

Untersuchung von Tunnelprozessen an InAs-Quantenpunkten

Diplomarbeit
von
Andreas Beckel

Durchgeführt an der
Fakultät für Physik
der Universität Duisburg-Essen
am Lehrstuhl von
Prof. Dr. A. Lorke

Oktober 2010

Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde die Wechselwirkung von selbstorganisiert gewachsenen InAs-Quantenpunkten mit einem zweidimensionalen Lochgas (2DHG) untersucht. Die Wafer der Proben entstanden bei der Dortmunder Firma Innolume GmbH und wurden an der TU Berlin zu einer Transistorstruktur prozessiert. Die Beladung der Quantenpunkte mit Löchern aus dem 2DHG lässt sich über das Anlegen einer Gatespannung steuern. Die beiden Systeme sind durch eine $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Barriere getrennt. Bei einer Temperatur von 4,2 K ist dabei der direkte Tunnelprozess der dominierende Transfermechanismus zwischen 2DHG und Quantenpunkten.

An einer Probe mit Tunnelzeiten im Bereich von μs wurden Kapazitätsspannungsspektren (CV) untersucht. Zur Bestimmung der Energieniveaus aus den angelegten Gatespannungen wurde eine Software verwendet, die Schrödinger- und Poisson-Gleichung selbstkonsistent löst. Die Ergebnisse wurden um ein iteratives Verfahren erweitert, um den Einfluss der Quantenpunktbeladung mit Hilfe einer Ersatzschaltung zu simulieren. Die Energieniveaus und ihre Dispersion im Magnetfeld wurden im Rahmen eines schwach wechselwirkenden Einteilchenbildes diskutiert. Die hier untersuchten Energien zeigten ein unerwartetes Verhalten gegenüber vergleichbaren Systemen, was auf eine andere Morphologie der Quantenpunkte schließen lässt.

An derselben Probe wurden zeitaufgelöste Transportmessungen durchgeführt. Zum ersten Mal für Löchersysteme wurden aus diesen Messungen Spektren generiert, die eine Auflösung der einzelnen Ladezustände erlauben. Ein Vergleich dieser Spektren zu den CV-Spektren zeigt die Äquivalenz beider Methoden.

Im Gegensatz zu CV-Messungen ermöglichen die Transportmessungen den Zugang zu einer weiteren Probe mit Tunnelzeiten im Bereich einiger Sekunden. Dies erlaubt einen Vergleich der Tunnelzeiten für die verschiedenen Barrieren der beiden Proben. Ein semi-klassisches Modell für den Tunnelvorgang konnte die gemessenen Tunnelzeiten gut beschreiben. Das Modell wurde verwendet, um die Tunnelzeiten bei Variation der Barrierenbreite zu berechnen, was in das Wachstum neuer Probenstrukturen einfließen kann.

Abstract

In the present work the interaction between self-organized InAs quantum dots (QD) and a two-dimensional hole gas (2DHG) was investigated. The wafers were grown by Innolume GmbH in Dortmund and processed into transistor structures by the TU Berlin. The gate contact can be used to tune the number of hole charges stored in the dots which are transferred from the 2DHG. The QDs and the 2DHG are separated by an $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -barrier. At the temperature of 4.2 K direct tunneling is the dominant process of charge transfer between the two systems.

A sample with tunneling times in the order of μs was investigated by capacitance-voltage-spectroscopy (CV). In order to derive the energy levels from the applied gate voltage the structure was simulated by a program which solves Schrödinger and Poisson equations self-consistently. The results were extended by an iterative procedure to take the charging of the QDs into account within the framework of an equivalent capacitance circuit.

The spacing of the energy levels and the shift in an applied magnetic field were discussed within a weakly interacting particle model. The results showed an unexpected behavior compared to similar systems, which can be attributed to a difference in morphology of the investigated QDs.

Time resolved transport measurements were conducted on the same sample. Using these new measurement technique, charging spectra were extracted for the first time from the transients of the time-resolved change in the conductance of the 2DHG. A comparison of these generated spectra to the CV-spectra demonstrates, that the transients are indeed caused by tunneling events from differently charged QDs.

In contrast to the CV measurement, the time resolved method allows the investigation of a second sample with tunneling times in the order of seconds. This yields the comparison of tunneling times between samples with different barriers. A semi-empirical model for the tunneling process showed good agreement with experimental data. The model was used to calculate tunneling times for different barrier thickness, which can be considered when growing new sample structures.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Grundlagen	3
2.1. Halbleiter-Nanostrukturen	3
2.1.1. Eindimensionaler Einschluss - 2DEG/2DHG	5
2.1.2. Dreidimensionaler Einschluss - Quantenpunkte	8
2.2. Vielteilcheneffekte	12
2.3. Beladungszustände der Quantenpunkte	13
2.4. Tunnelkopplung	16
3. Experiment	21
3.1. Probenstruktur	21
3.2. Kapazitätsspektroskopie	24
3.3. Transporttransientenspektroskopie	26
4. Messungen und Auswertung	29
4.1. Probe mit starker Kopplung	29
4.1.1. Kapazitätsspektren	29
4.1.2. Berechnung des Hebelarms	32
4.1.3. Energien und Konfigurationen	36
4.1.4. Tunnelzeiten aus Kapazitätsspektren	40
4.1.5. Statische Transportmessung	42
4.1.6. Transientenspektren	43
4.2. Probe mit schwacher Kopplung	46
4.2.1. Transientenspektren	47
4.3. Vergleich der Tunnelzeiten	49
5. Zusammenfassung und Ausblick	57

A. Daten der Proben	69
A.1. Schichtfolge der DO1880(81)-Wafer	69
A.2. Kurzübersicht und Vergleich der Proben	70
B. Eingabe-Dateien und Quellcode	71
B.1. Beispiel einer Eingabedatei für das Programm <i>1D-Poisson</i>	71
B.2. C-Quellcode zur Simulation des Kapazitätsspektrums	72

1. Einleitung

In den späten 1920er Jahren wurde das Konzept der Bandstruktur von Felix Bloch vorgestellt. Es findet sich heute in jedem Lehrbuch über Festkörperphysik z.B. in [Ibach09] oder [Kittel02]. Es erklärt die Existenz von Metallen, Isolatoren und Halbleitern und beschreibt ihre elektronischen Eigenschaften. In der Sprache der Wellenmechanik schlägt es die Brücke zwischen den diskreten Energieniveaus isolierter Atome und der kontinuierlichen Dispersion freier Elektronen. Die zugrunde liegende Annahme ist das unendlich ausgedehnte Gitter der Atomrümpfe, deren Potential für die Elektronen invariant gegenüber Translationen ist. In seiner Gültigkeit ist es auf das Volumenmaterial beschränkt, also für den Fall eines, im Vergleich zu seiner Gitterkonstante großen Festkörpers.

Die moderne Nanotechnologie erlaubt die Präparation von Strukturen mit wenigen 10.000 Atomen, für die diese Annahme eines großen Volumens nicht mehr gegeben ist. Ihre elektronischen Eigenschaften zeigen atomaren Charakter, weswegen sie als künstliche Atome bezeichnet werden. Sie schlagen wiederum die Brücke zwischen der Physik einzelner Atome und der Physik des Festkörpers. Durch Variation der Materialsysteme lassen sich Wechselwirkungsenergie und potentielle Energie der Elektronen verändern und erlauben so einen neuen Blickwinkel auf beide Gebiete.

In dieser Arbeit stehen selbstorganisierte Quantenpunkte im Mittelpunkt. Sie bieten im Unterschied zu lithographisch definierten Quantenpunkten den Vorteil größerer Quantisierungsenergien aufgrund ihrer kleineren Abmessungen. Dies erlaubt Untersuchungen von Quanteneffekten bereits bei Temperaturen des flüssigen Heliums und darüber. Letzteres ist der Grund für eine erhoffte Anwendbarkeit in einem zukünftigen Speicherchip [Geller08] oder die Realisierung eines Quantencomputers bei höheren Temperaturen [Hanson08], [Kroutvar04].

Gerade die Betrachtung der Valenzbandzustände in diesen Systemen ist von großem Interesse. Zum einen wurden sehr hohe Einschlussergien an Löchersystemen vorausgesagt [Marent07], die einen Einsatz als nicht flüchtige Speicher vielversprechend machen.

Zum anderen wurden außergewöhnlich lange Spin Relaxationszeiten an Löchern in selbst-organisiert gewachsenen Quantenpunkten gefunden [Heiss07], was diese Systeme für die Quanten-Informationstechnologie interessant macht [Fischer08].

Die in dieser Arbeit untersuchten Proben stellen konzeptionell einen Flash-Speicher dar. Als Speichermedium dient ein Ensemble aus $\gtrsim 10^6$ Quantenpunkten, deren Speicherzustand mit einer Gatespannung eingestellt und mit einem zweidimensionalen Leitkanal ausgelesen werden kann. Das Anwendungsziel der Forschung wäre die Realisierung einer Speicherzelle mit einem einzelnen Quantenpunkt, dessen Ladungszustand auch bei Raumtemperatur über Jahre erhalten bliebe. Von grundlagenphysikalischer Interesse ist die Untersuchung von Vielteilcheneffekten an Systemen mit geringen Teilchenzahlen.

Die Anzahl der Veröffentlichungen über InAs Quantenpunkte ist reichhaltig, aber nur wenige betrachten die Valenzbandzustände. In Verbindung mit einem dreidimensionalen Rückkontakt wären die Arbeiten von [Reuter05a], [Kailuweit06] und [Bock03] zu erwähnen; in Verbindung mit einem zweidimensionalen Lochgas ist die Arbeit von [Marent09] zu nennen.

In dieser Arbeit wird die Wechselwirkung von selbstorganisiert gewachsenen InAs-Quantenpunkten mit einem zweidimensionalen Lochgas untersucht. Dabei stehen die diskreten Energieniveaus und die Tunneldynamik der Prozesse im Vordergrund. In Kapitel 2 dieser Arbeit sollen die Grundlagen des zweidimensionalen Lochgases und der Quantenpunkte sowie ihre Interaktion beschrieben werden. Kapitel 3 beschreibt die Proben und den experimentellen Aufbau und Kapitel 4 präsentiert und diskutiert die Ergebnisse. Kapitel 5 zeigt schließlich Perspektiven für den weiteren Verlauf der Arbeiten auf.

2. Grundlagen

2.1. Halbleiter-Nanostrukturen

Die moderne Mikroelektronik basiert auf der besonderen Eigenschaft von Halbleitermaterialien, dass sich ihre Leitfähigkeit und Eigenschaften wie Polarität oder Beweglichkeit räumlich und zeitlich über Größenordnungen beeinflussen lassen. Statische Einflüsse, wie Dotierung oder zeitlich veränderliche, wie Beleuchtung, elektrische Felder oder Temperaturen wirken sich auf die Beweglichkeiten oder die Ladungsträgerkonzentrationen aus. Die noch immer an Bedeutung gewinnende Nanotechnologie hat das Ziel, Eigenschaften von Strukturen mit Dimensionen von wenigen bis einigen hundert Nanometern zu erfor-

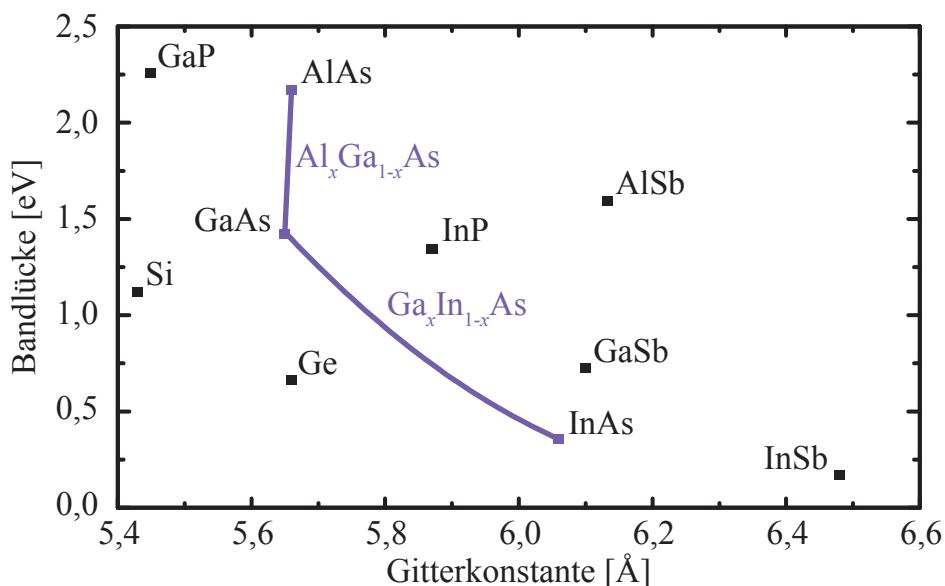


Abbildung 2.1.: Bandlücke über Gitterkonstante verschiedener elementarer und binärer Halbleiter mit Verbindungslinien für ternäre Legierungen bei $T = 300\text{ K}$, nach Daten aus [Levinshtein96] und [Chiang]. Die in dieser Arbeit untersuchten Halbleiter sind blau markiert.

schen. Dabei stehen je nach Forschungsgebiet unterschiedliche Systeme im Mittelpunkt des Interesses.

Die Halbleiterindustrie ist bereits seit Jahren in den Bereich der Nanotechnologie vorgedrungen. Hier sind dünne Schichten und Inseln verschiedener Materialien innerhalb eines Halbleiter-Festkörpers von besonderem Interesse. Mit Hilfe epitaktischer Verfahren, wie der Molekularstrahlepitaxie (MBE¹) [Chang73] oder der metallorganischen Gasphasenepitaxie (MOCVD²), ist es möglich geworden, verschiedene Halbleitermaterialien aufeinander zu wachsen. Präzisionen in der Größenordnung von einzelnen Monolagen (ML) sind dabei möglich. Eine besondere Bedeutung kommt hierbei den III-V-Halbleitern zu, deren Gitterkonstanten dicht beieinander liegen, die aber durch Mischung der Komponenten in ternären und quaternären Legierungen eine nahezu beliebige Einstellung der Energielücke erlauben (vgl. Abb. 2.1 oder Tab.2.1).

An den sehr scharf definierbaren Grenzflächen solcher Heterostrukturen treten Diskontinuitäten in den Leitungsbandkanten ΔE_L und Valenzbandkanten ΔE_V auf. Hierdurch lassen sich Potentiallandschaften für die Ladungsträger schaffen (band gap engineering), die sowohl für die Anwendung (HEMT³, HBT⁴, Halbleiterlaser, usw.) als auch von grundlegendem Interesse sind. Man unterscheidet zwischen Typ I und Typ II-Systemen, je nachdem ob die Vorzeichen der Diskontinuitäten verschieden oder gleich sind. So stellt eine Typ I Schichtfolge wie AlAs/GaAs/AlAs in Wachstumsrichtung einen Potentialtopf für Elektronen und Löcher dar, während ein Typ II-System wie die Folge GaAs/GaSb/GaAs einen Potentialtopf für Löcher, aber einen Potentialwall für Elektronen bildet⁵. Trotz der abrupten Übergänge und der Verletzung von Translationssymmetrie lassen sich Nanostrukturen auch im Rahmen der Effektiven-Masse-Näherung mit einer Basis aus Bloch-Funktionen sehr gut beschreiben [Foreman95].

¹MBE: molecular beam epitaxy

²MOCVD: metal organic chemical vapour deposition

³HEMT: high electron mobility transistor

⁴HBT: hetero-bipolartransistor

⁵Liegt das Valenzband in einem Gebiet höher, als das Leitungsband im anderen, wird von einem Typ III Übergang gesprochen.

		Al _x Ga _{1-x} As (x>0,45)	Ga _x In _{1-x} As
Gitterkonstante	$a_0/\text{\AA}$	$5,653 + 0,008x$	$6,058 - 0,405x$
Bandlückenenergie	E_G/eV	$1,9 + 0,13x + 0,14x^2$	$0,36 + 0,63x + 0,43x^2$
relative Dielektrizitätszahl	ϵ	$12,9 - 2,8x$	$15,1 - 2,9x + 0,7x^2$
effektive Elektronenmasse	m_e/m_0	$0,85 - 0,14x$	$0,023 + 0,037x$
leichte Lochmasse	m_{lh}/m_0	$0,082 + 0,068x$	$0,026 + 0,056x$
schwere Lochmasse	m_{hh}/m_0	$0,51 + 0,25x$	$0,41 + 0,1x$

Tabelle 2.1.: Einige wichtige Festkörperparameter nach [Levinshtein96], der in dieser Arbeit untersuchten Halbleiter bei $T = 300\text{ K}$.

2.1.1. Eindimensionaler Einschluss - 2DEG/2DHG

Eine Schicht GaAs in Al_xGa_{1-x}As wirkt auf die Ladungsträger wie ein Potentialtopf in Wachstumsrichtung z . Die Schrödinger-Gleichung in der Effektiven-Masse-Näherung lautet:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m_x^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{m_y^*} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1}{m_z^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + V(z) \right] \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}). \quad (2.1)$$

Ist die Dicke d dieser Schicht klein genug ($\lesssim 10\text{ nm}$), lässt sich das Energiespektrum der Kristallimpulse k_z in z Richtung nicht mehr als kontinuierlich annähern und es treten Quantisierungseffekte in Erscheinung. Zur Lösung der Schrödinger-Gleichung lässt sich ein Separationsansatz für die drei Raumrichtungen wählen:

$$\psi(\mathbf{r}) = \varphi_n(z) e^{ik_x x + ik_y y}. \quad (2.2)$$

Parallel zur GaAs-Schicht bleibt der Bloch-Wellen-Charakter erhalten, k_x und k_y sind weiterhin gute Quantenzahlen. Für die z -Richtung ergeben sich diskrete Niveaus, die über die Quantenzahl $n \geq 1$ indiziert sind. Mit der Vereinfachung eines unendlich hohen Rechteck-Potentials ergeben sich für $\varphi_n(z)$ Sinus- und Kosinus-Funktionen, die an der Grenzschicht verschwinden (Abb. 2.2a). Für die Energieniveaus erhält man:

$$E_n(k_x, k_y) = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_y^*} + \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2m_z^* d^2}. \quad (2.3)$$

Für ein gegebenes n ergibt sich als Dispersionsrelation eine Parabel in k_x und k_y , die als Subband bezeichnet wird. Die Anzahl N der Zustände in einem Energieintervall

$[E, E + dE]$ entspricht der Anzahl von äquidistanten Punkten in der k_x - k_y -Ebene, die in dem Kreisring $[k, k + dk]$ mit $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ Platz finden. Mit der Ableitung der Dispersionsrelation folgt $dE = \hbar^2 k dk / m^*$ (mit isotroper Masse m^*). Wird die spinbedingte Doppelbesetzung der Zustände berücksichtigt, folgt für die Zustandsdichte eines Subbandes⁶:

$$D(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} = \text{konst.} \quad (2.4)$$

Ein realistischeres Modell beschreibt den Einschluss mit endlich hohen Wänden. In diesem Fall gibt es gebundene Lösungen nur für Energien kleiner als die Banddiskontinuität. Außerdem verschwindet die Wellenfunktion nicht mehr vollständig an der Grenzfläche, wodurch sich die Ladungsträger mit einer geringen Wahrscheinlichkeit auch in der Barriere aufhalten können (Abb. 2.2b). Dies bewirkt eine Erhöhung der effektiven Masse m^* für die Bewegung längs der GaAs Schicht, da die Masse in der $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ Schicht höher ist und die effektive Masse mit der Verweildauer in Topf und Barriere gewichtet werden muss.

⁶Im Leitungsband kann es mehr als ein Minimum der Energie im k -Raum geben (Valley-Entartung), dann muss mit dieser Anzahl multipliziert werden.

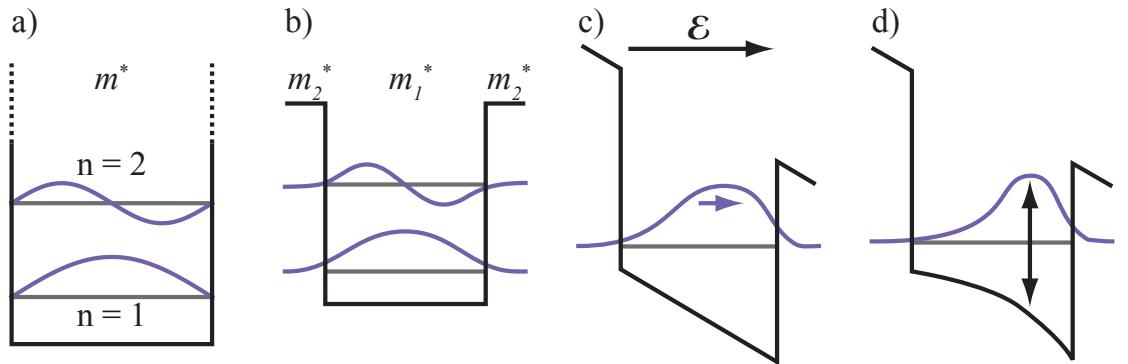


Abbildung 2.2.: Schematische Leitungsbandkante und einhüllende Wellenfunktion für einen eindimensionalen Einschluss. a) Potentialtopf mit unendlich hohen Wänden bildet diskrete Energieniveaus. b) Bei endlich hohen Wänden ragt die Wellenfunktion in das angrenzende Gebiet. c) Ein elektrisches Feld verschiebt den Schwerpunkt der Wellenfunktion. d) Der Bandkantenverlauf und die Wellenfunktion beeinflussen sich gegenseitig.

Die Schrödinger-Gleichung (2.1) lässt sich auf Elektronen wie Löcher anwenden. Die Entartung von Zuständen mit leichter und schwerer Lochmasse bei $k = 0$ wird dabei durch den Einschluss aufgehoben, was zu einer energetischen Begünstigung der schweren Löcher führt.

In einer solchen Heterostruktur lassen sich nun durch geeignete Dotierung hohe Ladungsträgerdichten n bzw. p in einer schmalen Schicht erzeugen, so dass man von zweidimensionalen Elektronen- oder Lochgasen (2DEG, 2DHG⁷) spricht. Die Schichten lassen sich mit hoher Reinheit wachsen und die Dotierung kann räumlich durch eine undotierte Pufferschicht (Spacer) von den Potentialtöpfen getrennt werden. Hierdurch wird die Störstellenstreuung stark unterdrückt und es können insbesondere bei tiefen Temperaturen hohe Beweglichkeiten erreicht werden [Dingle78].

Für den undotierten Halbleiter im thermodynamischen Gleichgewicht folgt die Ladungsträgerdichte aus dem Produkt der Zustandsdichte D und der Fermi-Verteilung f für das Leitungs- bzw. Valenzband:

$$n(z) = \int_{E_L(z)}^{\infty} D_L(E, z) f(E, T) dE \quad \text{bzw.} \quad p(z) = \int_{-\infty}^{E_V(z)} D_V(E, z) [1 - f(E, T)] dE. \quad (2.5)$$

Die Lage der Bandkanten kann für verschiedene Orte im Halbleiter unterschiedlich sein. Ist die Heterostruktur beispielsweise zwischen einem Schottky-Gatekontakt und der ionisierten Dotierung einem inneren Feld ausgesetzt kommt es zu einem zusätzlichen ortsabhängigen Potential $U(z)$ (Abb. 2.2c). Die Ladungsträgerdichte selbst geht in dieses Potential über die Poisson-Gleichung ein (Abb. 2.2d):

$$\frac{d}{dz} \varepsilon(z) \varepsilon_0 \frac{d}{dz} U(z) = -\rho(z) = -q |\psi(z)|^2. \quad (2.6)$$

Daher muss die Schrödinger-Gleichung selbstkonsistent gelöst werden. In dieser Arbeit wird ein Fortran-Programm (*1D Poisson*) von Prof. Gregory Snider⁸ verwendet, das Ladungsträgerdichten und Bandkantenverlauf entlang der Wachstumsrichtung berechnen kann. Abb. 2.3 zeigt den gerechneten Bandkantenverlauf und die Ladungsträgerdichten

⁷2DEG: 2-dimensional electron gas, 2DHG: 2-dimensional hole gas

⁸Professor Gregory Snider, Department of Electrical Engineering, University of Notre Dame, www.nd.edu/~gsnider

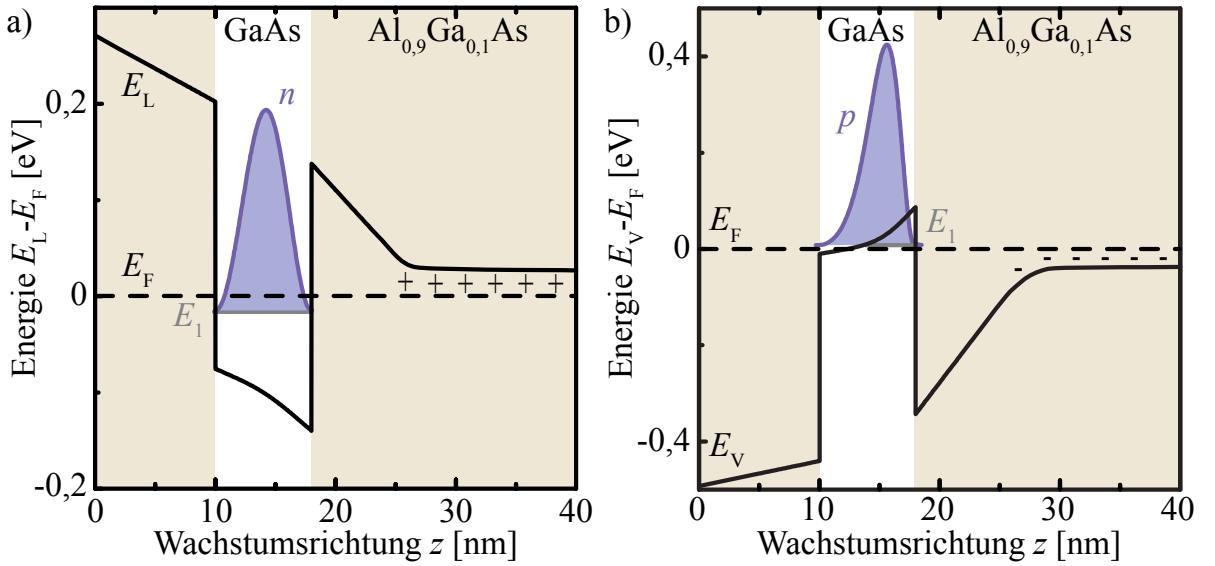


Abbildung 2.3.: Mit dem *1D Poisson*-Programm berechneter Bandkantenverlauf und Ladungsträgerdichte am Beispiel einer GaAs-Al_{0,9}Ga_{0,1}As-Heterostruktur mit a) Donator- und b) Akzeptor-Dotierung.

einer Heterostruktur von 8 nm GaAs in Al_{0,9}Ga_{0,1}As bei $T = 4,2\text{K}$ für unterschiedliche Dotierungen in einem Abstand von 7 nm zum Quantentopf. Das innere Feld zwischen Schottky-Kontakt und Dotierung verkippt die Bandkanten, wodurch der Schwerpunkt der Ladungsträgerdichte verschoben wird. Das Anlegen einer Gatespannung an den Schottky-Kontakt ändert das innere Feld, was Einfluss auf die Ladungsträgerkonzentration und damit auf die Leitfähigkeit σ der Schicht hat. Wird das chemische Potential E_F unter die Energie E_1 des ersten Subbandes abgesenkt ist auch eine vollständige Verarmung möglich.

