text{ nm}$ ,  $E_V = \hbar\tilde{\omega} = 15 \text{ meV}$ .

(a) radiale Wellenfunktion  $f_{l=0}(r)$  für  $B = 0 \text{ T}$ (b) Eigenenergie  $\tilde{E}$  für  $l = 0, \pm 1, \pm 2$  und  $l = 3$ Abbildung 9.3: Numerische Lösung der Gleichung (1.4) für die Parameter  $r_0 = 2.5 \text{ nm}$ ,  $E_V = 15 \text{ meV}$ .

Näherung durch eine Parabel beschrieben werden. Dagegen weichen die Energien für  $E_V = 1.3 \text{ meV}$ ,  $1.0 \text{ meV}$  und  $E_V = 0.7 \text{ meV}$  immer deutlicher von einem parabolischen Verlauf ab. Bei den Energiedispersionen der Zustände mit  $l = 1$  ist die Abweichung von einem parabolischen Verlauf noch deutlicher, was z.B. an der zunehmenden Asymmetrie bezüglich des Scheitelpunktes, in Abbildung 9.2(b) zu erkennen ist. Während auch hier die Dispersion des Zustandes mit  $E_V = 1.6 \text{ meV}$  sich gut durch eine Parabel beschreiben lässt, die im Vergleich zur  $\delta$ -förmigen Wellenfunktion auf der Energie-Achse zu höherer Energie verschoben ist, lassen sich die Kurven mit abnehmendem Einschluß nicht mehr durch eine Parabel beschreiben. Des Weiteren wird das Minimum der Eigenenergien für  $l = 1$  mit abnehmendem Einschluß zu kleineren Feldern verschoben, und der Schnittpunkt mit den Eigenenergien der Wellenfunktionen mit  $l = 0$  wandert gleichzeitig zu höheren Feldern.

In Abbildung 9.2(a) sind die entsprechenden Wellenfunktionen  $f(r)$  im Nullfeld gezeigt. Die Normierung ist so gewählt, daß die Wellenfunktionen jeweils ihr Maximum bei eins haben.

Mit abnehmender Krümmung des Einschlußpotentials werden die Wellenfunktionen immer breiter. Während für  $E_V = 1.6 \text{ meV}$  die Wellenfunktion bei ca.  $35 \text{ nm}$  nur noch unwesentlich von Null verschieden ist, ist die Wellenfunktion für  $E_V = 0.7 \text{ meV}$  erst bei ca.  $45 \text{ nm}$  unwesentlich von Null verschieden. Für die Wellenfunktionen, die sich für einen Einschluß von  $E_V = 1.6 \text{ meV}$  bis  $E_V = 1.0 \text{ meV}$  ergeben, ist eine deutliche Erhöhung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit am Ort  $r_0 = 14 \text{ nm}$  zu erkennen, während die Wellenfunktion für  $E_V = 0.7 \text{ meV}$  nur noch ein sehr schwaches Maximum ausbildet. Zudem ist zu erkennen, daß sich mit abnehmender Krümmung des Einschlußpotentials das Maximum der Wellenfunktion in Richtung des Zentrums verschiebt.

In Abbildung 9.2(a) sind die Eigenenergien der Zustände mit  $l = 0, 1$  für ein Einschlußpotential  $E_V = 1 \text{ meV}$  und die Radien  $r_0 = 14, 16, 18, 20 \text{ nm}$  gezeigt. Die entsprechenden Wellenfunktionen  $f(r)$  sind in Abbildung 9.5(a) zu sehen (gleiche Normierung wie Abb. 9.2(a)). Man erkennt deutlich, daß mit zunehmendem Radius  $r_0$  die Dispersionskurven sowohl für  $l = 0$  als auch für  $l = 1$  steiler werden und sich der Schnittpunkt der Zustände mit  $l = 0$  und  $l = 1$  zu kleineren Feldern verschiebt. Für den Radius  $r_0 = 14 \text{ nm}$  erhält man einen Schnittpunkt der Zustände bei etwas über  $7 \text{ T}$ , während die Zustände mit  $r_0 = 20 \text{ nm}$  schon bei etwa  $2.5 \text{ T}$  ihren Schnittpunkt besitzen. Wie man anhand der Gleichung (1.4) sieht, skalieren die beiden magnetfeldabhängigen Terme mit  $\alpha$  und daher mit  $r_0^2$  und somit ist die starke Abhängigkeit der Energiedispersion von dem Parameter  $r_0$  auch zu erwarten. Da auch der Einschlußterm  $(\alpha\tilde{\omega}(x-1))^2$  von  $\alpha$  abhängt, ist die in Abbildung 9.5(a) gezeigte Abhängigkeit der Wellenfunktion  $f(r)$  vom Radius  $r_0$  gut zu verstehen. Da für steigenden Radius der Einschlußterm, analog zu einer Vergrößerung der Einschlußenergie  $E_V$ , größer wird, ist mit steigendem Radius eine zunehmende Lokalisierung der Wellenfunktion auf den Ringradius zu erwarten, was im Grenzfall eines unendlich großen Ringes auf einen Quantendraht führt.

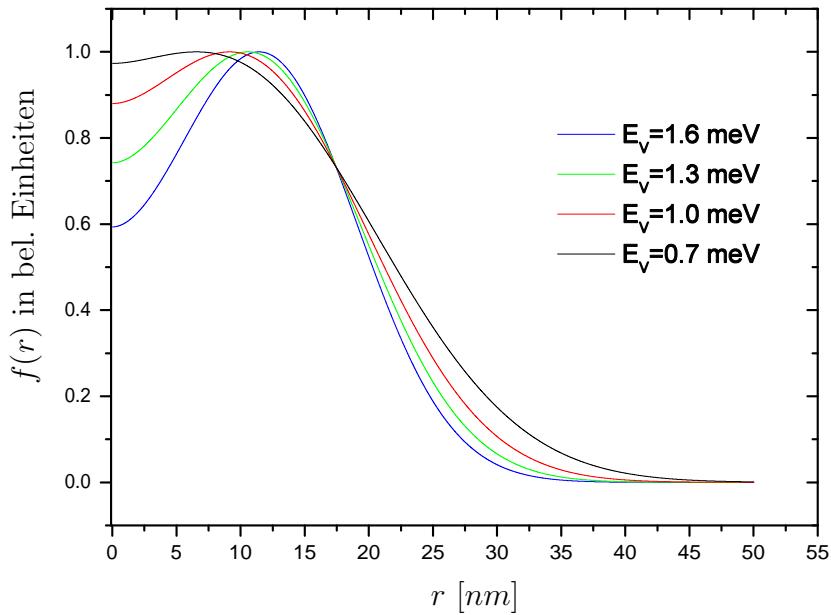
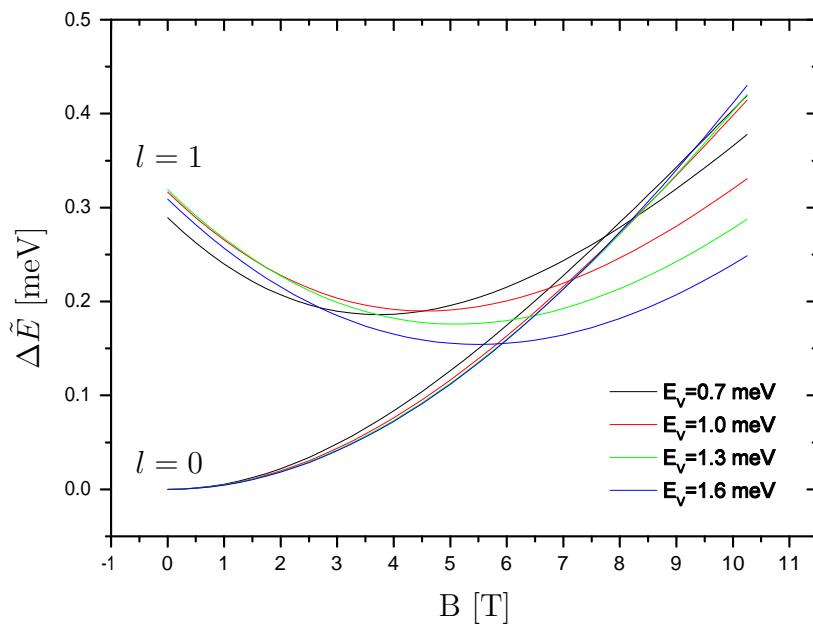
(a) radiale Wellenfunktion  $f_{l=0}(r)$ (b) Eigenenergie  $\tilde{E}$  für die Zustände mit  $l = 0, 1$ 

Abbildung 9.4: Numerische Lösung der Gleichung (1.4) für die Parameter  $r_0 = 14 \text{ nm}$ ,  $E_V = 0.7, 1.0, 1.3, 1.6 \text{ meV}$ .

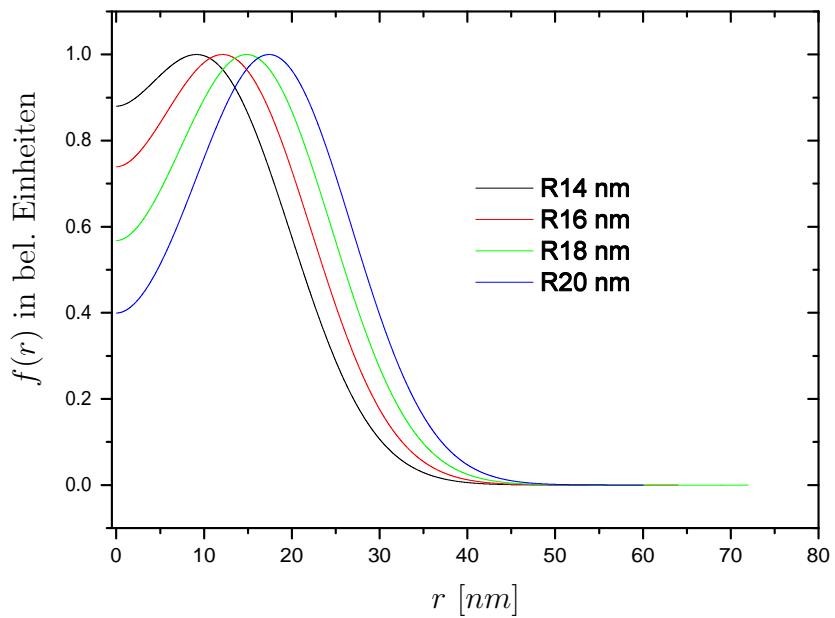
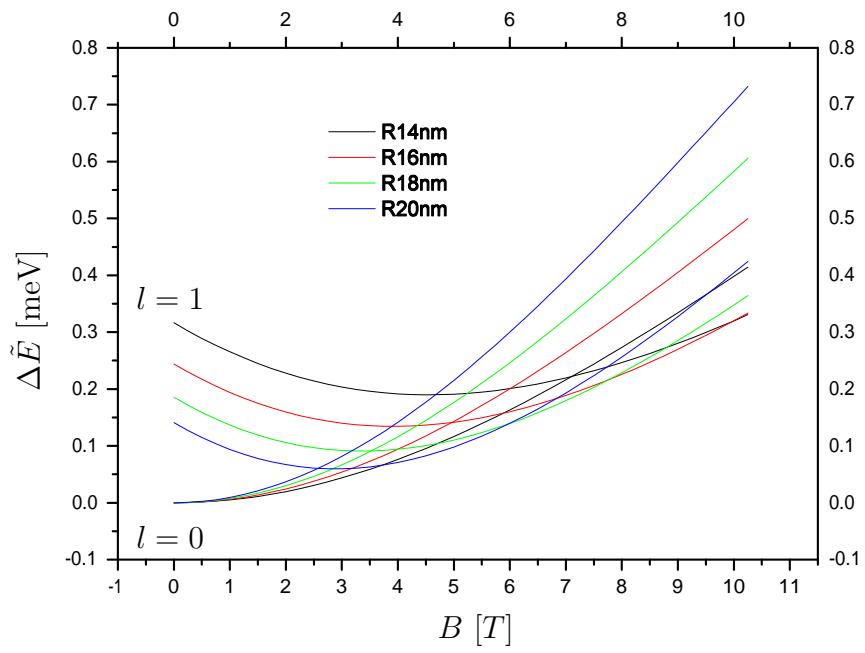
(a) radiale Wellenfunktion  $f_{l=0}(r)$ (b) Eigenenergie  $\tilde{E}$ 

Abbildung 9.5: Numerische Lösung der Gleichung (1.4) für die Parameter  $r_0 = 14 \text{ nm} - 20 \text{ nm}$ ,  $E_V = 1 \text{ meV}$ .

## 10 Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie

### 10.1 CV-Spektroskopie an der Quantenpunktprobe 11639

Die Quantenpunktprobe 11639 wurde im Rahmen dieser Arbeit präpariert und ohne Magnetfeld gemessen, die Messung im Magnetfeld und die Bestimmung der Elektronen-Eigenenergien in Abhängigkeit vom Magnetfeld wurden von Marco Ruß durchgeführt und für diese Arbeit freundlicherweise zur Verfügung gestellt.

Abbildung 10.1 zeigt den Verlauf einer CV-Kurve der Quantenpunktprobe 11639 ohne äußerer Magnetfeld. Aufgetragen ist die Gesamtkapazität  $C_{ges}$ , die nach Gleichung (7.9) aus dem gemessenen Strom berechnet wird, gegen die angelegte Gatespannung  $U_g$ . Die der Gleichspannung aufmodulierte Wechselspannung hat eine Frequenz  $\nu = 577\text{Hz}$ . Die Amplitude der Wechselspannung ist am Lock-In Verstärker mit  $U_\sim = 0.2\text{ V}$  eingestellt und wird durch den verwendeten Spannungsteiler auf  $U_\sim^{Probe} = 2\text{mV}$  reduziert. Die Fläche des für die Messung verwendeten Gates ist  $F = 676\mu\text{m} \times 676\mu\text{m}$ .

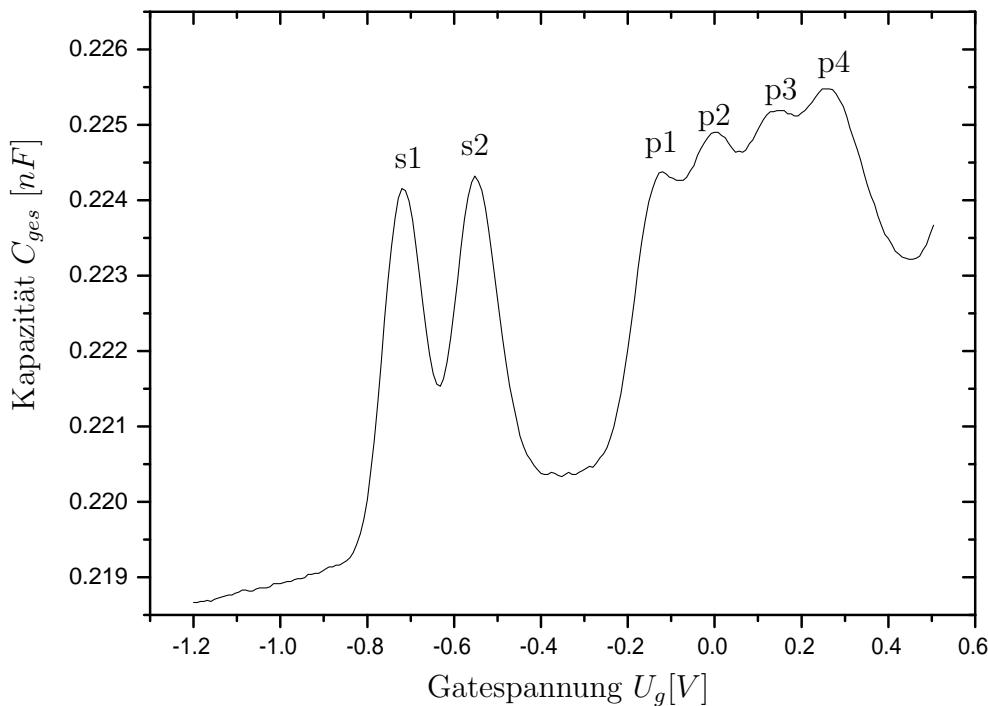


Abbildung 10.1: CV-Kurve der Probe 11639 bei  $T = 4.2\text{ K}$  ohne äußerer Magnetfeld. Mit s1 und s2 sind die Lademaxima der s-Niveaus der Quantenpunkte bezeichnet und mit p1 bis p4 die Lademaxima des p-Niveaus.

Die CV-Kurve der Quantenpunktprobe 11639 zeigt im wesentlichen vier Bereiche.

Es ist zunächst ein linearer Verlauf bis zu einer Gatespannung von  $U_g \simeq -0.86\text{ V}$

zu erkennen, der durch die geometrische Hintergrundkapazität  $C_b$  verursacht ist. Der lineare Anstieg der Hintergrundkapazität kann damit erklärt werden, daß sich durch die Erhöhung der Gatespannung auch das Ferminiveau des Rückkontaktees leicht ändert und damit der effektive Abstand zwischen Rückkontakt und Gate mit steigender Gatespannung abnimmt. Durch eine Ausgleichsrechnung läßt sich der lineare Hintergrund bestimmen, und man erhält für  $U_g = 0V$  eine experimentelle Hintergrundkapazität von  $C_b^{exp} = 0.22 \text{ nF}$ . Die Hintergrundkapazität  $C_b$  kann aus der bekannten Probengeometrie ( $d_1 = 25 \text{ nm}$ ,  $d_2 = 176 \text{ nm}$ ) nach

$$C_b = \frac{\varepsilon F}{d_1 + d_2} = 0.26 \text{ nF} \quad (10.1)$$

berechnet werden, welcher gut mit dem experimentell bestimmten Wert übereinstimmt.

Der zweite Bereich liegt zwischen  $U_g \simeq -0.86 \text{ V}$  und  $U_g \simeq -0.32 \text{ V}$ . Hier sind deutlich zwei schmale Lademaxima in der Kapazität zu erkennen. Die beiden mit s1 und s2 bezeichneten Maxima bei  $U_{s1} = -0.718 \text{ V}$  und  $U_{s2} = -0.549 \text{ V}$  entsprechen dem Laden des s-artigen Grundzustandes der Quantenpunkte, wobei aufgrund der Coulombblockade die Spin-Entartung aufgehoben ist, und somit die Eigenenergie des zweiten Elektrons um die Coulombblockade gegenüber dem ersten erhöht ist. Mit Gleichung (1.16) läßt sich aus dem Abstand der beiden Maxima s1 und s2 die Coulombenergie zu  $E_C^{s1,s2} = 23.268 \text{ meV}$  bestimmen, dabei ist die Tunnelbarriere der Probe mit  $d_1 = 25 \text{ nm}$  und der Hebelarm mit  $\lambda = \frac{1}{8}$  gegeben. Aufgrund der relativ geringen Halbwertsbreite der Lademaxima kann man davon ausgehen, daß die Größenverteilung der Quantenpunkte der Probe sehr klein ist.

Der dritte Bereich liegt zwischen  $U_g \simeq -0.32 \text{ V}$  und  $U_g \simeq 0.46 \text{ V}$ . Hier sind deutlich vier Lademaxima zu erkennen, die mit p1 bis p4 gekennzeichnet sind. Die Maxima entsprechen dem Ladevorgang von Elektronen in den 4-fach entarteten p-Zustand der Quantenpunkte, wobei auch hier die Entartung durch die Coulombblockade aufgehoben ist. Jedoch ist die Coulombblockade zwischen den p-Elektronen, mit  $E_C^{p1,p2} = 19.01 \text{ meV}$ ,  $E_C^{p2,p3} = 18.90 \text{ meV}$  und  $E_C^{p3,p4} = 18.90 \text{ meV}$ , aufgrund der asymmetrischen Wellenfunktion der p-Zustände, etwas kleiner als die Coulombblockade der s-Elektronen.

Oberhalb von  $U_g \simeq 0.46 \text{ V}$  ist noch der Beginn des Ladevorgangs der Benetzungsenschicht zu erkennen. Dieser Bereich wurde hier jedoch nicht genauer untersucht.

In den Arbeiten von R.J. Warbutron [37] und S. Tarucha [40] wird vorhergesagt, daß aufgrund der Hund'schen Regeln die ersten beiden Energieniveaus der p-Schale mit Elektronen desselben Spins besetzt werden, während die nächsten beiden einen entgegengesetzten Spin haben müssen. Damit ist die Austauschwechselwirkung im Falle gleicher Spins zu berücksichtigen, und man erwartet, daß die Coulombblockade zwischen p1 und p2 und zwischen p3 und p4 die gleiche ist, während die Coulombblockade zwischen p2 und p3 deutlich größer sein sollte. Dies wird hier experimentell nicht bestätigt (siehe auch [9]), und auch die im Folgenden gezeigten Magnetfeldabhängigkeiten der

Energieniveaus zeigen keinen Hinweis auf ein Befolgen der Hund'schen Regeln. Aus der Coulombblockade zwischen den s-Elektronen läßt sich mit Gleichung (1.9) der elektronische Radius der Quantenpunkte abschätzen. Man erhält einen Radius von  $l_e \simeq 6 \text{ nm}$ , der in einer vernünftigen Größenordnung liegt ( $l_e = 5.28 \text{ nm}$  aus CV-Messung [26],  $l_{afm} = 11.7 \text{ nm}$  aus AFM-Aufnahme [31]).

Durch Integration der Gleichung (7.8) kann aus dem Kapazitäts-Signal die Ladungsträgerdichte in der Schicht der Quantenpunkte bestimmt werden. Mit der Annahme, daß jedes Maximum dem Laden eines weiteren Elektrons in die Quantenpunkte entspricht, kann damit auf die Quantenpunktdichte geschlossen werden [31]. Dazu wird der Hintergrund linear approximiert, und die einzelnen Lademaxima werden durch Gaußfunktionen angenähert, wobei dann die Summe der Gaußfunktionen nach der Normierung auf die Fläche  $F$  gerade  $\Delta C$  aus Gleichung (7.8) entspricht. Eine detaillierte Beschreibung der Bestimmung der Ladungsträgerdichte ist anhand der Probe 11771 im folgenden Abschnitt gegeben. Für die beiden s-Niveaus der Probe 11639 erhält man

$$N_{s1} = 5.45 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2} \quad \text{und} \quad N_{s2} = 6.19 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}$$

und für die vier p-Niveaus erhält man

$$N_{p1} = 3.27 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2} \quad , \quad N_{p2} = 7.49 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2} \quad , \\ N_{p3} = 1.50 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2} \quad \text{und} \quad N_{p4} = 10.79 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}$$

Die aus den einzelnen Lademaxima bestimmten Dichten zeigen zwar deutliche Abweichungen untereinander, jedoch zeigt sich, daß der Mittelwert der beiden s-Maxima mit  $N_s = 5.82 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}$  nahezu mit dem Mittelwert der p-Maxima mit  $N_p = 5.76 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}$  übereinstimmt.

