

# Transportspektroskopie an gekoppelten zwei- und nulldimensionalen Elektronensystemen

Diplomarbeit

von

Marco Ruß

Duisburg, im Januar 2002

Durchgeführt an der  
Fakultät für Naturwissenschaften  
der  
Gerhard Mercator Universität Duisburg  
am Lehrstuhl von  
Prof. Dr. A. Lorke

## Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird eine Halbleiter-Heterostruktur untersucht, die in einem Abstand von 25nm ein zweidimensionales Elektronengas (2DEG) und eine Lage von selbstorganisierten *InAs*-Quantenpunkten enthält. Untersuchungen der Kapazität solcher Doppelschichten ermöglichen Rückschlüsse auf die beteiligten Zustandsdichten. Zur quantitativen Auswertung der gemessenen Kapazitätsspektren wird ein bestehendes Modell zur Analyse von einzelnen Schichten mit verminderter Zustandsdichte auf den vorliegenden Fall einer gekoppelten Doppelschicht erweitert.

Zum ersten Mal werden anschließend bei zweidimensionalem Rückkontakt die niedrigsten sechs Dotniveaus beobachtet. Magnetfeldabhängige Kapazitätsmessungen ermöglichen schließlich die Bestimmung der Anzahl der Elektronen in den Quantenpunkten für jede Kombination aus Magnetfeld und Gatestspannung. Um dabei den Einfluß des zweidimensionalen Elektronengases zu minimieren, werden möglichst kleine Anregungsfrequenzen benutzt. Frequenzabhängigen Messungen zeigen deutlich, daß die beobachteten Einbrüche der Gesamtkapazität bei ganzzahligen Füllfaktoren des 2DEG auf dessen verminderte Leitfähigkeit  $\rho_{xx}$  zurückzuführen sind. Messungen mit kleinen Anregungsfrequenzen von bis zu 23Hz zeigen keine Zustandsdichte-Effekte.

Photolithographisch werden Proben in Hallbar-Geometrie präpariert und an diesen Proben wird gezeigt, daß über die Variation der Verarmungsspannung des 2DEG prinzipiell Probenkonfigurationen mit identischer Ladungsträgerdichte im 2DEG, aber unterschiedlicher Elektronenzahl in den Quantenpunkten ezeugt werden können. Über die Ladung in den Quantenpunkten kann damit ein in mehreren Stufen veränderbares Streupotential realisiert werden. Erste 4-Punkt-Widerstandsmessungen zeigen abschließend, daß mit der gegebenen Probengeometrie gleichzeitig der Quanten-Hall-Effekt beobachtet, und die Elektronenzahl in den Quantenpunkten kontrolliert werden kann. Die Beweglichkeit des 2DEG und ihre erste Ableitung stellen sich dabei als geeignete Parameter zur Untersuchung des Einflusses der Quantenpunkte heraus.

## Abstract

In this work a semiconductor heterostructure is investigated which contains a two-dimensional electron gas (2DEG) and a layer of self-assembled *InAs*-quantum dots in a distance of 25nm. The measurement of the capacitance of such double-layers is a convenient way to obtain informations about their density of states (DOS). An existing model for the analysis of the capacitance spectra of single layers with a reduced DOS is extended to include the case of a coupled double layer, as it is investigated in this work.

For the first time the lowest six energy levels of the quantum dots are observed using a 2DEG as a back-contact. Magnetocapacitance measurements allow the evaluation of the number of electrons in the quantum dots for every combination of magnetic field and gate voltage. To minimize the influence of the 2DEG very low frequencies of the excitation voltage are used. Frequency dependend measurements clearly show, that the minima in the capacitance, observed at integer filling factors, can be attributed to the lowered conductivity  $\rho_{xx}$  of the 2DEG. For excitation frequencies as low as 23Hz the minima are not related to DOS-effects.

Samples in Hall bar geometry are prepared using standard photolithographic techniques. With these samples it is shown, that by varying the threshold-voltage of the 2DEG it is possible to obtain sample configurations which only differ in the number of electrons in the quantum dots but not in the carrier density of the 2DEG. As a result, using the electric field of the electrons in the quantum dots, in certain steps adjustable scattering potentials can be realized.

4-point-resistivity measurements finally show that at the same time as the quantum Hall effect is observed, the number of electrons in the quantum dots can be controlled. The mobility of the 2DEG and especially its first derivative turn out to be suitable parameters to analyse the influence of the quantum dots.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2 Niedrigdimensionale Elektronensysteme</b>	<b>6</b>
2.1 Das zweidimensionale Elektronengas . . . . .	7
2.1.1 Herstellung und Eigenschaften . . . . .	7
2.1.2 Das 2DEG im Magnetfeld . . . . .	8
2.2 Quantenpunkte . . . . .	14
2.2.1 Herstellung und Morphologie . . . . .	14
2.2.2 Elektronische Eigenschaften . . . . .	17
2.3 Kapazitätsspektroskopie . . . . .	20
2.3.1 Das <i>Density of States</i> -Modell . . . . .	20
2.3.2 Das <i>Resistive Plate</i> -Modell . . . . .	24
<b>3 Präparation</b>	<b>27</b>
3.1 Probenmaterial . . . . .	27
3.2 Maskenfertigung . . . . .	28
3.3 Photolithographie . . . . .	29
<b>4 Experimentelle Meßmethoden</b>	<b>35</b>
4.1 Kapazitätsmessungen . . . . .	35
4.2 4-Punkt-Magnetotransport . . . . .	38
<b>5 Messwerte und Diskussion</b>	<b>40</b>
5.1 Kapazitätsspektroskopie . . . . .	40
5.1.1 Kapazität der Probe „KapRef“ . . . . .	41
5.1.2 Kapazität der Probe „KapDot“ . . . . .	42
5.2 4-Punkt Magnetotransport . . . . .	63
5.2.1 Variation der Verarmungsspannung ( $V_{th}$ ) . . . . .	63
5.2.2 Magnetotransport der Probe „HallRef“ . . . . .	66
5.2.3 Magnetotransport der Probe „HallDot“ . . . . .	71
<b>6 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>79</b>

---

<b>Anhang</b>	<b>82</b>
<b>A Tabelle einiger Abkürzungen</b>	<b>82</b>
<b>B Berechnung des Ersatzschaltbildes</b>	<b>83</b>
<b>C Heterostruktur MC2DEG</b>	<b>85</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>86</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Die in der modernen Halbleiterindustrie großflächig erzeugten hochintegrierten Schaltkreise haben Strukturgrößen von etwa 100nm erreicht. Noch besser als in lateraler Richtung, nämlich atomar scharf, gelingt in modernen Epitaxieanlagen die Kontrolle des vertikalen Abscheidens einzelner Halbleiterschichten. Damit ist es möglich geworden, Elektronensysteme zu erzeugen, die in einer oder mehreren Dimensionen räumlich stark eingeschränkt sind. Mit zunehmender räumlicher Einschränkung geht nach den Gesetzen der Quantenmechanik dabei immer auch eine Erhöhung des Abstandes der für die Elektronen erlaubten Energieniveaus einher. So entsteht ein zweidimensionales Elektronengas<sup>1</sup>, wenn man die Bewegung der Elektronen in einer Richtung derart stark einschränkt, daß in dieser Richtung nur noch der Grundzustand besetzt ist. Ein solches 2DEG kann man beispielsweise an der Grenze zweier Halbleiter mit unterschiedlicher Bandlücke erzeugen.

Auch die Herstellung von quasi-nulldimensionalen Systemen, sogenannten Quantenpunkten, kann über die alleinige Kontrolle des vertikalen epitaktischen Wachstums von verschiedenen Halbleitermaterialien erfolgen. Die Ausbildung von Quantenpunkten erfolgt dabei ebenfalls an der Grenzfläche zweier Halbleiter, hier ist jedoch eine unterschiedliche Gitterkonstante der beiden Materialien entscheidend.

Alle Elektronensysteme niedriger Dimension zeichnet die besondere Form ihrer jeweiligen Zustandsdichte aus. Im Falle des zweidimensionalen Elektronengases ist die Form der Zustandsdichte sowohl die Ursache einiger interessanter physikalischer Phänomene, als auch die Grundlage technologisch relevanter Anwendungen. So zeigt ein 2DEG im Magnetfeld den Quanten-Hall-Effekt (QHE), der erstmals 1980 an einem Si-MOSFET beobachtet wurde [1], d.h. 100 Jahre nach der Entdeckung des klassischen Hall-Effektes durch E.H. Hall. Mittlerweile wurden zwei Nobelpreise für Untersuchungen des Quanten-Hall-Effektes

---

<sup>1</sup>Im folgenden wird hierfür häufig die Abkürzung 2DEG verwendet.

vergeben (integraler QHE 1985, fraktioneller QHE 1998) und das über den Quanten-Hall-Effekt definierte Widerstandsnormale hat Einzug in die Metrologie gehalten. Insbesondere der fraktionelle Quanten-Hall-Effekt [2] gilt heute als eines der bedeutendsten kollektiven Phänomene der Quantenmechanik.

Ein Modell zur Erklärung der Plateaus im Hall-Widerstand beruht auf der Wechselwirkung der im Magnetfeld auf Landau-Kreisen kondensierten Elektronen mit Störpotentialen, wie sie z.B. von Gitterfehlern, Verunreinigungen oder geladenen Störstellen ausgehen. Außerdem konnte theoretisch gezeigt werden, daß ein nicht wechselwirkendes 2DEG sich wie ein Isolator verhält [3]. Schon aus diesen Gründen ist einzusehen, daß ein kontrollierbares Störpotential von großem Nutzen für die Untersuchung von zweidimensionalen Elektronengasen sein kann. Eine Möglichkeit, kontrollierte Streupotentiale zu erzeugen, bietet das Einbringen von Quantenpunktlagen in der Nachbarschaft eines 2DEG.

Quantenpunkte entstehen, wenn ein Potential die Bewegung von Elektronen in allen drei Raumrichtungen so stark einschränkt, daß ihr Energiespektrum, ähnlich dem von isolierten Atomen, völlig diskret ist. Auch hier spielen Vielteilchen-Effekte, wie z.B. die Coulomb-Wechselwirkung, eine bedeutende Rolle. Trotzdem begründet sich die von diesen Gebilden ausgehende Faszination wohl vor allem durch die Möglichkeit, Experimente durchzuführen, an denen nur sehr wenige Elektronen pro Quantenpunkt beteiligt sind.

Neben dem rein physikalischen Interesse an der Untersuchung künstlicher null-dimensionaler Objekte gibt es auch handfeste technologische Perspektiven für Halbleiter-Quantenpunkte. Zum einen bietet ihr diskretes Energiespektrum ideale Voraussetzungen für optoelektronische Anwendungen [4, 5, 6], zum anderen kommen Quantenpunkte auch für die Realisierung von Spin-basierten Quantencomputern in Frage [7, 8].

In dieser Arbeit wird eine Probe untersucht, die in einem Abstand von 25nm ein 2DEG und eine Quantenpunkt-Ebene enthält. Im experimentellen Teil der Arbeit gelingt zum ersten Mal bei zweidimensionalem Rückkontakt die Spektroskopie der ersten Quantenpunktneiveaus. Im zweiten Teil der Arbeit wird versucht, die Kenntnis der Lage dieser Energieniveaus auszunutzen, und 4-Punkt-Widerstandsmessungen bei definierter Elektronenzahl in den Quantenpunkten durchzuführen. Über die Variation der Verarmungsspannung des 2DEG können dabei prinzipiell Zustände erzeugt werden, die sich nur durch die Elektronenzahl in den Quantenpunkten unterscheiden. Damit wäre durch die Quantenpunkte ein Störpotential gegeben, daß in diskreten Schritten variiert werden kann und eine Untersuchung des 2DEG in Abhängigkeit von diesem Störpotential ermöglicht. In bisherigen Arbeiten zu diesem Thema konnte die genaue Ladung in den Quantenpunkten nicht gleichzeitig mit den Transportmessungen am 2DEG erfolgen [9, 10].

Die während dieser Arbeit hergestellten Proben sind die ersten Proben, die im

neuen Reinraum des Laboratoriums für Festkörperphysik in Duisburg hergestellt wurden. Daher mußten zunächst in langwieriger Arbeit die Prozeßparameter der optischen Lithographie optimiert und eine Aufdampfanlage wieder in Betrieb genommen werden, bis schließlich die ersten Proben prozessiert werden konnten. Da außerdem auch am neuen Tieftemperatur-Meßplatz in dieser Arbeit die ersten Messungen durchgeführt wurden, können die ersten noch durchgeführten 4-Punkt-Widerstandsmessungen nur zeigen, daß das Ziel eines steuerbaren Störpotentials erreichbar ist.