2.1.2. Dreidimensionaler Einschluss - Quantenpunkte

Wird die Bewegung von Ladungsträgern nicht nur in einer, sondern in allen drei Raumrichtungen eingeschränkt, so spricht man von Quantenpunkten. In diesem Fall sind nur noch diskrete Energieniveaus E_n besetzbar. Die Zustandsdichte hat dann die Form $D(E) = \sum_n \delta(E - E_n)$. Eine mögliche Realisierung ist das Ätzen schmaler Strukturen aus den oben beschriebenen Heteroschichten mit lithographischen Methoden [Reed86] oder ihre lokale Verarmung durch entsprechend definierte Gateelektroden [Wu09]. Auch während des Wachstums lassen sich Quantenpunkte erzeugen, indem noch in der Wachs-

tumskammer die Struktur längs der Wachstumsrichtung gespalten und das Wachstum senkrecht zur ersten Wachstumsrichtung fortgesetzt wird (cleaved edge overgrowth) [Wegscheider97]. So entsteht zunächst ein zweidimensionaler Einschluss, ein weiterer Spaltvorgang ermöglicht schließlich die Bildung eines dreidimensional einschließenden Potentials. Die genannten Methoden erlauben zwar eine gute Kontrolle der Positionierung und Kontaktierung der einzelnen Quantenpunkte, sind aber für große Wafer mit erheblichem technischen und zeitlichen Aufwand verbunden. Eine wesentlich einfachere Methode direkt in der Wachstumskammer großflächig Quantenpunkte zu erzeugen, stellt das selbstorganisierte Wachstum dar.

Weichen die Gitterkonstanten beim Wachsen von Heterostrukturen stärker voneinander ab, als dies bei GaAs und AlAs der Fall ist, kommt es beim Aufwachsen zu Verspannungen. Die 7%-ige Abweichung in den Gitterkonstanten von InAs und GaAs führt beim Aufwachsen von In unter As₂-Atmosphäre auf die Ga (001) Oberfläche dazu, dass sich zunächst eine Benetzungsschicht (wetting layer) aus InAs bildet. Ab einer kritischen Bedeckung von 1,5 ML InAs [Leonard94] kommt es jedoch zu einem Relaxationsprozess, der zu der Bildung von dreidimensionalen Inseln führt. Dieses Verhalten wird als Stranski-Krastanow-Wachstum bezeichnet, welches 1938 für das Materialsystem Ge

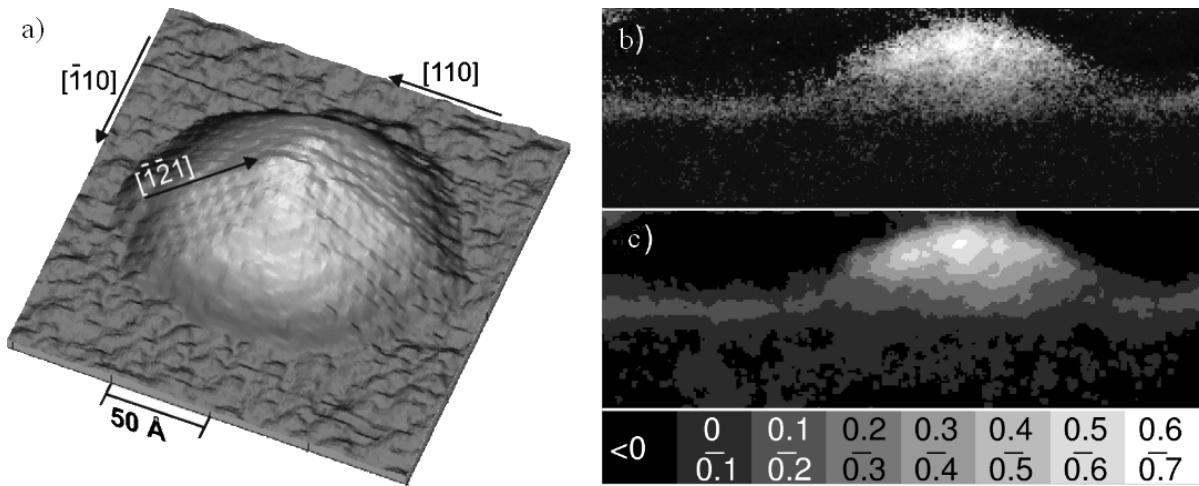


Abbildung 2.4.: a) Atomar aufgelöste in situ STM-Aufnahme einer InAs-Insel auf einer GaAs (001) Oberfläche nach [Marquez01]. b) Querschnitts-TEM-Aufnahme einer InAs-Insel in GaAs-Matrix mit c) Graustufenprofil für den In-Anteil x in dem $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -System nach [Walther01].

auf Si (001) beschrieben wurde [Krastanow38]. Im Tröpfchenmodell⁹ nach [Blossey02] lässt sich dieses Verhalten durch hohe Adhäsionskräfte am Materialübergang GaAs/InAs verstehen, während bei zunehmender Bedeckung die freie Grenzflächenenergie durch Tropfenbildung minimiert werden kann. Die Herstellung ist sowohl mittels MBE [Mo90], als auch MOCVD [Oshinowo94] möglich.

Form und Dichte der Inseln sind dabei stark von den Wachstumsparametern abhängig. Neben der abgeschiedenen Indium-Menge spielen auch Wachstumsrate, Temperatur, As₂-Druck [Ledentsov96] oder die anschließende Bedeckung [Lin94] eine wesentliche Rolle. Es wurden unterschiedliche Facettierungen beobachtet [Moison94, Nabetani94, Lee98] mit einer durchschnittlichen Basisbreite von 20 nm und einer Höhe von 7 nm (vgl. Abb. 2.4a). Durch Diffusion kommt es zudem zu einem Austausch von In und Ga, was zu einem Gradienten in der In-Dichte und dem einschließenden Potential für die Ladungsträger führt (Abb. 2.4b,c). Auf diese Weise lassen sich mit geringem Aufwand bis zu 10¹¹ Quantenpunkte pro cm² erzeugen. Die Ensemblehomogenität ist dabei sehr hoch, mit einer Größenstreuung von etwa 10 % [Leonard94].

Für die elektronische Beschreibung hat sich die 8-Band $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Störungstheorie bewährt [Fu97, Jiang97, Pryor98, Stier99], mit einem Pseudopotential für den Einschluss der Quantenpunkte. Die Wellenfunktion wird um den Gammapunkt entwickelt und in einer Basis aus 8 Bloch-Wellenfunktionen dargestellt. Die genaue atomistische Komposition in einer Matrix eingebetteter Quantenpunkte ist jedoch experimenteller Bestimmung schwer zugänglich, weswegen auch ein einfacheres Modell des harmonischen Oszillators häufige Anwendung findet [Sikorski89, Alsmeier90, Wojs96, Warburton98]. Es ist als eine Näherungslösung für eine in quadratischer Ordnung abbrechende Taylor-Entwicklung des Potentials anzusehen. Die Schrödinger-Gleichung lautet dann:

$$\left[\frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + \frac{1}{2}m^*\omega^2\mathbf{r}^2 \right] \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}). \quad (2.7)$$

Für linsenförmige Quantenpunkte (vgl. auch Abb. 2.4) lässt sich die Rotationssymmetrie durch Übergang zu Zylinderkoordinaten (r, φ, z) ausnutzen. Für flache Linsen lassen sich die energetischen Abstände für die z -Richtung als groß und daher nicht angeregt ansehen. Die z -Abhängigkeit wird daher im folgenden nicht weiter betrachtet. Der Grundzustand

⁹Dieses Modell erklärt auch die Bildung von InAs Quantenringen

des zweidimensionalen harmonischen Oszillators (Gleichung (2.7)) lautet:

$$\psi_s(r, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}l_0} e^{-r^2/2l_0^2}. \quad (2.8)$$

Für die charakteristische Oszillatormenge l_0 gilt:

$$l_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m^* \omega}}. \quad (2.9)$$

Angeregte Zustände folgen aus den Ortsableitungen von $\psi_s(r, \varphi)$ und lassen sich mit Hilfe der Hermite-Polynome darstellen. Die Energieeigenwerte E_{nl} sind mit der radialen Quantenzahl $n = 0, 1, 2, \dots$ und der Drehimpulsquantenzahl $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ zweifach indiziert:

$$E_{nl} = \hbar\omega(2n + |l| + 1). \quad (2.10)$$

Ein in z -Richtung anliegendes Magnetfeld $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ lässt sich durch Ersetzung von \mathbf{p} durch den kinematischen Impuls berücksichtigen $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} + q\mathbf{A}$. Mit der Zyklotronfrequenz $\omega_c = \frac{qB}{m^*}$ und der effektiven Frequenz

$$\omega_{\text{eff}} = \sqrt{\omega^2 + \left(\frac{\omega_c}{2}\right)^2}, \quad (2.11)$$

ergeben sich für die Energieeigenwerte die magnetfeldabhängigen Fock-Darwin-Energien [Fock28]:

$$E_{nl}(\omega_c) = \hbar\omega_{\text{eff}}(2n + |l| + 1) + \frac{1}{2}\hbar\omega_c l. \quad (2.12)$$

Wegen der diskreten Energiespektren werden Quantenpunkte auch als künstliche Atome [Kastner93] bezeichnet. Für die Energieniveaus verwendet man daher auch die Bezeichnung s, p, d, \dots . Die Nomenklatur¹⁰ der Zustände (n, l) lautet: $s \rightarrow (0, 0)$, $p_+ \rightarrow (0, 1)$, $p_- \rightarrow (0, -1)$, $d_+ \rightarrow (0, 2)$, $d_- \rightarrow (0, -2)$, $d_0 \rightarrow (1, 0)$. Jeder Zustand ist dabei zudem zweifach spinentartet, da die Spin-Zeeman-Aufspaltung wegen des kleinen effektiven g-Faktors vernachlässigt werden kann.

¹⁰Im Gegensatz zur Atomphysik können hier in einer „Schale“ unterschiedliche Drehimpulse l auftreten.

2.2. Vielteilcheneffekte

Gleichung (2.12) beschreibt das Anregungsspektrum eines einzelnen Ladungsträgers im Quantenpunkt. Befinden sich N Ladungsträger mit den Koordinaten $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N$ im Potentialtopf, muss ihre Coulomb-Wechselwirkung untereinander berücksichtigt werden. Die Vielteilchen-Schrödinger-Gleichung lautet:

$$\left[\sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m^*} + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 \mathbf{r}_i^2 + \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_{i,j \neq i}^N \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \right] \psi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) = E \psi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N). \quad (2.13)$$

Ist die Coulomb-Energie klein gegenüber der Quantisierungsenergie¹¹, lässt sich der Coulomb-Term als Störung des harmonischen Oszillators ansehen und in erster Ordnung Störungstheorie behandeln [Warburton98]. Die ungestörten Wellenfunktionen haben also die Form von Gleichung (2.8). Die Vielteilchen-Wellenfunktion wird dann in einem Molekularfeld-Ansatz als antisymmetrisches Produkt (Slater-Determinanten) aus Einteilchen-Funktionen dargestellt. Korrelationseffekte werden vernachlässigt. So erhält man für die direkte Coulomb-Energie (Hartree-Energie) E_{ij}^C und die indirekte Austauschenergie E_{ij}^X zwischen den Einteilchenzuständen ψ_i und ψ_j , die Ladungsträgern an den Orten \mathbf{r}_1 und \mathbf{r}_2 entsprechen:

$$E_{ij}^C = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int \int \frac{|\psi_i(\mathbf{r}_1)|^2 |\psi_j(\mathbf{r}_2)|^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} d^3r_1 d^3r_2 \quad \text{bzw.} \quad (2.14)$$

$$E_{ij}^X = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int \int \frac{\psi_i^*(\mathbf{r}_1) \psi_j^*(\mathbf{r}_2) \psi_i(\mathbf{r}_2) \psi_j(\mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} d^3r_1 d^3r_2. \quad (2.15)$$

Der große Vorteil dieses Modells nach Warburton et al. ist die analytische Auswertbarkeit der Wechselwirkungsintegrale [Pfannkuche93]. Sie lassen sich als rationale Vielfache der Coulomb-Energie E_{ss}^C zwischen zwei s -artigen Wellenfunktionen ($n = 0, l = 0$) darstellen, mit:

$$E_{ss}^C = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \sqrt{\frac{\pi}{2l_0^2}}. \quad (2.16)$$

Eine Tabelle für die Wechselwirkungen zwischen Zuständen der s , p und d -Schalen findet sich in [Warburton98]. Die Gesamtenergie E_N einer Konfiguration $(n_1, l_1 \dots n_N, l_N)$ des

¹¹Für Elektronen in typischen InAs Quantenpunkten ist das Verhältnis $\approx 2/5$.

Vielteilchensystems ergibt sich in dieser Näherung aus dem Aufaddieren der einzelnen Paar-Wechselwirkungen und den Quantisierungsenergien der Einteilchenzustände:

$$E_N = \sum_i^N E_{n,l}^i + \frac{1}{2} \sum_{i,j}^N (E_{ij}^C + E_{ij}^X). \quad (2.17)$$

Denkt man sich den Quantenpunkt sukzessive mit Ladungsträgern gefüllt, so ergibt sich für den Fall $E_{ss}^C \ll \hbar\omega$ eine Besetzung des Grundzustands in der Reihenfolge:

$$s \rightarrow s \rightarrow p_+ \rightarrow p_- \rightarrow p_+ \rightarrow p_- \rightarrow \dots$$

In diesem Fall wird die Austauschenergie maximiert, was zu einer Verringerung der Gesamtenergie führt. Dies entspricht also einer Hundschen-Regel für künstliche Atome. Für Elektronen konnte diese Regel experimentell bestätigt werden [Warburton98]. Für Löcher wurde jedoch ein anderes Verhalten beobachtet [Reuter05a], was auf die frühzeitige Besetzung der d -Schale hindeutet¹²:

$$s \rightarrow s \rightarrow p_+ \rightarrow p_- \rightarrow d_+ \rightarrow d_- \rightarrow \dots$$

Für den Fall $E_{ss}^C \gtrsim \hbar\omega$ lässt sich dies wiederum mit einem Energiegewinn durch Austauschwechselwirkung erklären. In diesem Fall ist jedoch die Annahme einer kleinen Störung des harmonischen Oszillators durch die Coulomb-Wechselwirkung nicht mehr gegeben und es müsste statt einer einzelnen, eine Linearkombination mehrerer Slater-Determinanten berücksichtigt werden.

2.3. Beladungszustände der Quantenpunkte

Im Experiment befinden sich die Quantenpunkte in einer kapazitiven Heterostruktur (vgl Abb. 2.5) zwischen einem Rückkontakt als Ladungsträgerreservoir und einem Gatekontakt. Durch die hohe Ladungsträgerdichte im Reservoir ist die Fermi-Energie dort fixiert (pinning). Durch Anlegen einer Spannung U_G an die Gateelektrode lässt sich die potentielle Energie Φ zwischen Quantenpunkten und Rückkontakt verschieben (siehe auch Kapitel 3.2, Abb. 3.4).

¹²In Analogie zu Atomen, wo es durch die Abstoßung der Hüllenelektronen zu einem energetischen Überlappen der Schalen kommt (vgl. Übergangsmetalle).

Für geringe Quantenpunktdichten lässt sich der Effekt ihrer Beladung auf die Bandstruktur vernachlässigen. Der Zusammenhang zwischen einer Energieänderung $d\Phi$ und einer Spannungsänderung dU_G lässt sich als linear annähern. Der Proportionalitätsfaktor wird als Hebelarm λ bezeichnet. Die Gesamtstruktur entspricht einem Plattenkondensator, der von der Quantenpunktschicht im Verhältnis d_1 zu d_2 geteilt wird. Der Hebelarm ergibt sich dann aus dem geometrischen Verhältnis der Kapazitäten zu [Drexler94]:

$$\lambda = \frac{\frac{d_1}{\varepsilon_1 \varepsilon_0} + \frac{d_2}{\varepsilon_2 \varepsilon_0}}{\frac{d_2}{\varepsilon_2 \varepsilon_0}} = 1 + \frac{\varepsilon_2 d_1}{\varepsilon_1 d_2}. \quad (2.18)$$

Eine Spannungsdifferenz übersetzt sich so in eine Energieänderung durch:

$$d\Phi = \frac{e}{\lambda} dU_G. \quad (2.19)$$

Beim Beladen der Quantenpunkte muss diese zusätzliche elektrostatische Energie berücksichtigt werden. Für den N -fach beladenen Zustand folgt so die Gesamtenergie:

$$E(N, \Phi) = E_N - N\Phi(U_G). \quad (2.20)$$

Für eine gegebene Energiedifferenz Φ ist so jeweils eine bestimmte Anzahl Ladungsträger N im Quantenpunkt energetisch favorisiert. Zu einem Ladungstransfer zwischen Rückkontakt und Quantenpunkt kann es nur dann kommen, wenn durch eine Spannungsänderung die Gesamtenergien des N und des $N + 1$ -Teilchensystems gleich sind.

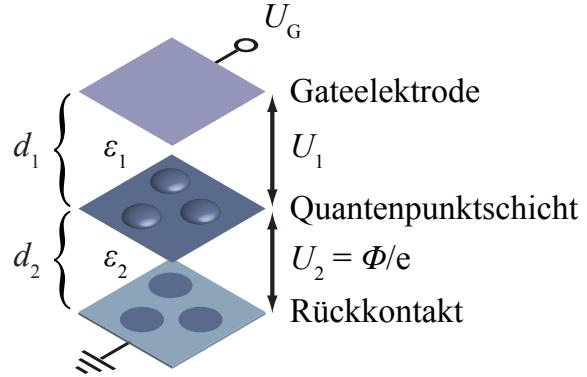


Abbildung 2.5.: Beim Anlegen einer Gatespannung verschiebt sich das Potential U_2 zwischen Quantenpunkten und Rückkontakt. Unter Vernachlässigung eines Ladungstransfers ist der Zusammenhang linear und nur durch die Abstände $d_{1,2}$ und die relativen Dielektrizitätszahlen $\varepsilon_{1,2}$ bestimmt.

Ansonsten ist keine Umladung möglich und man spricht von einer Coulomb-Blockade. Es muss also gelten:

$$E(N, \Phi) = E(N + 1, \Phi) \quad (2.21)$$

Hieraus lassen sich die energetischen Abstände $\Delta\Phi_{N \rightarrow N+1}$ der Umladeprozesse berechnen:

$$\Delta\Phi_{N \rightarrow N+1} = \Phi(E_{N+2} = E_{N+1}) - \Phi(E_{N+1} = E_N) \quad (2.22)$$

Die Beladung führt zu einer Änderung der Kapazität, die im Experiment beobachtet werden kann (vgl. Abb. 2.6). Durch eine Kapazitätsmessung bei verschiedenen Gatespannungen kann also das Gleichgewicht zweier Vielteilchenzustände spektroskopiert werden. Für unterschiedliche Besetzungsreihenfolgen ergeben sich verschiedene Abstände der erwarteten Ladeenergien (vgl. Tabelle 2.2), die aus den Gleichungen (2.20) und (2.17) folgen.

Im Allgemeinen wird bei einer Messung über ein Ensemble $\gtrsim 10^6$ Quantenpunkten gemittelt, deren Durchmesser um einen Mittelwert normalverteilt ist. Dies führt zu ei-

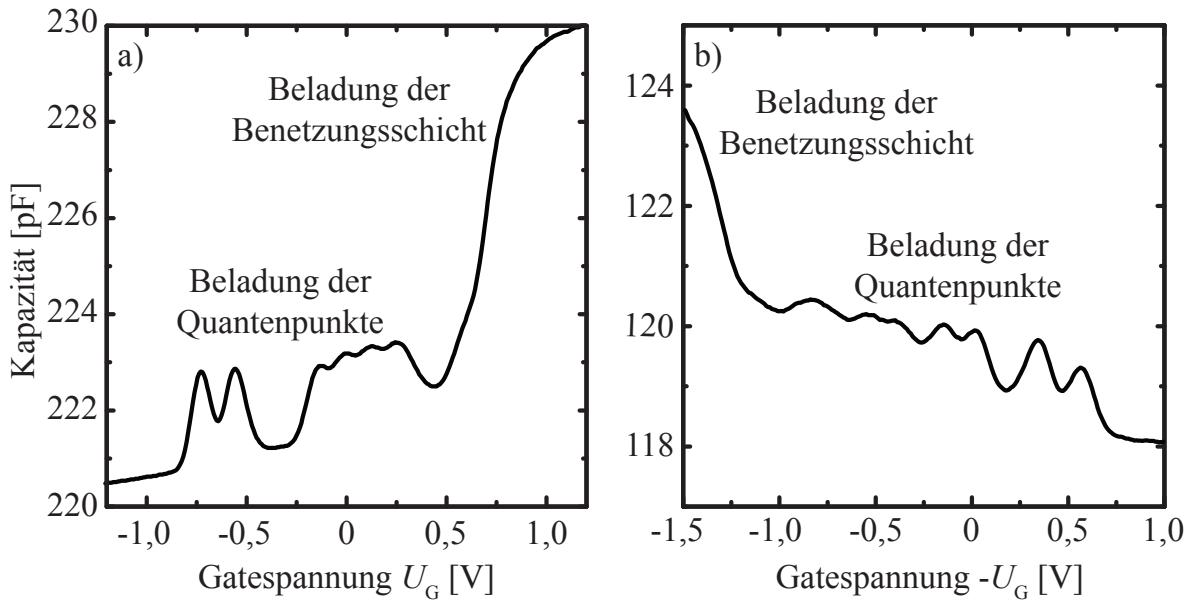


Abbildung 2.6.: Die diskreten Ladeenergien der Vielteilchen-Grundzustände zeigen sich in den Kapazitätsspektren für ein Elektronen-System a) und ein Lochsystem b) nach [Wibbelhoff06].

Besetzungsreihenfolge	$\Delta\Phi_{1\rightarrow 2}$	$\Delta\Phi_{2\rightarrow 3}$	$\Delta\Phi_{3\rightarrow 4}$	$\Delta\Phi_{4\rightarrow 5}$	$\Delta\Phi_{5\rightarrow 6}$
$s \rightarrow s \rightarrow p_+ \rightarrow p_- \rightarrow p_+ \rightarrow p_-$	E_{ss}^C	$\hbar\omega + \frac{1}{4}E_{ss}^C$	$\frac{1}{2}E_{ss}^C$	$\frac{7}{8}E_{ss}^C$	$\frac{1}{2}E_{ss}^C$
$s \rightarrow s \rightarrow p_+ \rightarrow p_- \rightarrow d_+ \rightarrow d_-$	E_{ss}^C	$\hbar\omega + \frac{1}{4}E_{ss}^C$	$\frac{1}{2}E_{ss}^C$	$\hbar\omega + \frac{3}{16}E_{ss}^C$	$\frac{15}{32}E_{ss}^C$
$s \rightarrow s \rightarrow p_+ \rightarrow p_+ \rightarrow p_- \rightarrow p_-$	E_{ss}^C	$\hbar\omega + \frac{1}{4}E_{ss}^C$	$\frac{11}{16}E_{ss}^C$	$\frac{1}{2}E_{ss}^C$	$\frac{11}{16}E_{ss}^C$

Tabelle 2.2.: Additionsenergien für drei mögliche Beladungsreihenfolgen im Warburton-Modell nach Gl. (2.22).

ner Verbreiterung der Zustandsdichte in der Quantenpunktschicht, wobei die einzelnen Ladezustände auch durch eine Gauß-Funktion beschrieben werden können. Es kommt jedoch zu einer leichten Asymmetrie, da der Zusammenhang zwischen Breite und Energie reziprok ist.