Leider liegen zu dieser Probe keine AFM-Aufnahmen vor, mit denen die bestimmten Quantenpunktdichten verglichen werden können. Die größte Unsicherheit bei der Bestimmung der Ringdichten liegt sicherlich in der Bestimmung des Hintergrundes. Des Weiteren erschwert der geringe Abstand zwischen den p-Niveaus die Auswertung, daher ist hier sicherlich dem Mittelwert die größere Aussagekraft zuzuordnen.

### Magnetfeldabhängige Messungen an der Probe 11639

In Abbildung 10.2 sind die Positionen der sechs Lademaxima über dem äußeren Magnetfeld aufgetragen. Dabei sind die Gatespannungen entsprechend Gleichung (7.2) in eine Energie umgerechnet und so auf der Energieskala verschoben, daß der s1-Zustand im Nullfeld gerade bei Null liegt. Die Messungen im Magnetfeld und die Ausgleichsrechnungen zur Bestimmung der Position der einzelnen Maxima wurden wie bereits erwähnt von Marco Ruß durchgeführt, die Messung wurde von  $B = 0 \text{ T}$  bis  $B = 10 \text{ T}$  in  $0.1 \text{ T}$ -Schritten mit einer Modulationsamplitude von  $U_{\sim} = 0.5 \text{ V}$  und einer Frequenz

von  $\nu = 1077 \text{ Hz}$  durchgeführt.

Wie erwartet, entsprechen die Kurven qualitativ dem in Abschnitt 1.3 vorgestellten Modell des zweidimensionalen harmonischen Oszillators. Es zeigt sich für die s-Niveaus nur ein sehr kleine diamagnetische Verschiebung der Eigenenergie im Magnetfeld. Anders verhalten sich die p-Niveaus, hier ist deutlich die Aufhebung der Drehimpulsentartung im Magnetfeld zu erkennen. Die beiden Niveaus p1 und p2 zeigen eine deutliche Absenkung der Eigenenergie mit steigendem Magnetfeld und können damit einem Zustand mit Drehimpuls  $l = -1$  zugeordnet werden, die Niveaus p3 und p4 sind entsprechend einem Zustand mit  $l = +1$  zuzuordnen. Es sei hier die Bemerkung gestattet, daß keine einheitliche Konvention über das Vorzeichen des Drehimpulses in der Literatur exisiert, mal ist der Zustand mit  $l = +1$  derjenige, der im Feld zu kleineren Energien verschoben wird, mal der mit  $l = -1$  (Zitat PD.Dr. Axel Carl: „Der Physiker verwendet lieber die Zahnbürste seines Kollegen als seine Nomenklatur.“). Die Hund'schen Regeln hätten einen Knick in der Steigung der Kurven p2 und p3 im Bereich zwischen  $1 \text{ T}$  und  $3 \text{ T}$  zur Folge [31, 37], was hier nicht zu beobachten ist. Die Energiedifferenz zwischen dem zweiten und dritten p-Niveau ändert sich für ein Magnetfeld  $B > 3 \text{ T}$  linear mit dem Feld, und wie in Abschnitt 1.3 beschrieben, lässt sich aus dieser Aufspaltung der p-Niveaus im Magnetfeld die effektive Masse nach Gleichung (1.23) berechnen. In Abbildung 10.3 ist die Energiedifferenz zwischen dem zweiten und dritten p-Niveau in Abhängigkeit des Magnetfeldes im Bereich von  $3 \text{ T} < B < 10 \text{ T}$  aufgetragen. Zur Bestimmung der Steigung wird eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt, die Ausgleichsgerade ist ebenfalls in Abbildung 10.3 als durchgezogene Linie dargestellt. Man erhält die Steigung

$$\frac{\partial \Delta E^{p2,p3}}{\partial B} = (1.97 \pm 1.187 \cdot 10^{-3}) 10^{-3} \frac{eV}{T}$$

und daraus eine effektive Masse von

$$m^* = (0.0588 \pm 0.0004) m_e$$

Wie in Abschnitt 3 erwähnt bestehen Quantenpunkte und Quantenringe aus einem InAs/GaAs-Gemisch, welches mit der Höhe stark variiert [16, 17]. Daher ist die experimentell bestimmte Masse in einem Bereich zwischen  $m^* = 0.063 \cdot m_e$  (GaAs) und  $m^* = 0.023 \cdot m_e$  (InAs) sinnvoll, in der Referenz [31] wurde die effektive Masse an einer ähnlichen InAs-Quantenpunktprobe zu  $m^* = 0.063 \cdot m_e$  bestimmt und in der Referenz [26] zu  $m^* = 0.034 \cdot m_e$ . Ein homogenes  $Ga_xIn_{1-x}As$  System müßte eine Galiumkonzentration von  $x = 0.9$  aufweisen, was sicherlich nicht der Konzentration in einem Quantenpunkt entspricht, um diese effektive Masse an der Bandkante von Volumen  $Ga_xIn_{1-x}As$  zu erklären ( $m^* = (0.023 + 0.037 \cdot x + 0.003 \cdot x^2) m_e$  [24]).

Die Abweichung der effektiven Masse in den Quantenpunkten von der effektiven Masse im Volumen kann neben dem Gradienten der Galiumkonzentration noch auf weitere Ursachen zurückgeführt werden. Die Wellenfunktion der Elektronen ist bis in die GaAs-Matrix ausgedehnt, was zu einer Erhöhung der effektiven Masse führt. Ver- spannungen in den Quantenpunkten können ebenfalls einen Einfluß auf die effektive Masse haben, und nicht zu letzt kann eine Nichtparabolizität für Zustände mit Energien oberhalb der Bandkante des  $Ga_xIn_{1-x}As$  auftreten und damit die effektive Masse verändern.

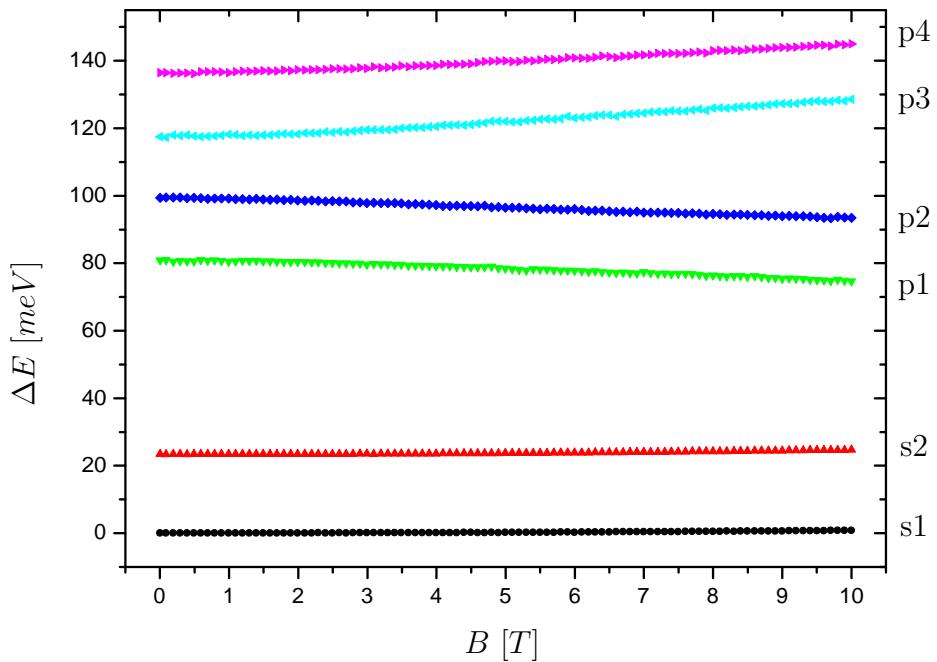


Abbildung 10.2: Energiedispersion der ersten 6 Quantenpunkt-Niveaus der Probe 11639 im äußeren Magnetfeld.

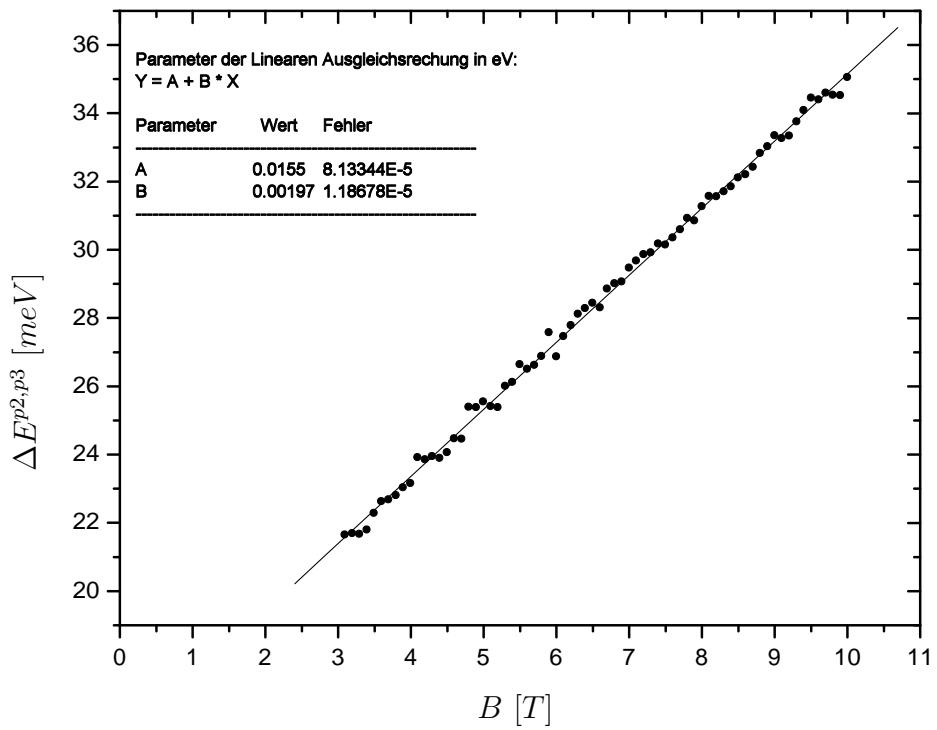


Abbildung 10.3: Bestimmung der effektiven Masse aus der Energieaufspaltung zwischen dem zweiten und dritten p-Niveau für die Probe 11639. Für die lineare Ausgleichsgerade (durchgezogene Linie) durch die Meßdaten wurde der Feldbereich auf  $3 T < B < 10 T$  eingeschränkt.

## 10.2 CV-Spektroskopie an den Quantenringproben 11771 und 11846

Abbildung 10.4 zeigt den Verlauf einer CV-Kurve der Quantenringprobe 11771 im Nullfeld (a) und bei einem senkrecht zur Probenoberfläche angelegten Magnetfeld von  $B = 10\text{ T}$  (b). Aufgetragen ist die Kapazität  $C_{ges}$  über der am Gate angelegten Gleichspannung  $U_g$ . Die beiden Kurven stammen aus derselben Meßreihe, bei der von  $B = -10\text{ T}$  bis  $B = 10\text{ T}$  in 0.2 Tesla-Schritten jeweils eine CV-Kurve von  $U_g = -1.2\text{ V}$  bis  $U_g = 1.0\text{ V}$  aufgenommen wurde. Die Frequenz  $\nu$ , mit der die Gatespannung moduliert ist, beträgt  $\nu = 577\text{ Hz}$ , und die Amplitude der Modulation beträgt  $U_\sim = 0.2\text{ V}$  am Lock-In und damit an der Probe  $U_\sim^{Probe} = 2\text{ mV}$ . Die Fläche des Gates ist  $F = 780\mu\text{m} \times 780\mu\text{m}$ .

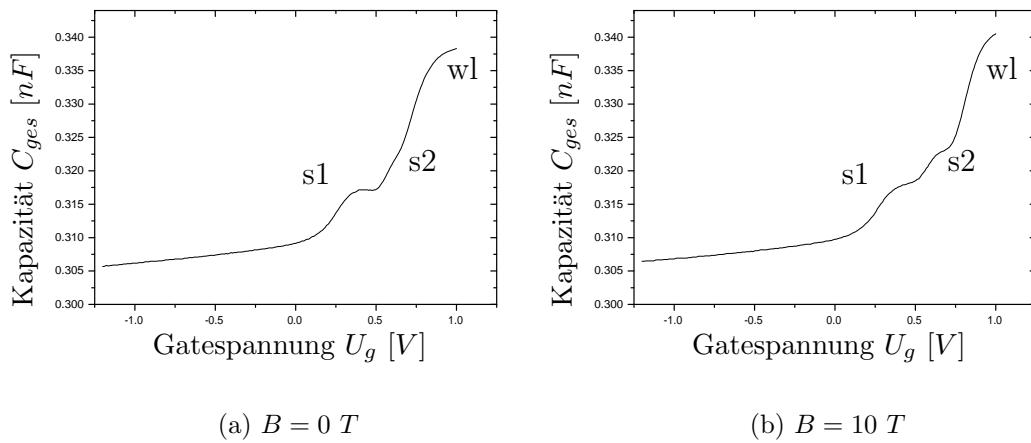


Abbildung 10.4: CV-Kurven der Quantenringprobe 11771 bei 4.2K. Mit s1 und s2 sind die beiden Lademaxima des ersten Energieniveaus (s-Niveau) der Quantenringe bezeichnet und mit wl die Ladeflanke der Benetzungsenschicht.

Im Gegensatz zur Quantenpunktprobe 11639 sind bei der Quantenringprobe nur drei Bereiche zu erkennen.

Zunächst zeigt das Kapazitäts-Signal bis zu einer Gatespannung von  $U_g \simeq 0\text{ V}$  analog zu der Quantenpunktprobe einen linearen Verlauf.

Der zweite Bereich liegt zwischen  $U_g \simeq 0\text{ V}$  und  $U_g \simeq 0.8 - 0.9\text{ V}$ . Hier sind in Abbildung 10.4(b) zwei Schultern zu erkennen, die mit s1 und s2 gekennzeichnet sind, in Abbildung 10.4(a) ist die zweite Schulter nur zu erahnen. Die Schultern s1 und s2 entstehen durch das Laden der Quantenringe mit Elektronen. Die Vermutung liegt nahe, daß es sich bei der Schulter s1 analog zu den Quantenpunkten um das Laden der Quantenringe mit einem Elektron in den Grundzustand und bei der Schulter s2 um das Laden der Quantenringe mit einem zweiten Elektron in den Grundzustand handelt,

wobei das zweite Elektron aufgrund der Coulombblockade in der Energie verschoben ist. Diese Vermutung wird im Folgenden noch weiter untermauert.

Der dritte Bereich ist mit  $wl^9$  gekennzeichnet. Hier entsteht durch das Laden der Benetzungsschicht ein exponentieller Anstieg der Kapazität, der bei etwa  $1 \text{ V}$  in ein Plateau übergeht, wenn sich in der Benetzungsschicht ein zweidimensionales Elektroengas ausgebildet hat.

Im Gegensatz zu den Quantenpunkten sind die Lademaxima  $s1$  und  $s2$  deutlich von der Ladeflanke der Benetzungsschicht überlagert, wodurch die Bestimmung der Position der Schultern aus den CV-Spektren erheblich erschwert ist. Um dennoch die Position und die Höhe der Schultern möglichst exakt und reproduzierbar zu bestimmen, wird eine Funktion  $C(U_g)$  an die Meßdaten angepaßt. Die Anpassung der Funktion wird durch das Auswertungsprogramm „Origin“ mittels einer nichtlinearen Ausgleichsrechnung (nonlinear mean square fit) durchgeführt. Zur Approximation des Hintergrundes hat sich folgende Funktion

$$C_{Hintergrund}(U_g) = y_0 + A_0 \cdot x + \frac{A_1}{1 + e^{\frac{(U_1 - U_g)}{w_1}}}$$

als geeignet erwiesen [27]. Der Hintergrund setzt sich aus der geometrischen Kapazität und dem Laden der Benetzungsschicht zusammen, dabei beschreibt

$$y_0 + A_0 \cdot x$$

die geometrische Kapazität und

$$\frac{A_1}{1 + e^{\frac{(U_1 - U_g)}{w_1}}}$$

beschreibt das Laden der Benetzungsschicht. Zur Approximation der Lademaxima wird für jede zu erkennende Schulter eine Gauß-Kurve addiert, und damit ergibt sich folgende Funktion, die an die Meßdaten anzupassen ist:

$$C(U_g) = C_{Hintergrund}(U_g) + \frac{A_{s1}}{\sqrt{\pi/2}} e^{-2\left(\frac{U_g - U_{s1}}{w_{s1}}\right)^2} + \frac{A_{s2}}{\sqrt{\pi/2}} e^{-2\left(\frac{U_g - U_{s2}}{w_{s2}}\right)^2} \quad (10.2)$$

In Abbildung 10.5(a,b) sind nochmals die beiden CV-Kurven aus Abbildung 10.4 aufgetragen, und zusätzlich sind die beiden Gaußfunktionen (rot,blau) sowie der Hintergrund (grün) aus Funktion (10.2) eingezeichnet. Die in Abschnitt 7.1 eingeführte Gesamtkapazität  $C_{ges}(U_g)$  entspricht der Funktion (10.2). Dabei entspricht  $C_{Hintergrund}$  gerade der geometrischen Hintergrundkapazität  $C_b$ , wobei hier noch das Laden der Benetzungsschicht hinzu kommt, welche in dem einfachen Modell nicht berücksichtigt wurde und einfach zu  $C_b$  addiert wird.

Die Hintergrundkapazität  $C_b$  kann aus der bekannten Probengeometrie ( $d_1 = 25 \text{ nm}$ ,  $d_2 = 175 \text{ nm}$ ) nach Gleichung (10.1) zu  $C_b = 0.35 \text{ nF}$  berechnet werden und stimmt gut

---

<sup>9</sup>Benetzungsschicht (engl. wetting layer)

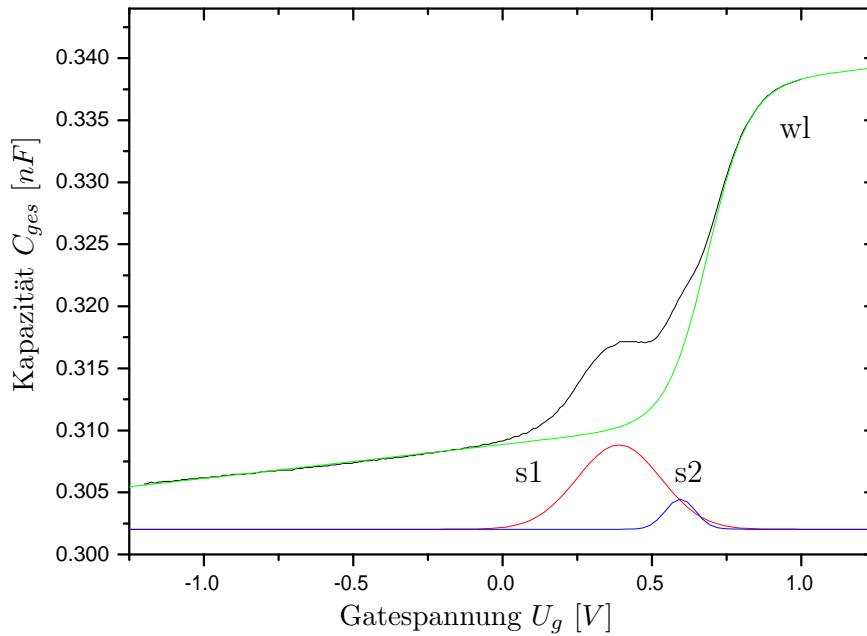
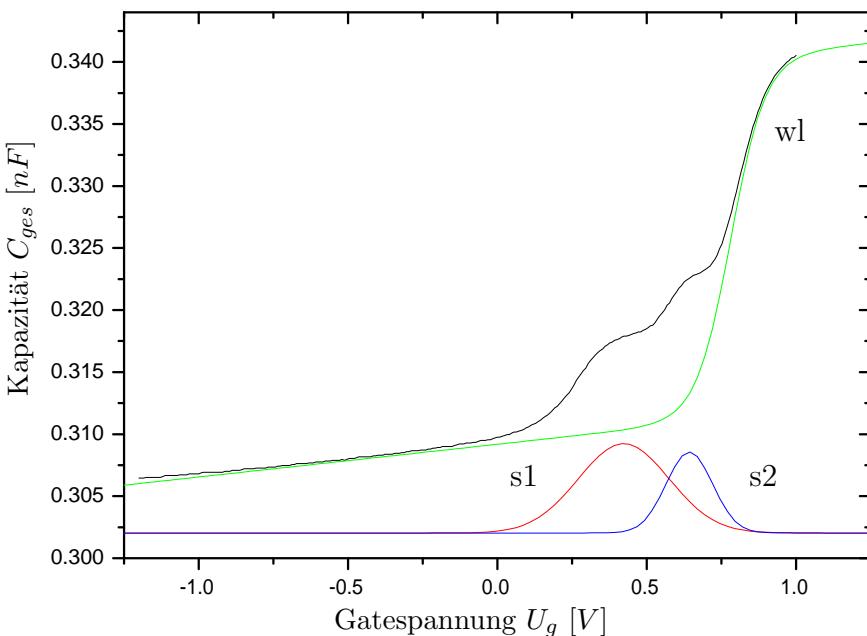
(a)  $B = 0 \text{ T}$ (b)  $B = 10 \text{ T}$ 

Abbildung 10.5: CV-Kurven der Probe 11771 aus Abbildung 10.4. Zusätzlich sind die Terme der Funktion (10.2) eingezeichnet. Der Hintergrund ist grün dargestellt, und die Gaußfunktionen sind in rot und blau eingezeichnet.

mit dem Wert von  $C_b^{exp} = 0.31 \text{ nF}$  überein, der dem Parameter  $y_0$  aus der Ausgleichsrechnung entspricht. Der lineare Anstieg der Hintergrundkapazität kann damit erklärt werden, daß sich durch die Erhöhung der Gatespannung auch das Fermi niveau des Rückkontakte leicht ändert und damit der Abstand zwischen Rückkontakt und Gate effektiv mit steigender Gatespannung abnimmt. Aus der Ausgleichsrechnung ergibt sich die Steigung zu  $A = 2.733 \frac{pF}{V}$ , was einer Änderung des Abstandes von  $\Delta d = 9 \cdot 10^{-16} \frac{m}{V}$  entspricht und damit in dem verwendeten Meßbereich vernachlässigbar ist.