Die weitere Arbeit gliedert sich wie folgt:

- Das **zweite Kapitel** behandelt die physikalischen Grundlagen der untersuchten niedrig-dimensionalen Elektronensysteme und zwei Modelle der Kapazitätsspektroskopie solcher Systeme.
- **Kapitel 3** beschreibt die in dieser Arbeit verwendeten Methoden der optischen Lithographie, bis hin zur fertigen Probe.
- **Kapitel 4** stellt die verwendeten Meßmethoden vor, dabei handelt es sich zum einen um die Kapazitätsspektroskopie, zum anderen um 4-Punkt-Widerstandsmessungen am 2DEG.
- In **Kapitel 5** werden die Meßergebnisse vorgestellt. Zunächst werden die Ergebnisse der Kapazitätsspektroskopie diskutiert, danach wird kurz auf die ersten 2DEG-Widerstandsmessungen eingegangen. Beide Teile beinhalten neben der Quantenpunktprobe auch die Charakterisierung einer Referenzprobe ohne Quantenpunkte.
- **Kapitel 6** faßt die Ergebnisse noch einmal zusammen und gibt einen Ausblick auf die mögliche Fortführung dieser Arbeit.

# Kapitel 2

## Theorie niedrigdimensionaler Elektronensysteme

Schränkt man die räumliche Ausdehnung von Elektronensystemen ein, so zeigen sich gegenüber dem Verhalten von quasi-freien Elektronen einige Besonderheiten. Von großem Interesse ist insbesondere die Einschränkung von Elektronen auf niedrigdimensionale Systeme, d.h. auf Systeme der Dimension 0,1 oder 2. Diese Systeme zeichnen sich durch die außergewöhnliche Form ihrer Zustandsdichten aus, die schließlich im Falle der 0-dimensionalen Quantenpunkte völlig diskret ist.

Ein Elektronensystem, welches in einer Richtung durch einen Potentialtopf eingeschränkt ist, dessen Ausdehnung im Bereich der Fermi-Wellenlänge der Elektronen liegt, bezeichnet man als zweidimensionales Elektronengas. Dieser Ausdruck ist genau dann gerechtfertigt, wenn in der eingeschränkten Dimension nur der Grundzustand besetzt ist; für alle in dieser Arbeit untersuchten Proben ist diese Bedingung erfüllt.

Durch moderne Epitaxieverfahren, wie zum Beispiel der Molekularstrahlepitaxie, ist es möglich geworden, selbstorganisierte Systeme herzustellen, in denen die Wellenfunktion der Elektronen in allen drei Raumrichtungen so stark eingeschränkt ist, daß man von nulldimensionalen Systemen, oder Quantenpunkten, sprechen kann.

Im folgenden sollen kurz die Eigenschaften von zweidimensionalen Elektronensystemen und von Quantenpunkten beschrieben werden, soweit sie für diese Arbeit relevant sind. Dabei soll insbesondere der Einfluß eines Magnetfeldes auf die Zustandsdichte betrachtet werden.

## 2.1 Das zweidimensionale Elektronengas

### 2.1.1 Herstellung und Eigenschaften

Die moderne Halbleitertechnik bietet eine recht elegante Möglichkeit zur Realisierung von zweidimensionalen Elektronengasen. Durch gezielte Einbringung von Dotieratomen und einen scharfen Übergang zwischen zwei Halbleitern unterschiedlicher Bandlücke kann ein näherungsweise dreieckiges Minimum der Leitungsbandkante erzeugt werden, welches unterhalb der Fermienergie liegt. Bei genügend tiefen Temperaturen ist in Wachstumsrichtung dann nur der Grundzustand besetzt. Die notwendige Präzision im Aufwachsen der Halbleiterschichten ist beispielsweise durch die Molekularstrahlepitaxie gegeben. Eine Materialkombination, die gute Voraussetzungen für epitaktisches Wachstum mitbringt, ist die Kombination  $GaAs/AlAs$ . Die Gitterkonstanten unterscheiden sich nur wenig ( $GaAs$  5,653 Å;  $AlAs$  5,661 Å, beide in Zinkblende-Struktur [11]), was die Ausbildung von sehr guten Grenzflächen mit einer geringen Konzentration von Störstellen und Versetzungen ermöglicht. Durch die Bildung einer ternären Verbindung  $Al_xGa_{1-x}As$  kann die Bandlücke in einem weiten Bereich variiert werden. Eine typische Schichtfolge zur Erzeugung eines 2DEG's zeigt die Abbildung 2.1. Die sogenannte Modulationsdotierung bietet die Möglichkeit die Ladungsträger von den Dotieratomen zu trennen, indem zwischen der Dotierung und der 2DEG-Grenzfläche eine Trennschicht (der sogenannte „Spacer“, hier: undotiertes  $AlGaAs$ ) eingebracht wird. Die Streung der Ladungsträger an den ionisierten Dotieratomen wird dadurch weitestgehend unterdrückt. Es können so sehr hohe Beweglichkeiten von über  $10^6 cm^2/Vs$  an den 2DEG-Grenzfläche erhalten werden. Dadurch werden schnelle Bauelemente möglich (HEMT), die sehr hohen Beweglichkeiten sind aber auch die Voraussetzung für die Messung verschiedener grundlagenphysikalischer Effekte.

In einem zweidimensionalen Elektronengas lassen sich der Anteil der Enveloppen-Wellenfunktion der Elektronen senkrecht zur 2DEG Fläche und der Anteil in dieser Ebene separieren [12]:

$$\Psi_k(x, y, z) = e^{i(k_x x + k_y y)} \Phi(z) . \quad (2.1)$$

Die zugehörigen Eigenwerte der Energie werden nun aus der Summe von Subbandenergie in  $z$ -Richtung und freiem Anteil in der Ebene gebildet:

$$E_i(k_x, k_y) = E_i + \frac{\hbar^2}{2\pi m^*} (k_x^2 + k_y^2) . \quad (2.2)$$

Hier und im folgenden wird die effektive Elektronenmasse im Kristallgitter  $m^*$  isotrop und konstant angenommen.

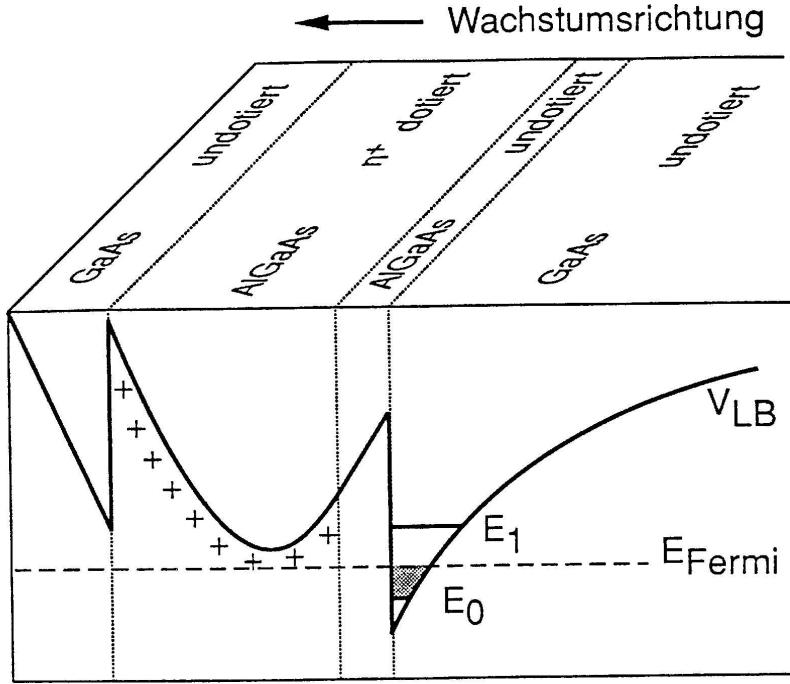


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung einer modulationsdotierten Heterostruktur zur Erzeugung eines zweidimensionalen Elektronengases. Die in dieser Arbeit verwendete Heterostruktur ist invertiert, d.h. gerade in umgekehrter Richtung gewachsen. Eine genaue Abbildung der verwendeten Heterostruktur findet sich im Anhang.

Ist also nur das unterste Subband  $E_0$  besetzt, so kann man mit Recht von einem zweidimensionalen Elektronengas sprechen. Wie man an Gleichung 2.2 erkennt, bilden sich auf den Subbändern die Energieparabeln der freien Elektronen aus, die Zustandsdichte ist dann für jedes Subband unabhängig von der Energie:

$$D(E) = \frac{g_v m^*}{\pi \hbar^2} . \quad (2.3)$$

Hier gibt  $g_v$  die Valley-Entartung an, die im Falle des *GaAs* 1 beträgt.

### 2.1.2 Das 2DEG im Magnetfeld

Legt man in Richtung der Flächennormalen des 2DEG ein Magnetfeld an, so zeigen sich einige besondere Effekte, auf die hier näher eingegangen werden soll.

### Landau-Quantisierung

Das Anlegen eines Magnetfeldes senkrecht zur Fläche eines 2DEG bewirkt eine zusätzliche Quantisierung der Energieniveaus auch in der Ebene, so daß sich schließlich ein völlig diskretes Energiespektrum ergibt. Den Landauzylin dern des dreidimensionalen Elektronengases entsprechen hier Landaukreise in der  $x-y$ -Ebene. Die Energie des  $n$ -ten Landaukreises ist dann unter Vernachlässigung der Spinaufspaltung gegeben durch [12]

$$E_n = \hbar\omega_c(n + 1/2) \quad , \quad (2.4)$$

für die Zyklotronfrequenz gilt  $\omega_c = eB/m^*$ . Für die einzelnen Landau-Niveaus  $E_n$  läßt sich der Entartungsgrad  $n$ , das heißt die Anzahl der Zustände pro Niveau berechnen:

$$n_e = \frac{2eB}{\hbar} = D(E)\hbar\omega_c \quad . \quad (2.5)$$

Die Gesamtzahl  $N_e$  der Elektronen verteilt sich nun auf diese Landau niveaus, für die Anzahl der besetzten Niveaus (Füllfaktor) gilt also:

$$\nu = \frac{2hN_e}{eB} \quad . \quad (2.6)$$

Die theoretisch  $\delta$ -förmigen Landau-Niveaus würden nun dazu führen, daß bei Erniedrigung eines angelegten Magnetfeldes die Fermienergie schließlich in das nächsthöhere, unbesetzte Landau-Niveau springt. Da die Landau-Niveaus jedoch durch Streuprozesse verbreitert sind, ändert sich die Fermienergie stetig zwischen allen Landau-Niveaus (siehe Abbildung 2.2). Die Zustände in der Nähe der ursprünglichen Landau-Niveaus ( $E_n = \hbar\omega_c(n + 1/2)$ ) sind nicht lokalisiert und tragen zur Leitfähigkeit bei, während die Zustände die sich in der Mitte zwischen zwei Landau-Niveaus befinden, stark lokalisiert sind.

### Klassischer Magnetotransport im 2DEG

Es soll nun untersucht werden, wie sich das 2DEG unter dem Einfluß schwacher elektrische Felder verhält, die zusätzlich zum Magnetfeld angelegt werden. Die Beschränkung auf schwache elektrische Felder ist in sofern nötig, als ansonsten die Änderung der Verteilungsfunktion mitberücksichtigt werden muß.

Im elektromagnetischen Feld gilt für die Elektronen des 2DEG folgende klassische Differentialgleichung [13]:

$$m^* \left( \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} \right) = -e \left( \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \quad . \quad (2.7)$$

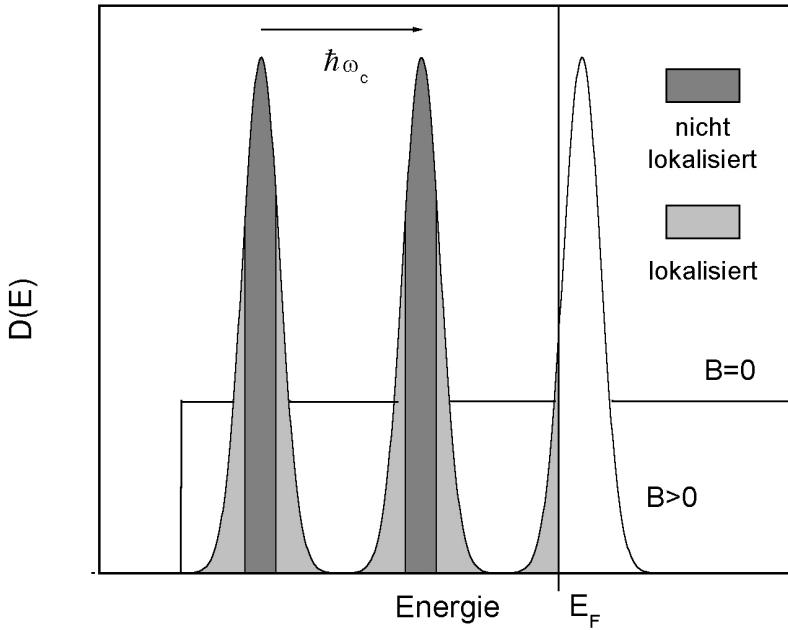


Abbildung 2.2: Durch Streuprozesse sind die ursprünglich  $\delta$ -förmigen Landau-Niveaus verbreitert, hier spinentartet dargestellt. Ein großer Teil der Zustände zwischen den einzelnen Landau-Niveaus ist lokalisiert und trägt nicht zur Leitfähigkeit bei (nach [12]).