2.4. Tunnelkopplung

Ein Quantenpunkt ist als Speicher für Ladungen anzusehen, die aus einem gekoppelten Reservoir (hier: der Rückkontakt) transferiert werden können. Je nach System können dies Elektronen oder Löcher sein. Bei tiefen Temperaturen steht dabei nicht genügend Energie für eine thermische Anregung zur Verfügung. Für den Be- und Entladevorgang

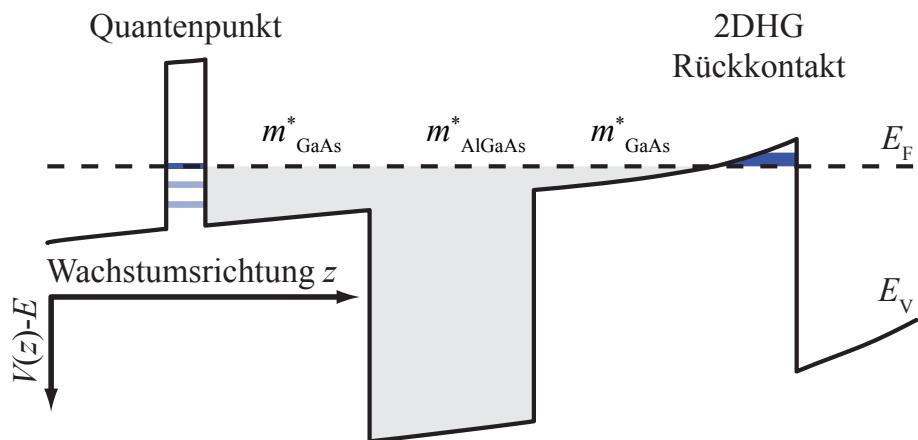


Abbildung 2.7.: Die Wellenfunktion in den Quantenpunkten und in dem Rückkontakt sind über das Potential $V(z) - E$ tunnelgekoppelt. Mit den Materialgrenzen ändern sich Barrierefälle und effektive Massen (Für Löcher ist die Energieachse invertiert).

ist nur direktes Tunnellen möglich. Liegt ein Potential zwischen Reservoir und Quantenpunkt gerade so an, dass Bedingung (2.21) erfüllt ist, führt eine kleine Energieänderung $d\Phi$ am Ort der Quantenpunkte zu einer Umladung dn .

Aufgrund der geringen Tunnelwahrscheinlichkeit ist dieser Prozess nicht instantan. Für ein Ensemble aus n Quantenpunkten mit der Zustandsdichte D lässt sich die Beladung durch ein Zerfallsgesetz [Luyken99b] mit einer charakteristischen Zeitkonstanten τ beschreiben:

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{D\Delta\Phi}{\tau}. \quad (2.23)$$

Einem Potentialsprung $\Delta\Phi$ folgt damit ein exponentiell abklingender Tunnelstrom. Die nach der Zeit t transferierte Ladung ist proportional zur Zustandsdichte D des Quantenpunktensembles. Für ein angelegtes Wechselfeld der Form $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{i\omega t}$ ist die transferierte Ladung von Frequenz und Tunnelrate abhängig. Je höher die Frequenz ω desto weniger Ladungen können während eines Zyklus übertragen werden. Die Zeitkonstante τ in Gleichung (2.23) stellt die Dämpfungskonstante in einem Lorentz-Oszillatator dar [Luyken99a].

Die Kapazität $C = dQ/dU = qdn/dU$ folgt damit einer Lorentz-Kurve und es gilt:

$$\frac{C(\omega)}{C(0)} = \frac{1}{1 + \omega^2\tau^2}. \quad (2.24)$$

Die Tunnelzeit τ aus einem gebundenen Zustand in ein Kontinuum (Abb. 2.7) lässt sich in einem semiklassischen Modell abschätzen. Mit der Frequenz f , mit der das gebundene Teilchen gegen den Potentialwall stößt und der Wahrscheinlichkeit T , diesen durch einen Tunnelprozess zu durchdringen, folgt für die Tunnelzeit:

$$\tau = \frac{1}{fT}. \quad (2.25)$$

Für schwach veränderliche Potentiale lässt sich die Wahrscheinlichkeit T mit Hilfe der WKB-Methode¹³ abschätzen. Hierbei wird die Änderung der Phase ϕ der Wellenfunktion entlang einer Strecke z betrachtet.

¹³WKB: Wentzel, Kramers und Brillouin

Durch den Ansatz $\psi \propto e^{i\phi(z)}$ und Integration der Schrödinger-Gleichung folgt:

$$\phi(z) = \pm \int_0^z k(z') dz'. \quad (2.26)$$

Für die Wellenfunktion erhält man:

$$\psi(z) \propto \frac{1}{\sqrt{k(z)}} e^{\pm i \int_0^z k(z') dz'}. \quad (2.27)$$

Beim Tunnelprozess ist die kinetische Energie des Teilchens kleiner als die Barriere und die Wellenfunktion klingt innerhalb der Barriere exponentiell ab. Der Wellenvektor verläuft entlang imaginärer Achsen der Bandstruktur und folgt aus der lokalen kinetischen Energie:

$$k(z) = i\kappa(z) = i\sqrt{\frac{2m^*(V(z) - E)}{\hbar^2}}. \quad (2.28)$$

Die Tunnelwahrscheinlichkeit T ergibt sich dann aus dem Quotienten der Aufenthaltswahrscheinlichkeit vor und hinter der Barriere zu:

$$T = \frac{|\psi(d)|^2}{|\psi(0)|^2} \approx e^{-2 \int_0^d \kappa(z) dz}. \quad (2.29)$$

Die Tunnelbarriere koppelt die Quantenpunktschicht mit dem zweidimensionalen System. Die Stärke der Kopplung lässt sich über Höhe und Breite der Barriere einstellen.

Über eine Gate-Elektrode angelegte Spannung U_G stellt das chemische Potential zwischen Quantenpunkten und 2D System und damit den Beladungszustand der Quantenpunkte ein. Eine Änderung der Spannung U_G führt jedoch auch zu einer Änderung der Ladungsträgerdichte im zweidimensionalen Rückkontakt $n_{2D}(U_G)$ und damit zu einer Änderung der Leitfähigkeit $\sigma = q\mu n_{2D}$. Eine geladene Quantenpunktschicht führt zu einer Abschirmung der Gatespannung und zu einer Erhöhung der Störstellenstreuung und verringert damit die Leitfähigkeit bzw. den gemessenen Strom I [Marquardt08], [Marquardt09].

Ist die Tunnelzeit τ groß gegenüber dem RC -Glied des Messaufbaus und der Probe, so ist die zeitliche Änderung des Stromes $\Delta I(t, U_G)/I(t = 0, U_G)$ für große Zeiten proportional zur transferierten Ladung zwischen Quantenpunkten und dem zweidimensionalen

System. Betrachtet man die Stromänderung $\Delta I(t \rightarrow \infty, U_G)$ für kleine Änderungen in der Gatespannung, lässt sich so die lokale Zustandsdichte des Quantenpunktensembles spektroskopieren. Eine solche Transportspektroskopie ist dann vergleichbar mit einer Kapazitätsspektroskopie wie sie in Abb. 2.6 a) und b) gezeigt ist. Abbildung 2.8 zeigt den direkten Vergleich der zwei Messmethoden an einem Elektronensystem mit zweidimensionalem Rückkontakt.

Diese Methode bietet gegenüber der Kapazitätsspektroskopie den wesentlichen Vorteil, dass sie prinzipiell auch bei geringen Ensemblegrößen, bis hin zu Einzelpunktspektroskopie geeignet ist. Der Strom I durch den Leitkanal ist proportional zur Ladungsträgerdichte n_{2D} im zweidimensionalen Rückkontakt und die Änderung des Stromes ΔI ist proportional zur Quantenpunktdichte n_{QD} .

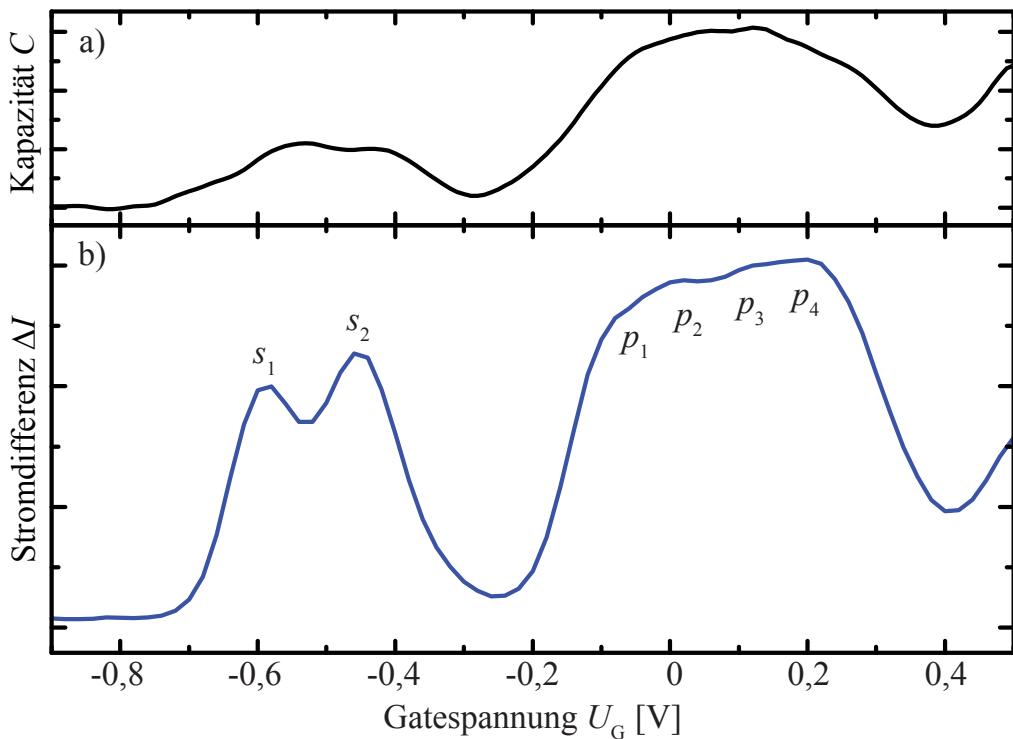


Abbildung 2.8.: Vergleich einer a) Kapazitäts- und einer b) Leitfähigkeitsmessung für das gleiche Elektronensystem nach [Marquardt09].

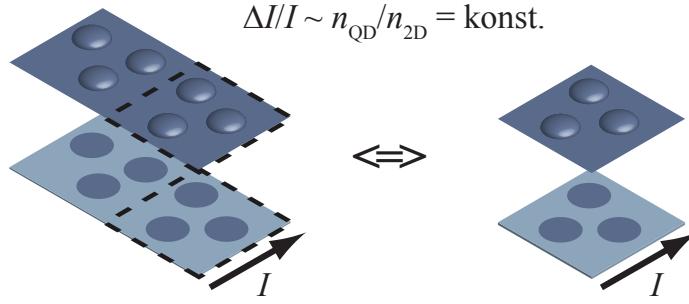


Abbildung 2.9.: Das Verhältnis $\Delta I/I$ ist proportional zum Verhältnis der Ladungsträgerdichten $\Delta n_{\text{QD}}/\Delta n_{\text{2DHG}}$ und damit von der Gatefläche unabhängig. Transportmessungen ermöglichen daher prinzipiell die Spektroskopie eines einzelnen Quantenpunktes.

Für das Verhältnis des Messsignals folgt daher:

$$\frac{\Delta I(t \rightarrow \infty)}{I} \propto \frac{n_{\text{QD}}}{n_{\text{2D}}}. \quad (2.30)$$

Dadurch ist das Messsignal unabhängig von der Gatefläche und damit von der Ensemblegröße (vgl. Abb. 2.9).

Außerdem ist die Signalqualität durch das Verhältnis der Ladungsträgerdichten bestimmt. Wählt man einen Rückkontakt mit entsprechend geringer Ladungsträgerdichte lässt sich so eine wesentlich verbesserte Auflösung erreichen, als bei einer Kapazitätsmessung, wo der Hebelarm und unvermeidliche parasitäre Kapazitäten eine Reduktion der Auflösung bedingen (vgl. Abb. 2.8).

Durch eine geeignete Wahl von Spannungspulsfolgen ist darüber hinaus auch die Messung von angeregten (Nichtgleichgewicht-) Zuständen, für eine zuvor präparierte Beladungszahl, möglich [Marquardt10].

3. Experiment

3.1. Probenstruktur

Die Wafer der in dieser Arbeit untersuchten Proben wurden von der Firma Innolume GmbH¹ molekularstrahlepitaktisch gewachsen. Sie unterscheiden sich in der Stärke ihrer Kopplung zwischen Quantenpunkten und dem Rückkontakt. Die Schichtfolge der Probe

¹www.innolume.com

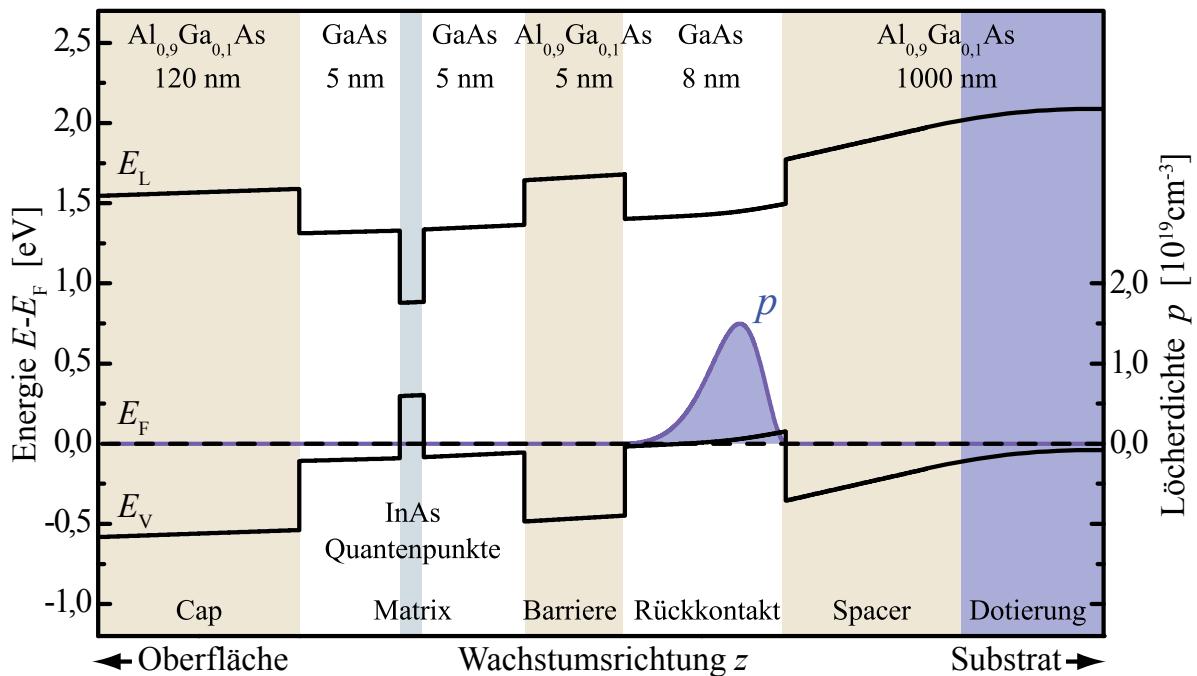


Abbildung 3.1.: Schichtfolge im Bereich der Quantenpunkte und des Rückkontakte des Wafers der Probe DO1880 mit Leitungs- und Valenzbandkanten E_L bzw. E_V sowie der Löcherkonzentration p (nach Rechnungen mit 1D-Poisson).

DO1880 im Bereich der Quantenpunkte und des Rückkontakte² zeigt Abbildung 3.1. In die Tunnelbarriere ist eine Schicht $\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}$ eingefügt. Für die Probe DO1880 beträgt die Tiefe der $\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}$ -Barriere 5 nm, was zu einer hohen Tunnelrate und damit zu einer starken Kopplung führt. Bei der Probe DO1881 wurde die $\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}$ -Barriere auf 10 nm vergrößert. Dies führt zu einer Unterdrückung der Tunnelrate um Größenordnungen, was einer schwachen Kopplung entspricht.

Bei den Quantenpunkten handelt es sich um verspannt aufgewachsene InAs Inseln in einer GaAs Matrix. Ihre Flächendichte wird mit $n_{\text{QD}} \approx 3 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ angegeben, was auf eine InAs-Bedeckung von 1,8 bis 2 Monolagen schließen lässt [Leonard94]. Der Wert ist durch AFM Messungen an Proben bestimmt worden, bei denen die InAs-Schichten unter gleichen Prozessbedingungen an der Oberfläche eines Substrates mit einer 100 nm tiefen Pufferschicht gewachsen wurden. Photolumineszenz Messungen an den Wafers der beiden untersuchten Proben bei Raumtemperatur zeigten eine vergleichbare Exziton-Grundzustandsenergie von 1,06 eV, was einer Wellenlänge von 1170 nm entspricht [Kurzmann10]. Dieser Wert liegt etwas unterhalb der durch Reuter et al. [Reuter04, Reuter05b, Reuter05a] untersuchten Proben (1260 nm), was für eine höhere Lokalisierungsenergie und damit etwas kleinere Quantenpunkte spricht. Diese höhere Lokalisierungsenergie führt zu einer stärkeren Trennung der Ladeenergien und damit zu einer Verbesserung der Auflösbarkeit der Spektren. Als Rückkontakt dient ein 8 nm breiter GaAs-Quantentopf in einer $\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}$ Matrix, der die Löcher von den Akzeptorzentren in der Kohlenstoff-Dotierung aufnimmt und von den geladenen Störstellen durch einen 7 nm breiten Puffer getrennt wird.

Die Prozessierung erfolgte an der Technischen Universität Berlin. Bei der hier verwendeten Gatefläche von etwa $0,2 \text{ mm}^2$ umfasst das untersuchte Ensemble etwa $7 \cdot 10^7$ Quantenpunkte. Zur Herstellung der Ohmschen Kontakte wurde in Folge 7,5 nm Ni, 250 nm Zn und 350 nm Au aufgedampft und anschließend für 3 Minuten bei 400°C unter Stickstoffatmosphäre einlegiert. Hierbei werden Zwischengitterplätze im GaAs durch die Zn-Atome besetzt. Sie dringen durch ihre hohe Diffusivität [Chase97] bis zu dem Rückkontakt in einer Tiefe von ≈ 200 nm vor und stellen dort einen ohmschen Kontakt zu dem 2DHG her. Für die Herstellung von p-Kontakten eignet sich sowohl Beryllium als

²Eine genauere Schichtfolge findet sich Anhang.

auch Zink wobei wegen der hohen Giftigkeit von Beryllium meist nur Zink Anwendung findet, obgleich Beryllium die besseren Diffusionseigenschaften [Yu91] zeigt. Für den Gatekontakt wurden 7,5 nm Ni und 350 nm Au aufgebracht. In der hier verwendeten Maske haben Gates und Rückkontakte einen Mindestabstand von 80 μm , so dass die laterale Diffusion von Zink nicht zu einem Kurzschluss der Gates führt. Auf dem Weg zu kleineren Probenstrukturen muss die Prozessierungsmethode jedoch abgeändert werden, da bereits Abstände von 5 bis 10 μm zu einem Kurzschließen der Kontakte führen.

Die prozessierten Probenstücke wurden auf einem Träger befestigt und in einen Probenstab eingesetzt. Der Stab wird in einem flüssigen Heliumbad auf eine Temperatur von 4,2 K gebracht. Für die Messungen mit Magnetfeldern wurde ein Cryogenic Magnetkryostat verwendet, dessen supraleitende Magnetspulen Feldstärken von bis zu 12 T erlauben. Messungen über 12 T wurden in einem Kryostaten mit Bitter-Magnet-Technik am *High Field Magnet Laboratory* der Radboud Universität in Nijmegen durchgeführt.

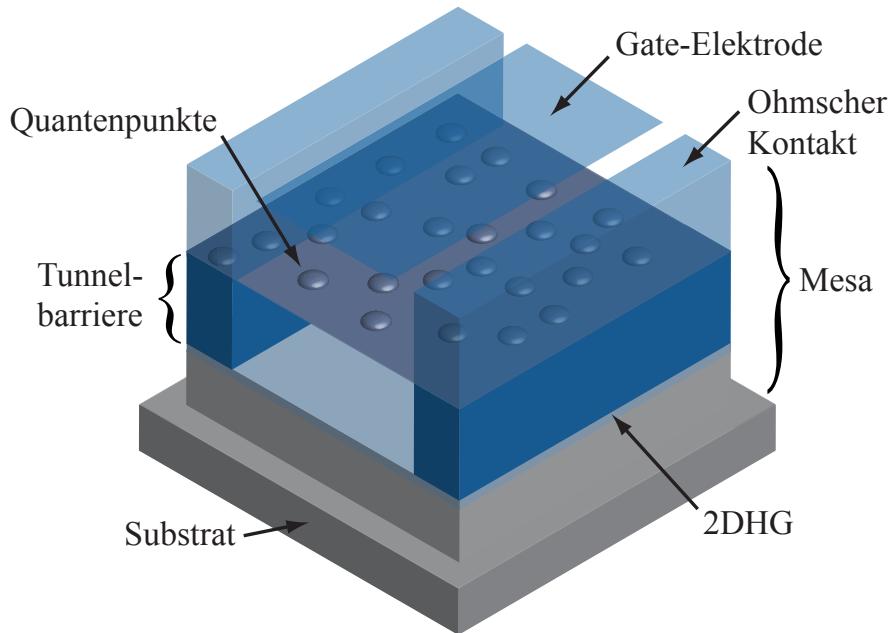


Abbildung 3.2.: Schematische Darstellung der prozessierten Probe. Zur Herstellung der Ohmschen Kontakte wurde Zn einlegiert, anschließend die Ni/Au Gate-Elektrode aufgebracht. Zuletzt erfolgt das Ätzen der Mesa bis unter das 2DHG.

3.2. Kapazitätsspektroskopie

In der Kapazitätsspektroskopie (CV-Spektroskopie³) wird das chemische Potential zwischen Rückkontakt und Quantenpunkten sequentiell durch das Anlegen einer Gleichspannung U_G verändert und bei jedem Schritt die Kapazität C mittels einer aufmodulierten Wechselspannung $U(t) = U_A \sin \omega t$ gemessen. Der schematische Aufbau ist in Abbildung 3.3 gezeigt. Auf die Ausgabe U_G der Gleichspannungsquelle (*Yokogawa 7651*) wird die Wechselspannung $U(t)$ des Lock-In-Verstärkers (*EG&G 7260*) über die Kapazität C_T moduliert. Um eine Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses zu erreichen, wird die Amplitude der Wechselspannung mit einem Widerstandsabgriff R_1/R_2 von $U_A = 500 \text{ mV}$ auf $U_0 = 5 \text{ mV}$ geteilt⁴.

In diesem Aufbau wird die Kapazität nicht direkt gemessen sondern der Wechselstrom I . Der Lock-In-Verstärker ermöglicht die Bestimmung der Phase zwischen angelegter Spannung $U(t)$ und gemessenem Strom I , wodurch sich Real- I_+ und Imaginärteil I_-

³CV: capacitance voltage

⁴Näheres zu diesem Aufbau findet sich auch in den Arbeiten [Wibbelhoff02, Ruß02, Lüttjohann03, Wibbelhoff06, Ruß06, Marquardt06].