Die Gaußfunktionen entsprechen dann der Kapazitätsänderung  $\Delta C$ , hervorgerufen durch Tunnelprozesse zwischen Rückkontakt und den Quantenringen. Aus Gleichung (7.8) ergibt sich durch Einsetzen der auf die Fläche  $F$  normierten Gaußfunktionen die Ladungsträgerdichte in der Schicht der Quantenringe zu

$$\begin{aligned} N_{qr} &= \frac{1}{e\lambda F} \left( \int \frac{A_{s1}}{\sqrt{\pi/2}} e^{-2\left(\frac{U_g - U_{s1}}{w_{s1}}\right)^2} dU + \int \frac{A_{s2}}{\sqrt{\pi/2}} e^{-2\left(\frac{U_g - U_{s2}}{w_{s2}}\right)^2} dU \right) \\ &=: N_{s1} + N_{s2} \end{aligned} \quad (10.3)$$

Nach dem Pauli-Prinzip kann ein quantenmechanischer Zustand nur mit einem Elektron besetzt werden. Der Grundzustand der Quantenringe ist s-artig und damit nur Spinentartet, d.h der Quantenring kann im Grundzustand mit je einem Spin-up und einem Spin-down Elektron besetzt werden, des Weiteren ist in der CV-Spektroskopie die Spinentartung durch die Coulombblockade aufgehoben. Daher kann man annehmen, daß die Schulter „s1“ dem Laden der Quantenringe mit einem Elektron in den s-artigen Grundzustand entspricht und die zweite Schulter „s2“ dem Laden des zweiten Elektrons entspricht. Damit sollte  $N_{s1}$  und  $N_{s2}$  gerade der Quantenringdichte entsprechen. Einsetzen der aus der Ausgleichsrechnung bestimmten Parameter ergibt die in Tabelle 10.1 aufgeführten Ladungsträgerdichten in der Quantenringsschicht für  $B = 0 \text{ T}$  und  $B = 10 \text{ T}$ . Die aus der CV-Spektroskopie bestimmte Ringdichte weicht für  $B = 0 \text{ T}$

Magnetfeld	$N_{s1}$	$N_{s2}$	$\Delta N_{s1} = (N_{s1} - N_{afm})/N_{afm}$	$\Delta N_{s2}$
B in T	$10^{10} \text{ cm}^{-2}$		%	%
0	1.95	0.25	25	-84
10	2.25	1.04	44	-33

Tabelle 10.1: Ladungsträgerdichte in der Quantenringsschicht bestimmt aus CV-Messungen, die aus den AFM-Bildern bestimmte Dichte beträgt  $N_{afm} = 1.56 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ .

um  $\Delta N_{s1} = 25\%$  von der aus der AFM-Messung (Abschnitt 5) bestimmten Ringdichte ab. Dies ist ein deutlicher Hinweis darauf, daß die erste Schulter dem Laden der Quantenringe mit einem Elektron entspricht. Eine Abweichung von 25% kann darauf zurückgeführt werden, daß mit der AFM-Messung eine Ringschicht an der Probeoberfläche untersucht wird und die CV-Messung von der Dichte der Quantenringe im

Inneren der Probe abhängt. Auch wenn die bei der Herstellung eingestellten Wachstumsbedingungen für beide Schichten identisch sind, läßt sich die Bedeckung mit InAs kaum genauer als  $\simeq 0.1 \text{ ML}$  kontrollieren. Eine weitere Ursache für die Abweichung zwischen der „CV-Ringdichte“ und der „AFM-Ringdichte“ ist die relativ großen Halbwertsbreite der Gaußfunktionen, verglichen mit den Lademaxima der Quantenpunkte. Die Halbwertsbreite der Lademaxima ist ein direktes Maß für die Größendispersion der Quantenringe, und die AFM-Untersuchung der Probe 11771 (vgl. Abschnitt 5) hat gezeigt, daß die Standardabweichung der Ringdurchmesser mit  $\langle \sigma \rangle \simeq 3.9 \text{ nm}$  relativ groß ist. Durch die starke Verbreiterung der Maxima des s1- und s2-Niveaus lassen sich diese in den CV-Spektren nur schlecht voneinander trennen, was die Auswertung zusätzlich, zu der Überlagerung der Lademaxima durch die Ladeflanke der Bentzungsschicht, erschwert.

Zudem zeigt sich, daß das Kapazitäts-Signal mit steigender Wechselspannungsfrequenz zunächst steigt und dann wieder abnimmt, was auf eine LCR-Resonanz im Meßaufbau hinweist. Daher ist eine bessere Bestimmung der Ringdichten für kleinere Frequenzen  $\nu$  zu erwarten. Jedoch führt eine Reduktion der Frequenz zu einem stärkeren Rauschen im Meßsignal, was eine Auswertung der Messungen bei Frequenzen deutlich unterhalb von  $\nu = 577 \text{ Hz}$  unmöglich macht.

Wie man bereits in Abbildung 10.5(a) sieht, ist das zweite Lademaximum deutlich kleiner als das erste Lademaximum. Mit der Annahme, daß die zweite Schulter dem Laden der Quantenringe mit einem zweiten Elektron in den Grundzustand entspricht, sollte die Fläche der zweiten Gaußkurve (blaue Kurve) im wesentlichen der ersten (rote Kurve) entsprechen. Nur die Position der zweiten Gaußkurve sollte gegenüber der ersten wegen der Coulombblockadeenergie zu größeren Gatespannungen verschoben sein. Möglicherweise ist das Energieniveau des zweiten Elektrons bereits durch die Coulombblockade so weit zu höheren Energien verschoben, daß ein Großteil der Ladungen nicht in einen gebundenen Zustand der Quantenringe tunneln, sondern zum Laden der Bentzungsschicht beiträgt.

Betrachtet man die Abbildung 10.5(b), so fällt auf, daß die Höhen der Gaußfunktionen bei  $B = 10 \text{ T}$  nahezu gleich sind, lediglich die Halbwertsbreite des zweiten Lademaximums ist kleiner als die des ersten.

Da die Bentzungsschicht ein zweidimensionale Elektronengas darstellt und sich im Magnetfeld Landau-Niveaus ausbilden, die mit

$$\Delta E(B) = \frac{1}{2} \hbar \omega_c \quad (10.4)$$

durch das Magnetfeld verschoben werden [26] und Elektronen nur in diese Niveaus tunneln können, wird das Laden der Bentzungsschicht mit wachsendem Feld zu höheren Gatespannungen bzw. höheren Energien verschoben. Bei  $B = 0 \text{ T}$  ergibt sich der Parameter  $U_1$ , der die Position der Ladeflanke der Bentzungsschicht beschreibt, zu  $U_1 = 0.687 \text{ V}$ . Bei  $B = 10 \text{ T}$  beträgt dieser Wert  $U_1 = 0.782 \text{ V}$ , was einer Verschiebung von  $95 \text{ mV}$  bzw. einer Energieänderung von  $11.9 \text{ meV}$  entspricht. Dagegen wird

die Lage der Schulter  $s1$  nur um  $34 \text{ mV}$  von  $U_{s1} = 0.389 \text{ V}$  nach  $U_{s1} = 0.423 \text{ V}$  verschoben, und die Lage der Schulter  $s2$  wird um  $48 \text{ mV}$  von  $U_{s2} = 0.595 \text{ V}$  nach  $U_{s2} = 0.643 \text{ V}$  verschoben. Das heißt, mit zunehmendem Magnetfeld wird der Abstand zwischen dem ersten Landau-Niveau der Benetzungsenschicht und dem Energieniveau des zweiten Elektrons in den Quantenringen immer größer. Aufgrund der Abhängigkeit der Coulombblockade von dem Ringradius sowie der Abhängigkeit der Eigenenergie der Quantenringe von der Größe der Ringe kann die kleinere Halbwertsbreite der zweiten Schulter, entsprechend der obigen Annahme, wie folgt interpretiert werden. Je kleiner der Quantenring ist, desto höher liegt der zweite besetzbare Zustand im Quantenring, und im Umkehrschluß: Je größer der Ring, desto kleiner ist die Eigenenergie des zweiten Zustandes. Damit kann die Tatsache, daß die zweite Schulter schmäler ist, dadurch erklärt werden, daß das zweite Energieniveau der kleineren Ringe bereits im Kontinuum der Benetzungsenschicht liegt und nicht zu spektroskopieren ist, während die größeren Ringe noch zur Kapazität beitragen.

Abbildung 10.6 zeigt den Verlauf der Kapazität der Quantenringprobe 11846 im Nullfeld. Aufgetragen ist die Gesamtkapazität  $C_{ges}$  über der am Gate angelegten Gleichspannung  $U_g$ . Die CV-Kurve ist von  $U_g = -0.5 \text{ V}$  bis  $U_g = 1.7 \text{ V}$  aufgenommen, ansonsten entsprechen die Parameter denen der CV-Kurven der Probe 11771.

Neben der eigentlichen Meßkurve (schwarz) sind noch die Gausfunktionen (rot, blau) und die Kurve  $C_{Hintergrund}(U_g)$  (grün) aus Gleichung 10.2 eingezeichnet. Man erkennt deutlich ein Lademaximum bei  $U_{s1} = 0.724 \text{ V}$  und ein weiteres bei  $U_{s2} = 1.057 \text{ V}$ . Dabei sind beide Maxima deutlich ausgeprägter als bei der Probe 11771, und sowohl das Signal der Benetzungsenschicht als auch die Schultern  $s1$  und  $s2$  treten bei der Probe 11846 erst bei deutlich höheren Gatespannungen auf.

Ein direkter Vergleich der Gatespannungen ist zwischen den Proben nicht möglich. Wie in Abschnitt 7.1 erwähnt, kann die Spannung am Ort der Quantenringe, welche durch eine Spannung am Gate verursacht wird, bis auf eine Konstante mit Gleichung (7.1) bestimmt werden, jedoch ist die Konstante unbekannt. Die Konstante  $U_0$  ist im wesentlichen durch die lokale Fermienergie, welche durch den Rückkotakt definiert ist, die Schottky-Barriere zwischen Metall-Gate und GaAs und die relative Tiefe der Quantenringpotentiale bezüglich der Fermienergie bestimmt, wobei hier wesentlich die Dicke der Tunnelbarriere eingeht. Besonders deutlich wird dies, wenn man die Gatespannungsskalen der Abbildungen 10.5(a) und 10.6 vergleicht. Das Maximum der ersten Ladeschulter der Probe 11771 liegt bei  $U_{s1} = 0.389 \text{ V}$ , das der Probe 11846 bei  $U_{s1} = 0.724 \text{ V}$ . Die CV-Kurve der Probe 11846 sollte durch die größere Tunnelbarriere jedoch im Ganzen auf der Spannungsskala zu höheren Spannungen verschoben sein. Somit lassen sich die CV-Kurven der Proben zumindest in ihrer Form miteinander vergleichen, und auch die Abstände der Lademaxima bezogen auf die Ladeflanke der Benetzungsenschicht können

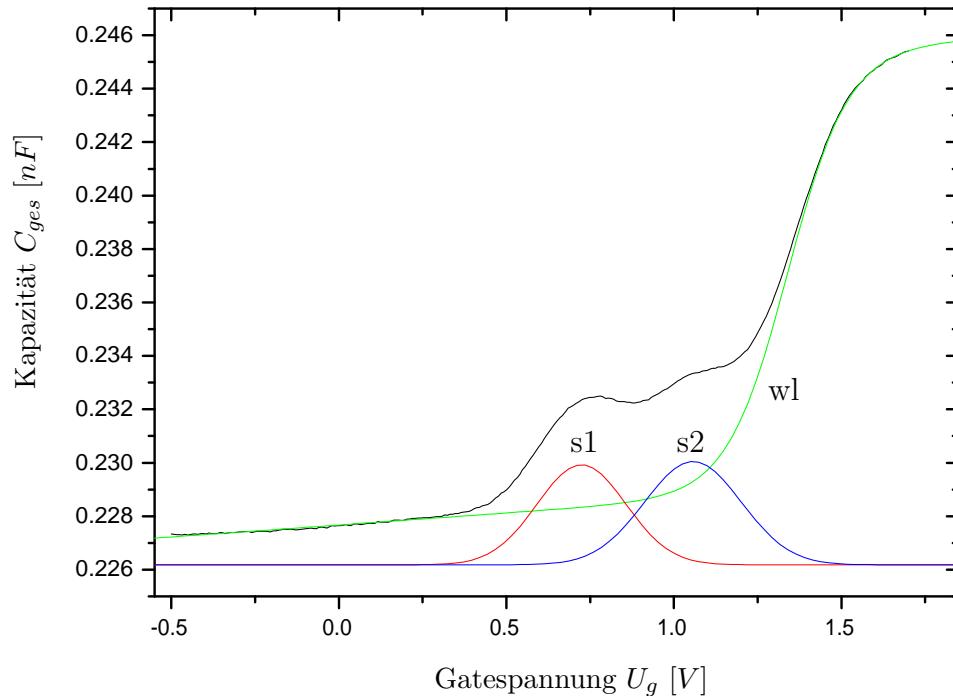


Abbildung 10.6: CV-Kurven der Probe 11846 (schwarz). Zusätzlich sind die Terme der Funktion (10.2) eingezeichnet. Der Hintergrund ist grün dargestellt, und die Gaußfunktionen sind in rot und blau eingezeichnet.

miteinander verglichen werden. Das erste Lademaximum ist nahezu nicht durch das Signal der Benetzungsschicht beeinflußt, und auch das zweite Lademaximum ist gegenüber der Probe 11771 wesentlich geringer durch die Benetzungsschicht beeinflußt. Die AFM-Untersuchungen an den Proben 11846 und 11771 (siehe Abschnitt 5) zeigen, daß die Quantenringe der Probe 11846 eine etwas größere Höhe aufweisen verglichen mit den Quantenringen der Probe 11771. Eine größere Höhe führt zu einer Absenkung der Eigenenergie der Elektronen bezüglich der Wachstumsrichtung, was dazu führt, daß die Ringe bei kleineren Gatespannungen geladen werden. Der mittlere Radius der Quantenringe der Probe 11846 ist ebenfalls größer als der Radius der Quantenringe in der Probe 11771, was ebenfalls zu einer Verringerung der Eigenenergie führt.

Die Hintergrundkapazität ergibt sich mit  $d_1 = 42 \text{ nm}$  und  $d_2 = 295 \text{ nm}$  analog zu Gleichung (10.1) für die Probe 11846 zu  $C_b = 0.21 \text{ nF}$ , und mit dem Parameter  $y_0$  aus der Ausgleichsrechnung erhält man, in guter Übereinstimmung mit dem geometrisch bestimmten Wert,  $C_b^{exp} = 0.23 \text{ nF}$ .

Mit den Parametern der Ausgleichsrechnung für das erste Lademaximum und der Gleichung (10.3) erhält man für die Ringdichte  $N_{s1} = 1.02 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ , und mit den Parameter für das zweite Lademaximum erhält man  $N_{s2} = 1.15 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ . Damit stimmt

die Ringdicht, welche aus der CV-Messung bestimmt ist, gut mit der aus der AFM-Aufnahme bestimmten Ringdichte  $N_{afm} = 0.9 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  überein. Die Abweichung beträgt 13% bzw. 27% zwischen der Ringdichte aus der AFM-Aufnahme und den Ringdichten aus der CV-Messung.

Die Messungen im Magnetfeld lassen sich bei der Probe 11846 nicht auswerten, da es hier zu unerwarteten Effekten kommt, die bisher nicht verstanden sind. Zum Beispiel zeigt das erste Lademaximum eine Verringerung der Signalgröße, während das zweite Lademaximum im Magnetfeld größer wird. Zudem verschwimmen die beiden Lademaxima mit zunehmendem Magnetfeld zu einem schlecht zu trennenden Plateau, und die Maxima der Schultern verschieben bei steigendem Magnetfeld zu kleineren Gatespannungen, was eine Absenkung der Eigenenergien der Elektronen im Quantenring entsprechen würde. Ein solcher „Paramagnetismus“ des 1-Elektronen-Grundzustandes ist zumindest nach den bisherigen Überlegungen nicht zu erwarten. Möglicherweise können diese Effekte auf die Elliptizität der Ringe und damit verbundene Effekte, die bisher in den Modellen nicht berücksichtigt sind, zurückgeführt werden. Problematisch ist darüber hinaus die Tatsache, daß es bei der Präparation dieser Probe zu Komplikationen beim Einlegieren des AuGe's gekommen ist und ein zweites Einlegieren nötig war, um einen ohmschen Kontakt zwischen Probenoberfläche und Rückkontakt herzustellen. Damit kann man hier keine sicheren Aussagen über die Ursache des abnormalen Verhaltens im Magnetfeld treffen, jedoch ist es überraschend, daß die im Nullfeld bestimmte Hintergrundkapazität nur um 9% von der geometrischen Hintergrundkapazität abweicht und die Ringdichten aus der CV-Messung ebenfalls gut mit den aus der AFM-Aufnahme bestimmten Ringdichte übereinstimmt. Zur Klärung dieser Frage sind weitere Untersuchungen mit neu präparierten Proben notwendig.

### 10.2.1 Coulombblockade

Die Coulombenergie  $E_C$ , die zum Umladen der Quantenringe von einem Elektron auf zwei Elektronen pro Quantenring nötig ist, kann nach Gleichung (1.16) unter Berücksichtigung der Bildladung im Rückkontakt direkt aus dem Abstand der Lademaxima in der CV-Spektroskopie bestimmt werden. Für die Quantenringprobe 11771 erhält man aus den Parametern der Ausgleichsrechnung einen Abstand der Maxima von  $\Delta U_g = 0.595V - 0.389V = 0.206V$  und damit eine Coulombenergie von  $E_C = 27.97 \text{ meV}$ , wobei die Tunnelbarriere der Probe eine Dicke von  $d_1 = 25 \text{ nm}$  hat und der Hebelarm der Probe  $\lambda = \frac{1}{8}$  beträgt. Die Coulombenergie ist damit größer als die Coulombenergie  $E_C^{s1,s2} = 23.27 \text{ meV}$ , welche in Abschnitt 10.1 für die Quantenpunktprobe 11639 bestimmt wurde. Dieses Ergebniss ist überraschend, da man aufgrund der größeren Ausdehnung der Quantenringe ( $r_{afm} \simeq 16 \text{ nm}$ ) gegenüber der Ausdehnung der Quantenpunkte ( $l_e \simeq 6 \text{ nm}$ ) für die Coulombenergie der Quantenringe einen klei-

neren Wert erwarten würde. Im Abschnitt 7 wurde bereits erwähnt, daß aufgrund der hohen Ringdichte eine Änderung in der Gatespannung nicht exakt durch Gleichung (7.2) in eine Energieänderung am Ort der Quantenringe umzurechnen ist, was jedoch in Abschnitt 1.2 stillschweigend vorausgesetzt wurde. Es muß noch die Änderung des Leitungsbandkanten-Verlaufs aufgrund der Flächenladungsdichte in der Schicht der Quantenringe berücksichtigt werden. Der Einfluß der Ladungsträgerdichte kann durch den Korrekturterm  $\frac{\sigma_{qr}d_1d_2}{\varepsilon(d_1+d_2)}$  angenähert werden (vgl. Anhang A). Damit erhält man für die korrigierte Coulombenergie

$$\tilde{E}_C = E_C - \frac{\sigma_{qr}d_1d_2}{\varepsilon(d_1+d_2)} \quad (10.5)$$

dabei ist  $d_1$  die Dicke der Tunnelbarriere,  $d_2$  der Abstand zwischen der Quantenringschicht und der Probenoberfläche und  $\sigma_{qr}$  die Flächenladungsdichte in der Quantenringschicht. Mit den bekannten Parametern  $d_1 = 25 \text{ nm}$  und  $d_2 = 175 \text{ nm}$  der Probe 11771 sowie der Ringdichte  $N_{afm} = 1.56 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  erhält man für die korrigierte Coulombenergie den Wert  $\simeq 23 \text{ meV}$ , was in etwa der Coulombenergie der Quantenpunktprobe 11639 entspricht und damit immer noch recht hoch erscheint. Für die Probe 11846 erhält man mit einer Ringdichte von  $N_{afm} = 0.9 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ , einer Tunnelbarriere von  $d_1 = 42 \text{ nm}$  und einem Hebelarm von  $\lambda = \frac{1}{8}$  sowie dem Parameter  $d_2 = 295 \text{ nm}$ , aus dem Abstand der Lademaxima  $\Delta U_g = 1.057V - 0.724V = 0.333V$  eine korrigierte Coulombenergie von  $\tilde{E}_C \simeq 38 \text{ meV}$ . Dieser Wert erscheint viel zu hoch, da die Probe 11846 mit  $r_0 \simeq 17 \text{ nm}$  (mittel zwischen großem und kleinen Durchmesser der Ellipse vgl. Tabelle 5.1) einen größeren Radius als die Probe 11771 aufweist. Die Ursache der hohen Coulombenergie ist bisher unklar; möglicherweise verbirgt sich in den Messungen noch ein bisher unentdeckter systematischer Fehler, oder die naive Vorstellung, daß mit wachsendem Radius der Quantenringe die Coulombenergie analog zu Quantenpunkten sinkt, ist falsch. Eine mögliche Erklärung liefert die Tatsache, daß die effektive Dicke der Tunnelbarriere von der Gatespannung abhängt und mit zunehmender Gatespannung kleiner wird, was eine reduzierung des Hebelarmes und damit auf eine zu groß bestimmte Coulombenergie führt. Jedoch führt ein kleinerer Hebelarm zu einem größeren Fehler in der Bestimmung der Ringdichten und die Abschätzung der Abstandsänderung von Fermi-See zur Quantenringschicht aus dem linearen Anstieg der geometrischen Hintergrundkapazität zeigt, daß die Änderung mit  $\Delta d = 9 \cdot 10^{-16} \frac{m}{V}$  für die Probe 11771 vernachlässigbar klein ist.