Dabei gibt  $\tau$  die Impulsrelaxationszeit an, die sich nach der Matthiessen-Regel aus den verschiedenen gegebenen Streumechanismen der Steuzeit  $\tau_i$  zusammensetzt:

$$\frac{1}{\tau} = \sum_i \frac{1}{\tau_i} . \quad (2.8)$$

Da eine wachsende Ladungsträgerdichte eine bessere Abschirmung beispielsweise von geladenen Störstellen oder anderen Coulomb-Streuern ermöglicht, ist mit höherer Ladungsträgerdichte meist eine höhere Beweglichkeit verknüpft. Die Streuung an Phononen ist bei Temperaturen um  $4,2K$  zu vernachlässigen. Ein für die Transporteigenschaften von zweidimensionalen Elektronengasen wichtiger Streumechanismus ist die Grenzflächenstreuung. Daher ermöglicht die Materialkombination  $GaAs/AlGaAs$  aufgrund des versetzungsarmen Wachstums höhere Beweglichkeiten als beispielsweise in Silizium-MOSFETs erreicht.

werden können.

Für  $B = 0$  und positive Ladungen ist die Lösung von Gl. 2.8 eine Bewegung mit konstanter mittlerer Geschwindigkeit in Richtung des elektrischen Feldes. Diese Geschwindigkeit bezeichnet man auch als Driftgeschwindigkeit  $\vec{v}_d$ , und sie definiert die Beweglichkeit  $\mu$  der Elektronen:

$$\vec{v}_d = -\frac{e\tau}{m^*} \vec{E} = \mu \vec{E} . \quad (2.9)$$

Die Gesamtstromdichte  $\vec{j}$  ergibt sich nun sofort zu

$$\vec{j} = -N_e e \vec{v}_d = \sigma_0 \vec{E} , \quad (2.10)$$

wobei  $\sigma_0$  die klassische Leitfähigkeit bezeichnet:

$$\sigma_0 = \frac{N_e e^2 \tau}{m^*} . \quad (2.11)$$

Die Einwirkung schwacher magnetischer Felder erfordert einen Übergang zu tensorieller Betrachtungsweise, üblich ist die Einführung eines magnetfeldabhängigen Leitfähigkeitstensors, was eine der Gl. 2.10 entsprechende Darstellung ermöglicht [14]:

$$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} . \quad (2.12)$$

Für die Komponenten des Leitfähigkeitstensors gelten dann die folgenden Beziehungen:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_c \tau)^2} \quad (2.13)$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = -\frac{\sigma_0 \omega_c \tau}{1 + (\omega_c \tau)^2} . \quad (2.14)$$

Die Komponenten des Tensors des spezifischen Widerstandes erhält man nach den Regeln der linearen Algebra durch Inversion des Leitfähigkeitstensors. Der Tensor des spezifischen Widerstandes hat damit die gleiche Symmetrie wie die Leitfähigkeit:

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = -\rho_{yx} = -\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} . \quad (2.15)$$

Diese Beziehungen lassen sich mit Hilfe von Gl. 2.11 weiter auswerten:

$$\rho_{xx} = \frac{m^*}{N_e e^2 \tau} = \frac{1}{\sigma_0} =: \rho_0 \quad (2.16)$$

$$\rho_{xy} = \frac{B}{N_e e} . \quad (2.17)$$

Betrachtet man die also die klassische Abhängigkeit des Widerstandes vom Magnetfeld, so ergibt sich für  $\rho_{xx}$  ein linearer Verlauf, aus dessen Steigung sich die Ladungsträgerkonzentration berechnen lässt.  $\rho_{xx}$  ist, bis auf eine indirekte Abhängigkeit  $\tau(B)$ , konstant.

### Quanten-Hall-Effekt und Shubnikov-de Haas Oszillationen

Eine übliche Geometrie zur Messung der Transporteigenschaften eines zweidimensionalen Elektronengases ist die sogenannte *Hallbar-Geometrie*. Abbildung 2.3 verdeutlicht den grundlegenden Aufbau einer Hallbar-Probe. Die Kontakte,

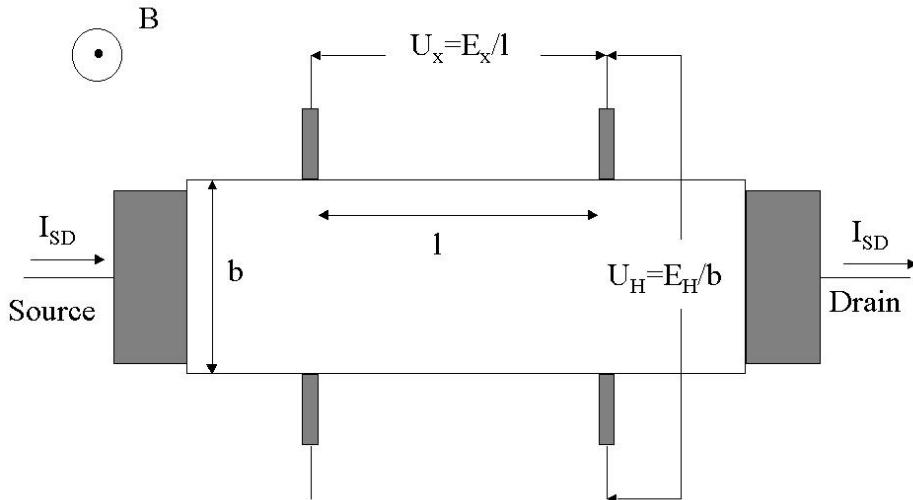


Abbildung 2.3: Die sogenannte *Hallbar-Geometrie* ermöglicht 4-Punkt Widerstandsmessungen zur Bestimmung von  $\rho_{xx}$  und  $\rho_{xy}$ .

über die ein Strom durch die Probe geleitet wird, bezeichnet man üblicherweise mit *Source* und *Drain*. Bei bekannter Stromstärke ermöglicht die Messung von  $U_H$  und  $U_X$  die Bestimmung von  $\rho_{xx}$  und  $\rho_{xy}$ .

Bei tiefen Temperaturen ( $\omega_c\tau \ll 1$ ) und hohen Magnetfeldern ( $k_B T \ll \hbar\omega_c$ ) ist eine rein klassische Beschreibung der Transportphänomene nicht mehr ausreichend, da die Landau-Niveaus schließlich aufgelöst werden und man nicht mehr von einer konstanten Zustandsdichte an der Fermienergie ausgehen kann. Die Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  spiegelt dann die Oszillation der Zustandsdichte an der

Fermikante wieder und die  $1/B$ -Periodizität dieser sogenannten Shubnikov-de Haas (SdH)-Oszillationen erlaubt eine Bestimmung der Ladungsträgerkonzentration (siehe Gl. 2.6):

$$N_e = \frac{2e}{h \cdot \Delta_B^{\frac{1}{B}}} . \quad (2.18)$$

Neben den SdH-Oszillationen tritt auch im Widerstand  $\rho_{xy}$  ein besonderes Phänomen auf, der sogenannte Quanten-Hall-Effekt, der 1980 von v. Klitzing et al. entdeckt wurde [1]. Messungen der Hall-Leitfähigkeit eines *Si*-MOSFETs zeigten Plateaus, das heißt Magnetfeldbereiche, in denen sich der Widerstand nicht änderte. Diese Plateaus liegen unabhängig von den Probendimensionen und dem Material jeweils bei ganzzahligen Bruchteilen von  $h/e^2$  und ermöglichen eine hochpräzise Normierung des Widerstandes [14, 15]. Da er mit Abweichungen unterhalb von  $10^{-8}$  reproduzierbar ist, dient der Widerstand

$$R_H = \frac{h}{e^2} = 25,813 k\Omega , \quad (2.19)$$

der als ein *von Klitzing* bezeichnet wird, als Widerstandsnorm. Die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante  $\alpha = \mu_0 c / 2 \cdot e^2 / h$  ist eng mit dem von Klitzing verwandt, daher wird auch zur Bestimmung dieser Naturkonstante der Quanten-Hall-Effekt herangezogen.

Eine Erklärung für das Auftreten von Plateaus im transversalen Widerstand gelingt im Bild nicht wechselwirkender Elektronen nicht. Zwar folgt aus Gleichung 2.16 für den Transversalwiderstand  $R_H$  eines zweidimensionalen Systems

$$R_H = \frac{B}{eN_e} , \quad (2.20)$$

und zusammen mit  $\nu = eB/h$  (Gl. 2.6) ergibt sich unmittelbar die Quantisierung von  $R_H = h/\nu e^2$ . Doch diese quantisierten Werte ergeben keine Plateaus, sondern den klassisch erwarteten Verlauf, da die Fermienergie nach der vollständigen Besetzung eines Landau-Niveaus direkt in das nächste Niveau springen würde. Zur Erklärung der Plateaus sind also endliche Magnetfeldbereiche (bzw. Gatespannungsbereiche) zwischen den Landau-Niveaus notwendig, in denen sich die Fermikante stetig ändern kann, ohne daß damit eine Veränderung der Leitfähigkeit einhergeht. Die nötigen Zustände zwischen den Landau-Niveaus liefert die Berücksichtigung von Streupotentialen, die in realen Systemen immer vorhanden sind. Man kann nun zeigen, daß diese zusätzlichen Zustände zwischen den Landau-Niveaus stark lokalisiert sind und nicht zur Leitfähigkeit beitragen [14]. Damit stehen endliche Magnetfeldbereiche zur Verfügung, in denen sich die Leitfähigkeit nicht ändert, und die Voraussetzung für das Auftreten von Plateaus im Widerstand  $\rho_{xx}$  ist gegeben. Die Plateaus in  $\rho_{xy}$  treten dabei immer genau dann auf, wenn die SdH-Oszillationen ein Minimum durchlaufen.

## 2.2 Quantenpunkte

Mittels moderner Epitaxieverfahren, wie zum Beispiel der Molekularstrahlepitaxie, lassen sich selbstorganisierte Strukturen herstellen, in denen die Elektronenbewegung in allen drei Raumrichtungen stark eingeschränkt ist. Die Energiespektren der Elektronen solcher Systeme sind auch ohne angelegtes Magnetfeld schon völlig diskret, was die gebräuchlich Bezeichnung *Künstliche Atome* für solche Quantenpunkte rechtfertigt. Bevor im folgenden die elektronischen Eigenschaften dieser quasi-nulldimensionalen Systeme dargelegt werden, soll kurz auf ihre Herstellung und die morphologischen Eigenschaften eingegangen werden.

### 2.2.1 Herstellung und Morphologie

Schon sehr früh wurden nulldimensionale Strukturen durch ein elektrostatisches Einschlußpotential [16] oder durch Herausätzen aus einem Quantentrog [17, 18, 19] erzeugt. Diese Verfahren haben den Nachteil, daß die Quantenpunkte direkt durch ein geeignetes Lithographieverfahren (z.B. mittels eines Elektronenstrahlschreibers) strukturiert werden müssen. Dadurch ist die Herstellung sehr aufwendig und die Strukturgrößen sind nicht leicht großflächig unter 100nm zu senken. Allerdings lassen sich innerhalb der durch die Lithographie vorgegebenen Grenzen die Größe und Form der Quantenpunkte frei wählen, und es ist durchaus möglich ein Ensemble praktisch identischer Quantenpunkte zu fertigen.

Eine Alternative zu diesen lithographischen Verfahren bietet das selbstorganisierte Wachstum kleiner Halbleiterinseln mittels Molekularstrahlepitaxie.

Grundsätzlich werden drei Wachstumsmoden unterschieden (siehe Abbildung 2.4). Beim Frank-van-der-Merwe-Wachstum [20] wachsen die einzelnen Monolagen epitaktisch und lagenweise aufeinander auf. Diese Wachstumsmodus erlaubt es, mittels Molekularstrahlepitaxie atomar glatte Oberflächen von III-IV-Halbleiterverbindungen herzustellen.

Im Falle des Vollmer-Weber-Wachstum bilden sich direkt Inseln, man spricht vom *quasi-3D-Wachstum*.