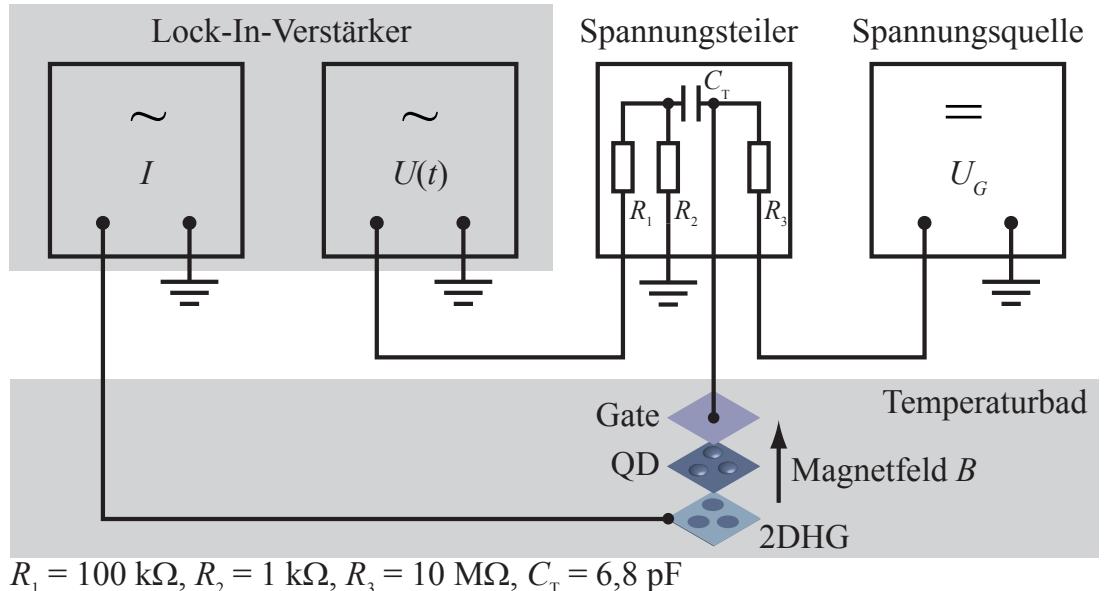


Abbildung 3.3.: Messaufbau für die Kapazitätsspektroskopie: Der Spannungsteiler verringert die Amplitude der Wechselspannung $U(t)$ des Lock-In-Verstärkers und koppelt sie mit der Gleichspannung U_G .

des komplexen Stromsignals I getrennt aufzeichnen lassen. Widerstand R und Kapazität C der Probe ergeben sich dann aus den einzelnen Stromsignalen zu [Goodall85]:

$$R = \frac{U_0 I_+}{I_+^2 + I_-^2} \text{ und } C = \frac{I_+^2 + I_-^2}{\omega U_0 I_-} \approx \frac{I_-}{\omega U_0}. \quad (3.1)$$

Die Heterostruktur der Probe lässt sich als eine Schaltung (siehe Abb. 3.4) von spannungsunabhängigen (geometrischen) Kapazitäten C_1, C_2 und der spannungsabhängigen Quantenkapazität C_{QD} ansehen [Luryi88, Lorke99, Ruf06]. Die Gesamtkapazität C ergibt sich damit zu:

$$C(U_G) = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_{\text{QD}}(U_G)} \right)^{-1}. \quad (3.2)$$

Um von der angelegten Gatespannung U_G auf eine Energieskala $dE = -e\lambda^{-1}dU_G$ umzurechnen ist die Kenntnis der Spannung U_2 nötig, die im Bereich der Quantenpunktschicht

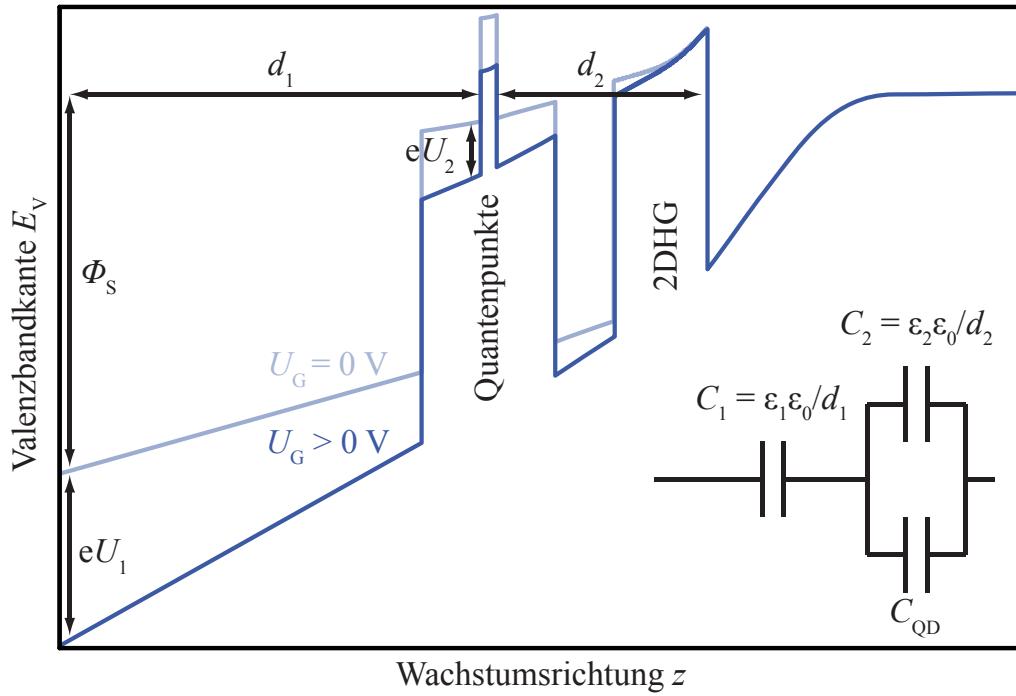


Abbildung 3.4.: Spannungsabfall im Bereich der Heterostruktur wird durch die geometrischen Kapazitäten der Probe C_1, C_2 und der Quantenpunktschicht C_{QD} bestimmt und lässt sich durch eine Ersatzschaltung beschreiben. Ein konstanter Versatz durch die Schottky-Barriere Φ_S wird in den Rechnungen ignoriert.

abfällt (Abb. 3.4). Solange die Quantenpunkte nicht geladen werden lässt sich der Proportionalitätsfaktor λ als konstant annehmen (Gl. (2.18)). Berücksichtigt man aber die Kapazität der Quantenpunkte C_{QD} folgt:

$$\lambda(U_G) = \frac{U_G}{U_2(U_G)} = \frac{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_{\text{QD}}(U_G)}}{\frac{1}{C_2 + C_{\text{QD}}(U_G)}} = 1 + \frac{C_2 + C_{\text{QD}}(U_G)}{C_1}. \quad (3.3)$$

Die Kapazität der Quantenpunkte ist dabei über die lokale Zustandsdichte D gegeben:

$$C_{\text{QD}} = e^2 D(E) = e^2 D(eU_2). \quad (3.4)$$

Da hier wieder die Spannung U_2 eingeht muss Gleichung (3.3) entweder selbstkonsistent oder iterativ gelöst werden, was in Abschnitt 4.1.2 durchgeführt werden soll.

3.3. Transporttransientenspektroskopie

Bei der Transportmessung wird der Einfluss einer angelegten Gatespannung U_G auf den Stromfluss I durch den leitenden Kanal des 2DHGs zeitaufgelöst untersucht (Abb. 3.5). Die Gatespannung U_G wird als Rechteckpuls von einem Funktionsgenerator (Tektronix

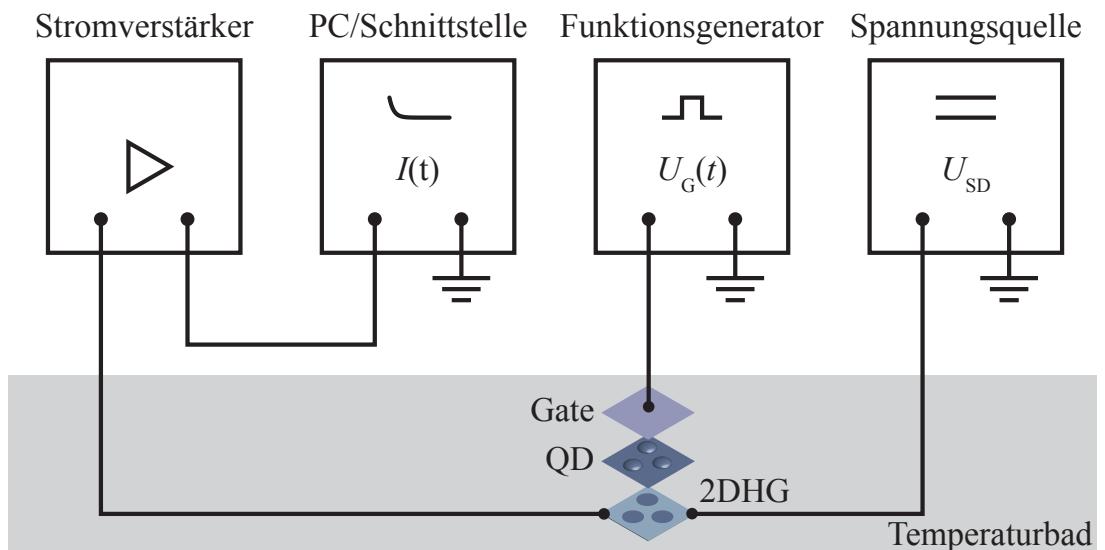


Abbildung 3.5.: Aufbauschema zur Messung der Transporttransienten: Anstatt der sinusförmigen Wechselspannung wird ein Rechteckpuls $U_G(t)$ auf das Gate ausgegeben und der Strom $I(t)$ durch das 2DHG zeitaufgelöst gemessen.

AFG 3021B) generiert. Der Funktionsgenerator gibt den Puls und das Startsignal für die Strommessung an die A/D-Wandlerkarte. Der Strom wird verstärkt (*Femto DHPGA-200* (schnell) oder *Stanford RS570* (rauscharm)), als Spannungssignal von der Wandlerkarte aufgezeichnet und mit der PC-Software gemittelt. Um den zu messenden Strom I zu erzeugen wird eine Seite des Rückkontakte mit einer Spannungsquelle (*Yokogawa 7651*) auf konstanter Spannung $U_{SD} \approx 30 \text{ mV}$ gehalten.

Es wird ein Puls mit konstanter Differenz ($\Delta U_G \approx 20 \text{ mV}$) und sequentiell variiertem Versatz durch den Bereich der Ladespannungen der Quantenpunkte angelegt. Ohne die Anwesenheit der Quantenpunktschicht würde die Leitfähigkeit des 2DHG monoton mit der negativen Gatespannung ansteigen, da die Ladungsträgerdichte nach Gl. (2.5) mit steigender Energie anwächst. Die Spannungsdifferenz führt über den Hebelarm λ zu einer Energiedifferenz am Ort der Quantenpunkte ($\Delta E = \Delta U_G / \lambda$, siehe Abb. 3.6). Die Energiedifferenz führt mit der lokalen Zustandsdichte des Quantenpunktensembles zu

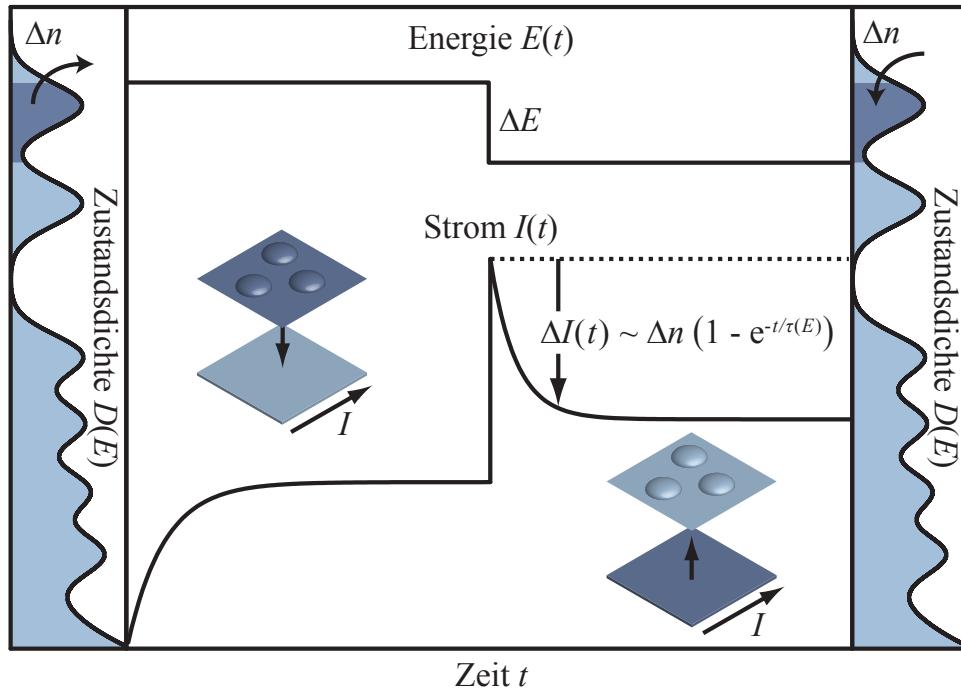


Abbildung 3.6.: Beim Anlegen eines Spannungspulses reagiert das System durch Transfer von Ladungsträgern $\Delta n(E) \approx D(E)\Delta E$ zwischen Rückkontakt und Quantenpunktschicht. Diese Antwort des Systems kann zeitaufgelöst gemessen werden.

einem Transfer der Ladungsträger $\Delta n(E) = \int_E^{E+\Delta E} D(E) \, dE$ zwischen Quantenpunkten und 2DHG. Für genügend kleine Differenzen gilt $\Delta n(E) \approx D(E)\Delta E$.

Durch den Ladungstransfer ändert sich die über dem 2DHG abfallende Spannung und damit die Leitfähigkeit des Kanals. Da der Ladungstransfer langsam gegenüber der nahezu instantanen Leitfähigkeitsänderung im 2DHG ist, lässt sich der Transfer als Änderung des Stroms $\Delta I(t)$ beobachten. Aus Gleichung (2.23) folgen Transienten der Form:

$$\Delta I(t, E) \propto \Delta n(E) \cdot (1 - e^{-t/\tau(E)}). \quad (3.5)$$

In den Proportionalitätsfaktor geht die Steilheit $\left| \frac{\partial I(t, E)}{\partial E} \right|_{t=0}$ des Leitkanals ohne den Einfluss der Quantenpunktschicht ein. Die Tunnelzeit $\tau(E)$ ist über die Tunnelbarriere und die Form der Zustandsdichte in den Quantenpunkten energieabhängig. Für den Fall $t \gg \tau$ und einer kleinen, konstanten Energiedifferenz ΔE ist die Amplitude der Stromänderung $\Delta I(E)$ proportional zur lokalen Zustandsdichte $D(E)$ des Quantenpunktensembles:

$$\Delta I(t \rightarrow \infty, E) \propto \frac{\Delta n(E)}{\Delta E} \propto D(E). \quad (3.6)$$

Die Auftragung $\Delta I(U_G)$ ist damit äquivalent zu einer Kapazitätsspannungsspektroskopie $C(U_G)$. Ein spannungsabhängiger Untergrund entsteht hier durch einen energieabhängigen Hebelarm, der zu einer Änderung in ΔE sowie einer energieabhängigen Steilheit führt. Die Ladungsträgerdichte steigt linear mit der Gatespannung. Mit zunehmender Ladungsträgerdichte können Störstellen besser abgeschirmt werden, was zu einer Erhöhung der Beweglichkeit führt. Insgesamt ist die Leitfähigkeit des Kanals nicht linear zur Gatespannung und die Steilheit damit nicht konstant.

4. Messungen und Auswertung

4.1. Probe mit starker Kopplung

Es soll zunächst die Probe mit der Bezeichnung DO1880 untersucht werden. Mit einer 5 nm $\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}$ Barriere liegen ihre Tunnelzeiten im Bereich weniger μs . Dies erlaubt sowohl die bewährte Kapazitätsspektroskopie, wie auch die neuere Transportspektroskopie auszuwerten und zu vergleichen.

4.1.1. Kapazitätsspektren

Zu Beginn soll das Kapazitätsspektrum der Probe (siehe Abschnitt 3.2) untersucht werden. Die Form der Messkurve wird diskutiert und die Spannungen der Beladezustände in den Quantenpunkten werden ermittelt.

Das resistive I_+ und das kapazitive Stromsignal I_- der Probe DO1880 ist in Abb. 4.1 gezeigt. Im resistiven Anteil des Stroms zeigt sich ein scharfes Maximum bei $U_G \approx 3,3 \text{ V}$. Dies ist ein Resonanzeffekt der Fermi-Energie mit dem ersten Subband-Niveau des 2DHG. In diesem Bereich beginnt die Besetzung des energetisch tiefsten Subbandes mit Ladungsträgern, so dass dort auch die Kapazität stark ansteigt. Im übrigen Bereich der Gatespannung ist der resistive Strom verschwindend klein. Im Bereich der Quantenpunktbeladung von -0,5 bis 1,5 V kommt es noch zu schwach ausgeprägten Resonanzen aufgrund der Kapazitätsänderung (vergrößerter Einsatz in Abb. 4.1).

Im kapazitiven Anteil lassen sich drei Bereiche mit geringer Steigung erkennen. Für Gatespannungen $U_G \gtrsim 3,5 \text{ V}$ ist das 2DHG vollständig verarmt, nur die Hintergrundkapazität des Aufbaus und der Probe bestimmen das Signal. Bei Gatespannungen $\lesssim 0,5 \text{ V}$ kommt es zu einer Beladung der Benetzungsschicht und der GaAs-Matrix, in der die InAs-Quantenpunkte eingebettet sind. Numerische Rechnungen zeigen eine sehr gute

Übereinstimmung für das Verhältnis der Kapazitäten von zweidimensionalem Rückkontakt und GaAs-Matrix. Die GaAs-Matrix verhält sich dabei wie ein 2DHG mit konstanter Kapazität.

In dem vergrößerten Ausschnitt lassen sich deutlich sechs Maxima erkennen, die den mittleren Beladeenergien der im Ensemble verbreiterten Niveaus der Quantenpunkte entsprechen. Die Bestimmung der Spannungen, bei denen eine Umladung der Quantenpunkte auftritt erfolgt nach drei Methoden (vgl. Abb. 4.2):

- Es wird ein linearer Untergrund subtrahiert und eine Superposition von Gauß-Funktionen angepasst.
- Es werden die Minima der zweiten Ableitung bestimmt.

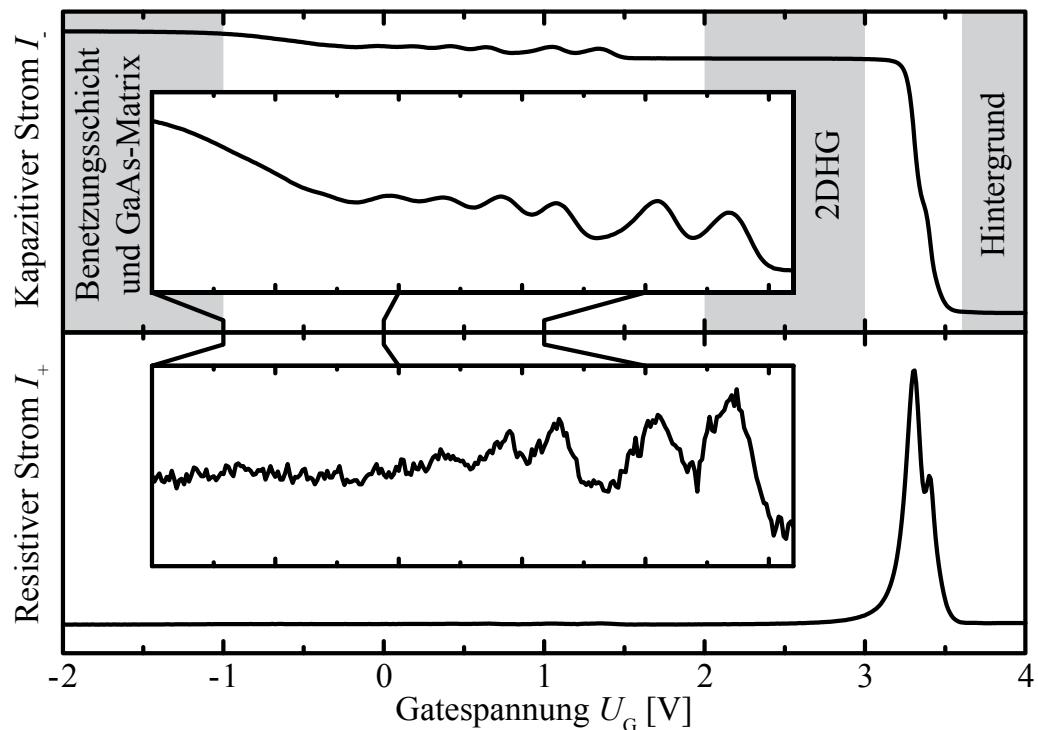


Abbildung 4.1.: Kapazitives und resistives Stromsignal der Probe DO1880: Gesamter Spannungsbereich mit den Bereichen: Beladung von Benetzungsschicht und GaAs-Matrix, Beladung der Quantenpunkte (vergrößert) und Verarmung des 2DHG. Für die Lochzustände nimmt die Energie zu negativen Spannungen zu.

- c) Der Untergrund wird separat durch eine (sigmoidale) Boltzmann-Funktion und die Beladespannungen mit Gauß-Funktionen angepasst.

Methoden b) und c) ermöglichen die Identifikation von acht Ladezuständen h_1 bis h_8 , wobei die letzteren zwei stark durch den Untergrund überlagert werden. Im weiteren Verlauf sollen nur die ersten sechs weiter betrachtet werden. Die verschiedenen Methoden ermöglichen eine Abschätzung des Fehlers durch den unbekannten Untergrund. Die Ergebnisse mit Mittelwert und Fehlerabschätzung sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Die Form der Kurven für die einzelnen Beladungszustände in Abb. 4.2a zeigt eine leichte Asymmetrie, die zum einen daran liegt, dass die Basisbreite b der Quantenpunkte normalverteilt ist, nicht aber die Ensembleenergien, die proportional zu $1/b^2$ ist. Zum Anderen nimmt die energetische Breite es 2DHG mit steigender Ladungsträgerdichte zu negativen Gatespannungen zu, was die Form der Verteilung beeinflussen kann. Dass diese Einflüsse aber eine geringe Rolle spielen müssen, zeigt die vergleichsweise gute Anpassung durch Gauß-Funktionen in Abb. 4.2b.

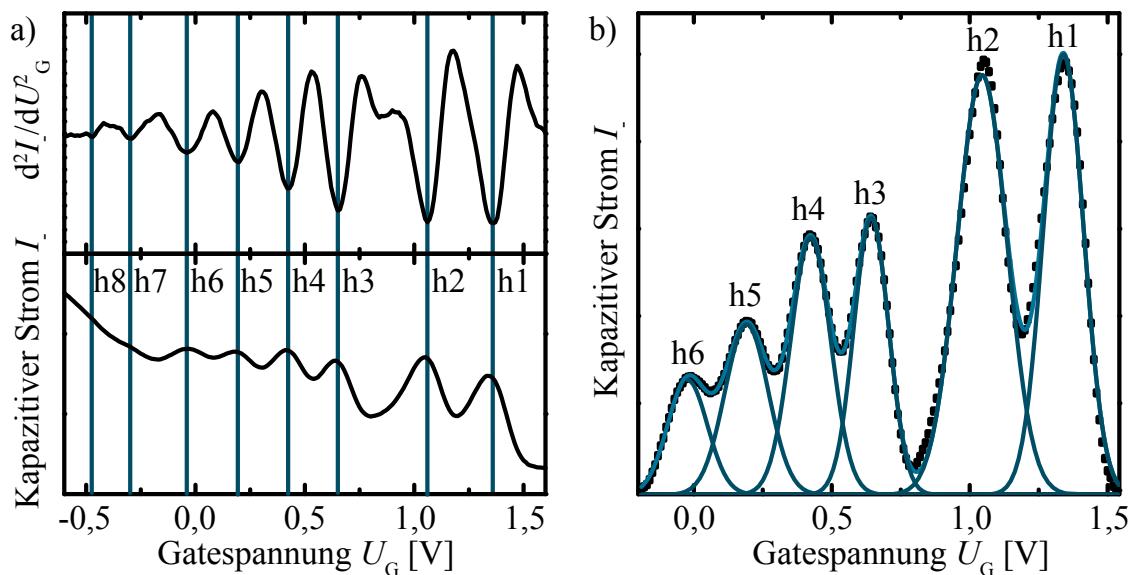


Abbildung 4.2.: Zur Bestimmung der Ladespannungen mit a) zweiter Ableitung und b) Anpassung der Spektren mit Gauß-Funktionen. Jedes Maximum entspricht einer Änderung der Ladung N in dem Quantenpunktensemble. Die Anpassung zeigt nur eine geringe Abweichung von der Gauß-Form.

Zustand	U^a /V	U^b /V	U^c /V	Mittel/V	Fehler/V
h1	1,34	1,36	1,34	1,35	0,02
h2	1,04	1,06	1,03	1,05	0,02
h3	0,64	0,65	0,63	0,64	0,01
h4	0,42	0,42	0,42	0,42	0,01
h5	0,19	0,2	0,21	0,2	0,01
h6	-0,02	-0,04	-0,04	-0,03	0,01
h7	–	-0,29	-0,25	-0,27	0,03
h8	–	-0,47	-0,51	-0,49	0,03

Tabelle 4.1.: Mittlere Ladespannungen zu den acht identifizierbaren Zuständen der Probe DO1880 nach verschiedenen Auswertungsmethoden.

Die genaue Form des Untergrunds der Spektren im Bereich der Quantenpunktbeladung ist nicht bekannt. Eine spannungsabhängige Sperrsichtkapazität sollte, aufgrund der sehr geringen Hintergrunddotierung nur eine unwesentliche Rolle spielen. Aufgrund des flachen Verlaufs der Kapazität im Bereich von 2 bis 3 V ist eher anzunehmen, dass der Untergrund durch die Beladung der Quantenpunkte selbst entsteht. Dies soll im folgenden Abschnitt untersucht werden.

4.1.2. Berechnung des Hebelarms

In diesem Abschnitt soll die Umrechnung der gemessenen Spannungswerte in Energien erfolgen. Dabei soll an drei unterschiedlichen Methoden der Einfluss der Beladung diskutiert werden. Für die Methoden a und b wird eine *1D-Poisson*-Rechnung ohne und mit Flächenladung durchgeführt. Für Methode c wird die Gesamtkapazität der Probe mit einem iterativen Verfahren simuliert.

Die Umrechnung der Spannungsdifferenzen in energetische Abstände am Ort der Quantenpunkte lässt sich grob über das Verhältnis der Abstände Quantenpunkte/Gate und Rückkontakt/Quantenpunktschicht abschätzen. Nach Gleichung (2.18) folgt ein Hebelarm von 7,6 bzw. 13,4 je nachdem, ob man eine starke, substratseitige Lokalisierung des 2DHG im Quantentopf annimmt oder eine Verteilung über den gesamten Topf zulässt (siehe auch Abb. 2.3). Die Lokalisierung des 2DHG in z -Richtung und seine energetische

Breite sind spannungsabhängig. Außerdem wirken die geladenen Quantenpunkte auf den Verlauf der Bandkanten. Im folgenden soll dies genauer berechnet werden.