Für die Probe 11846 muß des Weiteren noch die Elliptizität und die „schlechte“ Probenpräparation berücksichtigt werden. Um hier gesicherte Aussagen treffen zu können, sind weitere Messungen an Proben mit unterschiedlichen Radien nötig.

### 10.2.2 Grundzustandsenergie der Elektronen in der Quantenringprobe 11771

Die Grundzustandsenergie eines Elektrons im Einschlußpotential eines Quantenrings kann in Abhängigkeit von einem senkrecht zur Ringebene angelegten Magnetfeld durch Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie bestimmt werden. Dazu wird zu jedem angelegten Magnetfeld  $B$  eine CV-Kurve aufgenommen. Die entsprechende Meßreihe wurde wie anfangs erwähnt von  $B = -10 \text{ T}$  bis  $B = 10 \text{ T}$  in  $\Delta B = 0.2 \text{ T}$  Schritten durchgeführt. Zur Bestimmung der Position  $U_g$  des ersten Lademaximums (in Abb. 10.4(a,b) mit s1 markiert), in Abhängigkeit vom angelegten Magnetfeld  $B$ , wird die im vorhergehenden Abschnitt beschriebene Ausgleichsrechnung zum Anpassen der Funktion (10.2) durch eine in „Origin“ programmierte Automatisierungsroutine für die einzelnen Meßdaten durchgeführt.

Die Grundzustandsenergie läßt sich bis auf eine Magnetfeld unabhängige Konstante  $E_0$  durch  $E = e\lambda U_g + E_0$  (vgl. Gl. (7.2)) direkt aus der Lage des ersten Maximums (Abb. 10.5 etc.) eindeutig bestimmen. Analog dazu kann die Grundzustandsenergie des zweiten Elektrons aus der Position des zweiten Lademaximums bestimmt werden. Die so ermittelten Grundzustandsenergien des ersten Elektrons sind in Abbildung 10.7 als schwarze Punkt gezeigt (s1), die des zweiten Elektrons als rote Dreiecke (s2). In der Abbildung gibt die rechte Skala die aus der Ausgleichsrechnung bestimmte Gatespannung  $U_g$  in Volt wieder und die linke Skala die daraus resultierende Energie in Millielektronenvolt.

Im Folgenden wird  $E_0$  so gewählt, daß der Wert des ersten Lademaximums bei  $B = 0 \text{ T}$  gerade Null ist. Diese Wahl hat keinen physikalischen Hintergrund, sondern dient lediglich der Übersichtlichkeit.

In Abbildung 10.8 sind die Grundzustandsenergien des ersten Elektrons aus Abbildung 10.7 nochmals mit größerer Energieauflösung über dem Magnetfeld aufgetragen. Der Datenpunkt in rot ist allem Anschein nach ein Artefakt und wird im Folgenden nicht weiter betrachtet. An den mit Pfeilen gekennzeichneten Stellen ist eine deutliche Änderung des Kurvenverlaufes zu erkennen. Die Änderungen treten bei Magnetfeldern von etwa  $B_1 = 2.4T - 2.6T$  und  $B_2 = 5T$  auf.

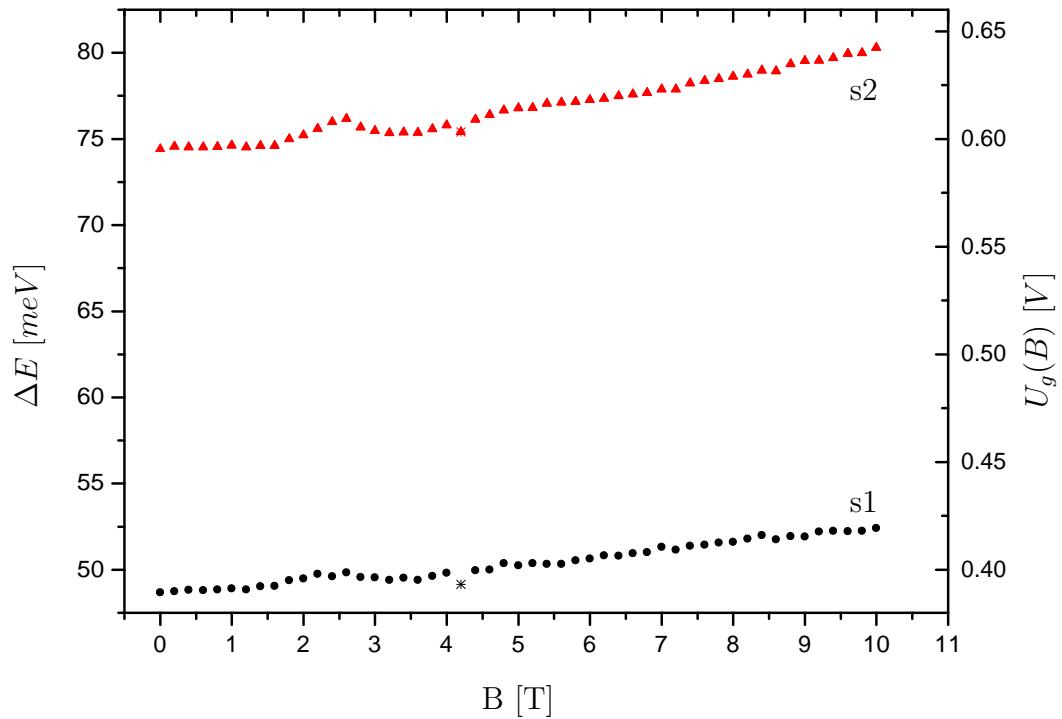


Abbildung 10.7: Grundzustandsenergie des ersten (s1) und zweiten (s2) Elektrons der Quantenringprobe 11771 in Abhängigkeit vom senkrecht zur Probenoberfache angelegten Magnetfeld B.

In Abbildung 10.9 sind analog zur Abbildung 10.8 die Grundzustandsenergien des zweiten Elektrons in Abhängigkeit vom angelegten Magnetfeld B aufgetragen. Auch hier fällt der in rot gezeichnete Datenpunkt auf, der im Folgenden ebenfalls ignoriert wird. Weiterhin ist zu erkennen, daß die Eigenenergien bis zu einem Magnetfeld von ca. 1.6 T nahezu konstant sind. Dies ist mit ziemlicher Sicherheit ein Artefakt aufgrund der Ausgleichsrechnung, weil bei kleinen Magnetfeldern die zweite Schulter (s2) nahezu vollständig durch den Hintergrund überdeckt wird und damit die exakte Position des Lademaximums nicht bestimmt werden kann. Bei der zweiten Schulter ist eine Änderung des Kurvenverlaufes (Pfeile) noch deutlicher zu erkennen als bei der ersten Schulter.

Die mit Pfeilen gekennzeichneten Strukturen (Maxima bzw. Schultern) treten bei den selben Magnetfeldern auf, wie die des ersten Lademaximums. Die Änderung des Kurvenverlaufes kann auf einen Übergang der Elektronen-Wellenfunktion von einem Zustand mit Drehimpuls  $l = 0$  zu einem Zustand mit Drehimpuls  $l = 1$  erklärt werden. Nimmt man den aus der AFM-Aufnahme (vgl. Tabelle 5.1) bestimmten Ringradius  $r_0 \simeq 16 \text{ nm}$  an, so kann mit Hilfe der Gleichung (1.6) das Magnetfeld bestimmt werden,

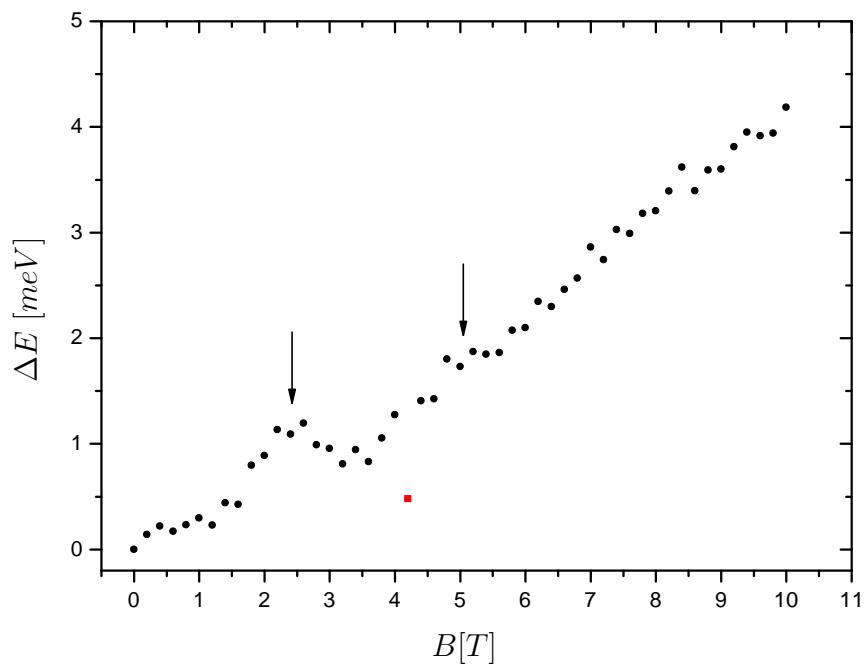


Abbildung 10.8: Grundzustandsenergie des ersten Elektrons in Abhängigkeit des senkrecht zur Probenoberfläche angelegten Magnetfeldes. Die Werte sind auf der Energieachse zum Ursprung verschoben.

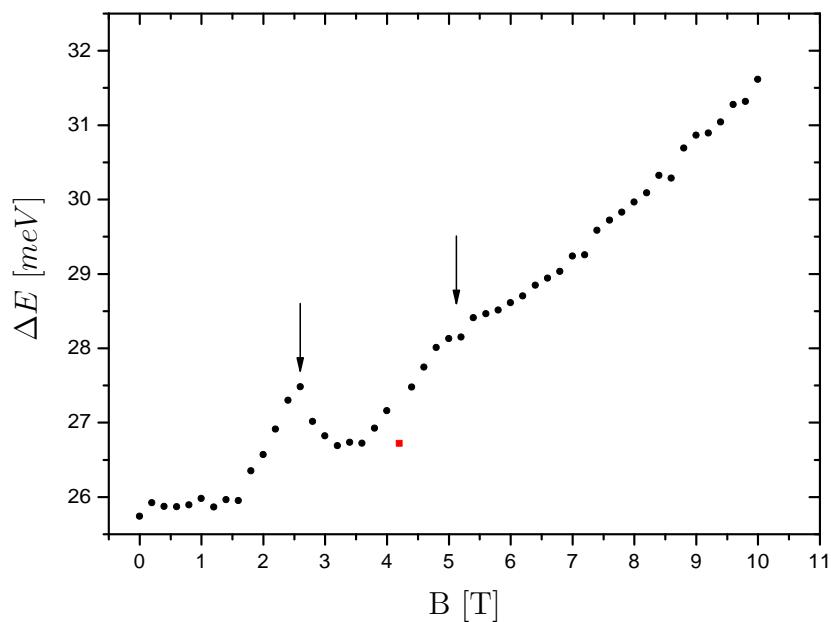


Abbildung 10.9: Grundzustandsenergie des zweiten Elektrons in Abhängigkeit des senkrecht zur Probenoberfläche angelegten Magnetfeldes. Die Werte sind auf der Energieachse relativ zum Ursprung der Abbildung 10.8 angegeben.

bei dem die Elektronen-Wellenfunktion von einem ( $l = 0$ )-Zustand zu einem ( $l = 1$ )-Zustand übergeht. Es gilt

$$B_{l,l+1} = \frac{\hbar(2l+1)}{er_0^2} \quad (10.6)$$

Demnach ist ein Übergang für eine  $\delta$ -förmige Wellenfunktion mit Radius  $r_0 = 16 \text{ nm}$  von  $l = 0$  zu  $l = 1$  bei  $B = 2.57 \text{ T}$  zu erwarten. Dieser Wert stimmt überraschend gut mit  $B_1 = 2.4T - 2.6T$  überein, jedoch ist nach Gleichung (10.6) der Übergang von  $l = 1$  nach  $l = 2$  erst bei  $B = 7.71T$  zu erwarten und nicht bei  $B_2 = 5T$ . Da diese Abweichung möglicherweise auf eine Abweichung der Elektronen-Wellenfunktion von der modellhaften  $\delta$ -förmigen Wellenfunktion zurückzuführen ist, sind in Abbildung 10.10 drei numerisch berechnete Kurvenverläufe zusammen mit dem experimentell bestimmten Verlauf der Eigenenergie des ersten Elektrons in Abhängigkeit vom Magnetfeld dargestellt. Betrachtet man die Gleichung (1.4) und die darin enthaltene dimensionslose Größe  $\varepsilon = \frac{2m^*r_0^2}{\hbar^2}E$ , so fällt auf, daß die effektive Masse  $m^*$  keinen Einfluß auf das kritische Magnetfeld hat, bei dem der Grundzustand von einem Zustand mit  $l = 0$  zu einem Zustand mit  $l = 1$  übergeht. Das kritische Magnetfeld wird nur durch die Parameter  $r_0$  und  $E_V = \hbar\tilde{\omega}$  festgelegt. Eine Änderung der effektiven Masse hat lediglich eine Reskalierung der Energieskala zur Folge. Die numerischen Dispersionskurven lassen sich mit der effektiven Masse  $m^* = 0.04 \cdot m_e$  so skalieren, daß sie bis zu einem Feld von  $B = 2.6 \text{ T}$  in etwa mit der experimentell bestimmten Dispersion übereinstimmen. Die Kurve mit  $E_V = 2.8 \text{ meV}$  und einem Radius von  $r_0 = 16 \text{ nm}$  (rot), welcher in etwa dem Radius entspricht, der mittels AFM-Aufnahme bestimmt wurde (vgl. Abschnitt 5), zeigt keinerlei Übereinstimmung mit dem experimentellen Verlauf, und die beiden Kurven mit  $E_V = 1.75 \text{ meV}$  (grün) bzw.  $E_V = 1.4 \text{ meV}$  (blau) und einem Radius von  $r_0 = 19.5 \text{ nm}$  approximieren den experimentellen Verlauf zumindest bis zu einem Feld von ca.  $5 \text{ T} - 6 \text{ T}$ . Keine der Kurven zeigt jedoch eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Zudem sind die Einschlußenergien bei der angenommenen effektiven Masse überraschend hoch ( $E_V = 1.4 \text{ meV} \doteq \hbar\omega_0 \simeq 31 \text{ meV}$ ) verglichen mit der Einschlußenergie aus Referenz [3]. In Abbildung 10.11 ist der Parameter  $U_1$  der Ausgleichsrechnung, nach Gleichung (7.2) als Energie über dem Magnetfeld aufgetragen. Der Parameter  $U_1$  gibt die Lage der Ladeflanke der Benetzungsschicht wieder und ist damit ein Maß für die Energiedispersion der Benetzungsschicht im Magnetfeld. Nach Gleichung (10.4) ist eine lineare Dispersion zu erwarten, jedoch zeigt sich auch hier eine deutliche Änderung der Dispersion gerade bei  $B = 2.5 \text{ T}$ . Damit kann man davon ausgehen, daß es sich hier um ein Artefakt handelt, jedoch kann nicht mit Sicherheit die Ursache für die Änderung der Dispersion bei  $B = 2.5 \text{ T}$  bestimmt werden. Möglicherweise kann die Änderung der Dispersion der Eigenenergien der Elektronen im Quantenring und der Benetzungsschicht damit erklärt werden, daß sich Minima im Kapazitäts-Signal der Benetzungsschicht ausbilden, die aufgrund der Ausbildung von Landau-Niveaus entstehen [26] und diese

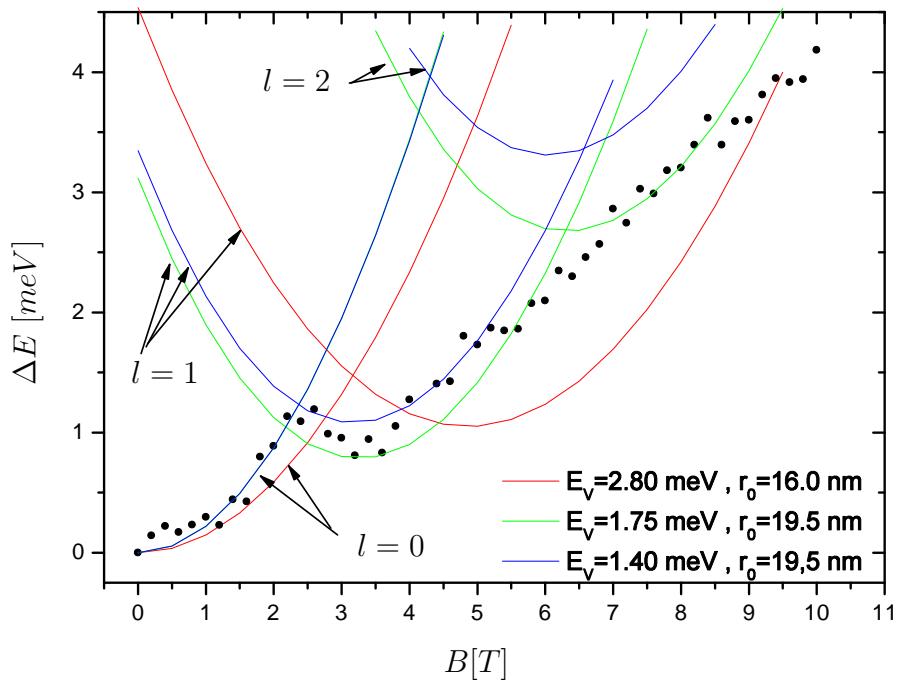


Abbildung 10.10: Experimentell bestimmte Energiedispersion des Grundzustandes (Punkte) und numerisch bestimmte Energiedispersion (durchgezogene Linien). Die numerische Energiedispersion ist mit  $m = 0.04 \cdot m_e$  Reskaliert.

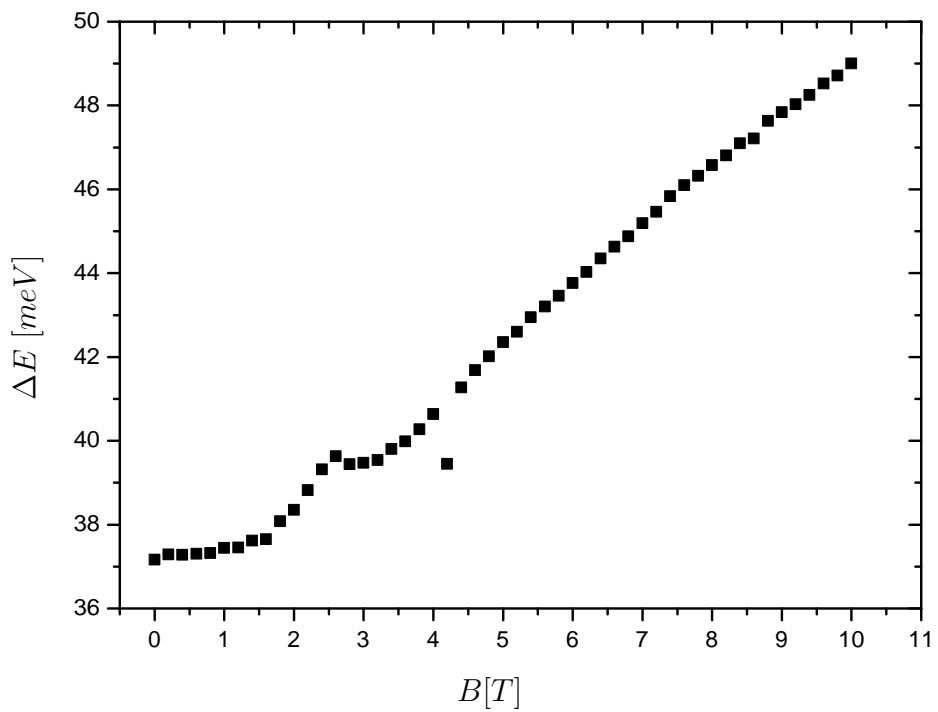


Abbildung 10.11: Abhängigkeit der Ladeflanke der Benetzungsschicht vom äußeren Magnetfeld.

lediglich die Ausgleichsrechnung stören, welche zur Bestimmung der Energieeigenwerte der Elektronen im Quantenring verwendet wird. Die nach Gleichung (10.2) bestimmten Kurven zeigen jedoch keine Auffälligkeiten in dem Magnetfeldbereich um  $B = 2.5 \text{ T}$ . Aus den oben genannten Gründen kann man die Annahme rechtfertigen, daß das Maximum bei  $B \simeq 2.5 \text{ T}$  vernachlässigt wird und die numerisch berechnete Magnetfeldabhängigkeit der Elektronen-Eigenenergien an den verbleibenden Kurvenverlauf anzupassen ist.

Abbildung 10.12 zeigt nochmals die experimentell bestimmte Eigenenergie des ersten Elektrons im Quantenring in Abhängigkeit des angelegten Magnetfeldes (Punkte), als durchgezogene Linien sind die numerisch bestimmten Energiedispersionen der Zustände mit Drehimpuls  $l = 0$  und  $l = 1$  für ein Einschlußpotential von  $E_V = 0.96 \text{ meV}$  und ein Radius von  $r_0 = 16 \text{ nm}$  eingezeichnet. Mit diesen Parametern erhält man in guter Übereinstimmung mit dem kritischen Feld  $B_2 = 5 \text{ T}$ , bei dem sich der experimentelle Kurvenverlauf ändert, einen Schnittpunkt der Eigenenergien für  $l = 0$  und  $l = 1$  gerade beim Magnetfeld  $B_2$ . Um die Energieskala der numerisch bestimmten Eigenenergien mit der Energieskala der experimentell bestimmten Eigenenergien in Übereinstimmung zu bringen ist eine effektive Masse von  $m^* = 0.073 \cdot m_e$  nötig. Mit dem Faktor  $m = 0.073$  kann die Einschlußenergie  $E_V$  wieder in die übliche Form  $\hbar\omega_0 \simeq 13 \text{ meV}$  gebracht werden. Sowohl die effektive Masse als auch der Parameter  $\hbar\omega_0$  stimmen in etwa mit den Parametern der Referenz [3] überein ( $\hbar\omega_0 = 12 \text{ meV}$ ,  $m^* = 0.07 \cdot m_e$ ), und der Ringradius  $r_0 = 16 \text{ nm}$  zeigt eine gute Übereinstimmung mit dem Radius  $r_0^{afm} \simeq 15 \text{ nm} - 16 \text{ nm}$ , der aus der AFM-Auswertung resultiert (vgl. Tabelle 5.1). Demnach ist die eingangs erwähnte Annahme eine gute Grundlage zur Auswertung der Grundzustandsenergie in Abhängigkeit vom Magnetfeld.