Diese beiden Wachstumsmodi lassen sich leicht in einem einfachen thermodynamischen Modell verstehen [21, 22]. Man betrachtet dazu nur die Oberflächenspannung zwischen Substrat und Film  $\gamma_{SF}$ , jene zwischen Film und Vakuum  $\gamma_F$ , sowie die Oberflächenspannung zwischen Substrat und Vakuum  $\gamma_S$ . Man kann dann zeigen [23], daß im thermodynamischen Gleichgewicht zwischen Film und Gasphase Frank-van-der-Merwe-Wachstum vorliegt, wenn

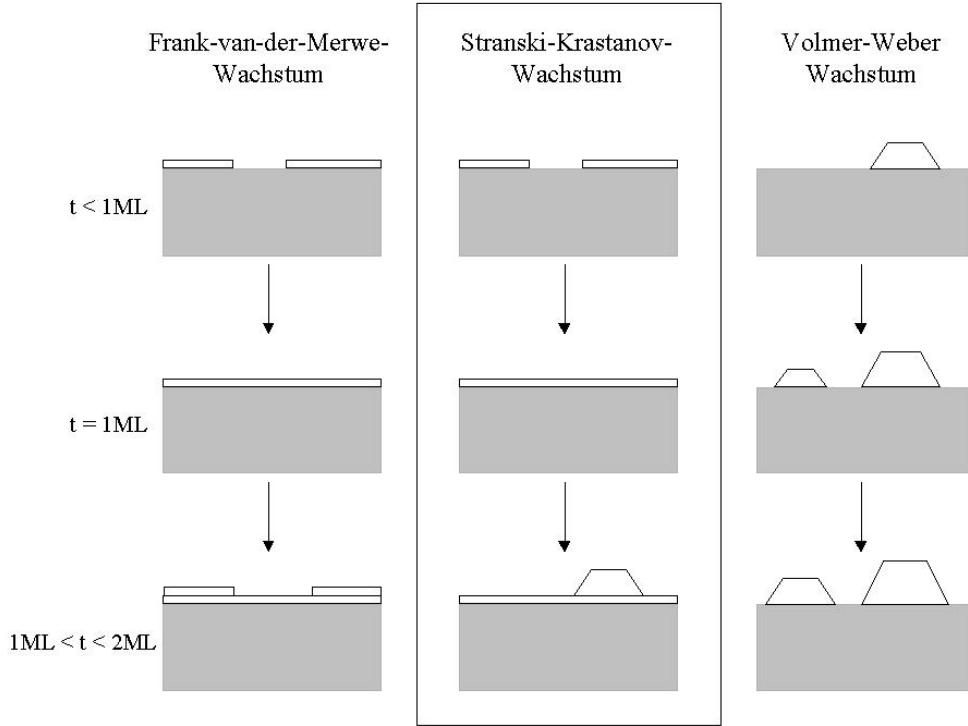


Abbildung 2.4: Übersicht der verschiedenen Wachstumsmodi. Im System  $\text{InAs}/\text{GaAs}$  nutzt man das Stranski-Krastanov Wachstum um Quantenpunkte ( $\text{InAs}$ -Inseln auf einer dünnen Benetzungsschicht) zu erzeugen.

gilt:

$$\gamma_S = \gamma_F + \gamma_{SF} . \quad (2.21)$$

Volmer-Weber-Wachstum [24] tritt ein, wenn die Bedingung

$$\gamma_S < \gamma_F + \gamma_{SF} \quad (2.22)$$

erfüllt ist.

Das Stranski-Krastanov-Wachstum [25] wird ausgenutzt, um  $\text{InAs}$ -Quantenpunkte auf einer  $\text{GaAs}$ -Oberfläche zu erzeugen. Zunächst wächst eine  $\text{InAs}$ -Benetzungsschicht auf, die sogenannte *Wetting Layer*. Ab einer Bedeckung von etwa 1,5 Monolagen beginnt spontan die Bildung der  $\text{InAs}$ -Inseln (siehe z.B. [26] oder [27, 28], dort jedoch im System  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  auf  $\text{GaAs}$ ). Dieses Verhalten lässt sich nicht ausschließlich durch die unterschiedlichen Oberflächenspannungen erklären, und ist nur zu verstehen, wenn auch die

inneren Verspannungen berücksichtigt werden. Hat das Adsorbat eine leicht vom Substrat verschiedene Gitterkonstante, so kann es nicht epitaktisch aufwachsen. Die entstehende Gitterfehlanpassung kann nur durch Verspannungen oder Versetzungen abgebaut werden. Beim Stranski-Krastanov-Wachstum tritt zunächst Lagenwachstum auf, bis bei einer kritischen Dicke der Benetzungsschicht der Abbau der Verspannungen durch Versetzungen energetisch günstiger ist. Auf einer danach nicht mehr verspannten Schicht wachsen dann dreidimensionale Inseln. Man spricht daher auch von einem *verspannungsinduzierten Inselwachstum*.

Die auf diese Weise *selbstorganisiert* entstehenden Quantenpunkte haben einen Durchmesser von ca.  $20\text{nm}$  und eine Höhe von etwa  $6\text{nm}$  [27]. Die Größenverteilung ist dabei ausgesprochen einheitlich, insgesamt schwanken die Maße der Dots nur um etwa 10%. Mit bestimmten Wachstumsparametern können außerdem Quantenpunkte in Form von Pyramiden hergestellt werden [29].

Abbildung 2.5 zeigt eine AFM-Aufnahme von einer typischen Schicht ellipsoider *InAs*-Quantenpunkten.

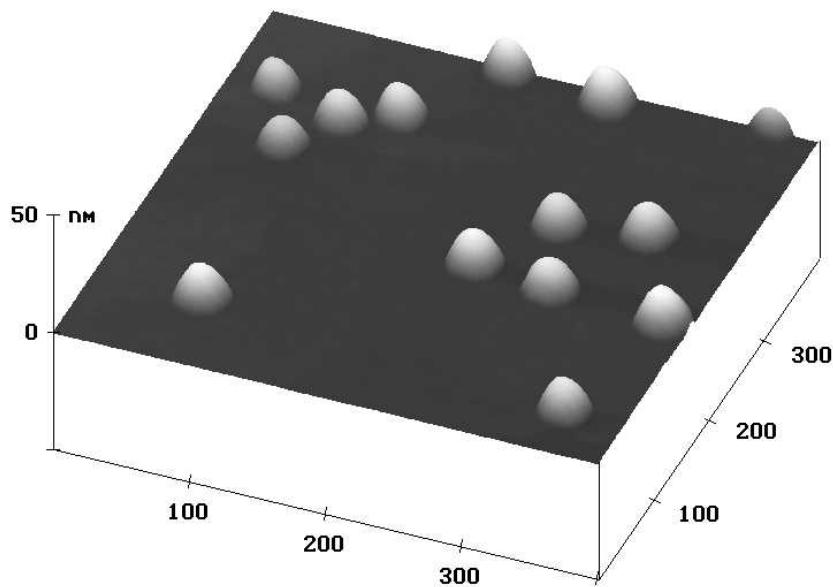


Abbildung 2.5: *Atomic-Force-Microscope(AFM)-Aufnahme von InAs-Quantenpunkten.*

### 2.2.2 Elektronische Eigenschaften

In der Regel ist aufgrund der jeweiligen Dimensionen der Quantenpunkte die Quantisierung in *InAs*-Quantenpunkten in Wachstumsrichtung deutlich stärker als in lateraler Richtung. In Wachstumsrichtung tritt daher nur ein gebundener Zustand auf und bei der Betrachtung der elektronischen Eigenschaften solcher *InAs*-Quantenpunkte kann man sich auf das laterale Einschlußpotential beschränken. Dieses laterale Einschlußpotential wird in der Regel als näherungsweise parabolisch angenommen, auch wenn mittlerweile aus optischen Untersuchungen Hinweise darauf bekannt sind, daß es nicht rotationssymmetrisch ist und die Dots eine leicht ellipsoide Form haben [30]. Die daraus resultierenden Abweichungen vom hier beschriebenen Modell lassen sich aber zunächst vernachlässigen und müssen nur in speziellen Fällen berücksichtigt werden. In jedem Fall hat sich die Annahme eines parabolischen Potentials hat in der Kapazitätsspektroskopie als sehr erfolgreich erwiesen (siehe z.B. [31], bzw [32]). Da außerdem für kleine Elektronenzahlen in den Quantenpunkten optische Untersuchungen die Gültigkeit des Kohn'schen Theorems [33] zeigen, kann das parabolische Potential als gute Näherung angesehen werden (siehe [34], bzw. [30]).

Unter dem Einfluß eines solchen parabolischen Potentials ergeben sich die Energieeigenwerte eines zweidimensionalen harmonischen Oszillators in Zylinderkoordinaten:

$$E_{nl} = \hbar\omega_0(2n + |l| + 1) . \quad (2.23)$$

Hierbei ist  $n$  die radiale Quantenzahl,  $l$  die Drehimpulsquantenzahl. Unter Berücksichtigung des Spins der Elektronen ist der Grundzustand  $E_{00} = \hbar\omega_0$  zweifach entartet, der erste angeregte Zustand ist 4-fach entartet. Allgemein ist ein Zustand der Energie  $\hbar\omega_0(m + 1)$  jeweils  $2(m + 1)$ -fach entartet. Die Zustände  $m = 0$  und  $m = 1$  bezeichnet man häufig auch als *s-* und *p-Schale*. Unter Magnetfeldeinfluß muß zusätzlich zum harmonischen Potential noch das Vektorpotential  $A$  berücksichtigt werden, die Schrödinger-Gleichung lautet hier

$$\left( \frac{1}{2m^*}(\vec{p} - e\vec{A})^2 + \frac{1}{2}\omega_0^2(x^2 + y^2) \right) \Psi = E\Psi . \quad (2.24)$$

Die entsprechenden Energieniveaus wurden zuerst von Fock berechnet [35] und lauten

$$E_{nl} = \hbar\omega_{eff}(2n + |l| + 1) + \frac{1}{2}l\hbar\omega_c . \quad (2.25)$$

Hier entspricht  $\omega_c = eB/m^*$  der Zyklotronfrequenz,  $\omega_{eff}$  dem durch das Magnetfeld effektiv erhöhten Einschlußpotential:

$$\omega_{eff} = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{1}{4}\omega_c^2} . \quad (2.26)$$

Die gesamte Energie setzt sich also aus einem durch das erhöhte Einschußpotential hervorgerufenem diamagnetischen Term und der orbitalen Zeemann-Aufspaltung zusammen. Die zusätzliche Spinaufspaltung ist meist zu klein (d.h.  $g$  ist zu klein), um im Experiment beobachtbar zu sein.

Zur vollständigen Berechnung der Grundzustandsenergien von Quantenpunkt-

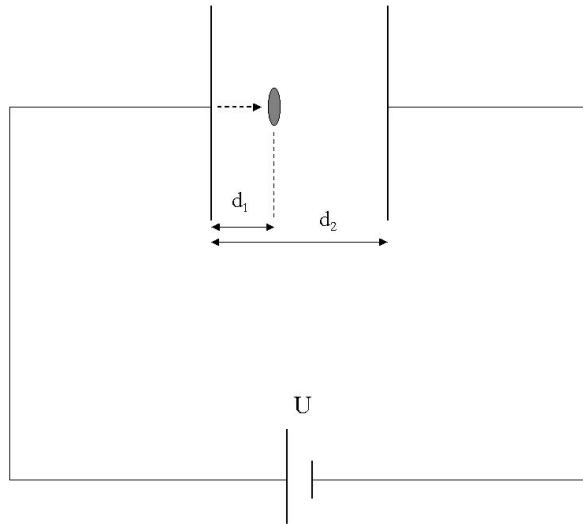


Abbildung 2.6: *Kondensatorschema zur Herleitung der Coulombblockade.*

ten, die mehr als ein Elektron enthalten, muß zusätzlich die Elektron-Elektron Wechselwirkung berücksichtigt werden. Ist beispielsweise schon ein Elektron im Quantenpunkt vorhanden, so wird zum Laden des zweiten Elektrons zusätzlich der Energiebeitrag  $E_{e-e}$  der Coulomb-Wechselwirkung aufzuwenden sein. Diese sogenannte *Coulombblockade* [36, 37], tritt insbesondere in der Kapazitätsspektroskopie zu Tage. Die Situation in der Kapazitätsspektroskopie zeigt Abbildung 2.6, die Quantenpunkte befinden sich zwischen zwei Kondensatorplatten und sind mit einer der Platten über einen Tunnelkontakt verbunden. Faßt man nun die Quantenpunkte als geladene Metallpartikel der Kapazität  $C$  auf, so kann die zusätzlich zu den in Gl. 2.25 dargestellten Energietermen aufzuwendende Energie, die nötig ist, um ein weiteres Elektron über den Tunnelkontakt in den Quantenpunkt zu laden, berechnet werden [38]:

$$e \frac{d_1}{d_2} \Delta U = E_{e-e} = \frac{e^2}{C} . \quad (2.27)$$

Den Energiebeitrag  $e^2/C$  bezeichnet man als Coulombblockade. Nimmt man eine für alle Elektronen konstante Coulombblockade an, so ergibt sich insgesamt

der in Abbildung 2.7 dargestellte Verlauf für die Grundzustandsenergien der einzelnen Dotniveaus.