Die Valenzbandkanten und die Ladungsträgerdichte der Heterostruktur wurde hierzu mit dem Programm *1D Poisson* simuliert. Als Eingabedaten dienen die Herstellerangaben zu Schichtdicken, Akzeptordichte und Quantenpunktdichte. Die Schottky-Barriere zwischen der Au-Gateelektrode und dem GaAs wurde nach [Bock03] zu $U_S = 0,77$ V angenommen. Anstelle der Quantenpunkte wurde eine 1,2 nm dicke $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ Schicht eingefügt, deren Indium-Anteil nach [Offermans05] zu etwa 0,2 abgeschätzt wurde. Die eingefügte Schicht dient hier nur als Benetzungsschicht und berücksichtigt die Erhöhung der Gesamtstruktur durch die InAs-Bedeckung. Die Quantenpunkte werden hier nicht direkt berücksichtigt, da ihr dreidimensionaler Einschluss mit dem eindimensional rechnenden Programm nicht zugänglich ist.

Der energetische Abstand zwischen Fermi-Energie und der Valenzbandoberkante von GaAs am Ort der Quantenpunkte bei der Beladespannung eines Zustandes entspricht der energetischen Tiefe des Zustandes und damit seiner Bindungsenergie (vgl. [Lei08]). Diese Energie lässt sich in der Ausgabe des Programms direkt ablesen, der Hebelarm kann durch die Steigung einer linearen Regression, durch die Auftragung Gatespannung über Energie bestimmt werden. Durch Einfügen einer Flächenladung am Ort der Quantenpunkte lässt sich zudem ihr Einfluss auf den Hebelarm abschätzen. Ohne bzw. mit Berücksichtigung der Beladung erhält man so einen Hebelarm von:

$$\begin{aligned}\lambda^a &= 10,6 \quad \text{bzw.} \\ \lambda^b &= 14,1.\end{aligned}$$

Der Einfluss der Ladung in den Quantenpunkten auf die Bandkanten ist also nicht unwesentlich, so dass für das vorliegende System das übliche Modell eines geometrischen Hebelarms nach [Drexler94] und Gleichung 2.18 nur als erste Näherung zur Bestimmung der Energieniveaus herangezogen werden kann.

Um den Einfluss der Aufladung auf die Energieniveaus genauer zu untersuchen, wird die Heterostruktur durch eine kapazitive Ersatzschaltung simuliert (Abb. 4.3). Die Quan-

tenpunktschicht wird durch eine spannungsabhängige Kapazität $C_{\text{QD}} = e^2 D(E(U_G))$ in Abb. 3.4 berücksichtigt. Für die relativen Dielektrizitätszahlen $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ wurden die Werte aus Tabelle 2.1 in den beiden Bereichen $d1, d2$ der geometrischen Kapazitäten gemittelt und das Abstandsverhältnis so gewählt, dass bei unbeladenen Quantenpunkten der Hebelarm der *1D Poisson* Rechnungen reproduziert wird. Als Zustandsdichte D des Ensembles werden sechs Gauß-Funktionen $D_{hi}(E)$ für die Beladung der Quantenpunkte mit identischer Breite und Fläche und eine Gauß-Funktion für die Beladung der GaAs-Matrix bzw. der Benetzungsschicht angenommen. Durch eine Anpassung der Zustandsdichte lässt sich die gemessene Kapazität nachbilden.

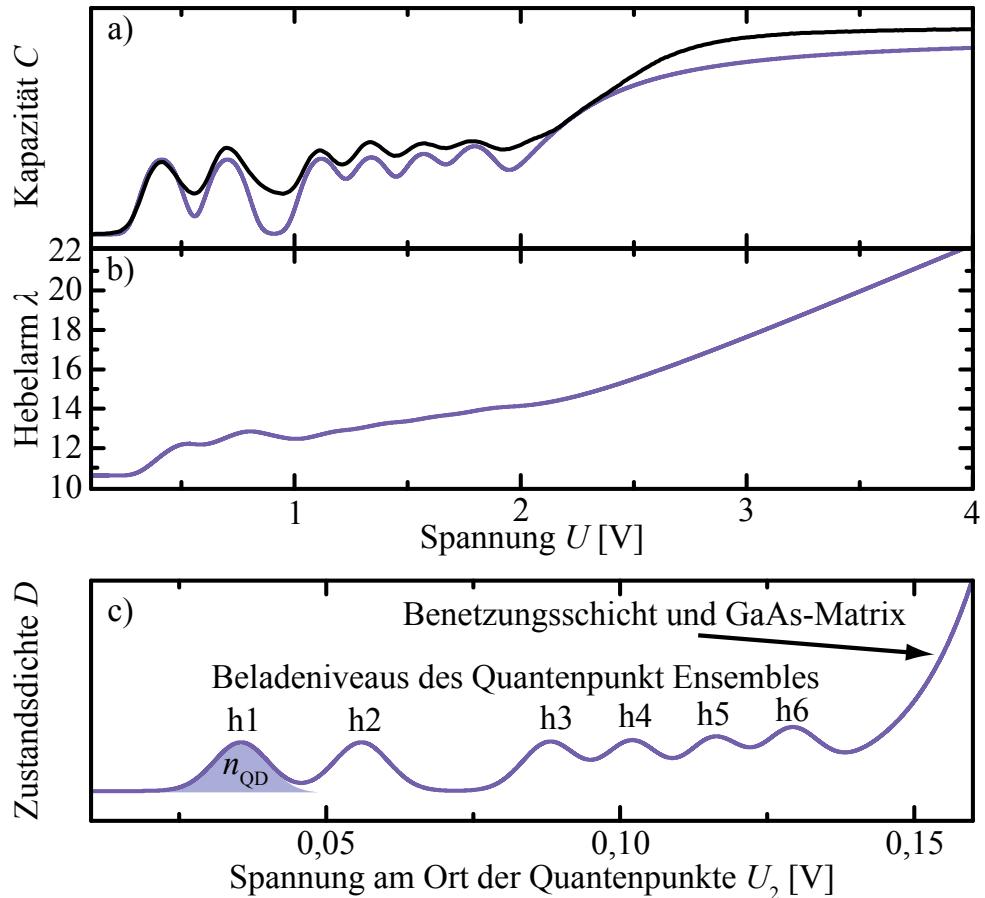


Abbildung 4.3.: a) Kapazität der Ersatzschaltung mit Messdaten (schwarz), b) Hebelarm $\lambda(U) = U/U_2$ und c) angenommene Zustandsdichte D des Quantenpunktensembles mit GaAs-Matrix. Zum Vergleich mit der Zustandsdichte ist die Spannungsachse hier invertiert.

Aus der Zustandsdichte folgen direkt die Energieniveaus der Zustände, sowie die Flächendichte der Quantenpunkte:

$$n_{\text{QD}} = \int D_{hi}(E) \, dE = 3,2 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}.$$

Der Hebelarm zeigt eine starke Spannungsabhängigkeit im Bereich der Ladevorgänge (Abb. 4.3b). Die Energieniveaus für die ermittelten Ladespannungen sind für die drei beschriebenen Verfahren in Tabelle 4.2 aufgeführt. Die letzte Methode liefert keinen Absolutwert, hier wurde der Mittelwert der ersten beiden Methoden für den Zustand h1 als Referenz gewählt. Ein Vergleich der Energien E^b und E^c zeigt, dass die Annahme eines mittleren Hebelarms für alle Zustände zu einem Fehler von etwa 5% in den Absolutwerten führt. Auf die Abstände wirkt sich der Fehler mit etwa 20% jedoch stärker aus.

Die gefundene Energie des h1-Zustandes von -186 meV hat die Bedeutung einer Bindungsenergie. Ihr Betrag liegt leicht unterhalb der Energien der von [Reuter05a] untersuchten Proben. In Verbindung mit den höheren Photolumineszenzenergien bestätigt dies die Annahme, dass es sich hier um etwas kleinere Quantenpunkte handeln muss.

Zustand	Energie ^a /meV	Energie ^b /meV	Energie ^c /meV
h1	-184,5	-186,6	-186
h2	-155,9	-165,2	-166
h3	-117,6	-136,6	-134
h4	-96,6	-120,8	-120
h5	-75,7	-105,2	-106
h6	-53,6	-88,7	-93
h7	-31,0	-71,8	-
h8	-10,5	-56,5	-

Tabelle 4.2.: Energien der gemessenen Ladespannungen a) ohne, b) mit Berücksichtigung einer Schichtladung und c) über Ersatzschaltung.

4.1.3. Energien und Konfigurationen

In diesem Abschnitt werden die Energien mit dem in Abschnitt 2.2 vorgestellten Warburton-Modell verglichen. Die gefundenen Abweichungen gegenüber erwarteten Werten lassen auf eine geringe Austauschwechselwirkung in den Quantenpunkten schließen.

Im Warburton-Modell entsprechen die Kapazitätsmaxima der sequentiellen Besetzung von Einteilchen-Zuständen des harmonischen Oszillators. Die Energieabstände verschiedener Konfigurationsreihenfolgen wurden berechnet (vgl. Tab. 2.2) und mit den experimentell ermittelten verglichen. Die zwei freien Parameter E_{ss}^C und $\hbar\omega$ lassen sich aus den ersten beiden Abständen $\Delta\Phi_{1\rightarrow 2}$ bzw. $\Delta\Phi_{2\rightarrow 3}$ bestimmen und zur Berechnung aller weiteren verwenden. Tabelle 4.3 zeigt die Energien der wahrscheinlichsten Konfigurationsmöglichkeiten. Für die Coulomb- und die Lokalisierungsenergie ergeben sich:

$$\begin{aligned} E_{ss}^C &= 20 \text{ meV} \quad \text{bzw.} \\ \hbar\omega &= 27 \text{ meV}. \end{aligned}$$

Keiner, der nach dem Warburton-Modell berechneten Abstände zeigt eine gute Übereinstimmung mit den Messwerten. Sowohl die für Elektronen erwartete Reihenfolge $ssp+p-p+p-$, wie auch die nach Reuter et al. [Reuter05a] durch Messungen im Magnetfeld beobachtete Reihenfolge $ssp+p-d_+d_-$ zeigen eine deutliche Schwankung in den drei berechneten Abständen. Es wurden jedoch nahezu gleiche Abstände zwischen den Energien von h3 bis h6 gemessen.

Abstand	Messung	$ssp+p-p+p_-$	$ssp+p-d_+d_-$	$ssp+p+p-p_-$
$\Delta\Phi_{1\rightarrow 2}$	20 meV	E_{ss}^C	E_{ss}^C	E_{ss}^C
$\Delta\Phi_{2\rightarrow 3}$	32 meV	$\hbar\omega + \frac{1}{4}E_{ss}^C$	$\hbar\omega + \frac{1}{4}E_{ss}^C$	$\hbar\omega + \frac{1}{4}E_{ss}^C$
$\Delta\Phi_{3\rightarrow 4}$	14 meV	10 meV	10 meV	14 meV
$\Delta\Phi_{4\rightarrow 5}$	14 meV	18 meV	31 meV	10 meV
$\Delta\Phi_{5\rightarrow 6}$	13 meV	10 meV	9 meV	14 meV

Tabelle 4.3.: Gemessene und erwartete Energieabstände für drei Konfigurationsmöglichkeiten im Warburton-Modell.

Die beste Übereinstimmung erhält man für eine Sequenz, in der erst beide p_+ Zustände gefüllt werden. Jedoch zeigt sich auch hier noch eine starke Abweichung bei der Befüllung des ersten p_- Zustandes ($\Delta\Phi_{4 \rightarrow 5}$). Die energetische Favorisierung einer bestimmten Konfiguration lässt sich im Warburton-Modell durch einen Gewinn an Austauschenergie erklären, wenn sich das Verhältnis $\hbar\omega/E_{ss}^C$ verringert (siehe Abb. 4.4). Für den h5-Zustand wird eine Konfigurationsänderung allerdings erst für $\hbar\omega/E_{ss}^C \leq 11/16$ vorhergesagt. In diesem Fall ist die Coulomb-Energie bereits deutlich größer als die Lokalisierungsenergie, was der Annahme einer kleinen Störung des harmonischen Oszillators widerspricht.

Der fehlende Gewinn durch Austauschenergie macht eine Besetzung der Reihenfolge ssp_+p_+ energetisch ungünstig. Die nahezu gleichen Abstände von h3 bis h6 ließen sich allerdings durch eine Überschätzung der Austauschenergien in diesem System erklären.

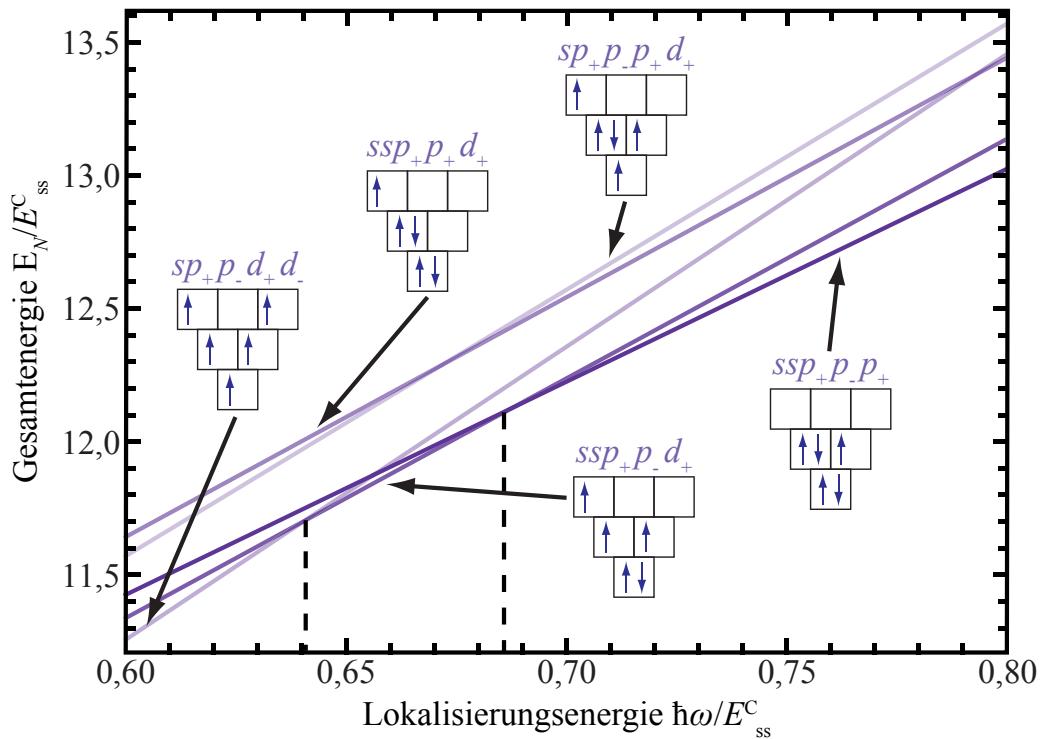


Abbildung 4.4.: Gesamtenergie der $N = 5$ Konfigurationen nach Gl. (2.17) im Grenzbereich des Warburton-Modells für $\hbar\omega < E_{ss}^C$. Im Bereich von $0,64 \lesssim \hbar\omega/E_{ss}^C \lesssim 0,69$ ist die Konfiguration $ssp_+p_-d_+$ am günstigsten. Für $\hbar\omega/E_{ss}^C \lesssim 0,64$ dominiert der Gewinn durch Austauschenergie und führt zu einer vollständig parallelen Einstellung der Spins.

Setzt man die Austauschenergien in den Rechnungen auf Null, ist die gesamte p-Schale energetisch entartet. Für eine Besetzungsreihenfolge $sspppp$ ergäben sich dann die energetischen Abstände:

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{1\rightarrow 2} &= E_{ss}^C, \\ \Delta\Phi_{2\rightarrow 3} &= \hbar\omega + \frac{1}{2}E_{ss}^C, \\ \Delta\Phi_{3\rightarrow 4} = \Delta\Phi_{4\rightarrow 5} = \Delta\Phi_{5\rightarrow 6} &= \frac{11}{16}E_{ss}^C.\end{aligned}$$

In diesem Fall liegen Coulomb- und Lokalisierungsenergien sehr dicht beieinander:

$$\begin{aligned}E_{ss}^C &= 20 \text{ meV} \quad \text{bzw.} \\ \hbar\omega &= 22 \text{ meV}.\end{aligned}$$

Aus der direkten Coulomb-Energie und der Lokalisierungsenergie lassen sich nach Gleichungen (2.9) und (2.16) effektive Oszillatordicke l_0 und Lochmasse m^* berechnen. Mit Berücksichtigung der Austauschenergie erhält man $l_0 = 7 \text{ nm}$ und $m^* = 0,06 m_0$. Ohne Austauschenergie ergeben sich $l_0 = 7 \text{ nm}$ und $m^* = 0,07 m_0$. Die effektiven Massen entsprechen nach Tabelle 2.1 eher der leichten Lochmasse von $\text{Ga}_{0,6}\text{In}_{0,4}\text{As}$. Für einen Einschluss würde man jedoch eine effektive Masse in der Größenordnung der schweren Lochmasse erwarten. Setzt man die schwere Lochmasse in Gleichung (2.9) ein, so ergäbe sich eine sehr geringe Lokalisierungsenergie von $\hbar\omega = 4 \text{ meV}$.

Es ist möglich, dass die Löcher-Wellenfunktionen in der Basis des harmonischen Oszillators durch die Coulomb-Wechselwirkung stärker gestört werden als dies in erster Ordnung Störungstheorie zu berücksichtigen ist. Korrelationseffekte [Reuter05b] oder eine Mischung von leichten und schweren Lochzuständen [Climente05] können zu einer Föderierung von anderen Besetzungsreihenfolgen führen [He05].

Neben den energetischen Abständen gibt auch die Aufspaltung der Energieniveaus in einem magnetischen Feld Aufschluss über die möglichen Konfigurationen. Jede neue Besetzung der Einteilchenzustände führt zu einer Änderung des Gesamtdrehimpulses des

Vielteilchensystems, die proportional zu der Verschiebung der Ladeenergie im Magnetfeld ist, da sich diese nach (2.21) gerade aus der Differenz der Vielteilchenenergien ergibt. Für den einfachen Fall einer sequentiellen Befüllung der Niveaus ist sie gerade proportional zum Drehimpuls des zuletzt besetzten Einteilchenzustands. Messungen in Feldern von $B = 0$ bis 30 T (Abb. 4.5) zeigen eine geringe Änderung für die Ladezustände h_1 und h_2 von $0,01 \pm 0,02$ meV/T bzw. $0,03 \pm 0,02$ meV/T. Dies bestätigt, dass es sich hierbei um drehimpulslose s -artige Zustände handelt.

Die Zustände h_3 bis h_5 zeigen für Feldstärken bis 12 T eine vergleichbar größere Verschiebung von etwa $0,1 \pm 0,05$ meV/T zu niedrigeren Energien. Dies ist mit dem Modell der sequentiellen Schalenbesetzung schwer zu verstehen, da h_5 energetisch deutlich stärker sinken sollte, wenn es sich um die Besetzung der d -Schale handelt. Falls es sich aber

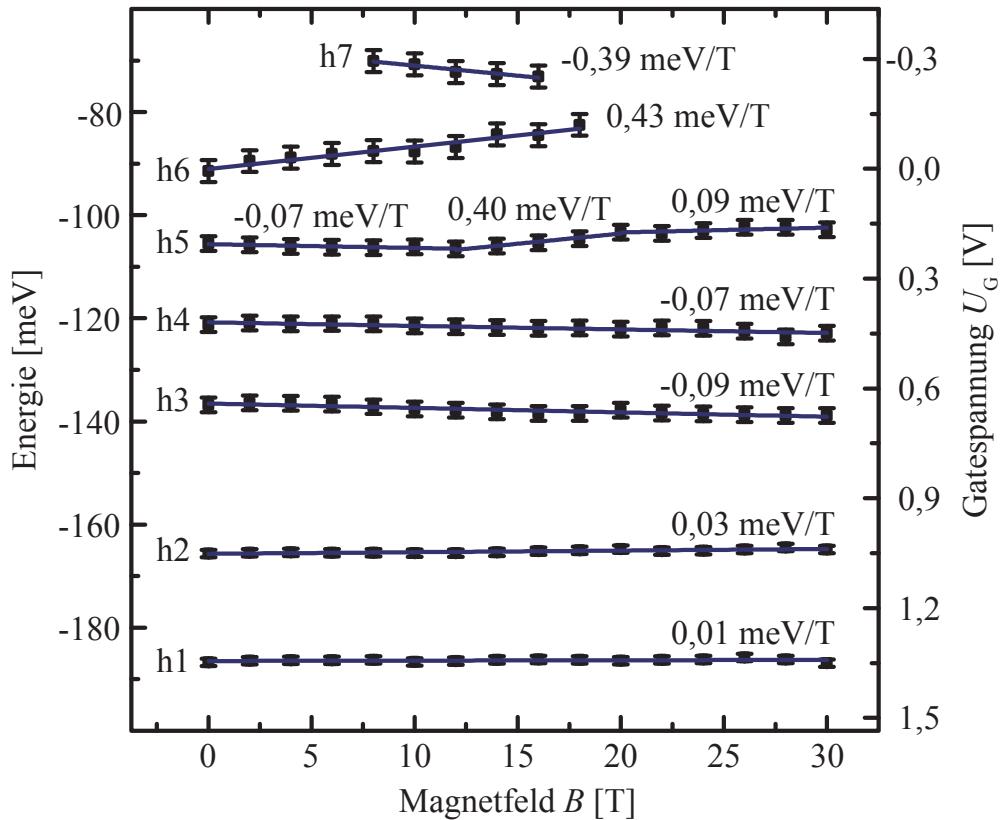


Abbildung 4.5.: Dispersion der Ladeenergien im Magnetfeld von 0 bis 30 T. Die energetisch tiefsten Niveaus h_1 und h_2 zeigen nahezu keine Abhängigkeit. Für die Energien wurde ein konstanter Hebelarm von $\lambda = 14,1$ verwendet.

um p -artige Zustände handelt, sollte die Steigung von wenigstens einem der Zustände positiv sein. Bisher wurde der Spin in den Überlegungen vernachlässigt (siehe Gleichung (2.12)), aber aufgrund der geringen Differenz in den Verschiebungen von h_1 und h_2 ist von einem sehr geringen g -Faktor des Spins auszugehen, der diese Annahme rechtfertigt.

Eine weitere Besonderheit tritt in der Dispersion des h5-Zustandes bei etwa 12 T auf, wo es zu einer deutlichen Änderung der Steigung kommt. Derartige Übergänge wurden bei einem Wechsel der Konfigurationen beobachtet [Tarucha96, Warburton98], wobei es zu einer Kreuzung in der energetisch günstigsten Besetzung kommt, wenn beispielsweise der Energiegewinn durch die Zeeman-Aufspaltung den Gewinn durch die Austauschwechselwirkung überwiegt. Für diese Erklärung müsste jedoch auch ein energetisch abfallender Zweig auftreten, der nicht beobachtet werden kann. Eine Mischung aus schweren und leichten Lochzuständen mit $J_z = 3/2$ bzw. $J_z = 1/2$ in der p -Schale wäre auch denkbar. Aufgrund der hohen Quantisierungsenergie in z -Richtung, sollte der energetische Abstand zwischen leichten und schweren Löchern jedoch groß gegenüber der Quantisierungsenergie in x - y -Richtung sein.

Deutlich überproportional ist die Steigung des h6-Zustandes schon bei kleinen Feldstärken. Möglicherweise kommt es hier zu einer Änderung der Konfiguration auch ohne angelegtes Magnetfeld. Bei all diesen Überlegungen muss berücksichtigt werden, dass es sich bei dem Rückkontakt um ein zweidimensionales Lochgas handelt. Die Folge sind Oszillationen der Fermi-Energie mit dem Magnetfeld. Zwar ist die Feldstärke bei jeder Messung konstant, jedoch ändert die Gatespannung die Ladungsträgerdichte im 2DHG. Dies kann zu einem spannungsabhängigen Untergrund führen, der bei den geringen beobachteten Dispersionen die Messungen überlagert.

4.1.4. Tunnelzeiten aus Kapazitätsspektren

Es soll nun die Abhängigkeit der Kapazitätsspektren auf eine Änderung der Wechselspannungsfrequenz f untersucht werden. Hieraus werden die Zeitkonstanten τ der Tunnelprozesse beim Be- und Entladen der Quantenpunkte berechnet. Für die Probe DO1880 liegen sie im Bereich von 16 bis 28 μ s.

Durch eine Erhöhung der Frequenz f der Wechselspannung kommt es zu einer Ver-

größerung des kapazitiven Stromes I_- (vgl. Gl. (3.1)). Im Bereich $U_G \geq 1,5$ V ist die Kapazität der Quantenpunkte vernachlässigbar klein (Grenzfall $C_{\text{QD}} \rightarrow 0$ in Gl. (3.2)). Wird die Frequenzabhängigkeit der geometrischen Kapazität der Probe vernachlässigt, ist die Kapazität aller Messungen in diesem Bereich gleich. Werden die Spektren auf diesen Bereich normiert, zeigt sich bei zunehmender Frequenz ein sinken der Amplitude in den Beladezuständen der Spektren (siehe Einsatz in Abb. 4.6). Wird diese Amplitude über die Frequenz aufgetragen zeigt das Verhalten die Form einer Lorenz-Kurve. Durch eine Anpassung nach Gleichung (2.24) lassen sich so die Tunnelzeiten τ bestimmen.