Damit kann man davon ausgehen, daß bei einem Magnetfeld von  $B = 5 \text{ T}$  die Wellenfunktion des ersten Elektrons im Quantenring von einem Zustand mit Drehimpuls  $l = 0$  zu einem Zustand mit  $l = 1$  wechselt. Aus der Tatsache, daß der Übergang der Wellenfunktionen für das erste und zweite Elektron im Quantenring bei dem selben Magnetfeld liegt, kann man schließen, daß die Coulombwechselwirkung, obwohl sie mit  $E_C \simeq 23 \text{ meV}$  in der Größenordnung der radialen Quantisierungsenergie der Elektronen liegt, nur einen kleinen Einfluß auf die Wellenfunktionen der Elektronen hat und damit die Eingangs in Abschnitt 1.1.1 getroffene Annahme der Separierbarkeit der Coulomb-Wechselwirkung im Viel-Teilchen-Hamilton-Operator rechtfertigt. Betrachtet man den Eigenenergieverlauf des zweiten Elektrons genauer und versucht, die numerischen Energieverläufe an die Meßdaten anzupassen, so gelingt dies nur, wenn die Parameter  $E_V$  und  $m^*$  geändert werden. In Abbildung 10.13 sind die experimentell bestimmten Daten als Punkte aufgetragen, und die numerisch bestimmten Eigenenergien der Zustände mit  $l = 0$  und  $l = 1$  sind als durchgezogene Linien eingezeichnet.

Als Einschlußenergie zur Berechnung der Energieverläufe wurde  $E_V = 0.77 \text{ meV}$  verwendet, und zum Angleichen der Kurven an den experimentellen Verlauf sind die

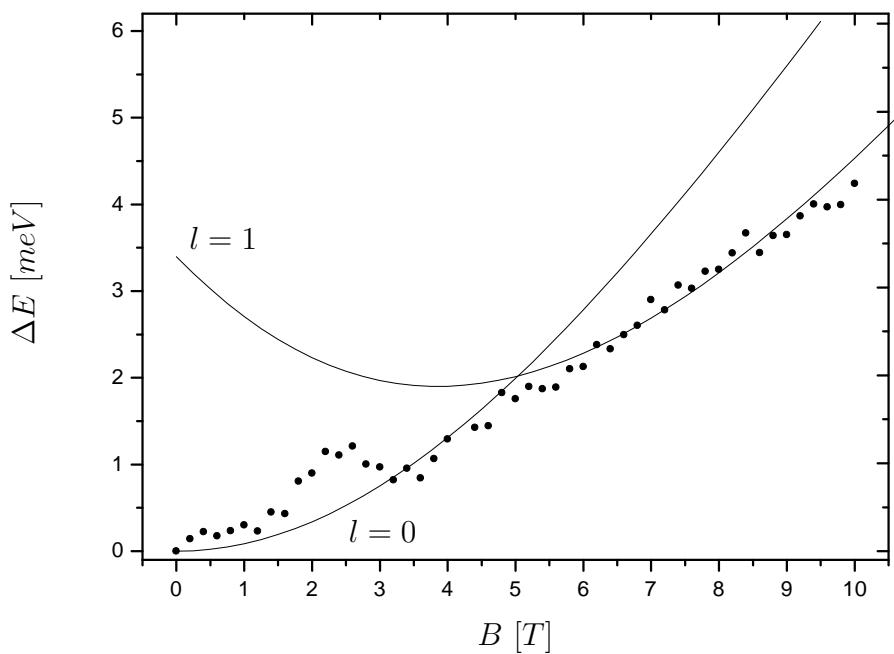


Abbildung 10.12: Die Grundzustandsenergie des ersten Elektrons im Ringpotential (Punkte) und die numerisch bestimmte Energiedispersion der Zustände mit  $l = 0, 1$  (durchgezogene Linien) für die Parameter  $\tilde{E}_V = 0.96 \text{ meV}$   $m = 0.073 \cdot m_e$ ,  $r_0 = 16 \text{ nm}$ .

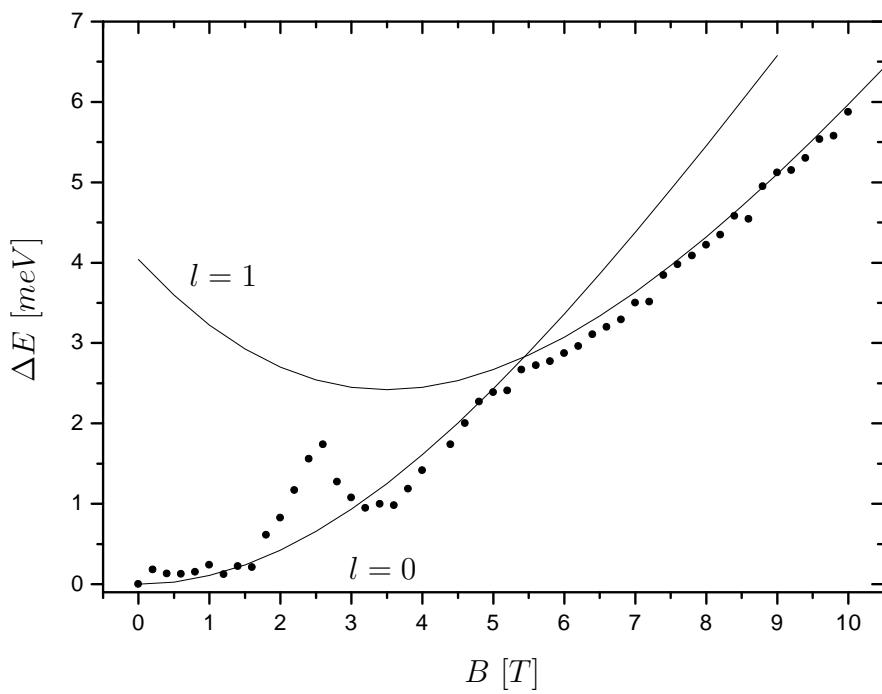


Abbildung 10.13: Die Grundzustandsenergie des zweiten Elektrons im Ringpotential (Punkte) und die numerisch bestimmte Energiedispersion der Zustände mit  $l = 0, 1$  für die Parameter  $\tilde{E}_V = 0.77 \text{ meV}$   $m = 0.06 \cdot m_e$ ,  $r_0 = 16 \text{ nm}$ .

numerischen Energien mit  $m = 0.06$  reskaliert. Das reduzierte Einschlußpotential läßt sich darauf zurückführen, daß das zweite Elektron aufgrund der Coulombblockade ein effektiv kleineres Einschlußpotential wahrnimmt, was nicht im Widerspruch mit der Separierbarkeit der Elektron-Elektron-Wechselwirkung steht. Zunächst erscheint die Änderung der effektiven Masse auf  $m^* = 0.06 \cdot m_e$  für das zweite Elektron als problematisch, jedoch ist hier nicht die Abhängigkeit der Coulomb-Blockade vom Magnetfeld berücksichtigt. Das Magnetfeld stellt ein zusätzliches einschließendes Potential für die Elektronen dar, welches die Elektronen-Wellenfunktionen mit zunehmendem Feld in Richtung Ringzentrum drückt und damit die Coulombblockade erhöht. Durch die Zunahme der Coulombblockade wird also die Eigenenergie des zweiten Elektrons mit zunehmendem Feld nach oben verschoben. Damit ist davon auszugehen, daß durch eine Korrektur der experimentellen Daten sich ein Kurvenverlauf ergeben sollte, der mit der effektiven Masse  $m^* = 0.073 * m_e$  konform ist. Dies muß als Vermutung im Raum stehen bleiben, da die Feldabhängigkeit der Coulombblockade unbekannt ist.

## 11 Photolumineszenz

In Abbildung 11.1 ist das Photolumineszenzspektrum der Probe 11771 im Bereich zwischen  $1.26 \text{ eV}$  und  $1.56 \text{ eV}$  aufgetragen. Das Spektrum wurde bei einer Temperatur von  $T=4.2\text{K}$  mit einer CCD-Kamera aufgenommen. Die Probe wurde mit einer Ausgangsleistung am Laser von  $P_A = 10 \text{ mW}$  beleuchtet, diese entspricht in etwa einer Anregungsleistung von  $P = 1.5 \text{ mW}$  an der Probe. Die exakte Leistung an der Probenoberfläche ist nicht bekannt, da die Leistung an der Probenoberfläche von der Justage der Glasfaser, sowohl probenseitig als auch spektrometerseitig, abhängig ist und diese nicht exakt reproduziert werden kann.

Man erkennt ein starkes Photolumineszenz-Signal bei  $1.516\text{eV}$ , welches der Rekombination von Exzitonen im GaAs zuzuordnen ist. Die Bandlücke von GaAs ist mit  $E_{g,\text{GaAs}} = 1.51895 \text{ eV}$  [25] für  $T = 4.2 \text{ K}$  gegeben.

Das mit C gekennzeichnete Lumineszenz-Signal bei  $1.492 \text{ eV}$  ist einer Kohlenstoff-Verunreinigung zuzuschreiben, die mit  $1.4932 \text{ eV}$  für  $T=2\text{K}$  angegeben ist [29]. Die Verunreinigung stammt mit großer Wahrscheinlichkeit von Kohlenwasserstoffen, die sich unvermeidlich als Restgas während der Herstellung der Quantenringproben in der MBE-Anlage befinden.

Mit  $wl$  ist das Lumineszenz-Signal der Exzitonen in der Benetzungsenschicht gekennzeichnet. Das Signal liegt bei einer Energie von  $1.425 \text{ eV}$  und ist damit in guter Übereinstimmung mit der energetischen Lage des Photolumineszenz-Signals eines extrem dünnen InAs-Quantentopfes. In der Arbeit von Z. Bartucevic et al. [45] wurde ein Photolumineszenz-Signal für eine  $1.2 \text{ ML}$  dicke InAs-Schicht bei  $1.417 \text{ eV}$  beobachtet, und in der Arbeit von P.D. Wang et al. [33] wird gezeigt (vgl. Abb. 11.2), daß das Photolumineszenz-Signal in Abhängigkeit von der Dicke der InAs-Schicht von etwa  $1.40 \text{ eV}$  für  $1.7 \text{ ML}$  bis ca.  $1.52 \text{ eV}$  für verschwindende InAs-Schicht variiert. Aus Abbildung 11.2 läßt sich mit der Energie von  $1.425 \text{ eV}$  eine Schichtdicke von ca.  $1.6 \text{ ML}$  abschätzen, welche gut mit der kritischen Schichtdicke zur Bildung von Quantenpunkten übereinstimmt. Zusätzlich ist noch das eigentliche Signal aus den Quantenringen bei  $1.316 \text{ eV}$  zu erkennen, was gut mit dem theoretisch bestimmten Wert von  $1.314 \text{ eV}$  [20] übereinstimmt, wobei die extrem geringe Abweichung von  $2 \text{ meV}$  zwischen den Werten eher ein Zufall ist.

In Abbildung 11.3 ist das Photolumineszenz-Signal der Probe 11771 für eine nominelle Anregungsleistung von  $P_A = 0.01 \text{ W}$  bis  $P_A = 2.0 \text{ W}$ , was in etwa einer Anregungsleistung von  $0.15 \text{ W cm}^{-2}$  bis  $30 \text{ W cm}^{-2}$  an der Probe entspricht, im Energiebereich von  $1.24 \text{ eV}$  bis  $1.45 \text{ eV}$  aufgetragen. Bei kleinen Anregungsleistungen ist das Photolumineszenz-Signal der Benetzungsenschicht und das Photolumineszenz-Signal des Grundzustandes zu erkennen, welche mit zunehmender Anregungsleistung eine wachsende Intensität zeigen. Dabei ist die Zunahme der Intensität des Quantenring-Signals deutlich größer als die der Benetzungsenschicht. Ab einer Anregungsleistung von ca.  $P_A = 750 \text{ mW}$  wird ein zweites Photolumineszenz-Signal sichtbar, und es ist zu er-

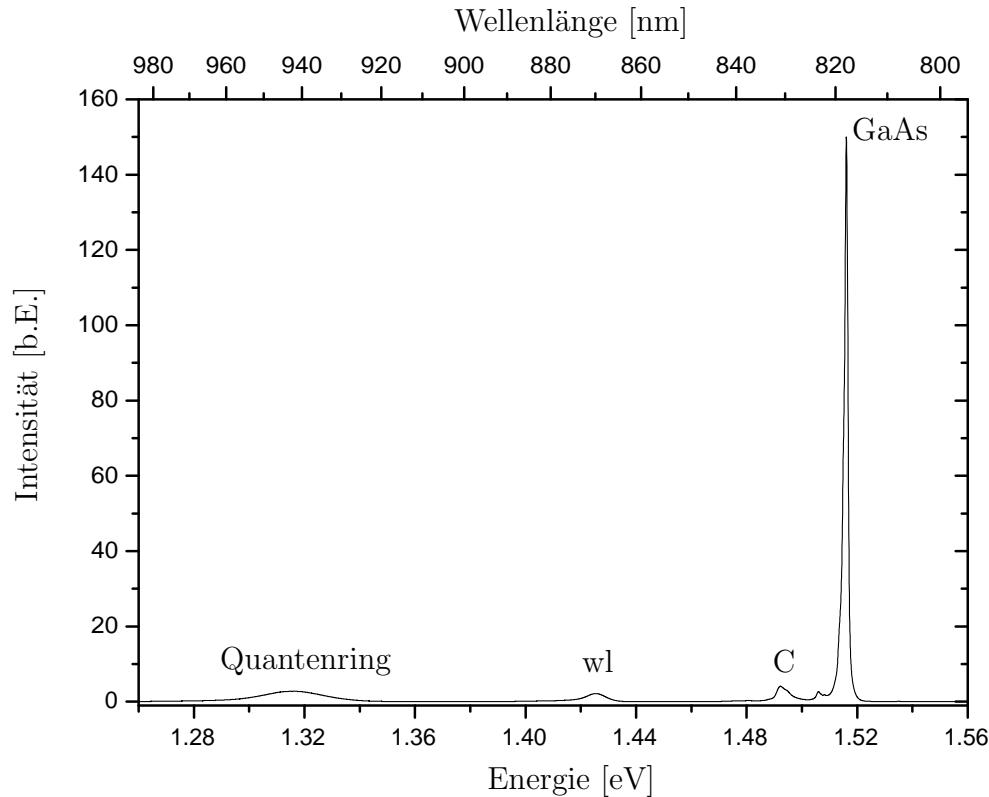


Abbildung 11.1: Photolumineszenz-Spektrum der Probe 11771 bei  $T = 4.2 \text{ K}$  und einer nominellen Anregungsleistung von  $P_A = 10 \text{ mW}$ .

kennen, daß das Signal des Grundzustandes bei hohen Anregungsleistungen in eine Sättigung übergeht. Der Abstand zwischen dem in Abbildung 11.3 mit „Grundzustand“ bezeichneten Signal bei  $1.321 \text{ eV}$  und dem mit „angeregter Zustand“ bezeichneten Signal bei  $1.362 \text{ eV}$  für  $P_A = 2.0 \text{ W}$  beträgt  $\Delta E = 41.3 \text{ meV}$ . Der angeregte Zustand konnte bisher nicht identifiziert werden. Es könnte sich beispielsweise um einen Zustand mit von Null verschiedenem Drehimpuls oder den Zustand mit der nächsthöheren radialen Quantenzahl handeln. Bei Messungen im Magnetfeld zeigt sich, daß dieses Maximum mit zunehmendem Feld schmäler wird und zu kleineren Energien verschiebt. Für einen Zustand mit  $l \neq 0$  würde man im Magnetfeld eine Aufspaltung in zwei ( $l = \pm 1$ ) und mehr ( $|l| > 1$ ) Maxima oder zumindest eine Verbreiterung erwarten, wie es zum Beispiel bei Quantenpunkten beobachtet wird [38]. Nach der Arbeit von J.I. Clemente et al. [20] kommt ein Zustand mit einer höheren radialen Quantenzahl nicht in Frage, da diese Zustände mit ihrer Energie bereits oberhalb des Kontinuums der Benetzungsschicht liegen. In Referenz [20] wurde ein Torus zur Modellierung des Ringpotentials verwendet. Der verwendete innere Ringdurchmesser  $d = 30 \text{ nm}$  sowie die Ringhöhe  $h = 2 \text{ nm}$ , welche zur Berechnung der energetischen Lage des Photolumineszenzsignals in Referenz [20] verwendet wurden, sind mit dem Ringdurchmesser und der Höhe der Probe 11771 vergleichbar. In Referenz [15] wird jedoch für einen Ringdurch-

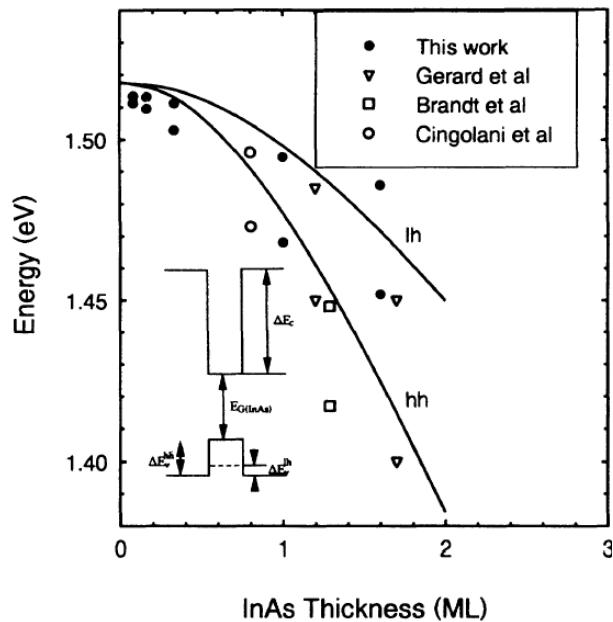


Abbildung 11.2: Rekombinationsenergie von schweren (hh) und leichten (lh) Löcher bei  $4K$  über der InAs Monolagendicke. Mit „This work“ ist die Referenz [33] gemeint, aus der die Abbildung entnommen ist. Die Rekombinationsenergie wurde aus PLE und Absorptionsmessungen bestimmt. Die durchgezogenen Linien stellen numerische Berechnungen dar, die mittels „effectiv-mass calculation“ bestimmt wurden.

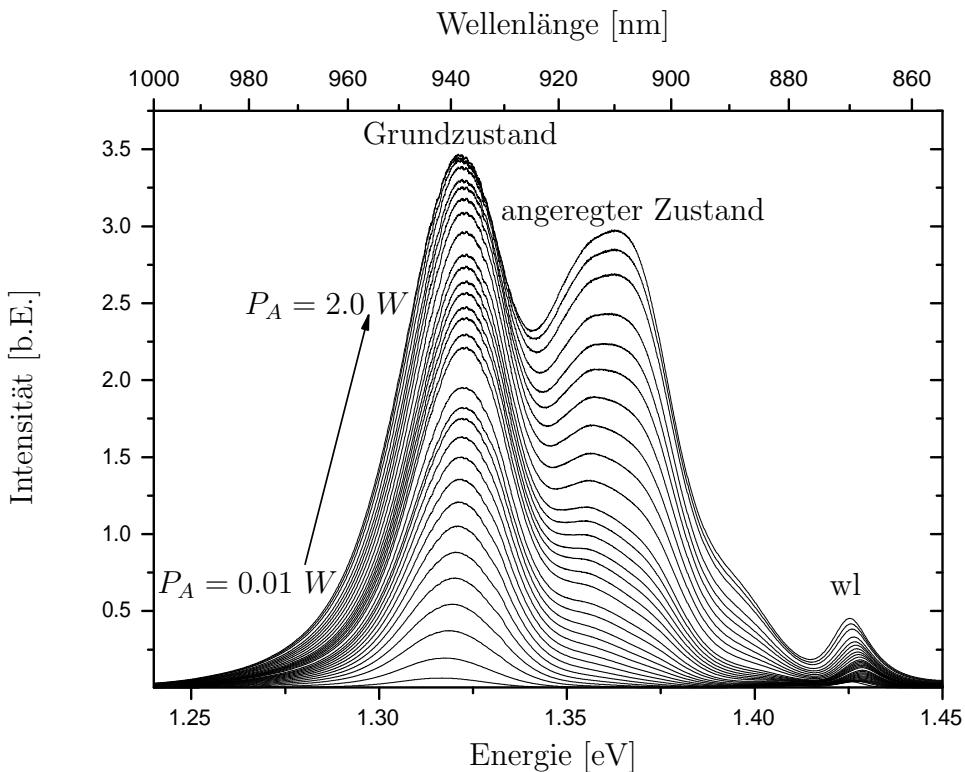


Abbildung 11.3: Photolumineszenz-Spektren der Probe 11771 bei  $T = 4.2 K$ . Die Spektren sind mit einer Anregungsleistung von  $P_A = 0.01 W, 0.05 W, 0.1 W, 0.15 W, \dots, 1.1 W, 1.2 W, \dots, 2 W$  aufgenommen.

messer von  $d = 2 \cdot r_0 = 40 \text{ nm}$  zwischen dem radialen Grundzustand  $n = 1$  und dem nächst höheren radialen Zustand  $n = 2$  eine Energiedifferenz von  $\Delta E \simeq 20 - 25 \text{ meV}$  numerisch berechnet und auch eine experimentelle Bestätigung erwähnt. In Referenz [15] wurde zur Modellierung des Ringpotentials ein rotationssymmetrisches Doppelmulden Potential der Form  $V(r_i) = \frac{1}{2}m_i^*\omega_i^2(r_i - r_0)^2(r_i + r_0)^2/r_0^2$  verwendet, dabei steht der Index  $i$  jeweils für Elektronen und Löcher. Damit ist sowohl die Interpretation, daß es sich um einen Zustand mit  $l \neq 0$  handelt als auch die Interpretation, daß es sich um einen Zustand mit  $n = 2$  handelt, möglich. In Abbildung 11.3 ist eine Doppelstruktur in dem „angeregten Zustand“ zu vermuten. Dies ermöglicht die Interpretation, daß sich in diesem Maximum sowohl der Zustand mit  $l \neq 0$  als auch der Zustand mit  $n = 2$  verbirgt.