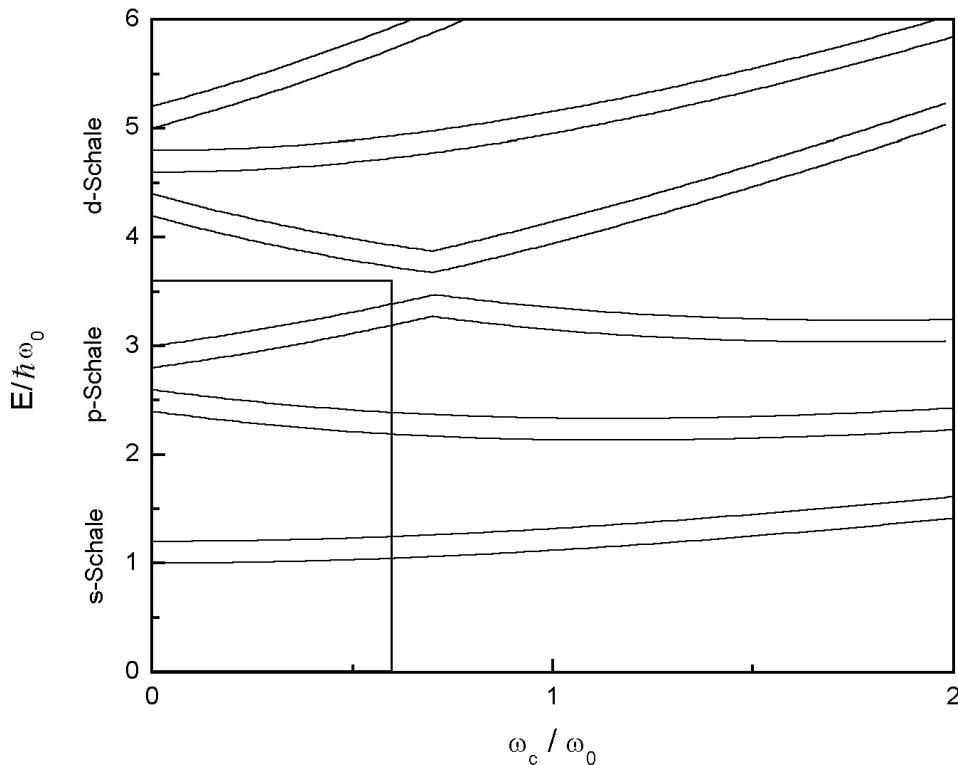


Abbildung 2.7: Grundzustandsenergien der ersten 12 Elektronen in Abhängigkeit vom Magnetfeld. Die Coulombblockade ist hier mit  $0,2\hbar\omega_0$  als konstant über alle Schalen angenommen (“constant interaction model“). Auch der Übergang des Grundzustandes  $p \rightarrow d$  bei  $\omega_c/\omega_0 \approx 0,7$  ist entsprechend dieses Modells eingezeichnet. Links unten eingeraumt ist der Bereich, der in dieser Arbeit experimentell zugänglich ist (siehe Kap. 5 und dort Abbildung 2.7).

## 2.3 Kapazitätsspektroskopie

Die Kapazitätsspektroskopie ist neben der optischen Spektroskopie [34] eine der Methoden der Wahl zur Untersuchung von Halbleiter-Quantenpunkten. Prinzipiell sind dabei stets die Quantenpunkte über einen Tunnelkontakt mit einem Elektronenreservoir, z.B. einem dreidimensionalen Rückkontakt, verbunden. In einem solchen System läßt die Kapazitätsspektroskopie Rückschlüsse auf die Zustandsdichte der Dots in Abhängigkeit einer angelegten Gatespannung zu. In den hier betrachteten Proben bildet der Rückkontakt jedoch ein zweidimensionales Elektronengas, dessen endliche Zustandsdichte ebenfalls mitberücksichtigt werden muss. Im folgenden soll dafür ein geeignetes Modell entwickelt werden.

In Kapitel 2.3.2 wird ein weiteres Modell der Kapazitätsspektroskopie von zweidimensionalen Elektronengasen vorgestellt, welches den Einfluß einer Änderung der Leitfähigkeit in den Vordergrund stellt.

### 2.3.1 Das *Density of States*-Modell

Im folgenden wird ein Modell entwickelt, daß von Lörke [39] zur Untersuchung von Kapazitätsspektrien von Quantenpunktproben entwickelt wurde (siehe auch [40]) und hier um eine zweite Schicht mit geringer Zustandsdichte erweitert wird.

#### Konstruktion eines Ersatzschaltbildes

Zum besseren Verständnis der gegebenen Verhältnisse und wegen der übersichtlicheren Darstellung wird im folgenden ein Ersatzschaltbild konstruiert, welches in Kapitel 5 zur quantitativen Auswertung der Messergebnisse herangezogen wird.

Schematisch ist die zu untersuchende Probe aufgebaut wie in Abbildung 2.8 dargestellt. Das zweidimensionale Elektronengas ist über einen Tunnelkontakt mit den Quantenpunkten und leitend mit dem Rest des Stromkreises verbunden, hier durch die Hintergrundkapazität angedeutet. Diese Hintergrundkapazität beinhaltet also z.B. parasitäre Kabelkapazitäten und ist im Allgemeinen deutlich kleiner als alle anderen geometrischen Kapazitäten. Es gilt nun die Ladungsverteilung in Abhängigkeit der Zustandsdichten in den beteiligten Schichten zu bestimmen. Mit den in Abbildung 2.8 eingeführten Bezeichnungen läßt sich durch die Integration des Satzes von Gauß folgende Beziehung

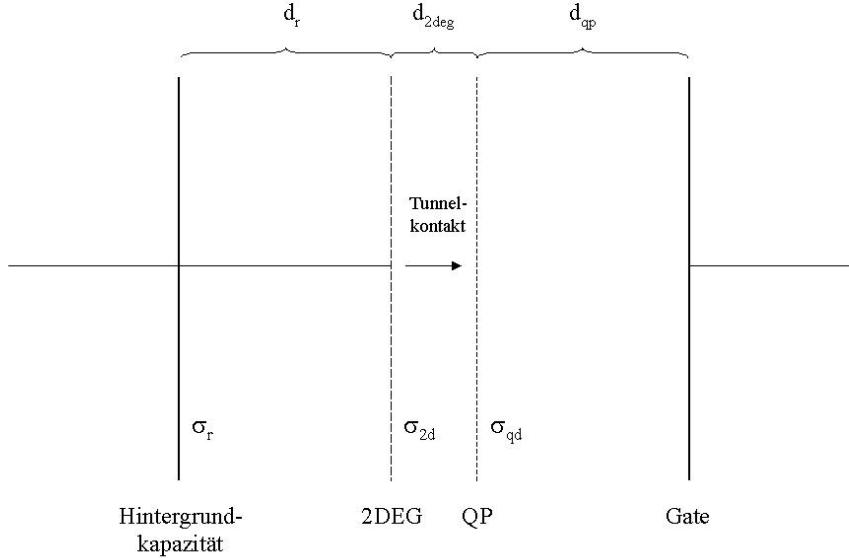


Abbildung 2.8: Schematische Darstellung der Probengeometrie.

finden (Kapazitäten sind im weiteren Text jeweils auf die Fläche normiert):

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{dU}{d\sigma_{ges}} = \frac{d\sigma_r(d_{dot} + d_{2deg} + d_r) + d\sigma_{2d}(d_{dot} + d_{2deg}) + d\sigma_{qd}d_{dot}}{\epsilon(d\sigma_r + d\sigma_{2d} + d\sigma_{qd})} . \quad (2.28)$$

Hier, wie auch im weiteren Verlauf, ist stets  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  gesetzt.

Für die Veränderung der Flächenladungsdichte  $\sigma_{2d}$  in der Ebene des 2DEG und entsprechend für die Ladungsdichte in den Quantepunkten gelten nun folgende Beziehungen:

$$d\sigma_{2d} = e dN_{2d} = e \frac{dN_{2d}}{dE_{2d}} dE_{2d} = e^2 D_{2d} \frac{d_r}{\epsilon} d\sigma_r , \quad (2.29)$$

$$d\sigma_{qd} = e^2 D_{dot} \frac{d_r}{\epsilon} d\sigma_r + e^2 D_{dot} \frac{d_{2deg}}{\epsilon} d\sigma_r + e^4 D_{dot} D_{2d} \frac{d_{2deg} d_r}{\epsilon^2} d\sigma_r . \quad (2.30)$$

Mit den Definitionen  $e^2 D_{2d} = C_{q2d}$ ,  $e^2 D_{dot} = C_{qdot}$ ,  $\frac{\epsilon}{d_r} = C_r$ ,  $\frac{\epsilon}{d_{2deg}} = C_{2deg}$  und  $\frac{\epsilon}{d_{dot}} = C_{dot}$  lassen sich die Gleichungen 2.28, 2.29 und 2.30 soweit vereinfachen, daß man ein Ersatzschaltbild ablesen kann. Einzelheiten der Rechnung sind in

Anhang B dargelegt. Das Endergebnis lautet

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_{dot}} + \frac{1}{C_{qdot} + \frac{1}{\frac{1}{C_{2deg}} + \frac{1}{C_r + C_{q2d}}}} \quad (2.31)$$

und das entsprechende Ersatzschaltbild ist in Abbildung 2.9 konstruiert.

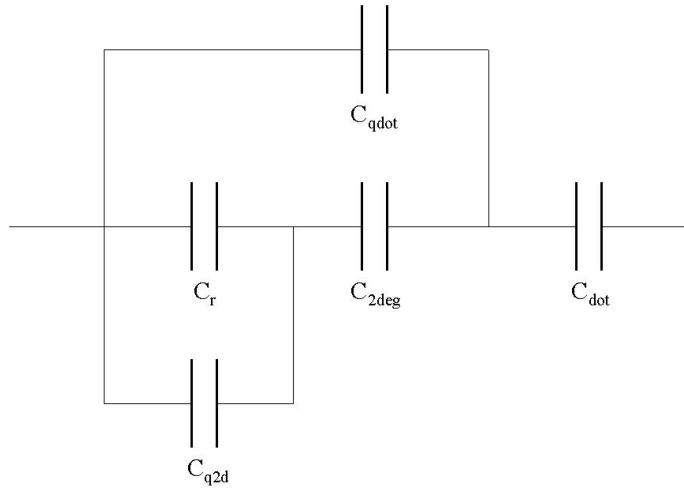


Abbildung 2.9: *Ersatzschaltbild der Gesamtkapazität.*

### Spezielle Grenzfälle

Aus Gleichung 2.31 lassen sich einige Grenzfälle herleiten, die die nähere Bestimmung der einzelnen Faktoren ermöglichen.

1. Beide Quantenkapazitäten  $C_{qdot}$  und  $C_{q2d}$  sind vernachlässigbar klein, das heißt die entsprechenden Zustandsdichten verschwinden.

In diesem Fall reduziert sich Gleichung 2.31 zu

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_{dot}} + \frac{1}{C_{2deg}} + \frac{1}{C_r} = \frac{1}{C_h} \quad (2.32)$$

und da hier bis auf  $C_r$  alle Werte bekannt sind, bzw. sich aus der Messung der Hintergrundkapazität ablesen lassen, ist hiermit eine Bestimmung von  $C_r$  möglich. Da  $C_r \ll C_{dot}$  und  $C_r \ll C_{2deg}$  gilt, entspricht  $C_h$  ungefähr  $C_r$ .

2. Nur die Quantenkapazität  $C_{qdot}$  verschwindet.

Bei verschwindender Zustandsdichte in den Quantenpunkten werden diese hinsichtlich der Kapazität praktisch „durchsichtig“, und es entsteht ein System, welches dem in [39] von Lorke beschriebenen ähnelt. Es wird also im Grunde genommen die Zustandsdichte des 2DEG spektroskopiert. Für die Gesamtkapazität gilt dann:

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_{dot}} + \frac{1}{C_{2deg}} + \frac{1}{C_r + C_{q2d}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_r + C_{q2d}} . \quad (2.33)$$

Hier entspricht  $C_2$  der geometrischen Kapazität am Ort des zweidimensionalen Elektronengases.

3. Nur die Quantenkapazität des 2DEG verschwindet.

Befindet sich die Fermienergie zwischen zwei Landau-Niveaus, so kann die Zustandsdichte des 2DEG vernachlässigbar klein werden. Dann sollte man nach dem oben angegeben Modell nur die Kapazität der Quantenpunkte messen können. Da diese jedoch nur vertikal über das in diesem Fall nicht leitfähige 2DEG überhaupt zu laden sind, tragen sie nicht zur Kapazität bei. Im Idealfall misst man also wieder die Hintergrundkapazität (siehe Punkt 1).