Es zeigt sich, dass die gefundenen Zeiten (Tabelle 4.4) für alle Zustände sehr dicht bei einander liegen, im Gegensatz zu Proben mit einer reinen GaAs Barriere [Wibbelhoff06]. Dies liegt daran, dass die Tunnelraten hauptsächlich durch die Höhe der $\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}$ Barriere bestimmt werden und der energetische Abstand der Zustände eine geringere Rolle im Vergleich zu der Barriereförde spielt.

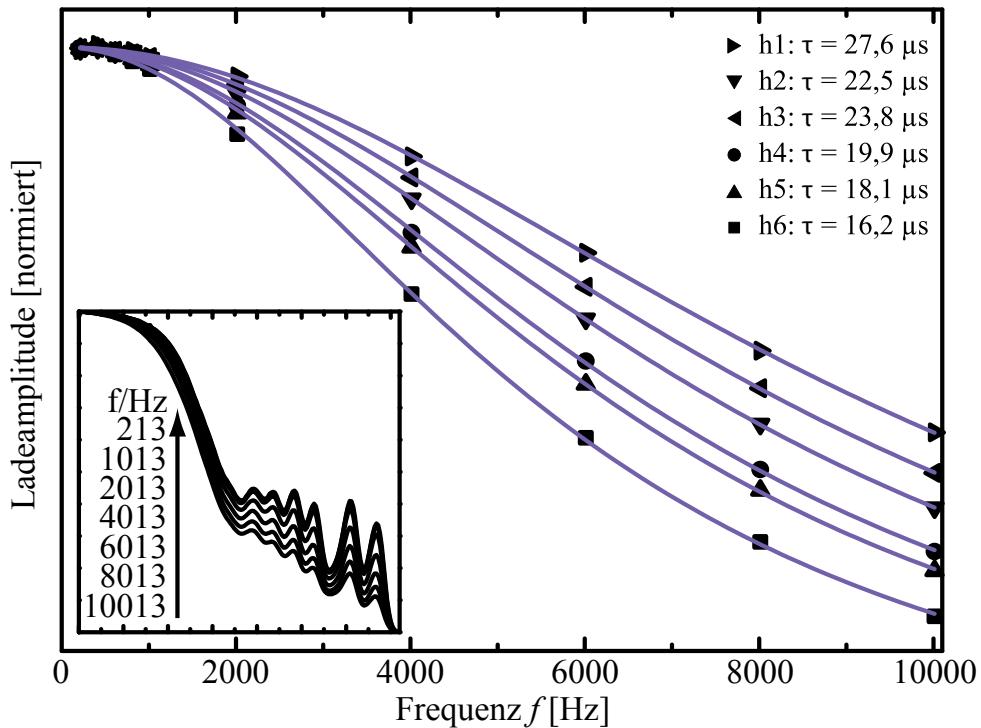


Abbildung 4.6.: Frequenzabhängigkeit der einzelnen Maxima mit Anpassungsfunktion nach Gl. (2.24). Die Tunnelzeiten τ ergeben sich aus den Parametern der Anpassung.

Zustand	Tunnelzeit $\tau/\mu\text{s}$	Fehler/ μs
h1	27,6	0,4
h2	22,5	0,4
h3	23,8	0,3
h4	19,9	0,3
h5	18,1	0,1
h6	16,2	0,4

Tabelle 4.4.: Tunnelzeiten aus der Approximation nach Gl. (2.24) der Kapazitätsamplituden und Fehler aus Standardabweichung der Anpassung.

Der Anstieg in den Tunnelzeiten von h2 auf h3 ließe sich durch einen Effekt der Ladung auf die Bandkanten erklären. Die fehlende Kenntnis der Hintergrund-Kapazität verhindert jedoch einen direkten Zugang zu den Kapazitäten der Quantenpunktschicht. Der tatsächliche Fehler in den Zeiten wird bei über $2 \mu\text{s}$ liegen. Die zeitaufgelösten Transportmessungen erlauben einen direkten Zugang zu den Tunnelzeiten, weswegen diese in Kapitel 4.3 noch einmal genauer diskutiert werden sollen.

4.1.5. **Statische Transportmessung**

In diesem und dem folgenden Abschnitt wird die Abhängigkeit des Stromes I im 2DHG von der Gatespannung U_G untersucht. Zunächst soll dabei der statische Fall $t \rightarrow \infty$ betrachtet werden. Die Struktur in der Ableitung der Kennlinie $I(U_G)$ deutet bereits auf den Einfluss der Quantenpunkte hin.

Die Abhängigkeit der Leitfähigkeit des 2DHG-Kanals von der Gatespannung U_G zeigt Abbildung 4.7 für den statischen Fall. Ohne die Quantenpunktschicht würde man mit fallender Gatespannung einen linearen Anstieg der Ladungsträgerdichte, aufgrund der konstanten Zustandsdichte des 2DHG erwarten. Da der Einfluss von geladenen Störstellen mit zunehmender Ladungsträgerdichte besser abgeschirmt werden kann, ist auch die Beweglichkeit von der Gatespannung abhängig. Insgesamt erwartet man also ein Potenzgesetz mit einem Exponenten $\lesssim -1$ für das Verhalten der Leitfähigkeit nach [Shayegan88], [Kane93] oder [Lu07].

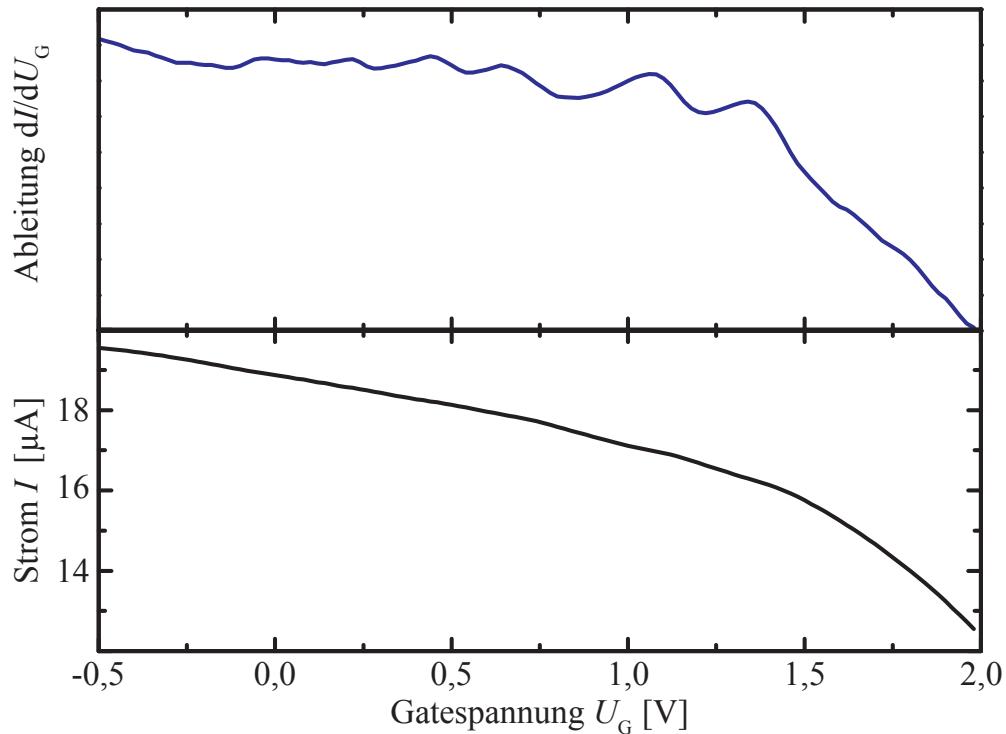


Abbildung 4.7.: Statischer Strom I des 2DHG bei konstanter Source-Drain-Spannung $U_{SD} = 30$ mV in Abhängigkeit von der Gatespannung U_G für die Probe DO1880. Der Einfluss der Quantenpunktschicht zeigt sich in den Maxima der Ableitung.

Die starke Krümmung im Verlauf des Stromes in Abb. 4.7 ist durch den Einfluss der Quantenpunktschicht zu erklären. Die geladene Schicht schirmt die Gatespannung ab und verringert somit die effektiv an dem 2D-Kanal anliegende Gatespannung. Außerdem wirken die geladenen Quantenpunkte als Streuzentren und verringern die Beweglichkeit [Ribeiro98]. Die Ableitung zeigt eine zu den Kapazitätsspektren vergleichbare Struktur, was ein Indiz für die Auswirkungen der Quantenpunkte ist.

4.1.6. Transientenspektren

In diesem Abschnitt wird die Zeitentwicklung des Stromes I betrachtet. Durch die Änderung des Stromes lässt sich zeigen, dass es sich tatsächlich um den Einfluss der Quantenpunkte handelt.

Als eine Alternative zur Kapazitätsmessung ist bei Proben mit zweidimensionalem Rückkontakt die Untersuchung der Be- und Entladetransienten möglich. Die Antwort des Stromes auf die angelegte Gatespannung zeigt Abb. 4.8. Die starken Ausschläge beim Ändern der Gatespannung durch den Pulsgenerator sind eine Reaktion des Stromverstärkers auf die abrupte Änderung des Stromes. Direkt nach einer Pulsänderung zeigt sich ein Sättigungsverhalten mit einer kurzen Zeitkonstanten von etwa einer μs . Dieses Verhalten geht auf das RC-Glied von Aufbau und Probe zurück. Es begrenzt die Auflösung für sehr kurze Zeiten und führt zu einer Erhöhung der Startzeit in der Auswertung. Bei einem Widerstand von $R \approx 2\text{k}\Omega$ entspricht die Zeitkonstante einer Kapazität von:

$$C_{\text{Aufbau}} \approx \tau/R \approx 50\text{nF}.$$

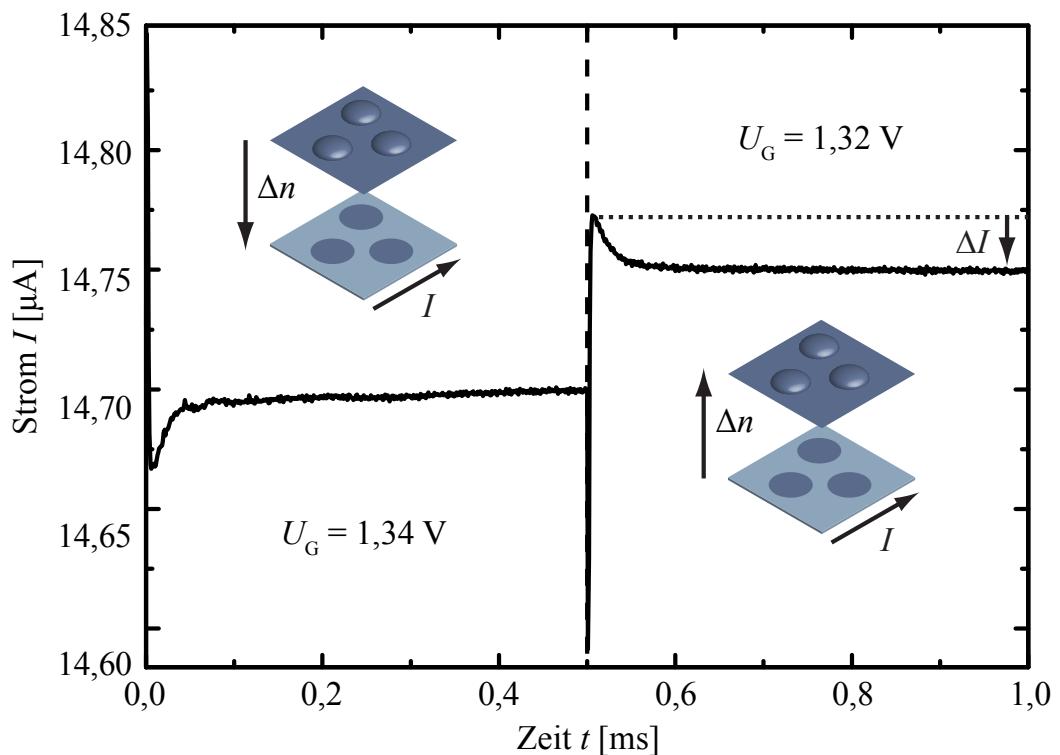


Abbildung 4.8.: Transienten für einen Be- und einen Entladepuls nach 30000 Mittelungen. Der Ladungstransfer hat einen deutlichen Einfluss auf den Strom. Die Zeitliche Auflösung wird durch die Kapazität der Probe begrenzt.

Dieser Wert liegt in der Größenordnung der Probe, der sich abschätzen lässt zu:

$$C_{\text{Probe}} \approx \epsilon \epsilon_0 A / d \approx 20 \text{ nF}.$$

Eine Verkleinerung der Gatefläche A sollte also zu einer Verbesserung der zeitlichen Auflösung führen. Etwa 6 μs nach dem Puls dominiert der Effekt durch den Ladungstransfer zwischen Quantenpunkten und Rückkontakt die Transienten. Aus den Amplituden der Stromänderung $\Delta I(U_G) = |I(t_1, U_G) - I(t_2, U_G)|$ erhält man das in Abb. 4.9 gezeigte Spektrum. Es zeigt sechs Maxima in sehr guter Übereinstimmung mit den aus den Kapazitätsspektren ermittelten Positionen. Der Untergrund entsteht hier größtenteils durch den Unterschied in den Zeitkonstanten der Tunnelprozesse. Da die Zeitauflösung für kurze Zeiten durch das RC -Glied begrenzt wird, werden schnellere Tunnelprozesse in ihrem Beitrag unterschätzt, was in einem Vergleich zu Abb. 4.12 deutlich wird.

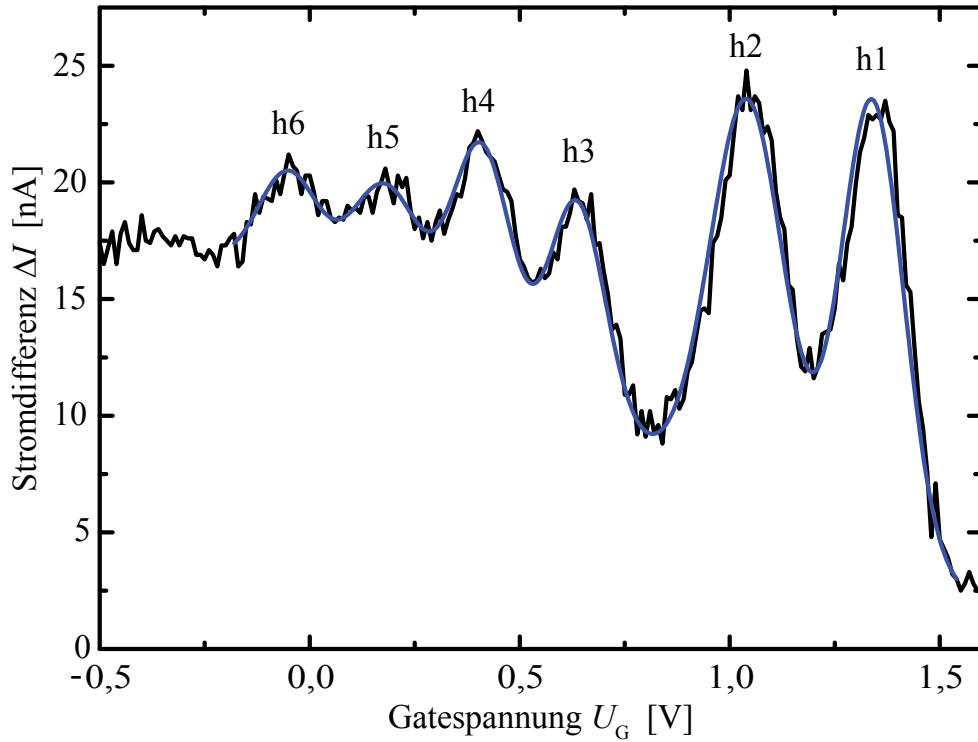


Abbildung 4.9.: Differenz des Stromsignals $\Delta I = I(t = 506 \mu\text{s}) - I(t = 1 \text{ ms})$ und Rekonstruktion durch Gauß-Funktionen auf linearem Untergrund.

Zustand	$U_{G, \text{Trans.}}/\text{V}$	$U_{G, \text{Kap.}}/\text{V}$
h1	1,34	1,35
h2	1,04	1,05
h3	0,64	0,64
h4	0,41	0,42
h5	0,18	0,20
h6	-0,05	-0,03

Tabelle 4.5.: Vergleich der Ladespannungen U_G aus den Transport- und Kapazitätsmessungen der Probe DO1880 zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der beiden unterschiedlichen Messmethoden.

4.2. Probe mit schwacher Kopplung

In diesem Kapitel wird die Probe DO1881 mit 10 nm breiter $\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}$ -Barriere untersucht. Sie hat Tunnelzeiten im Bereich einiger Sekunden. Es wird gezeigt, dass Transportmessungen an Proben mit diesen Tunnelzeiten möglich sind. Die Energien und der Hebelarm werden mit *1D-Poisson*-Rechnungen bestimmt. Ein Vergleich der Energien mit der Probe DO1880 zeigt eine gute Übereinstimmung im Rahmen der experimentellen Genauigkeit

Proben mit einer starken Kopplung und Tunnelzeiten von $\lesssim 1 \text{ ms}$ eignen sich gut für kapazitive Messmethoden. Die im folgenden untersuchte Probe DO1881 hat eine 5 nm breitere $\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}$ Barriere. Kapazitive Messungen mit Wechselspannungen bei Frequenzen unter einem Hz ergaben keine verwertbaren Ergebnisse. Die statische Kennlinie $I(U_G)$ zeigt jedoch in der Ableitung ebenfalls die Struktur der Beladeniveaus der Quantenpunkte (Abb. 4.10). Transportspektroskopie war also auch an diesen Proben möglich. Aufgrund des ca. 50% größeren Abstandes zwischen Quantenpunktschicht und 2DHG ist die Störstellenstreuung verringert, und durch den kleineren Hebelarm rücken die Maxima dichter zusammen.

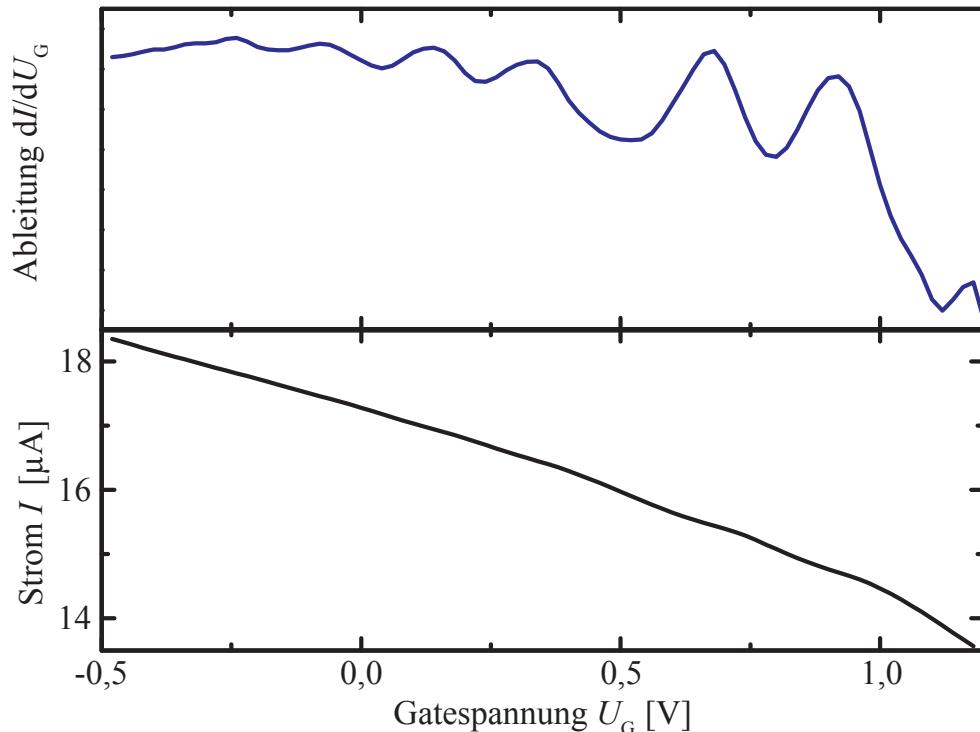


Abbildung 4.10.: Strom des 2DHG in Abhängigkeit von der Gatespannung für die Probe DO1881. Die Ladespannungen der Quantenpunktschicht zeigt sich in der Ableitung.

4.2.1. Transientenspektren

Aufgrund der langen Tunnelzeiten muss hier ein weitaus längerer Puls gewählt werden, bevor sich die Stromtransiente sättigen kann (siehe Abb. 4.11). Hierdurch sind nur 5 bis 10 Mittelungen pro Spektrum möglich. Das Signal- zu Rausch-Verhältnis ist daher schlechter als bei der Probe DO1880 mit starker Tunnelkopplung (vgl. Abb. 4.9 und 4.12).

Die Wachstumsparameter der beiden Proben sind bis auf die Barrierenbreite identisch und die Energieniveaus der Quantenpunkte sollten daher vergleichbar sein. Eine rein geometrische Überlegung nach Gleichung (2.18) führt für diese Struktur zu einem Hebelarm von 9,6 bzw. 6,3, je nach Lokalisierung des 2DHG im Quantentopf. Eine genauere Rechnung mit dem *1D Poisson* Programm, unter Berücksichtigung der Flächenladung führt auf die Energien in Tabelle 4.6.

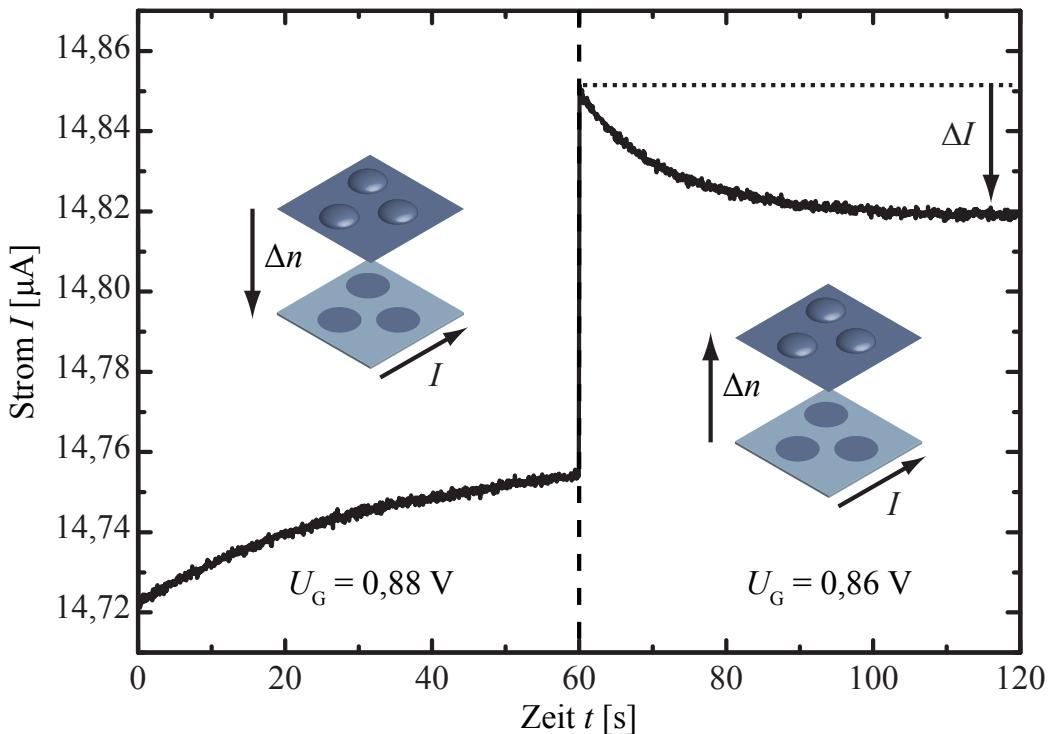


Abbildung 4.11.: Be- und Entladetransiente einer Messung mit 7 Mittelungen der Probe DO1881. Auf diesen Zeitskalen wirkt der Übergang beim Spannungswechsel scharf (vgl. Abb. 4.8). Das RC-Glied spielt hier keine Rolle.

Der Hebelarm ergibt sich aus der linearen Regression zu:

$$\lambda = 12,1.$$

Ein Vergleich der Energieabstände zwischen den beiden untersuchten Proben zeigt eine vergleichbare Coulomb-Energie und eine geringfügig größere Lokalisierungsenergie der Probe DO1881. Im Rahmen der Fehlertoleranz kann aber nicht mit Sicherheit gesagt werden, ob diese Unterschiede tatsächlich von kleineren Quantenpunkten in dem Wafer der Probe DO1881 herrühren. In diesem Fall müsste sich auch die Coulomb-Wechselwirkung verstärken. Da der Abstand der Quantenpunktschicht zu dem 2DHG hier größer ist und die Tunnelzeiten der beiden Proben verschieden sind, ergibt sich ein anderer Untergrund für die Spektren der beiden Proben. Dies führt zu einer Verschiebung der Maxima. Zudem ist auch der Hebelarm nicht hinreichend genau bestimmbar.