Bei etwa  $1.4 \text{ eV}$  ist noch ein weiteres schwaches Signal zu erkennen, welches wahrscheinlich auch einem angeregten Zustand im Ring zuzuordnen ist.

Aus einer hier nicht gezeigten Messung geht hervor, daß das GaAs-Volumen-Signal mit steigender Anregungsleistung eine Rotverschiebt zeigt, was auf eine Erwärmung der Probe durch den Laser und einer damit verbundenen Verkleinerung der Bandlücke zurückzuführen ist. Im Gegensatz dazu ist bei dem Signal des Grundzustandes und bei dem Signal der Benetzungsschicht ein anderes Verhalten zu erkennen. Beide Signale zeigen zunächst eine Blauverschiebung, bevor das Signal zu kleineren Energien verschiebt, wie es durch die Temperaturerhöhung zu erwarten ist. Eine Bestimmung der energetischen Position der Emission aus dem Grundzustand und der Benetzungsschicht ergibt die in Abbildung 11.4 und Abbildung 11.5 gezeigte Abhängigkeit von der Anregungsleistung  $P_A$ . Eine quantitative Auswertung ist hier nicht möglich, da weder die exakte Probentemperatur noch die exakte Anregungsleistung an der Probe bekannt sind. Jedoch läßt sich qualitativ etwas zu den Kurven in den Abbildungen 11.4 und 11.5 sagen. Die Benetzungsschicht bildet keine glatte Grenzfläche aus und weist mit Sicherheit Variationen in der Dicke auf. Zudem ist sie durch die Quantenringe lokal gestört. Damit kann man vermuten, daß sich bei kleiner Anregungsleistung die Elektronen und Löcher an den energetisch tiefsten Stellen der Potentiallandschaft der Benetzungsschicht sammeln und dort rekombinieren. Wird die Anregungsleistung erhöht, werden auch mehr Elektron-Loch-Paare erzeugt. Da nur eine begrenzte Zahl tiefer Zustände in lokalen Bereichen der Benetzungsschicht existieren, werden zunehmend auch höher liegende Zustände besetzt, welche in weit größerem Maße zur Verfügung stehen. Das Photolumineszenz-Signal der Benetzungsschicht zeigt bei geringen Anregungsleistungen eine leicht asymmetrische Verbreiterung hin zu kleineren Energien, mit zunehmender Anregungsleistung wird das Signal symmetrischer, was die These stützt, daß die Blauverschiebung ihre Ursache in der Topologie der Benetzungsschicht bezüglich der Wachstumsrichtung hat. Analog kann man das Verhalten des Quantenringsignals interpretieren, wobei hier die Energieänderung etwas größer ist und einen flacheren Verlauf zeigt (vgl. Abbildung 11.5). Die größere Energieänderung von  $\simeq 6.6 \text{ meV}$  gegenüber

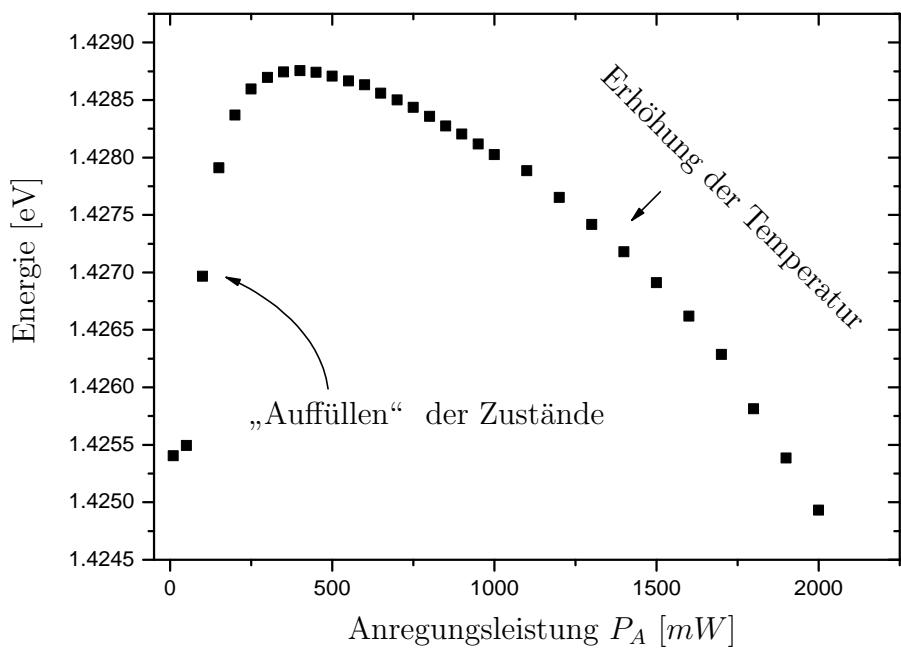


Abbildung 11.4: Abhängigkeit der energetischen Lage des Photolumineszenz-Signals aus der Benetzungsschicht der Probe 11771 bei  $T = 4.2 \text{ K}$ .

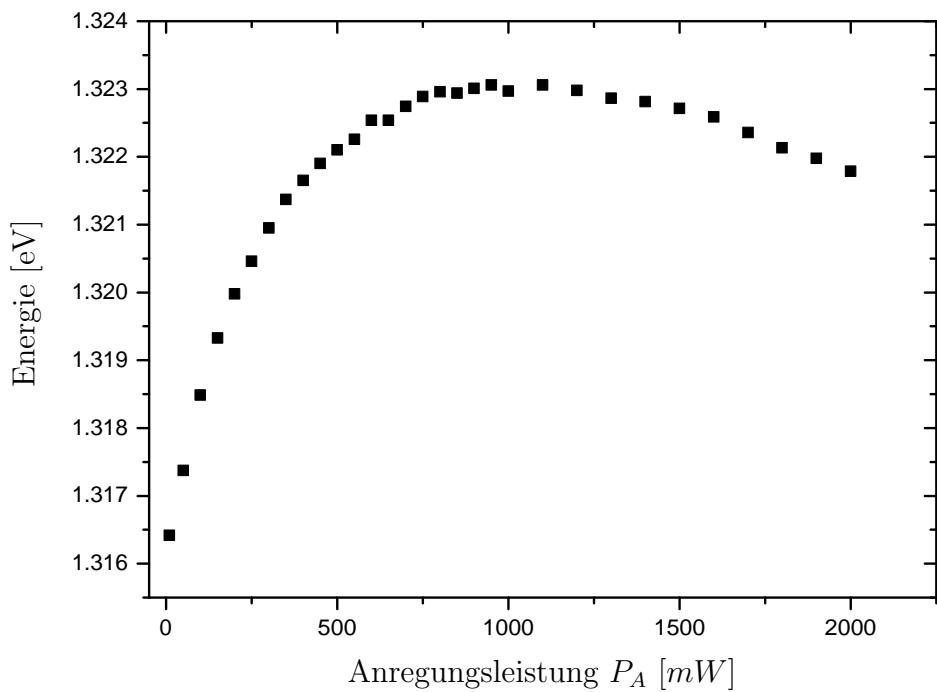


Abbildung 11.5: Abhängigkeit der energetischen Lage der Emission der Quantenringe der Probe 11771 bei  $T = 4.2 \text{ K}$ .

$\simeq 3.4 \text{ meV}$  bei der Benetzungsschicht kann auf eine größere Variation der Eigenenergien der Quantenringe, verursacht durch die Größen- und Höhenverteilung der Ringe in der Probe, zurückgeführt werden (vgl. Abschnitt 5).

## 11.1 Photolumineszenz im Magnetfeld

Das freie Exziton im Volumenhalbleiter ist ein neutrales Quasi-Teilchen, welches aus einem Elektron-Loch-Paar gebildet wird. Wird ein solches Exziton einem Magnetfeld ausgesetzt, so werden die Elektronen und Löcher durch die magnetischen Kräfte gestört. Die Stärke der Störung ist durch die exzitonische Zyklotron-Energie  $\hbar\omega_c$ , mit

$$\hbar\omega_c = \hbar \frac{eB}{\mu}$$

gegeben, dabei ist  $\mu$  die reduzierte Masse des Exzitons. Der Einfluß des Magnetfeldes auf das Exziton kann in den Grenzfällen eines schwachen und starken Magnetfeldes betrachtet werden, wobei die Grenzfälle durch das Verhältnis zwischen Exzitonenbindungsenergie und Zyklotron-Energie gegeneinander abgegrenzt werden. Ist die Exzitonenbindungsenergie  $E_{ex}$  groß gegen die Zyklotron-Energie, kann der magnetische Einfluß als kleine Störung betrachtet werden. Das Exziton im Grundzustand hat kein magnetisches Moment, da die Grundzustandswellenfunktion kugelsymmetrisch ist. Damit verhält sich das Exziton im Magnetfeld diamagnetisch. Aus einer Störungsrechnung zweiter Ordnung erhält man allgemein (siehe z.B. [22]) die diamagnetische Verschiebung zu

$$\Delta E = \frac{e^2 B^2}{8\mu} \langle \Psi | x^2 + y^2 | \Psi \rangle$$

Unter Verwendung des einfachen Wasserstoff-Modells für die Exzitonenwellenfunktion ergibt sich für ein freies Exziton in einem Volumenhalbleiter im Grenzfall kleiner Magnetfelder eine diamagnetische Verschiebung. Die Verschiebung ist durch

$$\Delta E = \frac{e^2}{12\mu} r^2 B^2$$

gegeben [22], wobei  $r$  den Exzitonenbindungsradius bezeichnet.

Im Grenzfall  $\hbar\omega_c \gg E_{ex}$  kondensieren die Elektronen und Löcher in den Landau-Niveaus des Leitungs- und Valenzbandes, und die Coulombwechselwirkung zwischen den Elektronen und Löchern kann als kleine Störung betrachtet werden. Für diesen Grenzfall ist im wesentlichen eine lineare Dispersion der Form

$$\Delta E = \frac{\hbar e B}{2\mu}$$

im Magnetfeld zu erwarten [22].

Abbildung 11.6 zeigt die energetische Lage des GaAs-Volumensignals der Probe 11771 über dem Magnetfeld. Dazu wurde von  $B = 0 \text{ T}$  bis  $B = 11 \text{ T}$  in  $0.1 \text{ T}$ -Schritten

jeweils ein Photolumineszenz-Spektrum bei einer Temperatur von  $T = 4.2 \text{ K}$  und einer nominellen Anregungsleistung von  $P_A = 10 \text{ mW}$  aufgenommen und die Position des GaAs-Signals durch eine Ausgleichsrechnung (Anpassung einer Gaußfunktion) bestimmt. Wie erwartet, zeigt die Dispersionskurve bis zu einem Feld von  $B < 3 - 4 \text{ T}$  ein diamagnetisches Verhalten und geht dann in einen linearen Verlauf über. Ähnliche Überlegungen gelten auch für das Photolumineszenz-Signal der Benetzungsschicht. Da die Exzitonen in der Benetzungsschicht jedoch in Wachstumsrichtung stark eingeschränkt sind und die Eigenschaften der Exzitonen von der Dimensionalität des Systems abhängen, sind einige Erweiterungen nötig. In der Arbeit von P.D. Wang et al. [33] sind die Eigenschaften von Exzitonen in extrem dünnen InAs-Schichten, welche in einer GaAs-Matrix eingebettet sind, beschrieben. Nach dieser Arbeit ist die diamagnetische Verschiebung der Exzitonenenergie im senkrecht zur InAs-Schicht angelegten Magnetfeld  $B$  durch

$$\Delta E = D \frac{\hbar^2 e^2 B^2}{8\mu^2 R^*}$$

gegeben, wobei  $R^*$  die effektive Rydbergenergie des Exzitons und  $D$  ein Dimensionsparameter ist. Dabei kann  $D$  in Abhängigkeit von der Schichtdicke des InAs zwischen  $D = 1$  für ein dreidimensionales System und  $D = \frac{3}{16}$  für ein zweidimensionales System variieren. Der Grenzfall eines hohen Magnetfeldes gilt, aufgrund der höheren Bindungsenergie, verglichen mit dem Verhalten im Volumenhalbleiter erst bei höheren Feldern. Nach Referenz [33] ist die Energiedispersion der Elektronen im ersten Landau-niveau des Leitungsbandes durch

$$E_e(B) = \frac{\hbar e B}{2m_e^*} + E_e^0 \quad (11.1)$$

und entsprechend die Dispersion der schweren Löcher im Valenzband durch

$$E_{hh}(B) = \frac{\hbar e B}{2m_{hh}^*} + E_{hh}^0 \quad (11.2)$$

gegeben, wobei  $E_e^0 - E_{hh}^0$  der Exzitonenenergie im Nullfeld entspricht. Damit erhält man aus der Differenz zwischen Gleichung (11.1) und (11.2) die Dispersion der Exzitonenenergie zu

$$\Delta E = \frac{\hbar e B}{2\mu}$$

dabei ist  $\mu$  die reduzierte Masse des Exzitons.

Abbildung 11.7 zeigt die Energiedispersion des Photoluminsezenz-Signals der Benetzungsschicht der Probe 11771, welche ebenfalls aus der eingangs erwähnten Meßreihe bestimmt wurde. In der Abbildung ist ein vollkommen unerwartetes Verhalten zu erkennen, welches bisher nicht verstanden ist. Das Magnetfeld zeigt bis zu einem Wert von  $B \simeq 2 \text{ T}$  nahezu keinen Einfluß auf die Exzitonenenergie. Dann beginnt die Exzitonenenergie mit steigendem Feld bis etwa  $3 \text{ T}$  zu sinken, um dann wieder zu steigen und ab einem Feld von etwa  $4 \text{ T}$  in einen linearen Verlauf überzugehen. Die Intensität des Photolumineszenzsignals zeigt ein ähnliches Verhalten, sie sinkt mit zunehmendem

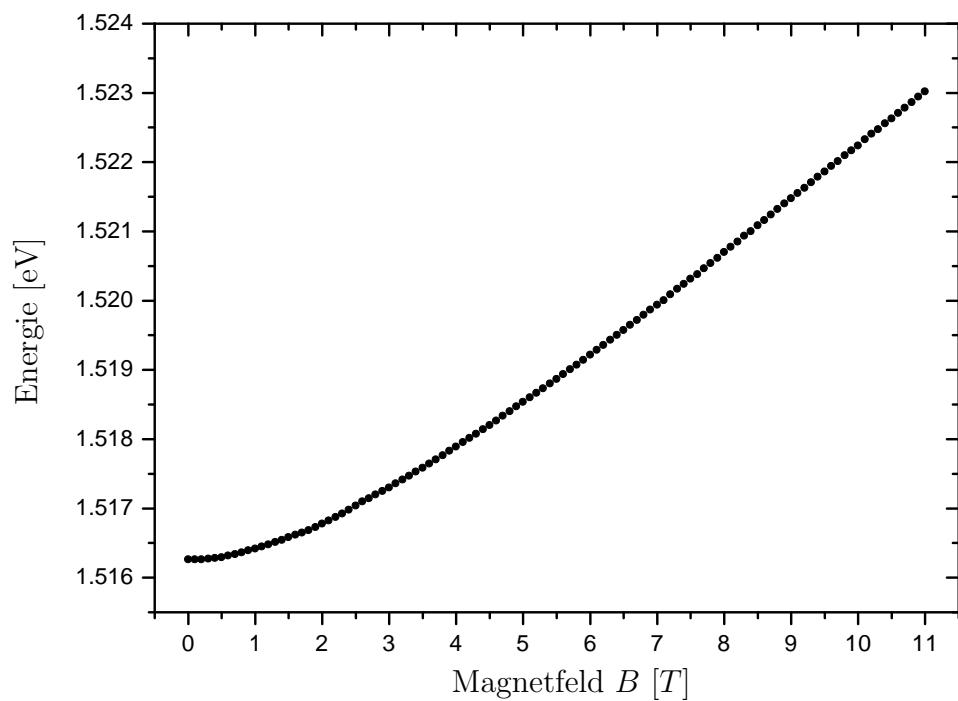


Abbildung 11.6: Dispersion des GaAs-Volumen-Signals der Probe 11771 im Magnetfeld bei einer Anregungsleistung  $P_A = 0.01 \text{ W}$ .

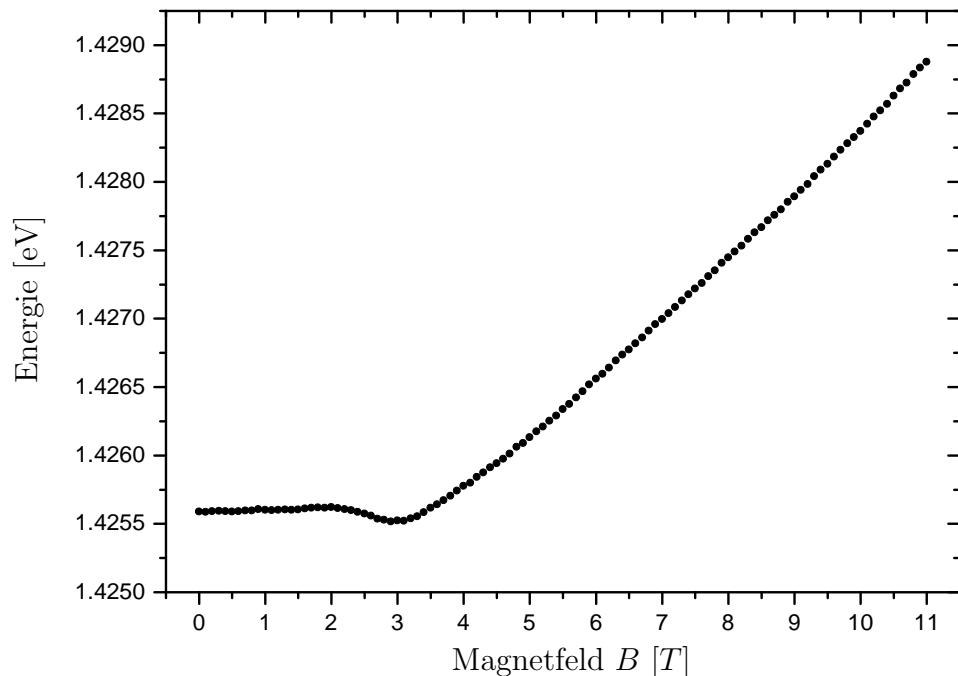


Abbildung 11.7: Dispersion der Emission der Benetzungsschicht der Probe 11771 bei einer Anregungsleistung  $P_A = 0.01 \text{ W}$ .

Magnetfeld bis etwa  $B = 3$  T leicht ab und steigt erst oberhalb von  $B = 3$  T mit zunehmendem Feld deutlich an.

## Dispersion des Quantenring-Photolumineszenzsignals

Wie Eingangs erwähnt, ist ein Exziton ein *neutrales* Quasi-Teilchen. Daher ist für ein Exziton im Einschlußpotential eines Quantenringes kein Aharonov-Bohm-Effekt zu erwarten. In der Arbeit von Song et al. [18] wurde das Problem des Exzitons im Einschlußpotential eines Quantenrings mit numerischen Methoden behandelt, und es ließen sich keine Hinweise auf das Auftreten des Aharonov-Bohm-Effektes finden, weder in der Exzitonenbindungsenergie noch in der Exzitonenergie. Jedoch wurde in dieser Arbeit ein wesentlicher Aspekt nicht berücksichtigt. Die Elektronen und Löcher sind in unterschiedlichen Potentialen (Leitungs- und Valenzband) eingeschlossen, und sie sind unterschiedlich schwer. Durch diese Asymmetrie zwischen Elektronen und Löchern kann das einschließende Potential eine Polarisation des Exzitons bewirken, was dazu führt, daß das Magnetfeld mit dem resultierenden Dipolmoment des Exzitons wechselwirken kann. In Referenz [6] wird theoretisch die Energiedispersion eines Exzitons in einem Typ-II Quantenpunkt aus GaSb in einer GaAs-Matrix behandelt. Bei einem Typ-II Quantenpunkt aus GaSb in GaAs ist das Loch des Exzitons im Quantenpunktzentrum lokalisiert, und das Elektron bewegt sich durch das Wechselspiel zwischen Coulomb-anziehung und repulsivem Potential des Quantenpunktes auf einem ringförmigen Weg um das Loch. Die numerischen Berechnungen von A.O. Govorov et al. [6] zeigen, daß für diese GaSb-GaAs-System der Grundzustand des Exzitons mit steigendem Magnetfeld von einem Zustand mit Gesamtdrehimpuls  $L = 0$  in einen Zustand mit  $L = 1$  und dann in einen Zustand mit  $L = 2$  usw. übergeht. Experimentell wird der Aharonov-Bohm-Effekt in der Referenz [13] an einem InP-Quantenpunkt in einer GaAs-Matrix beobachtet, wobei hier die Situation gerade invers zu den GaSb Quantenpunkten ist. Bei den InP-Quantenpunkten ist das Elektron im Zentrum lokalisiert, und das Loch bewegt sich ring-förmig um das Elektron. Der Typ-II Quantenpunkt stellt ein Extrem da, weil hier eines der beiden geladenen Partikel des Exzitons nahezu vollständig im Zentrum des Quantenpunktes lokalisiert ist und die Ring-Eigenschaften nur durch das zweite Partikel entstehen. Auch für die in der vorliegenden Arbeit betrachteten selbst-organisierten InAs-Quantenringe ist nach den Referenzen [6, 7, 41] eine Polarisation der Exzitonen zu erwarten.