4. In allen anderen Fällen, das heißt, weder die Zustandsdichte des 2DEG, noch jene der Quantenpunkte verschwindet, liefert das Experiment eine komplizierte Kombination aller beteiligten geometrischen und quantenhaften Kapazitäten. Allerdings ist Gl. 2.31 sehr allgemein und für jedweide Doppelschicht mit geringen Zustandsdichten gültig. Im vorliegenden Fall eines zweidimensionalen Elektronengases ist in Abwesenheit eines Magnetfeldes die Zustandsdichte des 2DEG bekannt, wie in Kapitel 2.1 dargelegt beträgt sie

$$D_{2d} = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} . \quad (2.34)$$

Der Zahlenwert der Quantenkapazität lässt sich somit zu

$$C_{q2d} = e^2 D_{2d} = \frac{e^2 m^*}{\pi \hbar^2} = 4484,2 nF cm^{-2} \quad (2.35)$$

berechnen ( $m^* = 0,067 m_e$ , [11]). Dieser Wert ist für alle Gatespannungen, die größer als die Verarmungsspannung sind, konstant. In der Kapazitätsmessung beobachtet man in diesem Fall eine Hintergrundkapazität  $C_b$  die sich aus  $C_r$ ,  $C_{2deg}$  und  $C_{q2d}$  zusammensetzt, und einen scheinbaren Abstand  $d_b$  zu den Quantenpunkten definiert:

$$C_b = \frac{1}{\frac{1}{C_{2deg}} + \frac{1}{C_r + C_{q2d}}} = \frac{\epsilon}{d_b} . \quad (2.36)$$

Mit dieser Vereinfachung folgt für die Gesamtkapazität

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_{dot}} + \frac{1}{C_{qdot} + C_b} . \quad (2.37)$$

Daraus folgt nach einigen etwas länglichen arithmetischen Umformungen, daß sich die Ladungsträgerdichte in den Quantenpunkten als Funktion der Gatespannung wie folgt darstellen läßt:

$$d\sigma_{qd} = (\Delta C \lambda_{mod}) dU . \quad (2.38)$$

Dabei ist  $\Delta C$  der Kapazitätszuwachs durch die Quantenpunkte und  $\lambda_{mod}$  ist der durch den Übergang  $d_{2deg} \rightarrow d_b$  modifizierte Hebelarm [39]. In der Kapazität verursachen die eigentlich diskreten Niveaus der Quantenpunkte ein gaußförmig verbreitetes Signal, da die Dots alle unterschiedliche Größen und damit unterschiedliche Quantisierungsenergien aufweisen.

Eine Übersicht über einige der in diesem Abschnitt verwendeten Abkürzungen findet sich im Anhang.

### 2.3.2 Das *Resistive Plate*-Modell

Das oben vorgestellte Kapazitätsmodell ist für solche Systeme gut geeignet, deren Kapazität im wesentlichen durch ihre Zustandsdichte beschränkt ist. Allerdings ist es vollkommen eindimensional und bezieht nicht die inneren Eigenschaften eines zweidimensionalen Elektronengases mit ein. Hier muß neben der Zustandsdichte auch die im Magnetfeld zum Teil drastisch verringerte Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  berücksichtigt werden. Eine entsprechende Rechnung wurde von Goodall et al. durchgeführt [41] und liefert für den gesamten Wechselstrom das folgende Ergebnis ( $I_0$  entspricht der idealen, geometrischen Kapazität):

$$I = I_0 \frac{\tanh(x)}{x} . \quad (2.39)$$

Der Wert von  $x$  ist dabei im wesentlichen durch die angelegte Wechselspannungsfrequenz und die Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  bestimmt:

$$x = \left( i \frac{g\omega}{\sigma_{xx}} \right)^{\frac{1}{2}} . \quad (2.40)$$

Der Faktor  $g$  ist nur von der Geometrie und der Dielektrizitätszahl abhängig. Trägt man nun den Real- und Imaginärteil des Gesamtstromes über dem Betrag von  $x$  auf, so ergibt sich das in Abbildung 2.10 dargestellte Verhalten.

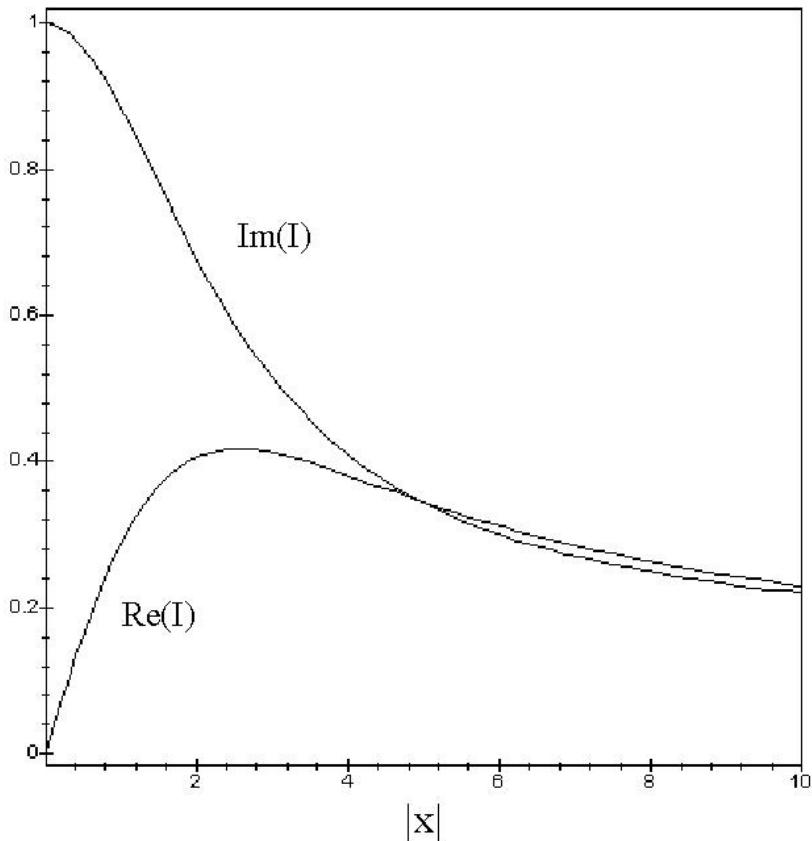


Abbildung 2.10: Real- und Imaginärteil des Gesamtstromes. Für sehr kleine Werte von  $x$ , d. h. für sehr große Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  ist das 2DEG „metallisch“ und der Realteil verschwindet.

Bei sehr kleinen Werten von  $x$ , also bei großer Leitfähigkeit des 2DEG im Verhältnis zur angelegten Wechselspannungsfrequenz, verhält sich das 2DEG hinsichtlich seiner Leitfähigkeit wie ein idealer metallischer Kondensator. Mit sinkender Leitfähigkeit durchläuft der Realteil des Stromes zunächst ein Maximum, um dann gemeinsam mit dem Imaginärteil gegen null zu gehen.

In diesem Modell wurde der Einfluß der Leitfähigkeit  $\sigma_{xy}$  vernachlässigt. Eine Berücksichtigung von  $\sigma_{xy}$  für die in dieser Arbeit verwendeten rotationssymmetrischen Proben liefert aber im wesentlichen den gleichen Verlauf und ändert hauptsächlich den Absolutwert der so bestimmten Leitfähigkeitswerte [41].

Insgesamt stehen damit zwei Modelle zur Erklärung der in der Kapazitätspektroskopie auftretenden Phänomene zur Verfügung, einerseits das Modell

der *Quantenkapazität*, welches im wesentlichen den Einfluß der Zustandsdichte berücksichtigt, andererseits das *Resistive Plate*-Modell, welches den Einfluß einer Änderung der Leitfähigkeit hervorhebt.

# Kapitel 3

## Präparation

Der Präparation von funktionierenden Proben kam in der gesamten Arbeit eine große Bedeutung zu, da diese Proben die ersten waren, die in der Arbeitsgruppe im neuen Reinraum hergestellt wurden. Dementsprechend aufwendig war die Suche nach brauchbaren Prozeßparametern und dementsprechend hoch war die Ausfallquote. Zu Beginn wurde auf Erfahrungswerte [42, 43] zurückgegriffen. Um solche Anlaufschwierigkeiten in späteren Arbeiten zu vermeiden, soll hier ein genauer Überblick über sämtliche Prozeßschritte, bis hin zur fertigen Probe, gegeben werden.

### 3.1 Probenmaterial

Der in dieser Arbeit verwendete Wafer MC2DEG wurde in Santa Barbara von Jorge Garcia mittels Molekularstrahlepitaxie gewachsen. Eine Abbildung der Schichtfolge findet sich im Anhang, die wesentliche Struktur ist in Abbildung 3.1 noch einmal dargestellt. Das zweidimensionale Elektronengas bezieht seine Elektronen aus einer  $\delta$ -Dotierung mit Silizium, die sich etwa 10nm unterhalb der 2DEG-Grenzfläche befindet. Dadurch werden die Ladungsträger von den ionisierten Donatoren getrennt und es lassen sich prinzipiell sehr hohe Beweglichkeiten erzielen. Etwa 25nm über (also in Wachstumsrichtung) dem zweidimensionalen Elektronengas befindet sich die *InAs*-Schicht; auf einer Belegungsschicht von einer Monolage bilden sich die Quantenpunkte aus (siehe Kapitel 2.2.1).

Der Abstand zwischen 2DEG und Waferoberfläche beträgt insgesamt 1760Å. Damit beträgt der Hebelarm, d.h. der Kehrwert des Bruchteils der angelegten Spannung, der auf der Strecke 2DEG-Quantenpunkte abfällt, etwa  $176\text{nm}/25\text{nm} \approx 7$ .

Die nominelle Ladungsträgerkonzentration im zweidimensionalen Elektronengas und die Quantenpunktdichte sind dem Wachstumsprotokoll nicht zu

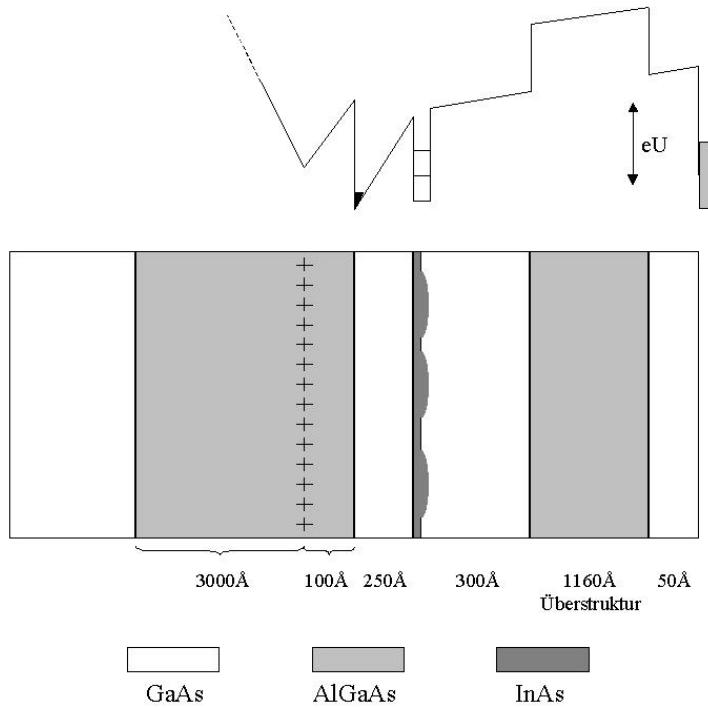


Abbildung 3.1: *Schematische Darstellung des verwendeten Wafers MC2DEG, oben ist der Verlauf der Leitungsbandkante angedeutet. Die 1160nm tiefe Überstruktur besteht insgesamt aus 29 Doppelschichten.*

entnehmen, werden aber im Kapitel 5 bestimmt.

## 3.2 Maskenfertigung

Die in dieser Arbeit verwendeten Masken wurden mittels Elektronenstrahlolithographie in einem Rasterelektronenmikroskop (REM) der Firma Leo hergestellt. Als Maskenmaterial standen industriell gefertigte Chromblanks (mit Chrom bedampfte Glasscheiben) zur Verfügung. Diese wurden in eine dem Maskenhalter des REMs angepasste Form gebrochen und nach gründlicher Reinigung (s.u.) mit PMMA (Polyacrylmethacrylat) belackt und anschließend belichtet. Nach der Belichtung wurden der PMMA entwickelt und die entwickelten Stellen wurden in Chromätzte vom Chrom befreit. Die durch dieses Verfahren der Maskenherstellung erreichte Auflösung ( $< 100\text{nm}$ ) ist für die anschließende Photolithographie völlig ausreichend.

Für jeden der nun folgenden Prozeßschritte (Mesa-Definition, 2DEG-Kontakte,

Bondpads, Gate) ist eine eigene Maske notwendig; um eine jeweils identische Größe und Position der Elemente zu garantieren, ist es vorteilhaft, alle vier Masken in einem Schreibvorgang des REMs auf ein etwa  $2 \times 2\text{cm}$  großes Chromblank zu schreiben.

### 3.3 Photolithographie

Vor der Prozessierung der Proben wurde der Wafer am Rand leicht angeritzt und anschließend auf eine weiche, möglichst staubfreie Unterlage gelegt. Mit einer Pinzettenspitze oder einem Zahnstocher wurden nun mit leichtem Druck auf die Rückseite der Probe die etwa  $4 \times 4\text{mm}$  großen Stücke aus dem Wafer gebrochen. Die Probenstücke wurden mit  $N_2$  abgeblasen, um sie von kleinen Bruchstücken zu befreien.