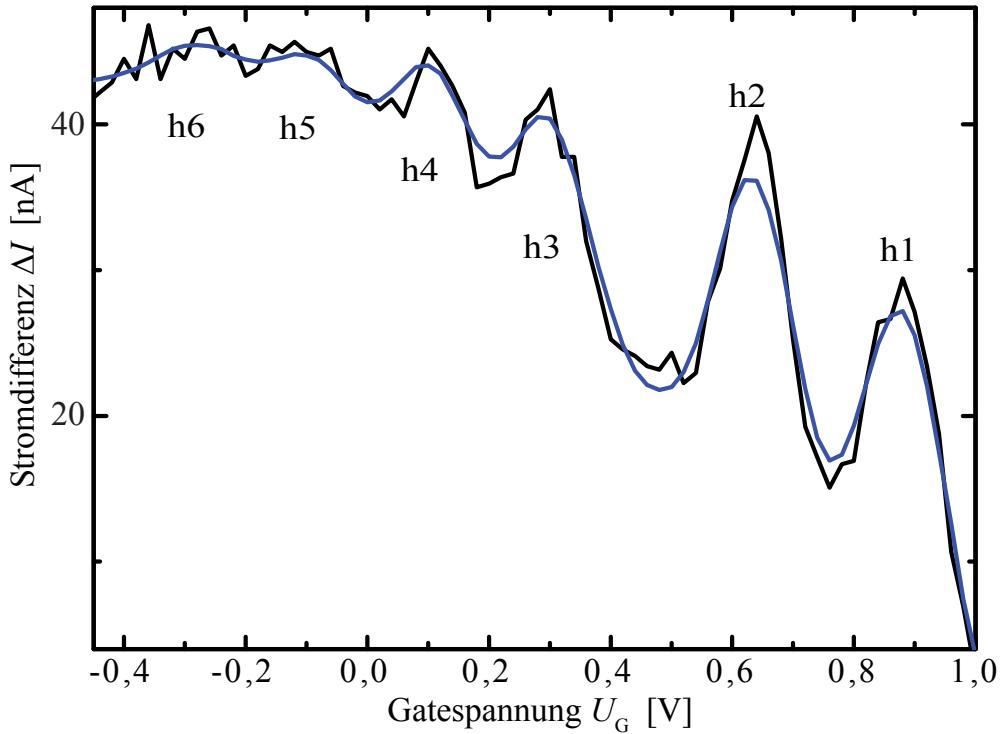


Abbildung 4.12.: Differenz des Stromsignals $\Delta I = I(t = 61 \text{ s}) - I(t = 115 \text{ s})$ und Rekonstruktion durch Gauß-Funktionen auf linearem Untergrund, an der schwach gekoppelten Probe DO1881.

4.3. Vergleich der Tunnelzeiten

Es sollen nun die Tunnelraten der beiden Proben genauer untersucht und verglichen werden. Die Tunnelraten werden dabei aus den Transienten der Transportmessungen ermittelt. Es wird gezeigt, wie sich durch die Form der Barriere die Tunnelzeiten beeinflussen lassen.

Die zeitaufgelösten Transportmessungen ermöglichen einen direkten Zugang zu der Zeitentwicklung der Umladeprozesse. Abbildung 4.13 zeigt eine halblogarithmische Auftragung der Stromamplituden für eine Messung der Probe DO1881. Die Transienten zeigen ein nahezu monoexponentielles Abklingverhalten, mit einer Verringerung der Tunnelzeiten zu höheren Beladungszahlen. Die gemessenen Tunnelzeiten τ in Tabelle 4.8 sind aus mehreren Messungen über Be- und Entladetransienten gemittelt. Die Fehlertoleranz sollte in etwa bei 20% liegen, da die exponentiellen Anpassungen nach Gl. (3.5) verschie-

Zustand	U_G/V	Energie/meV
h1	0,88	-178,8
h2	0,64	-158,8
h3	0,30	-127,3
h4	0,11	-113,2
h5	-0,08	-99,1
h6	-0,28	-84,0

Tabelle 4.6.: Ladespannungen und Energien nach Rechnungen mit *1D Poisson* für die Probe DO1881. Der Hebelarm folgt aus der linearen Regression zu $\lambda = 12,1$.

Abstand	DO1880 /meV	DO1881/meV
$\Delta\Phi_{1\rightarrow 2}$	21,4	20,0
$\Delta\Phi_{2\rightarrow 3}$	28,6	31,5
$\Delta\Phi_{3\rightarrow 4}$	15,8	14,1
$\Delta\Phi_{4\rightarrow 5}$	15,6	14,1
$\Delta\Phi_{5\rightarrow 6}$	16,5	15,1
E_{ss}^C	21,4	20,0
$\hbar\omega$	23,3	26,5

Tabelle 4.7.: Vergleich der Energieabstände der beiden untersuchten Proben mit jeweils konstantem Hebelarm von 14,1 (DO1880) bzw. 12,1 (DO1881).

dener Messungen starke Abweichungen in den Zeitkonstanten im Bereich von $\approx 50\%$ des Mittelwertes zeigen. Dies tritt auch bei den bereits 30.000 fach gemittelten Transienten der Probe DO1880 auf. Ursächlich für die starken Schwankungen können bereits leichte Spannungsdifferenzen von Messungzyklus zu Messungzyklus sein und die vergleichsweise große Differenz von 20 mV zwischen Be- und Entladepuls. Diese Differenzen gehen dabei exponentiell in die Tunnelwahrscheinlichkeit T ein.

Zur Berechnung der Tunnelwahrscheinlichkeit T nach Gleichung (2.29) wird die Barriere $V(z) - E$ durch das in Abb. 4.14 gezeigte, effektive Potential $V_{\text{eff}}(z)$ angenähert. Es wird dabei vereinfachend eine konstante Dielektrizitätszahl zwischen Quantenpunktschicht

und Rückkontakt angenommen. Nach den *1D-Poisson*-Rechnungen kreuzt die Fermi-Energie das Valenzband im Quantentopf des 2DHG im Abstand von etwa 3 nm zur $\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}$ -Schicht (vgl. Abb. 3.1). Dies wird in der Form der Barriere berücksichtigt. Als Bindungsenergien E_i der Zustände werden für beide Proben gleiche Quantenpunkte angenommen und die nach der Ersatzschaltung ermittelten Werte verwendet (vgl. Tabelle 4.2, E^c). Für die Valenzbanddiskontinuität wird der Wert $\Delta E_V = 429 \text{ meV}$ und als effektive Massen die mittleren leichten Lochmassen m_{lh}^* für die jeweiligen Festkörper verwendet¹ Das Integral über κ lässt sich in die Bereiche für GaAs und $\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}$ trennen

¹Die gute Übereinstimmung der Rechnungen deuten auf eine leichte Tunnelmasse hin. Durch eine Streuung kann es beim Tunneln zu einem Übergang von der schweren zur leichten Lochmasse kommen [Xia88].

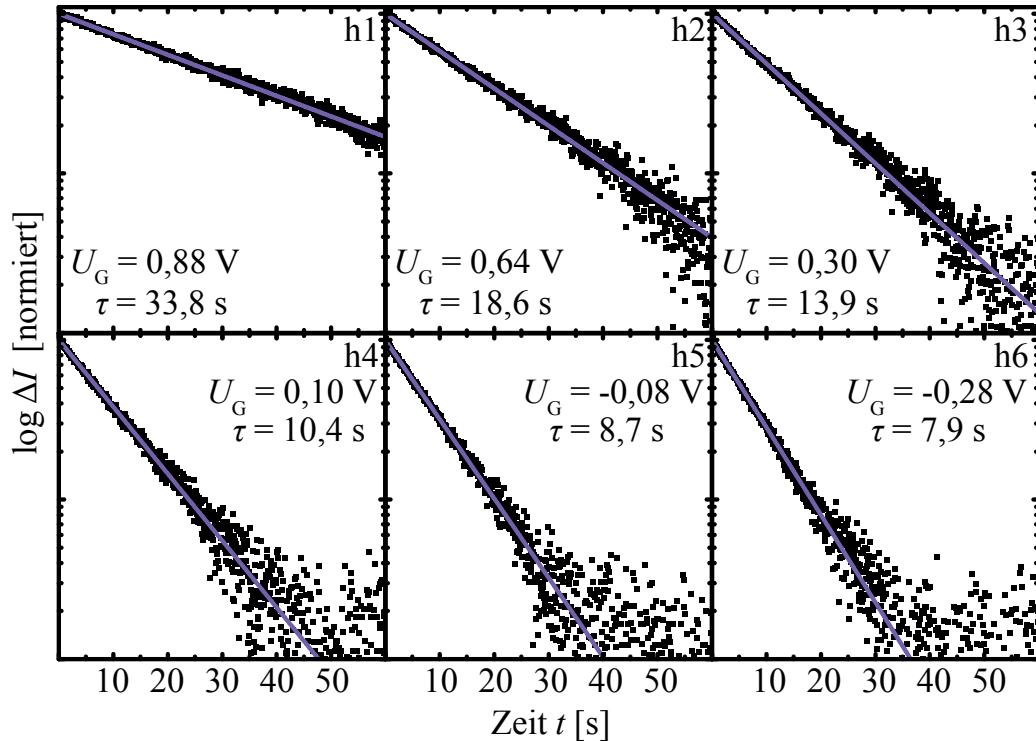


Abbildung 4.13.: Logarithmische Auftragung der Amplituden der Entladetransienten mit Anpassung nach Gl. (3.5) für eine Messung der Probe DO1881 bei den Spannungen der Maxima in den Spektren. Für höhere Beladezustände verkürzen sich die Tunnelzeiten τ .

DO1880	$\tau/\mu\text{s}$	E_i/meV	$T_{\text{WKB}}/10^{-9}$	f/THz	$2\pi f \hbar/\text{meV}$
h1	20	186	1,02	48,8	201,9
h2	18	166	1,68	33,0	136,6
h3	16	134	3,92	15,9	65,9
h4	14	120	5,83	12,2	50,7
h5	12	106	8,84	9,4	39,0
h6	11	93	13,27	6,9	28,3
DO1881	τ/s	E_i/meV	$T_{\text{WKB}}/10^{-15}$	f/THz	$2\pi f \hbar/\text{meV}$
h1	22	186	0,92	49,4	204,2
h2	18	166	1,71	32,4	134,1
h3	14	134	4,9	14,6	60,3
h4	11	120	7,96	11,4	47,2
h5	9	106	13,21	8,4	34,8
h6	8	93	21,61	5,8	23,9

Tabelle 4.8.: Vergleich der Tunnelraten aus den Transporttransientenmessungen für die zwei untersuchten Proben mit errechneter Transmissionswahrscheinlichkeit T_{WKB} und Versuchsfrequenz f .

und analytisch auswerten. Zur Berechnung der Tunnelzeiten wird noch die Frequenz f benötigt, mit der das quasiklassische Teilchen versucht, die Barriere zu überwinden.

In diesem Bild gibt es keine Möglichkeit, diese Frequenz direkt zu berechnen. Die in Tabelle 4.8 gezeigten Frequenzen wurden aus den gemessenen Tunnelzeiten τ und den errechneten Wahrscheinlichkeiten T_{WKB} berechnet. Die berechneten Frequenzen für den niedrigsten Zustand h1 entsprechen mit einem Energieäquivalent von 200 meV in etwa der Quantisierungsenergie $E_z = \hbar^2 \pi^2 / 2m^* d^2 \approx 229 \text{ meV}$ eines 2 nm Breiten Potentialtopfes mit der schweren Lochmasse von InAs. Hier muss allerdings berücksichtigt werden, dass viele nicht exakt bestimmbarer Größen exponentiell in die Rechnungen eingehen, weswegen die Frequenz hier nur die Bedeutung eines systemspezifischen Parameters hat.

Die Rechnungen zeigen außerdem einen starken Rückgang der Frequenzen zu höheren Beladungszahlen der Quantenpunkte. Dies ist höchstwahrscheinlich auf eine Überschät-

zung der Tunnelwahrscheinlichkeit T_{WKB} zurückzuführen. In das Modellpotential in Abb. 4.14 geht nur der, über die Gesamtstruktur gemittelte Verlauf der Valenzbandkante für die jeweils angelegte Gatespannung ein. Für einen Ladungsträger, der in einen bereits geladenen Quantenpunkt tunneln, kommt es jedoch lokal zu einer Anhebung der Potentiellen Energie durch die, in dem Quantenpunkt gespeicherte Ladung. Nach [Luyken99a] entspricht der geladene Quantenpunkt elektrostatisch einer geladenen Kreisscheibe. Das Potential entlang der Symmetriearchse z einer geladenen Kreisscheibe mit Radius R hat die Form (siehe z.B.: [Tipler07]):

$$U_{\text{Kreisscheibe}} = \frac{(N-1)e}{2\pi\epsilon\epsilon_0 R^2} \left(\sqrt{R^2 + z^2} - z \right) + V_0$$

Beim Transfer des N -ten Ladungsträgers ist der Quantenpunkt $N-1$ -fach geladen. R und V_0 werden so gewählt, dass die Energiedifferenz $eU_{\text{Kreisscheibe}}$ zwischen Rückkontakt und Quantenpunkt der gemessenen Coulomb-Blockade von 20 meV entspricht. In diesem Fall beträgt $R = 8,8 \text{ nm}$. Dieses Potential wird auf die Barriere addiert und die Tunnel-

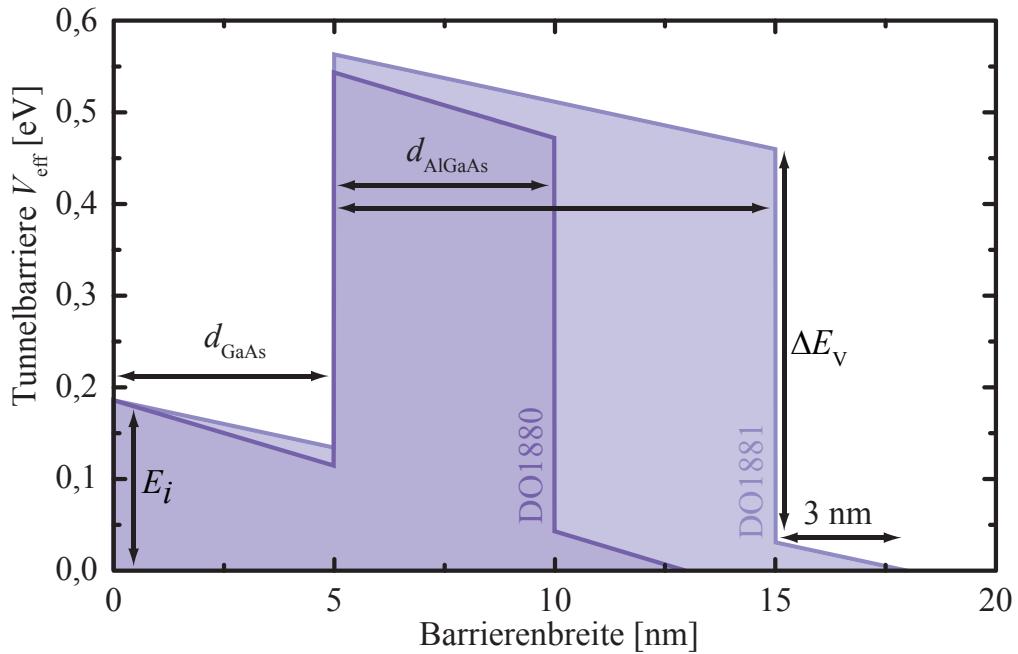


Abbildung 4.14.: Modell der Tunnelbarriere $V_{\text{eff}}(z)$ für die Berechnungen der Tunnelwahrscheinlichkeit T_{WKB} . E_i bezeichnet die Energiedifferenz zwischen chemischen Potential und GaAs-Valenzbandkante bei den Ladevorgängen, ΔE_V ist die Valenzbanddiskontinuität des Heteroübergangs GaAs/Al_{0,9}Ga_{0,1}As.

DO1880	$\tau/\mu\text{s}$	$\tau_{\text{theoretisch}}/\mu\text{s}$	$T_{\text{WKB+Coulomb}}/10^{-9}$
h1	20	(20,0)	1,02
h2	18	16,9	1,21
h3	16	10,6	1,94
h4	14	10,3	1,98
h5	12	10,1	2,03
h6	11	10,1	2,02
DO1881	τ/s	$\tau_{\text{theoretisch}}/\text{s}$	$T_{\text{WKB+Cloulomb}}/10^{-15}$
h1	22	22,3	0,92
h2	18	18,0	1,14
h3	14	10,0	2,05
h4	11	9,7	2,10
h5	9	9,5	2,17
h6	8	9,5	2,16

Tabelle 4.9.: Vergleich der gemessenen mit den errechneten Tunnelzeiten unter Berücksichtigung der Coulomb-Blockade.

wahrscheinlichkeiten $T_{\text{WKB+Coulomb}}$ errechnet (siehe Tabelle 4.9). Die Frequenz des ersten Beladezustandes h1 der Probe DO1880 wird nun verwendet um die Erwartungswerte für die übrigen Zeiten zu ermitteln. Die Zeiten der s -Zustände h1 und h2 werden hierdurch gut reproduziert, in den höheren Beladungszuständen zeigen sich etwas größere Abweichungen. In diesem klassischen Bild würde es zu einer Abstoßung der, in dem Quantenpunkt gespeicherten Ladungen kommen, die zu einer Ausdehnung der Kreisscheibe führen. Für die nur schwach an das einschließende Potential gebundenen Lochzustände müsste dann die Coulomb-Blockade zu höheren Beladungszahlen N abnehmen.

Ein Vergleich der Frequenzen in Tabelle 4.8 zwischen den beiden unterschiedlichen Proben zeigt eine sehr gute Übereinstimmung für alle Ladezustände. Dies ist ein Indiz dafür, dass der Beitrag der Barriere zu den Tunnelzeiten gut mit dem WKB-Modell zu beschreiben ist. Die Wirkung einer Änderung der Breiten d in Barrieren der Form GaAs/Al_{0,9}Ga_{0,1}As/GaAs (Abb. 4.14) lassen sich so berechnen. Abbildung 4.15 zeigt die Größenordnungen der erwarteten Tunnelzeiten dieser Strukturen für den energetisch

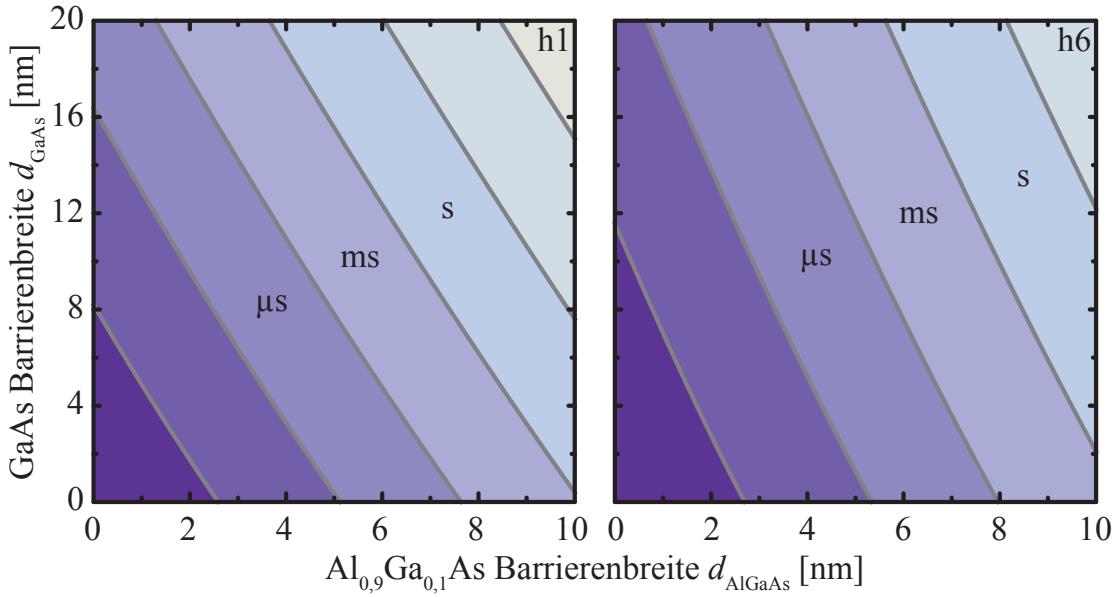


Abbildung 4.15.: Erwartete Tunnelzeiten a) des h1- und b) des h6-Zustandes, für Barrieren nach Abb. 4.14 bei verschieden breiten GaAs bzw. Al_{0.9}Ga_{0.1}As Schichten. Die Konturlinien zeigen den Abstand zwischen drei Größenordnungen.

tiefsen Zustand h1 und den höchsten h6. Experimentell zugänglich sind die Bereiche mit Zeiten von μs bis s. Bei reinen GaAs-Barrieren unterscheiden sich die Tunnelzeiten der beiden Zustände deutlich, wie schon aufgrund der Energiedifferenz der Barrieren erwartet. Für technische Anwendungen sind kurze Tunnelzeiten (Zugriffszeit) und lange Speicherzeiten (nicht flüchtiger Speicher) von großem Interesse, was für die Verwendung hoher Barrieren spricht, da bei hohen Temperaturen die thermische Emission unterdrückt wird [Marent07]. Für die Spektroskopie von Nichtgleichgewichtszuständen ist eher eine stärkere Trennung der einzelnen Tunnelzeiten und damit eine niedrigere Barriere von Interesse, da es trotz der geringen energetischen Breite des zweidimensionalen Rückkontaktees bei schnellen Pulsen aufgrund des RC-Gliedes der Probe zu einer „Verschmierung“ kommt. Eine Beladung der Nichtgleichgewichtsniveaus ist dennoch möglich, wenn die Tunnelzeiten sich genügend stark unterscheiden.

5. Zusammenfassung und Ausblick

Die diskreten Valenzbandniveaus von InAs-Quantenpunkten in einer GaAs-Matrix wurden mit Kapazitätsspannungsspektroskopie und Transporttransientenspektroskopie untersucht. Zur Berechnung der Energieniveaus aus den angelegten Gatespannungen wurde der Bandkantenverlauf mit einer Software berechnet, die Schrödinger- und Poisson-Gleichungen für die untersuchten Proben löst. Die Lösungen wurden erweitert, um die Beladungseffekte der Quantenpunkte zu berücksichtigen. Im Modell einer Ersatzschaltung von Kapazitäten wurde dabei das Quantenpunktensemble durch eine energieabhängige lokale Zustandsdichte simuliert. Es wurde gezeigt, dass ein spannungsunabhängiger Hebelarm zu einem nicht unwesentlichen Fehler bei der Umrechnung der Gatespannung in Energieabstände führen kann. Die Vernachlässigung der Beladungseffekte und die Annahme eines konstanten Hebelarms führt zu einer Überschätzung der Energieskala, die mit der Beladung zunimmt.

Die berechnete Bindungsenergie für den $N = 1$ Beladungszustand und die Coulomb-Wechselwirkung zeigten eine Übereinstimmung im Bereich von 5 bis 10% mit vergleichbaren Messungen nach [Bock03] oder [Reuter05a]. Bei höheren Beladezuständen zeigte das System jedoch ein qualitativ anderes Verhalten als erwartet. Das durch [Reuter05a] beobachtete Verhalten der unvollständigen p -Schalen Befüllung konnte an diesem System weder durch die Energieabstände, noch durch ihre Magnetfeldabhängigkeit bestätigt werden. Ein Vergleich der Photolumineszenz-Wellenlängen und der Bindungsenergien des unteren Lochniveaus (siehe Tab. A.2) legt den Schluss nahe, dass die hier untersuchten Quantenpunkte geringfügig kleiner sind. Bereits diese kleinen Veränderungen in der Morphologie der Quantenpunkte haben große Auswirkungen auf die Schalenstruktur der Löcher.

Die Frage, die hier offen bleibt ist, ob sich das vorliegende System durch ein schwach wechselwirkendes Einteilchenbild beschreiben lässt und ob sich die gleichen Abstände der $N = 3$ bis $N = 6$ Niveaus durch die geringe Lokalisierungsenergie und Vielteilcheneffekte erklären lassen. Zu diesem Zweck werden in einer Kooperation mit der Arbeits-

gruppe von Prof. Dr. Dieter Bimberg¹ Rechnungen durchgeführt, die auf dem 8-Band $k \cdot p$ -Modell basieren. Erste Ergebnisse bestätigen bereits die Vermutung der Befüllung der p_+ -Zustände und einer geringen Austauschwechselwirkung. In Verbindung mit der experimentellen Abbildung der Wellenfunktionen (vgl. [Bester07]) sollen sie helfen, das Verständnis der Vielteilcheneffekte in den untersuchten Proben zu verbessern.

Die gezeigten Magnetfeldmessungen sollten einen Aufschluss über die Drehimpulsänderungen der Lochzustände in den Quantenpunkten geben. Jedoch ist hier nicht auszuschließen, dass die beobachteten Dispersionen nicht von einem Effekt des Magnetowiderstands in dem zweidimensionalen Rückkontakt überlagert werden. Um dies zu überprüfen soll versucht werden, die Beweglichkeit des zweidimensionalen Rückkontaktees einer Probe mit einem Ionenstrahl zu verringern. An einer entsprechend präparierten Struktur sollen die Dispersionen bis 12 T mit den bereits gemessenen verglichen werden.

Es konnte gezeigt werden, dass die Transportmessungen des zweidimensionalen Lochgases eine Spektroskopie der aus den Kapazitätssmessungen bekannten Zuständen erlauben. Dies sind die ersten Spektren dieser Art an einem Löchersystem. Auch konnte gezeigt werden, dass die Transportmessungen für Proben mit langen Tunnelzeiten in der Größenordnung von Sekunden eignen und hierdurch einen weiteren Vorteil gegenüber Kapazitätssmessungen bieten. Mit dieser Messmethode ist es nun möglich auch Nichtgleichgewichtszustände zu spektroskopieren. Das Hauptproblem hierbei stellt die Begrenzung der zeitlichen Auflösbarkeit und die „Ausschmierung“, durch das mit der Größe der Gatefläche verbundene RC-Glied der Probe dar. In Zukunft sollen nun Proben mit kleineren Gateflächen prozessiert werden, die auch die Beobachtung von angeregten Lochzuständen erlauben. Mit diesen Messungen ließe sich auch direkt die Quantisierungsenergie bestimmen, die nahe an der Coulomb-Energie liegen sollte.