Das Verhalten der Exzitonen im Magnetfeld kann in einfacher Näherung durch das im Folgenden vorgestellte zweidimensionale Modell aus Referenz [41] beschrieben werden. Dazu wird analog zu dem in Abschnitt 1.1.2 beschriebenen Grenzfall der  $\delta$ -förmigen Elektronenwellenfunktion angenommen, daß sich die Elektronen und die Löcher jeweils auf einem eindimensionalen Ring mit dem Radius  $r_{0,e}$  für die Elektronen und  $r_{0,h}$  für die Löcher, bewegen. Für relativ große Ringe ist die Bewegung der Elektronen mit der

Bewegung der Löcher durch die Coulombwechselwirkung stark korreliert, während für kleine Systeme die Einschlußenergie gegenüber der Coulombwechselwirkung dominiert, wodurch die Bewegung der Elektronen und Löcher nahezu unabhängig von einander sind. Das einschließende Ringpotential für die Elektronen und die Löcher wird in der parabolischen Näherung (vgl. Abschnitt 1.1.1) durch

$$V_i(r) = \frac{1}{2}m_i^* \omega_{0,i}^2 (r - r_{0,i})^2$$

beschrieben, wobei  $i = e(h)$  jeweils für Elektronen bzw. Löcher steht,  $m_{e(h)}^*$  die effektive Masse ist,  $\omega_{0,e(h)}$  die Höhe des Einschlußpotentials wiedergibt und  $r_{0,e(h)}$  der Ringradius ist. Nach Referenz [41] lässt sich der Hamiltonoperator für ein Exziton im Quantenring folgendermaßen schreiben

$$H = T_e + T_h + V_e + V_h + V_C(|\underline{r}_e - \underline{r}_h|) \quad (11.3)$$

Dabei bezeichnet  $T_{e(h)}$  die kinetischen Energien der Elektronen (Löcher) im senkrecht zur Ringebene angelegten Magnetfeld, und  $V_C$  stellt das Coulombpotential zwischen den Elektronen und Löchern dar. Mit der Annahme einer deutlich stärkeren Quantisierung in radialer Richtung gegenüber der azimutalen Quantisierung, kann die Exzitonwellenfunktion in einen radialen und einen azimutalen Anteil separiert werden, und man erhält in Polarkoordinaten ( $\underline{r} = (\rho, \phi)$ ) die Wellenfunktion zu

$$\Psi(\underline{r}_e, \underline{r}_h) = f_e(\rho_e) f_h(\rho_h) \Psi(\phi_e, \phi_h)$$

Der Hamiltonoperator für die Wellenfunktion  $\Psi(\phi_e, \phi_h)$  ist dann bis auf einen magnetfeldtunabhangigen Term durch

$$\begin{aligned} h = & -\frac{\hbar^2}{2m_e^* r_{0,e}^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi_e^2} - \frac{i\hbar\omega_e}{2} \frac{\partial}{\partial \phi_e} - \frac{\hbar^2}{2m_h^* r_{0,h}^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi_h^2} \\ & - \frac{i\hbar\omega_h}{2} \frac{\partial}{\partial \phi_h} + \frac{m_e^* \omega_e^2 r_{0,e}^2 + m_h^* \omega_h^2 r_{0,h}^2}{8} + v_v(|\phi_e - \phi_h|) \end{aligned} \quad (11.4)$$

gegeben, wobei  $\omega_{e(h)} = \frac{eB}{m_{e(h)}}$  die Zyklotronfrequenz der Elektronen bzw. Löcher,  $B$  das senkrecht zur Ringebene angelegte äußere Magnetfeld und  $v_v$  das über die Koordinate  $\rho$  gemittelte Coulombpotential ist. Mit der Einführung neuer Variablen lässt sich die Gleichung (11.4) in der Form  $h = h_0(\phi_0) + h_1(\Delta\phi)$  schreiben, dabei gilt  $\Delta\phi = \phi_e - \phi_h$ ,  $\phi_0 = (a\phi_e + b\phi_h)/(a + b)$  und  $a = m_e^* r_{0,e}^2$  bzw.  $b = m_h^* r_{0,h}^2$ . Damit lässt sich die Eigenfunktion in einem Produktansatz der Form  $\Psi(\phi_e, \phi_h) = \Psi_0(\phi_0)\Psi_1(\Delta\phi)$  schreiben, und die zugehörigen Eigenwerte sind durch  $E = E_0 + E_1$  gegeben. Der Term  $h_0$  beschreibt die Schwerpunktsbewegung des Exzitons in azimutaler Richtung und ist durch

$$h_0(\phi_0) = \frac{\hbar^2}{2R_0^2 M} \left( -i \frac{\partial}{\partial \phi_0} + \frac{\Phi_{\Delta R}}{\Phi_0} \right)^2 \quad (11.5)$$

gegeben, hierbei ist  $M = (m_e^* r_{0,e}^2 + m_h^* r_{0,h}^2)/R_0^2$ ,  $R_0 = (r_{0,e} + r_{0,h})/2$ ,  $\Phi_0 = h/e$  und  $\Phi_{\Delta R} = \pi(r_{0,e}^2 - r_{0,h}^2)B = 2\pi\Delta R R_0$  der magnetische Fluss, der zwischen den Trajektorien

der Elektronen und Löcher eingeschlossen ist ( $\Delta R = r_{0,e} - r_{0,h}$ ). Die Eigenwerte von  $h_0$  sind analog zu Gleichung (1.6) durch

$$E_0 = \frac{\hbar^2}{2R_0^2 M} \left( L - \frac{\Phi_{\Delta R}}{\Phi_0} \right)^2$$

gegeben, wobei  $L = l_e + l_h$  der Gesamtdrehimpuls des Exzitons ist. Die relative Bewegung der Elektronen und Löcher im Exziton wird durch den Operator  $h_1(\Delta\phi)$  beschrieben, welcher das Coulombpotential beinhaltet. Der Grenzfall einer starken Coulombwechselwirkung ist implizit mit der Bedingung  $R_0 \gg a_0^*$  verbunden, wobei  $a_0^*$  der effektive Bohrradius des Exzitons ist. In diesem Grenzfall ist  $\Psi_1(\Delta\phi)$  stark am Punkt  $\Delta\Phi = 0$  lokalisiert, und der Eigenwert  $E_1$  kann nach Referenz [41] für den Grundzustand mit  $L = 0$  zu

$$E_1 = E_b - 2V \cos \left( 2\pi \frac{\Phi_{eff}}{\Phi_0} \right)$$

bestimmt werden (siehe auch [6, 18, 36]). Dabei gibt  $V$  die Tunnelamplitude zwischen den Zuständen mit  $\Delta\Phi = 0$  und  $\Delta\Phi = 2\pi$  wieder, der effektive Fluß ist mit  $\Phi_{eff} \simeq \pi R_0^2 B$  approximiert, und  $E_b$  ist die Eigenenergie des lokalisierten Zustandes ohne äußeres Feld. Nach Referenz [36] wird  $V$  im Grenzfall starker Coulombwechselwirkung exponentiell klein, und die Dispersion des Exzitons wird im wesentlichen durch die Bewegung des Dipols im Magnetfeld bestimmt. Damit läßt sich die Energiedispersion im Magnetfeld durch

$$E(L, B) = E_1(B) + E_0(L, B) \simeq E_b + E_0(L, B) \quad (11.6)$$

beschreiben. Ist  $R_0 \ll a_0^*$ , d.h. ist die Coulombwechselwirkung gegenüber dem Einschluß der Elektronen bzw. Löcher so klein, daß sie in Gleichung (11.4) zu vernachlässigen ist, kann die Gleichung ohne Einführung neuer Variablen analog zur Gleichung (1.6) gelöst werden (siehe z.B. [41]). Die Energiedispersion des Exzitons ist für diesen Grenzfall durch

$$E(l_e, l_h, B) = \frac{\hbar^2}{2m_e^* r_{0,e}^2} \left( l_e - \frac{\Phi_e}{\Phi_0} \right)^2 + \frac{\hbar^2}{2m_h^* r_{0,h}^2} \left( l_h + \frac{\Phi_h}{\Phi_0} \right)^2 \quad (11.7)$$

gegeben, hier beschreibt  $l_{e(h)}$  den Drehimpuls des Elektrons bzw. des Loches und  $\Phi_{e(h)} = \pi r_{0,e(h)} B$  den magnetischen Fluß.

Abbildungen 11.8(a,b) zeigen die in Referenz [41] berechneten Energiedispersionen für zwei Quantenringe mit verschiedenen Ringradien. Abbildung 11.8(a) zeigt die Dispersion im Grenzfall starker Coulombwechselwirkung. Man erkennt deutlich, daß der Grundzustand mit steigendem Magnetfeld entsprechend Gleichung (11.6) von einem Zustand mit Drehimpuls  $L = 0$  in einen Zustand mit  $L = 1, 2, \dots$  übergeht. Für den Grenzfall schwacher Coulombwechselwirkung ist die Dispersion der Exzitonenergie in Abbildung 11.8(b) dargestellt. Hier sind die Übergänge des Grundzustandes im Magnetfeld etwas komplizierter. Der Grundzustand geht mit steigendem Magnetfeld von einem Zustand mit  $(l_e, l_h) = (0, 0)$  in einen Zustand mit  $(+1, 0), (+1, -1), (+2, -1)$  usw. über,

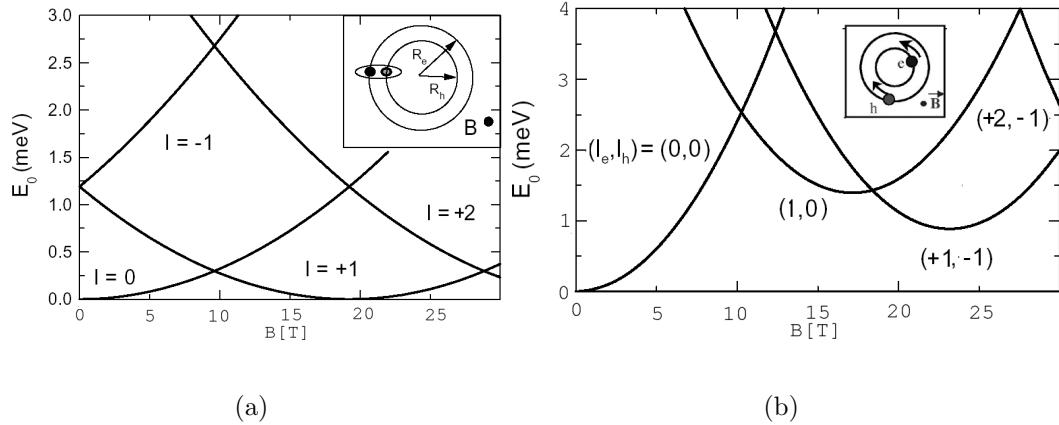


Abbildung 11.8: Energiedispersion eines Exzitons in einem Quantenring, (a) mit Radius  $r_{0,e} = 13 \text{ nm}$ ,  $r_{0,h} = 10 \text{ nm}$  (b) mit Radius  $r_{0,e} = 8 \text{ nm}$ ,  $r_{0,h} = 6 \text{ nm}$  (Abb. aus [41]).

dabei ändert sich der Gesamtdrehimpuls entsprechend  $L = l_e + l_h$ .

Es läßt sich also zusammenfassen, daß trotz ihrer Ladungsneutralität auch Exzitonen Aharonov-Bohm-artige Effekte zeigen können, da sie aus geladenen Teilchen unterschiedlicher Masse zusammengesetzt sind. Dies ist die Motivation für die nun vorgestellten magnetfeldabhängigen Messungen.

In Abbildung 11.9 ist die Position des Photolumineszenzsignals aus dem Grundzustand der Quantenringe der Probe 11771 über dem Magnetfeld aufgetragen. Wie schon bei der Dispersion des Signals aus der Benetzungsschicht ist bis zu einem Magnetfeld von etwa  $3 - 4 \text{ T}$  ein nicht zu erwartendes Verhalten zu beobachten. Die Eigenenergie zeigt hier eine leichte Absenkung mit steigendem Feld. Oberhalb von  $B = 4 \text{ T}$  ist die Dispersion nahezu linear und zeigt bei einem Feld von ca.  $7 - 8 \text{ T}$  eine Änderung der Steigung (Pfeil). Mit einem Elektronenradius von  $r_{0,e} \simeq 16 \text{ nm}$  (vgl. 10.2.2) ist für die Quantenringprobe 11771 eine Dispersion nach Gleichung (11.6) zu erwarten. Zur Herleitung der Gleichung (11.6) wird davon ausgegangen, daß die Elektronen- und Löcherwellenfunktion nahezu  $\delta$ -förmig auf den Ringradius lokalisiert sind. Dies ist sicherlich für die Probe 11771 nicht der Fall. Durch die endliche Ausdehnung der Wellenfunktionen in radialer Richtung kommt zu der durch Gleichung (11.6) beschriebenen Dispersion noch die Dispersion der radialen Wellenfunktionen  $f_{e(h)}(\rho)$  hinzu. Daher ist qualitativ für die Energiedispersion des Exzitons ein Verlauf zu erwarten, der der Dispersion des Elektrons im Ringpotential ähnelt (vgl. Abschnitt 9.2 und Abschnitt 10.2.2). Aus der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie geht hervor, daß die Elektronenwellenfunktion bei einem Magnetfeld von  $B \simeq 5 \text{ T}$  von einem Zustand mit Drehimpuls  $l_e = 0$  in einen Zustand mit  $l_e = 1$  übergeht. Analog kann man hier davon ausgehen,

daß die Exzitonenwellenfunktion bei einem Magnetfeld von etwa  $B \simeq 7 - 8 \text{ T}$  von einem Zustand mit Gesamtdrehimpuls  $L = 0$  in einen Zustand mit  $L = 1$  übergeht. Im Gegensatz zur Dispersion der Elektronen muß bei der Dispersion der Exzitonen berücksichtigt werden, daß nicht der Fluß  $\Phi$  durch den gesamten Ring die Phase der Wellenfunktion bestimmt, sondern der Fluß  $\Phi_{\Delta R}$  durch die Differenzfläche zwischen der Elektronen- und der Loch-Trajektorie. Bedingt durch den kleineren magnetischen Fluß und den Einfluß der geänderten effektiven Masse (reduzierten Masse) der Exzitonen ist das höhere kritische Feld bei dem der Wechsel der Gesamtdrehimpulsquantenzahl stattfindet erklärbar. Für eine qualitative Analyse der Dispersion der Exzitonen ist jedoch eine numerischen Berechnung der Dispersion analog zu Abschnitt 9.2 nötig, die im Rahmen dieser Arbeit nicht zur Verfügung stand.

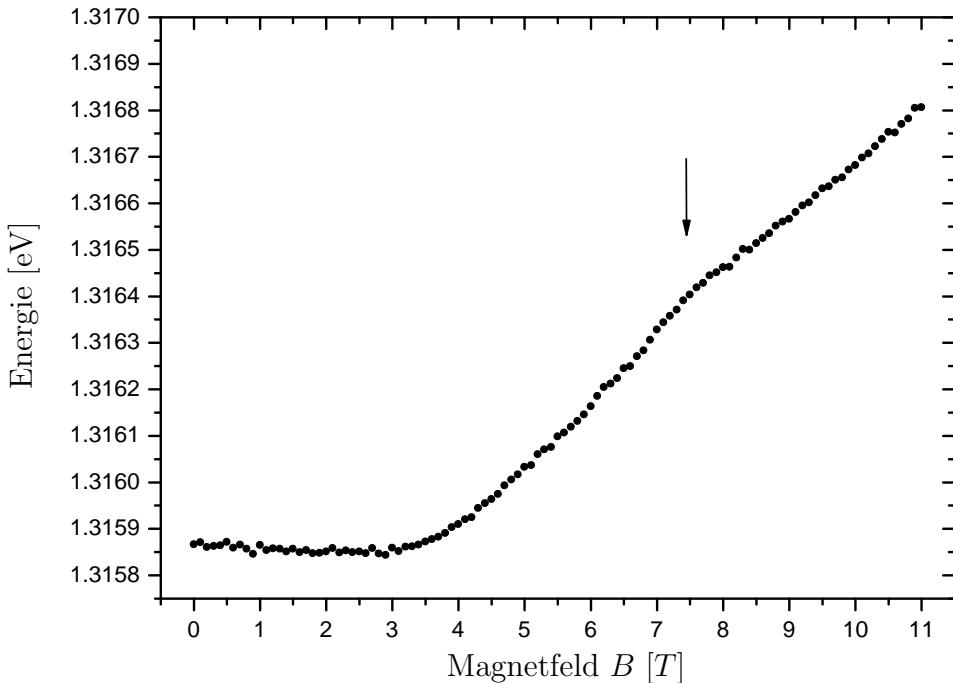


Abbildung 11.9: Dispersion des Quantenring-Photolumineszenzsignals der Probe 11771 bei einer Anregungsleistung  $P_A = 10 \text{ mW}$ .

## Kapitel VI

# Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Untersuchung von selbstorganisierten InAs-Quantenringen, die in einer MISFET-Struktur eingebettet sind. Zur Untersuchung der Quantenringe wurden die Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie und die Photolumineszenz-Spektroskopie eingesetzt, um die Eigenschaften wie Form, Größe und Dichte der Ringe, sowie Dispersion der Eigenzustände der Elektronen im Magnetfeld zu analysieren.

Als Referenz zu den Untersuchungen der selbstorganisierten InAs-Quantenringe diente eine im Rahmen dieser Arbeit präparierte Probe mit selbstorganisierten InAs-Quantenpunkten. Dabei zeigt sich, daß bei der Quantenpunktprobe 11639 die ersten sechs Elektronen-Niveaus in der CV-Spektroskopie gut aufzulösen sind. Die Dispersion der Energieniveaus im Magnetfeld entspricht hier im wesentlichen dem erwarteten Verhalten, und darüber hinaus konnte aus der Aufspaltung der p-Zustände die effektive Masse der Elektronen im Quantenpunkt zu  $m^* = (0.0588 \pm 0.0004)m_e$  bestimmt werden.

Die CV-Spektroskopie der Quantenringe zeigt, daß das s-Niveau der Quantenringe energetisch nur knapp unterhalb der Benetzungsenschicht liegt. Die Schulter, die dem Laden der Quantenringe mit einem Elektron entspricht, ist bereits stark durch die Ladeflanke der Benetzungsenschicht überlagert, und insbesondere bei der Probe 11771 ist das Laden der Quantenringe mit einem zweiten Elektron nur noch zu erahnen. Trotz dieser starken Überlagerung des Quantenringsignals durch die Benetzungsenschicht und die relativ starke Verbreiterung der Maxima aufgrund der Größendispersion der Quantenringe, ist es möglich, durch eine nichtlineare Ausgleichsrechnung die beiden Lademaxima voneinander und vom Hintergrund zu trennen. Die anzupassende Funktion beinhaltet jedoch 11 Parameter, die durch die Ausgleichsrechnung zu bestimmen sind, was den Algorithmus sehr anfällig gegen Störungen in den Anfangswerten macht und eine sehr große Rechenleistung benötigt. Aus den Parametern der Ausgleichsrechnung ließen sich, unter Verwendung des in Abschnitt 7.1 vorgestellten Modells, die Ringdichten der Proben 11771 und 11846 bestimmen. Da die Ringdichten aus der CV-Spektroskopie nur um 27% bzw. 13% für die Proben 11771 bzw. 11846 von den aus AFM-Untersuchungen bestimmten Ringdichten abweichen, ist davon auszugehen, daß es sich bei den Lademaxima (Schultern) in der CV-Spektroskopie um den Ladevorgang der Quantenringe mit einzelnen Elektronen handelt.

Die Dispersion der Energieeigenzustände der Elektronen im Magnetfeld kann aus den CV-Spektren bestimmt werden. Durch den Vergleich der Dispersion mit den numerisch berechneten Eigenenergien kann gezeigt werden, daß die ringförmige Oberflächenmorphologie auch nach dem Überwachsen mit GaAs erhalten bleibt, und daß der

Durchmesser, welcher aus AFM-Untersuchungen zu  $d \simeq 31.5 \text{ nm}$  bestimmt wurde, gut mit dem für die Simulation verwendeten elektronischen Durchmesser von  $d = 32 \text{ nm}$  übereinstimmt. Aus dem Vergleich der numerischen und experimentellen Ergebnisse erhält man darüber hinaus eine Abschätzung für die effektive Elektronenmasse im Quantenring zu  $m^* \simeq 0.073 \cdot m_e$  sowie für die Einschlußenergie zu  $\hbar\omega_0 \simeq 13 \text{ meV}$ . Sowohl die effektive Masse als auch die Einschlußenergie stimmen gut mit den Werten aus Referenz [3] überein.

Aus der Dispersion der Benetzungsschicht und dem Vergleich der experimentellen Dispersionen der Zustände mit einem bzw. zwei Elektronen im Quantenring mit den numerisch bestimmten Dispersionen geht eindeutig hervor, daß das Maximum in allen drei experimentell bestimmten Dispersion-Kurven der Probe 11771 bei  $B = 2.5 \text{ T}$  kein Effekt der Ringgeometrie seinen kann, jedoch ist die Ursache für dieses Maximum bisher nicht verstanden.

In den Photolumineszenz-Messungen im Nullfeld bei  $T = 4.2 \text{ K}$  zeigt sich eine deutliche Abhängigkeit der energetischen Position der Emission aus dem Grundzustand mit der Anregungsleistung des Lasers. Die Rotverschiebung des Signals bei nominellen Anregungsleistungen von mehr als  $P_A = 500 \text{ mW} \doteq 7.5 \text{ W cm}^{-2}$  ist auf eine Erwärmung der Probe durch den Laser zurückzuführen. Dagegen zeigt sich bei Anregungsleistungen von  $P_A = 10 \text{ mW}$  bis  $500 \text{ mW}$  eine deutliche Blauverschiebung der Emission mit zunehmender Anregungsleistung, was auf eine Bevölkerung von unterschiedlichen Energieniveaus im Ensemble der spektroskopierten Quantenringe hinweist. Dieser Effekt ist möglicherweise auf die relativ große Variation der Ringdurchmesser der Probe 11771 zurückzuführen. Daher ist es für folgende Arbeiten sinnvoll, Proben zu verwenden, die eine geringere Größendispersion aufweisen, und es sollten weitere Messungen an einzelnen Quantenringen z.B. mittels eines konfokalen Mikroskopes durchgeführt werden. Neben der Abhängigkeit der Emission des Grundzustandes von der Anregungsleistung werden bei hohen Anregungsleistungen in der Größenordnung von  $30 \text{ W cm}^{-2}$  Emissionen aus höheren Zuständen beobachtet, welche im Rahmen dieser Arbeit nicht eindeutig zuordnen sind. Für eine Identifizierung der Emissionen sind weitere Messungen nötig, hier würde sich z.B. die Resonante Photolumineszenz-Spektroskopie (PLE) anbieten, um die höheren Energieniveaus der Quantenringe zu spektroskopieren, ohne auf solch hohe Anregungsleistungen, wie sie in dieser Arbeit nötig sind, zurückgreifen zu müssen.