Abbildung 3.2 zeigt die darauffolgenden Prozeßschritte zur fertigen Probe. Eine Einführung in die Prozessierung von *GaAs* findet sich in [44]. Jeder Teilprozeß (Mesadefinition, Aufdampfen von Gate, Kontakten und Bondpads) erfordert die ersten drei Prozeßschritte, also das Belacken, Belichten und Entwickeln der Probe. Als UV-sensitiver Photolack stand AR-P 3840 der Firma Allresist zur Verfügung, davon wurde eine dünne Schicht auf die Probe gebracht, die anschließend mit einer Quecksilberdampflampe durch die jeweilige Maske belichtet wurde. Der Lack härtete in einem Ofen für etwa  $20\text{min}$  aus, anschließend wurde die Probe im Entwickler vom belichteten Lack befreit.

#### Optische Lithographie:

Photolack            Allresist Positiv Photoresist AR-P 3840

Lackschleuder    1s bei 800U/min, 30s bei 5000U/min

Aushärten        20-25min bei  $90^\circ\text{C}$

Belichten        10-12s im Maskaligner ( $\lambda_{max} = 395\text{nm}$ )

Entwickeln      12-15s in Allresist AR 300-35

Der nicht belichtete Lack dient jeweils als Maske für die nachfolgenden Prozesse, also für die Metallisierung, oder die Mesadefinition. Nach der Mesadefinition kann der restliche Lack einfach in Aceton abgelöst werden, nach einem Aufdampfschritt muß jedoch nicht nur der Photolack entfernt werden, sondern auch die darüberliegende Metallschicht. Diesen Prozeßschritt bezeichnet man auch als *Lift-Off*.

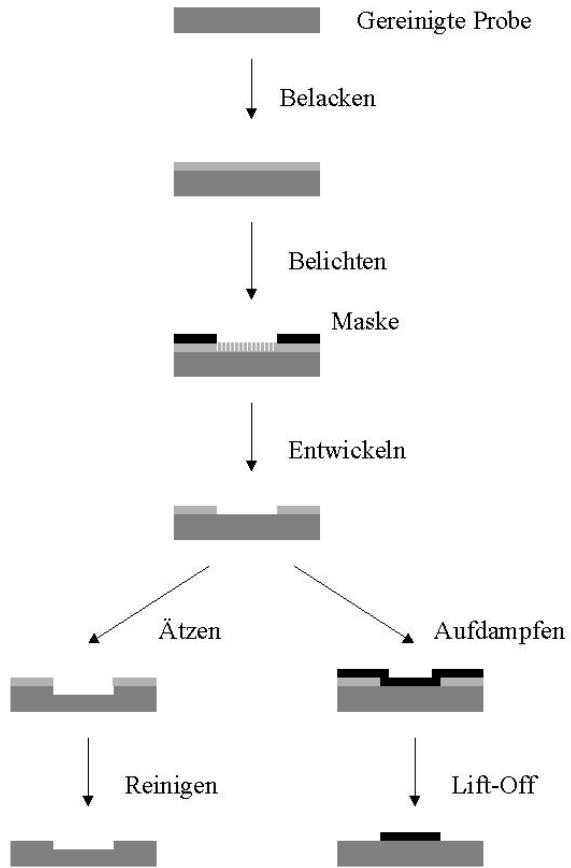


Abbildung 3.2: Prozeßschritte der optischen Lithographie. Links dargestellt ist die Mesa-Definition, z.B. durch naßchemisches Ätzen. Rechts ist das Aufdampfen einer Metallschicht mit anschließendem Lift-Off dargestellt.

Zum Lift-Off wurden die Proben in heißes (etwa 60°C) Aceton gelegt. Sobald ein Ablösen der Metallschicht erkennbar war, wurde mit einer Pipette ein gleichmäßiger Acetonstrom über der Probe erzeugt, der sich ablösende Metallschichten sofort von der Probe entfernte. Ohne diese Strömung besteht die Gefahr, daß sich Metallreste wieder auf der vom Lack befreiten Probe ablagern, und im Nachhinein nicht mehr zu entfernen sind.

Zum Teil wurde versucht, kleine Metallreste nachträglich mittels Ultraschall zu entfernen.

## Reinigung

Vor jedem Belacken der Proben mußten diese gründlich gereinigt werden. Die Reinigung umfaßte dabei folgende Schritte:

- Abblasen mit  $N_2$
- ca. 5-minütiges Kochen in Aceton
- Abspülen und Reinigung in kaltem Aceton
- Reinigung in Methanol und Isopropanol
- Abspülen unter Isopropanol
- Trocken durch Abblasen mit  $N_2$

Die Proben wurden hierbei bis kurz vor dem Belacken im Isopropanolbad belassen, dann kurz abgespült, getrocknet und sofort belackt, um eine nachträgliche Verschmutzung möglichst zu vermeiden.

## Die Definition der Mesa

Unter der *Mesadefinition* versteht man die Begrenzung des 2DEG auf den für die anschließenden Messungen erforderlichen Bereich. In dieser Arbeit hatte die Mesa die Form eines Hallbars, um 4-Punkt-Widerstandsmessungen zu ermöglichen. Um sicher zu gehen, daß sowohl die 2DEG-Grenzschicht, als auch die  $\delta$ -Dotierung entfernt waren, wurde um die Mesa herum die Heteroschicht etwa 220nm tief geätzt. Bei der in dieser Arbeit verwendeten invertierten Heterostruktur liegt diese Dotierschicht „unter“ der eigentlichen Grenzschicht. Um sicherzustellen, daß tief genug geätzt wurde, wurde nach der vollständigen Prozessierung der Probe der Widerstand über die Mesakante gemessen. Dieser Widerstand lag bei allen Proben jenseits des Anzeigebereichs des verwendeten Meßgerätes ( $> 40M\Omega$ ).

Die Ätzlösung bestand aus  $H_2O : H_2SO_4 : H_2O_2$  (100:3:1), die Ätzrate betrug etwa 1nm/s und wurde unter einem AFM (atomic force microscope) kontrolliert. Die Proben befanden sich jeweils 220s in der Ätzlösung. Beschreibungen der Charakteristika verschiedener Ätzlösungen finden sich in [45] und [46].

Trotz sorgfältiger Durchführung gestaltete sich dieser Teil der Präparation ausgesprochen schwierig. Der Photolack löste sich in der Ätze häufig nach

etwa 90s auf, und die entsprechenden Proben waren danach unbrauchbar. Be merkenswerterweise geschah dies praktisch ausschließlich bei Proben des Wafers MC2DEG, bei Testproben aus reinem *GaAs* verlief das Ätzen meist ein wandsfrei. Eine Erklärung für dieses Phänomen konnte nicht gefunden werden, haupsächlich aufgrund dieses Problems konnten nur zwei Proben präpariert werden.

## Kontaktierung des zweidimensionalen Elektronengases

Zur Kontaktierung des 2DEG wurde auf die vorgesehenen Positionen ein Dreischichtsystem (*AuGe*, *Ni*, *AuGe*) aufgedampft. Die einzelnen Komponenten wurden thermisch bei einem Druck von etwa  $1 \cdot 10^{-6}$  mbar verdampt, die Auf dampfgeschwindigkeit lag etwa bei 1Å/s, die gesamte Schichtdicke betrug etwa 1500Å. Die Nickelschicht soll sowohl als *wetting agent* wirken und das Zusammenlaufen des Goldes während des Einlegierens (s.u.) verhindern, als auch die Diffusion von Germanium ins *GaAs* unterstützen [44].

Nach dem Lift-Off wurden die Kontakte unter *ArH<sub>2</sub>*-Atmosphäre einlegt.

### Ohmsche Kontakte:

Aufdampfen	200Å AuGe (88:12)
	100Å Ni
	1200Å AuGe (88:12)

Einlegieren	5min bei 200°C
	2min bei 400°C
	1min bei 450°C

Die hohen Temperaturen ermöglichen die Diffusion von Germanium ins *GaAs*. Germanium dotiert das Material, indem es das Gallium an seinen Gitterplätzen ersetzt. Um gute Kontakte zu erhalten, sollten Germaniumkonzentrationen von etwa  $1 \cdot 10^{19} cm^{-3}$  erreicht werden [44].

Auf die so definierten Kontakte wurden zur Erleichterung des Bondens (s.u.) noch Goldkontakte aufgedampft. Hier wurden zunächst zur Haftvermittlung 70Å NiCr (1:1) und danach 1500Å Au aufgedampft, wobei diese sogenannten *Bondpads* die Kontakte überlappen können, um das Bonden einfacher zu gestalten.

## Gate

Als *Gate* bezeichnet man die über der Mesa liegende Steuerelektrode. Da das Gate für die Qualität der fertigen Proben sehr wichtig ist, wurde es bei den in

dieser Arbeit verwendeten Proben mittels eines Elektronenstrahlverdampfers bei einem Druck von etwa  $1 \cdot 10^{-8} \text{ mbar}$  aufgedampft. Auch die Aufdampfrate wurde mit  $0,1 \text{ \AA/min}$  kleiner gewählt, als bei den vorangegangenen Aufdampfschritten. Das Gate bestand aus einer Schicht von etwa  $80 \text{ \AA}$  NiCr (1:1). Es wurde mit zwei seitlichen Kontakten ausgeführt, um mit einer Widerstandsmessung sicherstellen zu können, daß der Kontakt über die Mesakante gegeben war (Abb. 3.3).

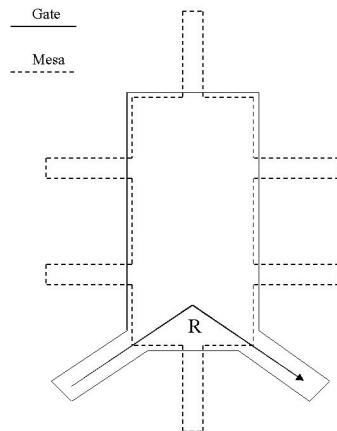


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung der Mesakante (gestrichelt) und des Gate-Umrisses (durchgezogen). Eine Messung des Widerstands  $R$  ergab jeweils Werte  $< 5 \text{ k}\Omega$ , damit war der Kontakt zur Gatefläche sichergestellt.

## Bonden

Die fertig prozessierten Proben wurde mit tieftemperaturresistentem Leitsilber auf Probenträger (sogenannte *Chipcarrier*) geklebt. Anschließend mußten nur noch die Probenkontakte der Probe mit den Kontakten des Chipcarriers verbunden werden. Diese Verbindung wurde mit Aluminiumdraht mittels eines sogenannten Wedge-Bonders hergestellt.

Abbildung 3.4 zeigt eine der so entstandenen und für die anschließenden Messungen verwendeten Proben. Das Bild wurde allerdings nach sämtlichen Messungen und Kühlzyklen aufgenommen, die Probe ist offensichtlich nicht mehr im besten Zustand.

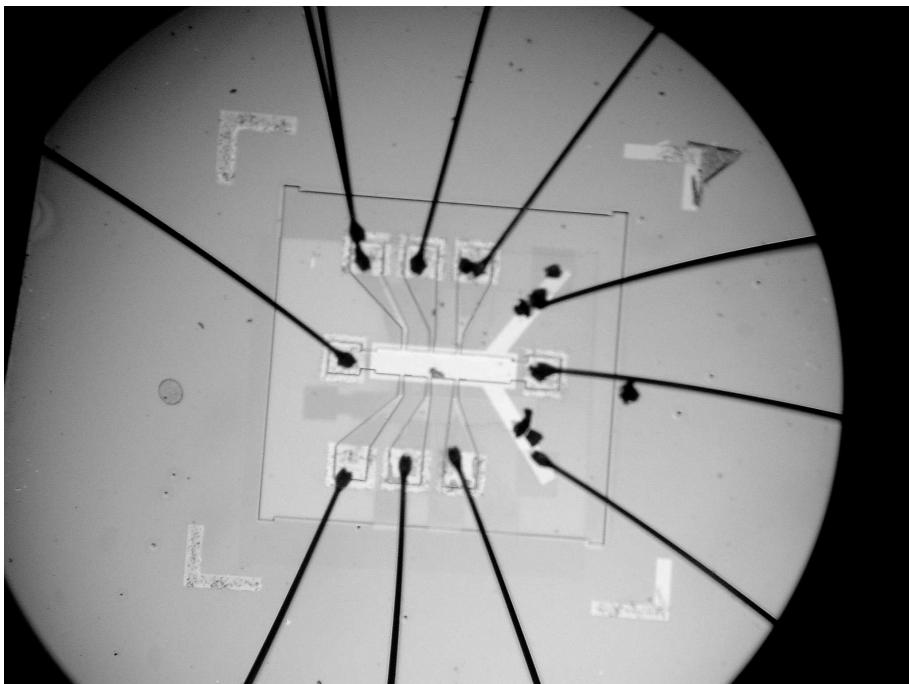


Abbildung 3.4: *Photo einer fertig prozessierten Probe. Die Aufnahme wurde nach allen Messungen gemacht und dokumentiert, daß die Probe nicht mehr im besten Zustand war. Der Schatten einer zweiten Mesakante entstand dadurch, daß die Probe zweimal belackt, belichtet und entwickelt wurde, bevor die Mesakante geätzt wurde.*

# Kapitel 4

## Experimentelle Meßmethoden

In dieser Arbeit wurden im wesentlichen zwei unterschiedliche Meßmethoden verwendet. Der erste Teil dieses Kapitels beschreibt kurz das Vorgehen zur Aufnahme von Kapazitätsspektren, der zweite Teil geht auf die 4-Punkt-Widerstandsmessung ein.