Im Rahmen einer weiteren Kooperation mit der TU Berlin wurden Transportmessungen bei höheren Temperaturen untersucht, die in Hinblick auf eine Anwendung als Speicherzelle vielversprechende Ergebnisse zeigen. Erste Proben mit GaSb Quantenpunkten [Kamarudin10] und dreidimensionalem Rückkontakt sollen zunächst mit Kapazitätssmessungen untersucht werden. In Kooperation mit der Arbeitsgruppe von Dr. Manus Hayne² sollen auch Wafer mit zweidimensionalem Rückkontakten hergestellt werden.

¹*Institut für Festkörperphysik*, Technische Universität Berlin

²*Semiconductor Physics and Nanostructures*, Physics Department - Lancaster University, UK

Diese Proben stellen einen vielversprechenden Kandidaten für den Prototypen eines Flash-Speicher Konzepts mit Quantenpunkten dar.

Die Untersuchung der Tunnelzeiten hat gezeigt, dass die Zugabe von Al in der Tunnelbarriere zu einem starken Zusammenrücken der Tunnelzeiten der einzelnen Energieniveaus führt. Ohne eine genaue Kenntnis der Wellenfunktionen sind die Rechnungen nicht direkt übertragbar, lassen jedoch auch für andere Materialsysteme eine Abschätzung der Größenordnung der erwarteten Tunnelzeiten zu. Die hierbei gewonnenen Erkenntnisse können bei dem Wachstum neuer Proben berücksichtigt werden. Für genauere Aussagen und ein besseres Verständnis der Löchertunnelprozesse, sollen Rechnungen durchgeführt werden, die die Form der Wellenfunktionen parallel zur Wachstumsrichtung in den zwei gebundenen Zuständen QD bzw. 2DHG berücksichtigen. Hierdurch soll geklärt werden, ob die Änderung in den Tunnelzeiten der Vielteilchenzustände durch eine dreidimensionale Verbiegung der Bandstruktur oder durch eine Veränderung der Zustandsdichte bedingt werden.

Die Lochzustände in selbstorganisiert gewachsenen Quantenpunkten sind vielversprechende Systeme für die Grundlagenforschung der Quanten-Informationstechnologie, aufgrund der hohen Kohärenz- und Relaxationszeiten des Löcherspins. Die bisher untersuchten Ensemblegrößen lassen eine energetische Auflösung der Spinaufspaltung nicht zu. Eine geeignete Wahl von Spannungspulsen erlaubt die Präparation spinpolarisierter Vielteilchenzustände, was prinzipiell die Messung von Spinrelaxationszeiten auch an größeren Ensembles erlaubt. Auf lange Sicht sollen aber Proben mit so kleinen Gateflächen hergestellt werden, dass die rein elektrische Spektroskopie von einzelnen Quantenpunkten gemessen werden kann. An diesen Proben sollte die Spinaufspaltung der Energieniveaus direkt messbar sein.

Literaturverzeichnis

- [Alsmeier90] Alsmeier, J., Batke, E. und Kotthaus, J. P., *Voltage-tunable quantum dots on silicon*, Physical Review B **41**, 1699 (1990).
- [Bester07] Bester, G., Reuter, D., He, L. et al., *Experimental imaging and atomistic modeling of electron and hole quasiparticle wave functions in InAs/GaAs quantum dots*, Physical Review B **76**, 075338 (2007).
- [Blossey02] Blossey, R. und Lorke, A., *Wetting droplet instability and quantum ring formation*, Physical Review E **65**, 021603 (2002).
- [Bock03] Bock, C., Schmidt, K. H., Kunze, U. et al., *Valence-band structure of self-assembled InAs quantum dots studied by capacitance spectroscopy*, Applied Physics Letters **82**, 2071 (2003).
- [Chang73] Chang, L. L., Esaki, L., Howard, W. E. et al., *The growth of a GaAs-GaAlAs superlattice*, Journal of Vacuum Science and Technology **10**, 11 (1973).
- [Chase97] Chase, M. P., Deal, M. D. und Plummer, J. D., *Diffusion modeling of zinc implanted into GaAs*, Journal of Applied Physics **81**, 1670 (1997).
- [Chiang] Chiang, T. C. und Himpsel, F. J., *2.1.13 AlSb*, in *Landolt-Börnstein - Group III Condensed Matter*, Band 23a, Seite 41.
- [Climente05] Climente, J. I., Planelles, J., Pi, M. et al., *Magnetic-field dependence of hole levels in self-assembled InGaAs quantum dots*, Physical Review B **72**, 233305 (2005).
- [Dingle78] Dingle, R., Stormer, H. L., Gossard, A. C. et al., *Electron mobilities in modulation-doped semiconductor heterojunction superlattices*, Applied Physics Letters **33**, 665 (1978).

- [Drexler94] Drexler, H., Leonard, D., Hansen, W. et al., *Spectroscopy of quantum levels in charge-tunable InGaAs quantum dots*, Physical Review Letters **73**, 2252 (1994).
- [Fischer08] Fischer, J., Coish, W. A., Bulaev, D. V. et al., *Spin decoherence of a heavy hole coupled to nuclear spins in a quantum dot*, Physical Review B **78**, 155329 (2008).
- [Fock28] Fock, V., *Bemerkung zur Quantelung des harmonischen Oszillators im Magnetfeld*, Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei **47**, 446 (1928).
- [Foreman95] Foreman, B. A., *Exact effective-mass theory for heterostructures*, Physical Review B **52**, 12241 (1995).
- [Fu97] Fu, H. X., Wang, L. W. und Zunger, A., *Comparison of the $k \cdot p$ and the direct diagonalization approaches for describing the electronic structure of quantum dots*, Applied Physics Letters **71**, 3433 (1997).
- [Geller08] Geller, M., Marent, A., Nowozin, T. et al., *Towards an universal memory based on self-organized quantum dots*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **40**, 1811 (2008).
- [Goodall85] Goodall, R. K., Higgins, R. J. und Harrang, J. P., *Capacitance measurements of a quantized two-dimensional electron gas in the regime of the quantum Hall effect*, Physical Review B **31**, 6597 (1985).
- [Hanson08] Hanson, R. und Awschalom, D. D., *Coherent manipulation of single spins in semiconductors*, Nature **453**, 1043 (2008).
- [He05] He, L. X., Bester, G. und Zunger, A., *Electronic phase diagrams of carriers in self-assembled quantum dots: Violation of Hund's rule and the Aufbau principle for holes*, Physical Review Letters **95**, 246804 (2005).
- [Heiss07] Heiss, D., Schaeck, S., Huebl, H. et al., *Observation of extremely slow hole spin relaxation in self-assembled quantum dots*, Physical Review B **76**, 241306 (2007).
- [Ibach09] Ibach, H. und Lüth, H., *Festkörperphysik - Einführung in die Grundlagen*, Springer Berlin Heidelberg, 7 Auflage (2009).

- [Jiang97] Jiang, H. und Singh, J., *Strain distribution and electronic spectra of InAs/GaAs self-assembled dots: An eight-band study*, Physical Review B **56**, 4696 (1997).
- [Kailuweit06] Kailuweit, P., Reuter, D., Wieck, A. D. et al., *Mapping of the hole wave functions of self-assembled InAs-quantum dots by magneto-capacitance-voltage spectroscopy*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nano-structures **32**, 159 (2006).
- [Kamarudin10] Kamarudin, M. A., Hayne, M., Zhuang, Q. D. et al., *GaSb quantum dot morphology for different growth temperatures and the dissolution effect of the GaAs capping layer*, Journal of Physics D-Applied Physics **43**, 065402 (2010).
- [Kane93] Kane, B. E., Pfeiffer, L. N., West, K. W. et al., *Variable density high mobility two-dimensional electron and hole gases in a gated GaAs/Al_xGa_{1-x}As heterostructure*, Applied Physics Letters **63**, 2132 (1993).
- [Kastner93] Kastner, M. A., *Artificial atoms*, Physics Today **46**, 24 (1993).
- [Kittel02] Kittel, C., *Einführung in die Festkörperphysik*, Oldenbourg Verlag München Wien (2002).
- [Krastanow38] Krastanow, L. und Stranski, I. N., *Short notifications and notes. On the crystallisation of alkali halogenide crystals on fluorite.*, Zeitschrift für Physik Kristallographie **99**, 444 (1938).
- [Kroutvar04] Kroutvar, M., Ducommun, Y., Heiss, D. et al., *Optically programmable electron spin memory using semiconductor quantum dots*, Nature **432**, 81 (2004).
- [Kurzmann10] Kurzmann, A., *Optische Charakterisierung von selbstorganisierten Quantenpunkten*, Bachelorarbeit, Universität Duisburg-Essen (2010).
- [Ledentsov96] Ledentsov, N. N., Grundmann, M., Kirstaedter, N. et al., *Ordered arrays of quantum dots: Formation, electronic spectra, relaxation phenomena, lasing*, Solid-State Electronics **40**, 785 (1996).

- [Lee98] Lee, H., Lowe-Webb, R., Yang, W. D. et al., *Determination of the shape of self-organized InAs/GaAs quantum dots by reflection high energy electron diffraction*, Applied Physics Letters **72**, 812 (1998).
- [Lei08] Lei, W., Offer, M., Lorke, A. et al., *Probing the band structure of InAs/GaAs quantum dots by capacitance-voltage and photoluminescence spectroscopy*, Applied Physics Letters **92**, 193111 (2008).
- [Leonard94] Leonard, D., Pond, K. und Petroff, P. M., *Critical layer thickness for self-assembled InAs islands on GaAs*, Physical Review B **50**, 11687 (1994).
- [Levinshtein96] Levinshtein, M., Rumyantsev, S. und Shur, M., Herausgeber, *Handbook Series on Semiconductor Parameters*, World Scientific (1996).
- [Lin94] Lin, X. W., Washburn, J., Lilientalweber, Z. et al., *Morphological transition of InAs Islands on GaAs(001) upon deposition of a GaAs capping layer*, Applied Physics Letters **65**, 1677 (1994).
- [Lorke99] Lorke, A., *Habilitationsschrift*, LMU München (1999).
- [Lu07] Lu, T. M., Luhman, D. R., Lai, K. et al., *Undoped high mobility two-dimensional hole-channel GaAs/Al_xGa_{1-x}As heterostructure field-effect transistors with atomic-layer-deposited dielectric*, Applied Physics Letters **90**, 112113 (2007).
- [Luryi88] Luryi, S., *Quantum capacitance devices*, Applied Physics Letters **52**, 501 (1988).
- [Lüttjohann03] Lüttjohann, S., *Optische Spektroskopie an Halbleiter-Quantenstrukturen*, Diplomarbeit, Universität Duisburg-Essen (2003).
- [Luyken99a] Luyken, R. J., *Elektronische Eigenschaften von verspannungsinduzierten InGaAs/AlGaAs-Halbleiter-Nanostrukturen*, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1999).
- [Luyken99b] Luyken, R. J., Lorke, A., Govorov, A. O. et al., *The dynamics of tunneling into self-assembled InAs dots*, Applied Physics Letters **74**, 2486 (1999).

- [Marent07] Marent, A., Geller, M., Schliwa, A. et al., *10⁶ years extrapolated hole storage time in GaSb/AlAs quantum dots*, Applied Physics Letters **91**, 242109 (2007).
- [Marent09] Marent, A., Nowozin, T., Gelze, J. et al., *Hole-based memory operation in an InAs/GaAs quantum dot heterostructure*, Applied Physics Letters **95**, 242114 (2009).
- [Marquardt06] Marquardt, B., *Diplomarbeit: Wechselwirkung von Quantenpunkten mit ein- und zweidimensionalen Elektronensystemen*, Diplomarbeit, Universität Duisburg-Essen (2006).
- [Marquardt08] Marquardt, B., Russ, M., Lorke, A. et al., *Quantum dots as tunable scatterers for 2D- and 1D-electron systems*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **40**, 2075 (2008).
- [Marquardt09] Marquardt, B., Geller, M., Lorke, A. et al., *Using a two-dimensional electron gas to study nonequilibrium tunneling dynamics and charge storage in self-assembled quantum dots*, Applied Physics Letters **95**, 022113 (2009).
- [Marquardt10] Marquardt, B., Geller, M., Baxevanis, B. et al., *Non-equilibrium many-particle spin states in self-assembled quantum dot hydrogen, helium and lithium* (2010), arXiv:1007.0392.
- [Marquez01] Marquez, J., Geelhaar, L. und Jacobi, K., *Atomically resolved structure of InAs quantum dots*, Applied Physics Letters **78**, 2309 (2001).
- [Mo90] Mo, Y.-W., Savage, D. E., Swartzentruber, B. S. et al., *Kinetic pathway in Stranski-Krastanov growth of Ge on Si(001)*, Physical Review Letters **65**, 1020 (1990).
- [Moison94] Moison, J. M., Houzay, F., Barthe, F. et al., *Self-organized growth of regular nanometer-scale InAs dots on GaAs*, Applied Physics Letters **64**, 196 (1994).
- [Nabetani94] Nabetani, Y., Ishikawa, T., Noda, S. et al., *Initial growth stage and optical-properties of a 3-dimensional InAs structure on GaAs*, Journal of Applied Physics **76**, 347 (1994).

- [Offermans05] Offermans, P., Koenraad, P. M., Notzel, R. et al., *Formation of InAs wetting layers studied by cross-sectional scanning tunneling microscopy*, Applied Physics Letters **87**, 111903 (2005).
- [Oshinowo94] Oshinowo, J., Nishioka, M., Ishida, S. et al., *Area density control of quantum-size InGaAs/GaAs dots by metalorganic chemical-vapor-deposition*, Japanese Journal of Applied Physics Part 2-letters **33**, 1634 (1994).
- [Pfannkuche93] Pfannkuche, D., Gerhardts, R. R., Maksym, P. A. et al., *Theory of quantum-dot helium*, Physica B **189**, 6 (1993).
- [Pryor98] Pryor, C., *Eight-band calculations of strained InAs/GaAs quantum dots compared with one-, four-, and six-band approximations*, Physical Review B **57**, 7190 (1998).
- [Reed86] Reed, M. A., Bate, R. T., Bradshaw, K. et al., *Spatial quantization in GaAs-AlGaAs multiple quantum dots*, Journal of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures **4**, 358 (1986).
- [Reuter04] Reuter, D., Schafmeister, P., Kailuweit, P. et al., *Frequency-dependent C(V) spectroscopy of the hole system in InAs quantum dots*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **21**, 445 (2004), proceedings of the Eleventh International Conference on Modulated Semiconductor Structures.
- [Reuter05a] Reuter, D., Kailuweit, P., Wieck, A. et al., *Coulomb-interaction-induced incomplete shell filling in the hole system of InAs quantum dots*, Physical Review Letters **94**, 026808 (2005).
- [Reuter05b] Reuter, D., Kailuweit, P., Wieck, A. et al., *Magnetic field dependence of hole levels in InAs quantum dots*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **26**, 446 (2005).
- [Ribeiro98] Ribeiro, E., Müller, E., Heinzel, T. et al., *InAs self-assembled quantum dots as controllable scattering centers near a two-dimensional electron gas*, Physical Review B **58**, 1506 (1998).

- [Ruß02] Ruß, M., *Transportspektroskopie an gekoppelten zwei- und nulldimensionalen Elektronensystemen*, Diplomarbeit, Gerhard Mercator Universität Duisburg (2002).
- [Ruß06] Ruß, *Wechselwirkung von selbstorganisierten Quantenpunkten mit zweidimensionalen Elektronengasen*, Dissertation, Universität Duisburg-Essen (2006).
- [Shayegan88] Shayegan, M., Goldman, V. J., Jiang, C. et al., *Growth of low-density two-dimensional electron system with very high mobility by molecular beam epitaxy*, Applied Physics Letters **52**, 1086 (1988).
- [Sikorski89] Sikorski, C. und Merkt, U., *Spectroscopy of electronic states in InSb quantum dots*, Physical Review Letters **62**, 2164 (1989).
- [Stier99] Stier, O., Grundmann, M. und Bimberg, D., *Electronic and optical properties of strained quantum dots modeled by 8-band $k \cdot p$ theory*, Physical Review B **59**, 5688 (1999).
- [Tarucha96] Tarucha, S., Austing, D. G., Honda, T. et al., *Shell filling and spin effects in a few electron quantum dot*, Physical Review Letters **77**, 3613 (1996).
- [Tipler07] Tipler, P. A. und Mosca, G., *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*, Springer Berlin Heidelberg (2007).
- [Walther01] Walther, T., Cullis, A. G., Norris, D. J. et al., *Nature of the Stranski-Krastanow transition during epitaxy of InGaAs on GaAs*, Physical Review Letters **86**, 2381 (2001).
- [Warburton98] Warburton, R. J., Miller, B. T., Dürr, C. S. et al., *Coulomb interactions in small charge-tunable quantum dots: A simple model*, Physical Review B **58**, 16221 (1998).
- [Wegscheider97] Wegscheider, W., Schedelbeck, G., Bichler, M. et al., *Quantum wires and dots fabricated by cleaved edge overgrowth*, Physica Status Solidi A-applied Research **164**, 601 (1997).
- [Wibbelhoff02] Wibbelhoff, O. S., *Transportspektroskopie von selbstorganisierten InAs-Quantenpunkten*, Diplomarbeit, Universität Duisburg-Essen (2002).

- [Wibbelhoff06] Wibbelhoff, O. S., *Ladungsträgerquantisierung in selbstorganisierten Nanostrukturen*, Dissertation, Universität Duisburg-Essen (2006).
- [Wojs96] Wojs, A., Hawrylak, P., Fafard, S. et al., *Electronic structure and magneto-optics of self-assembled quantum dots*, Physical Review B **54**, 5604 (1996).
- [Wu09] Wu, W., Dey, D., Memis, O. G. et al., *Modeling and fabrication of electrically tunable quantum dot intersubband devices*, Applied Physics Letters **94**, 193113 (2009).
- [Xia88] Xia, J.-B., *Theory of hole resonant tunneling in quantum-well structures*, Phys. Rev. B **38**, 8365 (1988).
- [Yu91] Yu, S., Tan, T. Y. und Gosele, U., *Diffusion mechanism of zinc and beryllium in gallium arsenide*, Journal of Applied Physics **69**, 3547 (1991).

A. Daten der Proben

A.1. Schichtfolge der DO1880(81)-Wafer

Oberfläche	
10 nm	GaAs
120 nm	Al _{0.9} Ga _{0.1} As
5 nm	GaAs
1,8 ... 2 ML	InAs
5 nm	GaAs
5 nm (10 nm)	Al _{0.9} Ga _{0.1} As
8 nm	GaAs
7 nm	Al _{0.9} Ga _{0.1} As
30 nm	Al _{0.9} Ga _{0.1} As C-Dotiert, $N_A = 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$
1000 nm	Al _{0.9} Ga _{0.1} As
300 nm	GaAs
Substrat	

Tabelle A.1.: Schichtfolge des Wafers für die Proben DO1880(81) nach Angabe des Herstellers Innolume GmbH.

A.2. Kurzübersicht und Vergleich der Proben

	DO1880(81)	Proben nach Reuter et al.
InAs QDs	1,8...2 ML	2...2,1 ML
PL Grundzustand	1170 nm	1260 nm
unteres Lochniveau	-186 meV	-204 meV
Tunnelbarriere	5...10 nm GaAs, 5(10) nm $\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$	17 nm GaAs
Rückkontakt	2DHG in 8 nm GaAs Topf	3D in 300 nm p-GaAs
Dotierung	$N_A = 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ (7 nm Spacer)	$N_A = 6 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$
Dotierspezies	Kohlenstoff	Kohlenstoff
Übergitter	kein, nur $\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$	AlGaAs/GaAs 3 nm/1 nm

Tabelle A.2.: Vergleich der untersuchten Probenstrukturen mit den von Reuter et al. [Reuter04, Reuter05a, Reuter05b].

B. Eingabe-Dateien und Quellcode

B.1. Beispiel einer Eingabedatei für das Programm *1D-Poisson*

```
# D01880

surface schottky=.77 v1
GaAs t=100 dy=5 no electrons no holes
AlGaAs t=1000 dy=50 x=.9 no electrons no holes
AlGaAs t=200 dy=5 x=.9
GaAs t=50 dy=1
#sheetcharge=3.0e+10
InGaAs_GaAs t=12 dy=.2 x=.202
GaAs t=50 dy=1
AlGaAs t=50 dy=5 x=.9
GaAs t=80 dy=5
AlGaAs t=70 dy=5 x=.9
AlGaAs t=300 dy=5 x=.9 Na=2e18
AlGaAs t=100 dy=5 x=.9
AlGaAs t=900 dy=50 x=.9
AlGaAs t=9000 dy=500 x=.9 no electrons no holes
GaAs t=3000 dy=500 x=.9 no electrons no holes
substrate

v1 -2 4 0.02
schrodingerstart=1290
schrodingerstop=1705
temp=4.2K
Maxiterations=200
no status
dy=5
```

B.2. C-Quellcode zur Simulation des Kapazitätsspektrums

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

const double A1=0.0057;
const double w1=0.0092;
const double A2=20;
const double w2=0.055;
const double xc1=0.0355;
const double xc2=0.056;
const double xc3=0.087;
const double xc4=0.101;
const double xc5=0.115;
const double xc6=0.128;
const double xc7=0.24;

double density(double x){
    return ((A1/(w1*sqrt(M_PI/2)))*exp(-2*((x-xc1)/w1)*((x-xc1)/w1))
    +(A1/(w1*sqrt(M_PI/2)))*exp(-2*((x-xc2)/w1)*((x-xc2)/w1))
    +(A1/(w1*sqrt(M_PI/2)))*exp(-2*((x-xc3)/w1)*((x-xc3)/w1))
    +(A1/(w1*sqrt(M_PI/2)))*exp(-2*((x-xc4)/w1)*((x-xc4)/w1))
    +(A1/(w1*sqrt(M_PI/2)))*exp(-2*((x-xc5)/w1)*((x-xc5)/w1))
    +(A1/(w1*sqrt(M_PI/2)))*exp(-2*((x-xc6)/w1)*((x-xc6)/w1))
    +(A2/(w2*sqrt(M_PI/2)))*exp(-2*((x-xc7)/w2)*((x-xc7)/w2)));
}

int main(void) {
    // init
    double U=0;
    double C1=10.8118/138.566;
    double C2=10.8118/14.434;
    double C=1/(1/C1+1/C2);
    double U2=U*C1/(C1+C2);
    double D=0;
    double dU=0.0001;
    int i;
    // print header
```

```

FILE * pFile;
pFile = fopen ("cv_nsc.dat","w");
fprintf (pFile,"# A=%f , w=%f , xc1=%f , xc2=%f , xc3=%f , xc4=%f , xc5=%f , xc6=%f\n"
,A1,w1,xc1,xc2,xc3,xc4,xc5,xc6);
fprintf (pFile,"U\t U2\t C1\t C2\t D\t C\n");
fprintf(pFile,"%f\t %f\t %f\t %f\t %f\n",U,U2,C1,C2,D,C);
// run bias
for (i=1;i<=40000;i++){
U=U+dU;
U2=U2+dU*C1/(C1+C2);
D=density(U2);
C2=10.8118/14.434+D;
C=1/(1/C1+1/C2);
fprintf(pFile,"%f\t %f\t %f\t %f\t %f\t %f\n",U,U2,C1,C2,D,C);
}
return EXIT_SUCCESS;
}

```


Danksagung

Zum Abschluss möchte ich allen danken, die mir diese Arbeit ermöglicht und zu ihrem gelingen beigetragen haben.

Zu aller erst gilt mein Dank Prof. Dr. Axel Lörke, der es mir möglich gemacht hat, auf diesem faszinierenden Gebiet der Halbleiter-Nanostrukturen zu Arbeiten und dessen Rat und Unterstützung mir immer eine große Hilfe waren. Sein großes Interesse an meiner Arbeit hat mich in den vergangenen Monaten sehr motiviert.

Zu großem Dank verpflichtet bin ich auch meinem Betreuer Bastian Marquardt. Seiner Geduld und seinem Zuspruch bin ich sehr dankbar, sei es bei Erklärungen der Mess- und Präparationstechniken oder bei der Beantwortung meiner zahlreichen Fragen.

Dr. Martin Paul Geller gilt ein ganz besonderer Dank, für die viele Zeit und das Engagement mit dem er mir bei allen meinen Problemen zur Seite stand. Er war für mich damit ein zweiter Betreuer.

Ein großer Dank gilt der gesamten Arbeitsgruppe für physikalische aber auch nicht physikalische Diskussionen. Die entspannte und freundschaftliche Atmosphäre ließen mir die Zeit wie im Flug vergehen und machten den Abschluss meines Studiums zu einer Zeit, die ich nicht missen möchte.

Mein Dank geht auch an die Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Dieter Bimberg, insbesondere Andreas Marent und Tobias Nowozin für die zur Verfügungstellung und die Prozessierung der Proben, wie auch die gute Zusammenarbeit.

Zu guter Letzt möchte ich meiner Mutter Sofia danken, ohne deren nicht nur finanzielle Unterstützung mir weder diese Arbeit noch das Studium möglich gewesen wären.

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und alle Quellen und Hilfsmittel kenntlich gemacht habe.

Duisburg, den 18. Oktober 2010