Die Untersuchung der Dispersion der Exzitonenergie an den Quantenringen im Magnetfeld bei einer Anregungsleistung von  $P_A = 10 \text{ mW}$  zeigt einen deutlichen Hinweis auf ein Aharonov-Bohm-artiges Verhalten der Exzitonen, bedingt durch die Polarisierung der Exzitonen. Die Polarisierung wird durch die Asymmetrie zwischen Elektronen und Löchern in der effektiven Masse sowie dem einschließenden Potential hervorgerufen. Jedoch zeigt sich, daß in Abhängigkeit von der Anregungsleistung des Lasers die Dispersion im Magnetfeld variiert. Beispielsweise ist für eine Anregungs-

leistung von  $P_A = 500 \text{ mW}$  keine Dispersion der Grundzustandsenergie der Exzitonen im Magnetfeld zu erkennen. Möglicherweise ist dieser Effekt ebenfalls auf die starke Größendispersion der Quantenringe in der Probe zurückzuführen. Für eine genauere Untersuchung der Exzitonenergie in Abhängigkeit des äußeren Magnetfeldes sind daher Proben nötig, die eine kleinere Größendispersion aufweisen, oder alternativ kann in folgenden Arbeiten Photolumineszenz an einzelnen Quantenringen durchgeführt werden, wodurch sich Effekte aufgrund der Größendispersion der Quantenringe und Mittenlungseffekte des spektroskopierten Ensembles vermeiden lassen.

Im Laufe dieser Arbeit wurde zusätzlich noch CV-Spektren aufgenommen, bei denen die Probe durch eine IR-Leuchtdiode beleuchtet wurden. Die Abbildung 11.10 zeigt ein CV-Spektrum ohne Beleuchtung (schwarz) sowie drei CV-Spektren mit Beleuchtung, wobei die Diode mit einem Diodenstrom von  $I_{diode} = 0.5 \text{ mA}$  (rot),  $I_{diode} = 1.0 \text{ mA}$  (grün) und  $I_{diode} = 5.0 \text{ mA}$  (blau) betrieben wurde. Die Beleuchtung mit einem Strom von  $0.5 \text{ mA}$  bzw.  $1.0 \text{ mA}$  bewirkt eine leichte Verschiebung der CV-Kurve zu kleineren Gatespannungen. Dieser Effekt wurde in der Referenz [42] auch an Quantenpunkten beobachtet und auf eine Ladungsträgeransammlung am Übergitter zurückgeführt. Die CV-Kurve für eine Beleuchtung mit  $I_{diode} = 5 \text{ mA}$  zeigt neben der Verschiebung der Niveaus noch ein Auftreten von zwei weiteren Lademaxima bei etwa  $-0.4 \text{ V}$  und  $0.0 \text{ V}$ , was zur Zeit nicht zu erklären ist. Darüber hinaus ist die Dispersion der Energieniveaus im Magnetfeld durch die Beleuchtung ebenfalls stark beeinflusst. Die Analyse dieser Effekte sowie eine theoretische Erklärung muß jedoch folgenden Arbeiten überlassen werden.

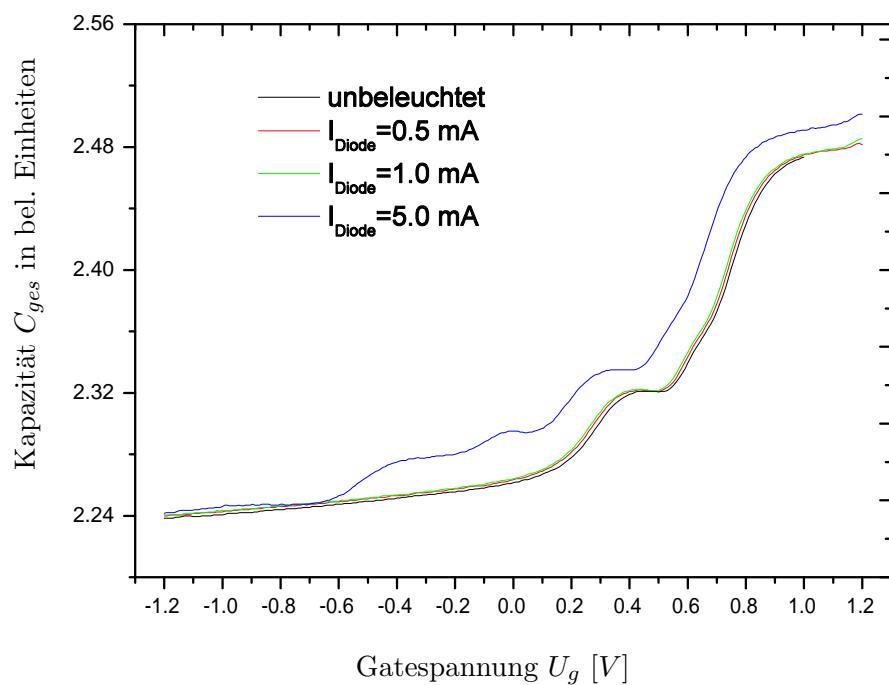


Abbildung 11.10: CV-Kurven der Quantenringprobe 11771 bei 4.2K unter Beleuchtung mit einer IR-Diode.

# Kapitel VII

# Anhang

## A Modell zur Beschreibung der Gatespannungs-Energie-Beziehung in MISFET-Strukturen

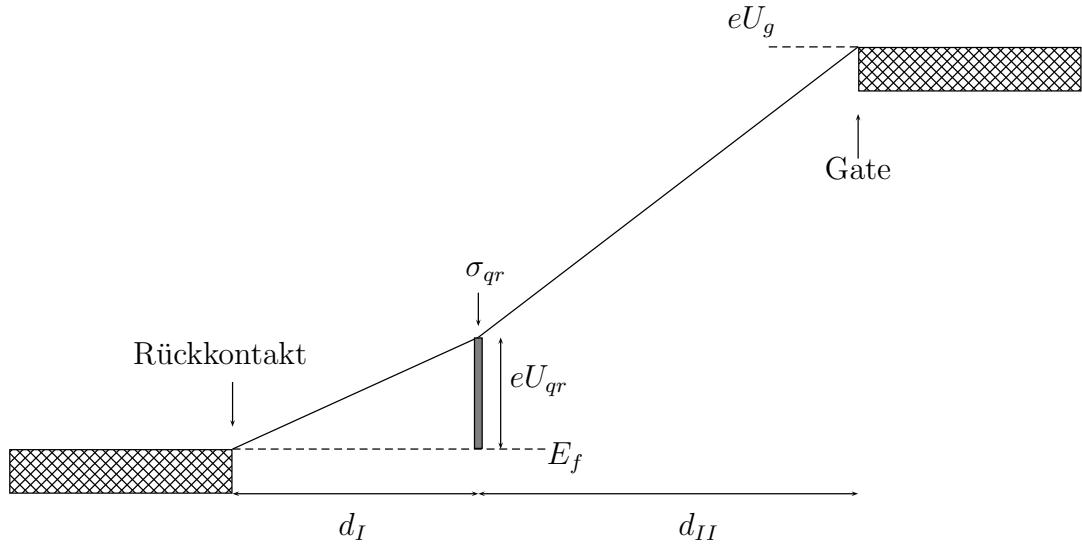


Abbildung A.1: Einfache Darstellung des Potentialverlaufes einer MISFET-Quantenringprobe

Sei die Fermienegorie  $E_f$  durch den Rückkontakt definiert und die Spannung  $U_g$  sei die vom Gate bis zum Rückkontakt abfallende Spannung (vgl. Abb. A.1) gegeben durch

$$U_g = E_{el}^I d^I + E_{el}^{II} d^{II} \quad (\text{A.1})$$

wobei  $E_{el}^i$  das elektrische Feld im Bereich  $i$  (I,II) kennzeichnet,  $d^i$  der Abstand zwischen Rückkontakt und einer Grenzschicht (Schicht der Probe in der sich die Quantenringe befinden) und  $d^{II}$  der Abstand der Grenzschicht zum Gate ist. Aus dem Gaußschen Satz folgt für die Grenzschicht zwischen I und II

$$E_{el}^{II} - E_{el}^I = \frac{\sigma_{qr}}{\varepsilon} \quad (\text{A.2})$$

mit  $\sigma_{qr}$  als Ladungsträgerdichte in der Grenzschicht. Löst man Gl. A.2 nach  $E_{el}^{II}$  auf und setzt das in Gl. A.1 so ergibt sich

$$U_g = \frac{\sigma_{qr}}{\varepsilon} d_{II} + E_{el}^I d_{II} + E_{el}^I d_I$$

und umgestellt nach  $E_{el}^I$

$$E_{el}^I = \frac{U_g}{d_I + d_{II}} - \frac{\sigma_{qr} d_{II}}{\varepsilon (d_I + d_{II})} \quad (\text{A.3})$$

Damit kann durch Multiplikation von  $E_{el}^I$  mit  $d_I$  der Spannungsabfall  $U_{qr}$  vom Rückkontakt bis zur Grenzschicht zu

$$U_{qr} = \frac{d_I}{d_I + d_{II}} U_g - \frac{\sigma_{qr} d_I d_{II}}{\varepsilon(d_I + d_{II})} \quad (\text{A.4})$$

berechnet werden.

Nimmt man für die Ladungsträgerdichte  $\sigma_{qr}$  an, daß jeder Quantenring mit einem Elektron geladen ist und setzt die aus der AFM-Messung bestimmte Ringdicht  $N_{afm} = 1.56 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  an, so kann der Term  $\frac{\sigma_{qr} d_I d_{II}}{\varepsilon(d_I + d_{II})}$  zu 5 mV abgeschätzt werden.

## B Wachstumsparameter der Proben

Probe 11639		
Material	Temperatur	Schichthöhe
	T [°C]	[nm]
GaAs	660	50
GaAs/AlAs	660	120
GaAs	600	300
GaAs:Si	660	25
GaAs	630	5
GaAs	660	20
InAs	590	~ 3
GaAs	580	8
GaAs	660	22
GaAs/AlAs	660	136
GaAs	660	10
InAs	590	~ 3

Material	Probe 11771		Probe 11846	
	Temperatur	Schichthöhe	Temperatur	Schichthöhe
	T [°C]	[nm]	T [°C]	[nm]
GaAs	660	50	660	50
GaAs/AlAs	660	120	660	120
GaAs	600	300	600	300
GaAs:Si	660	60	660	60
GaAs	630	5	630	5
GaAs	660	20	660	37
InAs	585	–	598	–
GaAs	545	2	545	2
GaAs	545	20	545	20
GaAs	660	10	660	10
GaAs/AlAs	660	136	660	256
GaAs	660	5	660	5
InAs	585	–	598	–
GaAs	545	2	545	2

Tabelle B.1:

## Literatur

- [1] *Die numerischen Rechnungen zum Surfactant-System wurden in Zusammenarbeit mit Martin Lenz mittels eines in der Arbeit [28] entwickelten Finite-Volumen-Programms durchgeführt.*
- [2] A. Lorke, R. Blossey, M.J. García, M. Bichler, G. Abstreiter, *Morphological transformation of  $In_yGa_{1-y}As$  islands, fabricated by Stranski-Krastanov growth*, Material Science and Engineering B **88** (2002), 225.
- [3] A. Lorke, R.J. Luyken, A.O. Govorov, J.P. Kotthaus, J.M. García, P.M. Petroff, *Spectroscopy of Nanoscopic Semiconductor Rings*, Physical Review Letters **84** (2000), 2223.
- [4] A. Lorke, *Habil.*, LMU München, 1999.
- [5] A. Wojs, P. Hawrylak, *Charging and infrared spectroscopy of self-assembled quantum dots in a magnetic field*, Physical Review B **53** (1996), 10 841.
- [6] A.O. Govorov, A.V. Kalameitsev, R.J. Warburton, K. Karrai, S.E. Ulloa, *Excitons in quantum-ring structures in a magnetic field: optical properties and persistent currents*, Physica E **13** (2002), 297.
- [7] A.O. Govorov, S.E. Ulloa, K. Karrai, R.J. Warburton, *Polarized excitons in nanorings and the optical Aharonov-Bohm effect*, Physical Review B **66** (2002), 081309.
- [8] Bronstein, Semendjajew, Musiol, Mühlig, *Taschenbuch der Mathematik*, 4. Aufl., Verlag Harri Deutsch, 1999.
- [9] B.T. Miller, W. Hansen, S. Manus, R.J. Luyken, A. Lorke, J.P. Kotthaus, S. Huant, G. Medeiros-Ribeiro, P.M. Petroff, *Few-electron ground states of charge-tunable self-assembled quantum dots*, Physical Review B **56** (1997), 6764.
- [10] C.W.J. Beenakker, *Theory of Coulomb-blockade oscillations in the conductance of a quantum dot*, Physical Review B **44** (1991), 1646.
- [11] D. Bimberg, M. Grundmann, N.N. Ledentsov, *Quantum Dot Heterostructures*, WILEY-VCH Verlag, 1999.
- [12] Demtröder, *Experimantalphysik*, 2. Aufl., Bd. 1, Springer-Verlag, 1998.
- [13] E. Ribeiro, A.O. Govorov, W. Carvalho Jr., G. Medeiros-Ribeiro, *Aharonov-Bohm Signature for Neutral Polarized Excitons in Type-II Quantum Dot Ensembles*, Physical Review Letters **92** (2004), 126402.
- [14] G. Dumpich, *Vorlesung: Physik der Nanostrukturen*, GMU, 2002/03.

- [15] H. Hu, G. Zhang, J. Zhu, J. Xiong, *Low-energy exciton states in a nanoscopic semiconducting ring*, Physical Review B **63** (2001), 045320.
- [16] I. Kegel, T.H. Metzger, A. Lorke, J. Peisl, J. Stangl, G. Bauer, J.M. García, P.M. Petroff, K. Nordlund, W.V. Schoenfeld, *Determination of strain fields and composition of self-organized quantum dots using x-ray diffraction*, Physical Review B **63** (2001), 035318.
- [17] I. Kegel, T.H. Metzger, A. Lorke, J. Peisl, J. Stangl, G. Bauer, J.M. García, P.M. Petroff, *Nanometer-Scale Resolution of Strain and Interdiffusion in Self-Assembled InAs/GaAs Quantum Dots*, Physical Review Letters **85** (2000), 1694.
- [18] J. Song, S.E. Ulloa, *Magnetic field effects on quantum ring excitons*, Physical Review B **63** (2001), 125302.
- [19] J.H. Davis, *The physics of low-dimensional semiconductors*, Cambridge University Press, 1998.
- [20] J.I. Climente J. Planelles, W. Laskólski, *Magneto-optical transition in nanoscopic rings*, Physical Review B **68** (2003), 075307.
- [21] J.M. García, D. Granados, J.P. Silveira, F. Briones, *In segregation effects during quantum dot and quantum ring formation on GaAs(001)*, Microelectronics Journal **35** (2004), 7.
- [22] M. Fox, *Optical Properties of Solids*, Oxford University Press, 2001.
- [23] M. Letz, *Calciumfluorid für die UV-Lithographie*, Physik Journal **Februar** (2004), 43–47.
- [24] M. Levinshtein, S. Rumyantsev, M. Shur, *Handbook Series on Semiconductor Parameters*, Bd. 2, World Scientific, 1996.
- [25] M. Levinshtein, S. Rumyantsev, M. Shur, *Handbook Series on Semiconductor Parameters*, Bd. 1, World Scientific, 1996.
- [26] Marco Ruß, *Transportspektroskopie an gekoppelten zwei- und nulldimensionalen Elektronensystemen*, Diplomarbeit (Gerhard-Mercator-Universität Duisburg), 2002.
- [27] Marco Ruß, *persönliche Mitteilung*, 2004.
- [28] Martin Lenz, *Finite-Volumen-Methoden für degenerierte parabolische Systeme - Ausberitung eines Surfactant auf einem dünnen Flüssigkeitsfilm*, Diplomarbeit (Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Institut für Angewante Mathematik), 2002.

- [29] M.R. Brozel, G.E. Stillman, *Properties of Gallium Arsenide*, Verlag INSPEC.
- [30] O. Wibbelhoff, C. Meier, A. Lorke, P. Schafmeister, A.D. Wieck, *Wave function mapping of self-assembled quantum dots by capacitance spectroscopy*, Physica E **21** (2004), 516.
- [31] Oliver S. Wibbelhoff, *Transportspektroskopie von InAs-Quantenpunkten*, Diplomarbeit (Gerhard-Mercator-Universität Duisburg) , 2002.
- [32] O.S. Wibbelhoff, A. Lorke, D. Reuter, A. D. Wieck, *zur Veröffentlichung eingereicht*, cond-mat/0409125.
- [33] P.D. Wang, N.N. Ledentsov, C.M.S. Torres, I.N. Yassievich, A. Pakhomov, A.Y. Egovov, P.S. Kopév, V.M. Ustinov, *Magneto-optical properties in ultrathin InAs-GaAs quantum wells*, Physical Review B **50** (1994), 1604.
- [34] R. Blossey, A. Lorke, *Wetting droplet instability and quantum ring formation*, Physical Review E **65** (2002), 021603.
- [35] R. Feder, *Vorlesung: Theoretische Physik V: Quantenmechanik des Festkörpers, komplexe Systeme*, Universität Duisburg-Essen, 2003.
- [36] R.A. Römer, M.E. Raikh, *Aharonov-Bohm effect for an exciton*, Physical Review B **62** (2000), 7045.
- [37] R.J. Warburton , B.T. Miller , C.S. Dürr , C.Bödefeld , K. Karrai, J.P. Kotthaus, G. Medeiros-Ribeiro, P.M. Petroff , S. Huant, *Coulomb interaction in small charge-tunable quantum dots: A simple model*, Physical Review B **58** (1998), 16221.
- [38] S. Ménard, J. Beerns, D. Morris, V. Aimez, J. Beauvais, S. Fafard, *Magneto-photoluminescence study of intermixed self-assembled InAs/GaAs quantum dots*, J. Vac. Sci. Technol. B20 (2002), 1501.
- [39] S. Tan, P. Lam, *Monte Carlo simulation of three-dimensional islands*, Physical Review B **60** (1999), 8314.
- [40] S. Tarucha, D.G. Austing, T. Honda, R.J. van der Hage, L.P. Kouwenhoven, *Shell Filling and Spin Effects in a Few Electron Quantum Dot*, Physical Review Letters **77** (1996), 3613.
- [41] S.E. Ulloa, A.O. Govorov, A.V. Kalameitsev, R.J. Warburton, K. Karrai, *Magneto-excitons in quantum-ring structures: a novel magnetic interference effect*, Physica E **12** (2002), 790.
- [42] Stephan Lüttjohann, *Optische Spektroskopie an Halbleiter-Quantenstrukturen*, Diplomarbeit (Universität Duisburg-Essen), 2003.

- [43] T. Chakraborty , P. Pietiläinen, *Electron-electron interaction and persistent current in a quantum ring*, Physical Review B **50** (1994), 8460.
- [44] W. Nolting, *Grundkurs: Theoretische Physik (Quantenmechanik Teil2:Methoden und Anwendungen)*, Bd. 5, Verlag Zimmermann-Neufang, 1993.
- [45] Z. Barticevic, P. Vargas, M. Pacheco, D. Altbir, *Perturbation potential produced by a monolayer of InAs on GaAs(001)*, Physical Review B **68** (2003), 155306.

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Personen bedanken, die es mir ermöglicht haben, das Physikstudium durchzuführen und damit auch diese Arbeit durchzuführen.

Mein besondere Dank gilt Herrn Prof. Dr. Axel Lorke, der mir die Möglichkeit zur Durchführung dieser Forschungsarbeit gegeben hat, stets für Diskussionen offen war und nach besten Möglichkeiten mir helfend zur Seite stand.

Herrn Dr. Dirk Reuter möchte ich für das gute Probenmaterial danken, ohne das diese Arbeit ebenfalls nicht möglich gewesen wäre.

Den Herren Oliver Wibbelhoff und Marco Ruß möchte ich für die gute Einweisung in die Probenpräparation, die gute Einführung in die CV-Spektroskopie sowie für die Überlassung der Probestäbe und die stete Hilfsbereitschaft danken.

Herrn Stephan Lüttjohann möchte ich ebenfalls für die Hilfsbereitschaft und die Einführung in die optischen Laboratorien sowie die Überlassung des optischen Probenstabes danken.

Ebenso großer Dank gebührt Herrn Torsten Müller , der jeder Zeit mit Rat und Tat zur Verfügung stand.

Besonders möchte ich mich bei allen Mitgliedern unsere Arbeitsgruppe für das sehr gute Arbeitsklima und die immer währende Hilfsbereitschaft bedanken.

Ferner möchte ich mich noch bei allen Mitarbeitern der Arbeitsgruppe um Herrn Prof.Dr. Martin Rumpf (numerische Mathematik der Universität Duisburg-Essen) und Herrn Rumpf persönlich für die Unterstützung in numerischen Fragen bedanken. Ein besondere Dank gilt hier Herrn Martin Lenz, der mich bei der Übertragung des Surfactant-Systems auf die Ringentstehung unterstützt hat und ohne dessen Vortrag die Ähnlichkeit der Systeme nicht aufgefallen wäre.

Bei Chris Schmalenbach möchte ich mich für das Korrekturlesen der Arbeit bedanken.

Ein besondere Dank gilt meinen Eltern für die große Unterstützung, ohne die ich das Studium nicht so schnell und erfolgreich hätte durchführen können.



Hiermit versichere ich, daß ich die Arbeit selbstständig verfaßt, Zitate kenntlich gemacht und keine anderen als die hier angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Duisburg, 29. September 2004