Sämtliche Messungen wurden, soweit nicht anders vermerkt, in einem Kryostaten bei einer Temperatur von  $4,2K$  durchgeführt. Der Kryostat konnte durch das Abpumpen einer sogenannten *Lambda-Platte* auf eine Temperatur von etwa  $2,2K$  gebracht werden. Bei einer Temperatur von  $4,2K$  betrug die maximale Magnetfeldstärke  $11T$ , bei  $2,2K$  konnten sogar  $12T$  erreicht werden. Am Probenhalter war in etwa  $5mm$  Abstand zur Probe eine Leuchtdiode angebracht. Nach dem Kühlprozess mußte die Probe häufig durch kurzes Einschalten dieser Diode „aktiviert“ werden, da sonst die Kontaktwiderstände zum 2DEG zu groß waren. Gegen Ende der Messungen war ein immer häufigeres und intensiveres Beleuchten notwendig, die letzten Messungen wurden unter ständiger Beleuchtung durchgeführt.

Alle verwendeten Daten wurden mit einem PC mit Hilfe des Messwerterfassungsprogramms *LabView* aufgezeichnet.

### 4.1 Kapazitätsmessungen

Im ersten Teil dieser Arbeit wurde eine Reihe von Kapazitätsspektren aufgenommen, den prinzipiellen Aufbau für diese Messungen zeigt Abbildung 4.1. Die Spannung  $U_-$  einer Gleichspannungsquelle wird mittels einer Spannungsweiche mit einer vom Lock-In-Verstärker erzeugten Wechselspannung  $U$  der Frequenz  $f$  moduliert. Damit die Messungen sensitiv für die Kapazität der Probe sind, muß die Kapazität  $C_W$  der Weiche deutlich größer sein, als die der Probe. Da die Kapazität  $C_W$   $6,8nF$  betrug, ist diese Bedingung gut erfüllt. Der Widerstand  $R_W$  war gerade so klein, daß die Gleichspannung tatsächlich

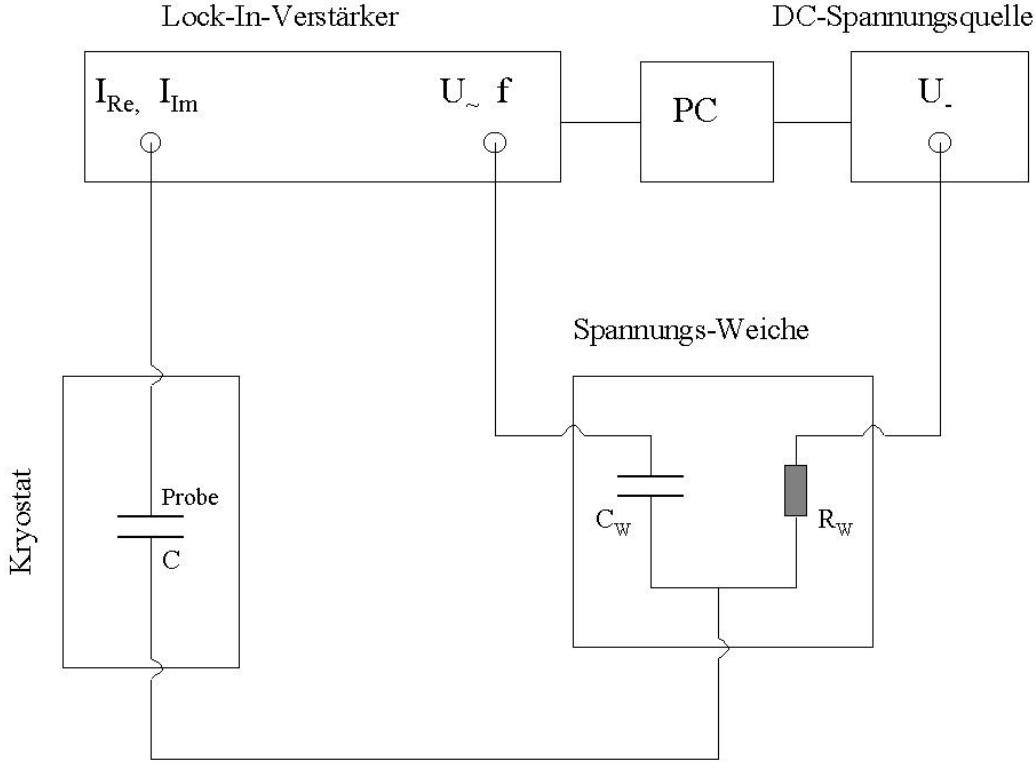


Abbildung 4.1: *Meßaufbau für Kapazitätsmessungen. Die Kapazität  $C_W$  betrug  $6,8nF$ , der Widerstand  $R_W$  betrug  $1M\Omega$ .*

über der Probe abfiel und betrug  $1M\Omega$ . Die Wechselspannung  $U_\sim$  wurde vom Lock-In-Verstärker erzeugt, die Amplitude lag jeweils höchstens im Bereich von  $4 - 5mV$ , da der über den Quantenpunkten abfallende Teil der Wechselspannung kleiner sein muß, als die in den Quantenpunkten auftretenden Energiedifferenzen (Coulombblockade, Quantisierungsenergie). Teilweise wurde eine Spannung von  $4 - 5V$  am Lock-In-Verstärker (LIV) erzeugt, die dann über einen Spannungsteiler auf  $4 - 5mV$  reduziert wurde, da das Ausgangssignal des LIV bei größeren Amplituden besser war.

Die verwendeten Frequenzen betrugen zwischen  $23Hz$  und  $6331Hz$ .

Die mit der Wechselspannung modulierte Gleichspannung wird auf das Gate der Probe gegeben, der Gleichspannungsanteil fällt in der Probe über der Strecke Gate-2DEG ab (siehe Abbildung 4.2). Vernachlässigt man die Verbiegung der Leitungsbandkanten durch Ladungen in den Quantenpunkten, so fällt über der Strecke  $d_{2deg}$  die Spannung  $\Delta U = \lambda^{-1}U_{Gate}$  ab. Das Verhältnis  $\lambda$  der

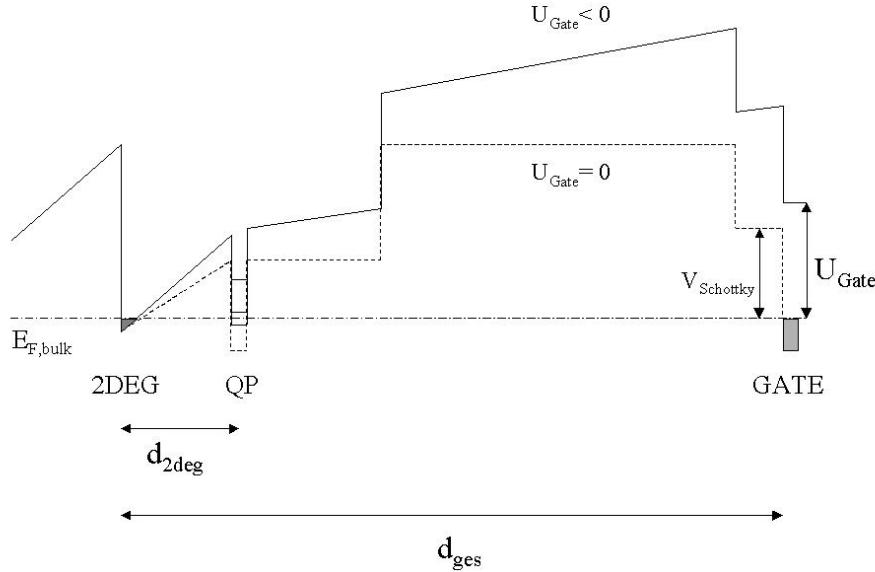


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung des Leitungsbandkantenverlaufs. Über der Strecke  $d_{2\text{deg}}$  fällt in linearer Näherung die Spannung  $\Delta U = \frac{d_{2\text{deg}}}{d_{\text{ges}}} U_{\text{Gate}} = \lambda^{-1} U_{\text{Gate}}$  ab. Die Größe  $\lambda$  bezeichnet man als Hebelarm.

Strecken  $d_{\text{ges}}$  und  $d_{2\text{deg}}$  bezeichnet man auch als *Hebelarm*.

Diese sogenannte MISFET-(metal insulator semiconductor field effect transistor) Struktur [28] ermöglicht durch das Aufmodulieren einer Wechselspannung die Spektroskopie des Vielteilchen-Grundzustands der *InAs*-Quantenpunkte. Bei hinreichend negativen Gatespannungen liegen die Niveaus der Quantenpunkte unterhalb der Fermienergie und sind nicht besetzt. Erhöht man nun die Gatespannung, so durchläuft das niedrigste Niveau der Quantenpunkte schließlich die Fermienergie und das Tunneln von Elektronen zwischen 2DEG und Quantenpunkten wird möglich. Die aufgeprägte Wechselspannung erzeugt in diesem Fall ein erhöhtes Stromsignal, da die Kapazität der Struktur durch den geringeren Abstand der Quantenpunkte zum Gate erhöht ist (siehe Kapitel 2.3). Durch weiteres Erhöhen der Gatespannung können so auch alle weiteren Niveaus untersucht werden, indem sie sukzessive in Resonanz mit dem 2DEG gebracht werden.

Die Niveaus der Quantenpunkte sind dabei nicht vollkommen scharf, sondern durch die statistische Größenverteilung der Dots verbreitert. Um sie trotzdem

auflösen zu können, muß die inhomogene Verbreiterung der Niveaus kleiner sein, als ihr jeweiliger Abstand zueinander. Für die vorliegenden Proben ist diese Bedingung für die s-Niveaus erfüllt, nicht aber für die p-Niveaus.

Der zur Kapazität der Probe proportionale Wechselstrom wird phasensensitiv mit dem Lock-In-Verstärker gemessen, eventuelle Phasendifferenzen zwischen einzelnen Messungen können auch im Nachhinein noch korrigiert werden.

Bei einigen Messungen wurde versucht, die Signalqualität durch einen Strom-Spannungswandler und die Nutzung des Spannungseingangs des LIV zu erhöhen, dies brachte allerdings keinen nennenswerten Erfolg.

## 4.2 4-Punkt-Magnetotransport

Im zweiten Teil der Arbeit wurden 4-Punkt-Widerstandsmessungen an Proben durchgeführt, die in Form eines Hallbars strukturiert worden waren (siehe Kap. 2.1.2). Der prinzipielle Meßaufbau zur Bestimmung von  $\rho_{xx}$  und  $\rho_{xy}$  war bis auf den Abgriff der zu messenden Spannung identisch, in Abbildung 4.3 ist exemplarisch der Aufbau zur Bestimmung von  $\rho_{xy}$  dargestellt. Über einen großen Widerstand ( $10,6 M\Omega$ ) wird ein Wechselstrom  $I_{SD}$  erzeugt, die Spannung zwischen zwei gegenüberliegenden Kontakten der Probe wird am Differenz-Eingang des LIV gemessen. Bei diesen Wechselstrommessungen treten im Mittel keine additiven Längsspannungen auf.

Es konnten während der Messung die Gatespannung und das Magnetfeld variiert werden. Der Betrag des Magnetfeldes konnte nur am Analogausgang des Netzteils bestimmt werden, dieser lieferte eine zum Magnetfeld proportionale Spannung. Ein direktes Auslesen des Netzteils mit dem Computer war aufgrund von Unsicherheiten in der zugehörigen Software nicht möglich.

Mit diesem Aufbau wurden im wesentlichen zwei verschiedene Messungen durchgeführt. Zum einen wurde bei konstanter Gatespannung das Magnetfeld zwischen 0 und  $11 - 12 T$  variiert, dieses Vorgehen diente zur Aufnahme von SdH-Oszillationen und des Quanten-Hall-Effekts. Zum anderen wurde im Bereich der klassischen Drudeleitfähigkeit ( $B < 1 T$ ) ein konstantes Magnetfeld eingestellt. Die Messung von Längs- und Querspannung in Abhängigkeit von der Gatespannung ermöglicht dann eine kontinuierliche Bestimmung der Ladungsträgerkonzentration und deren Beweglichkeit.

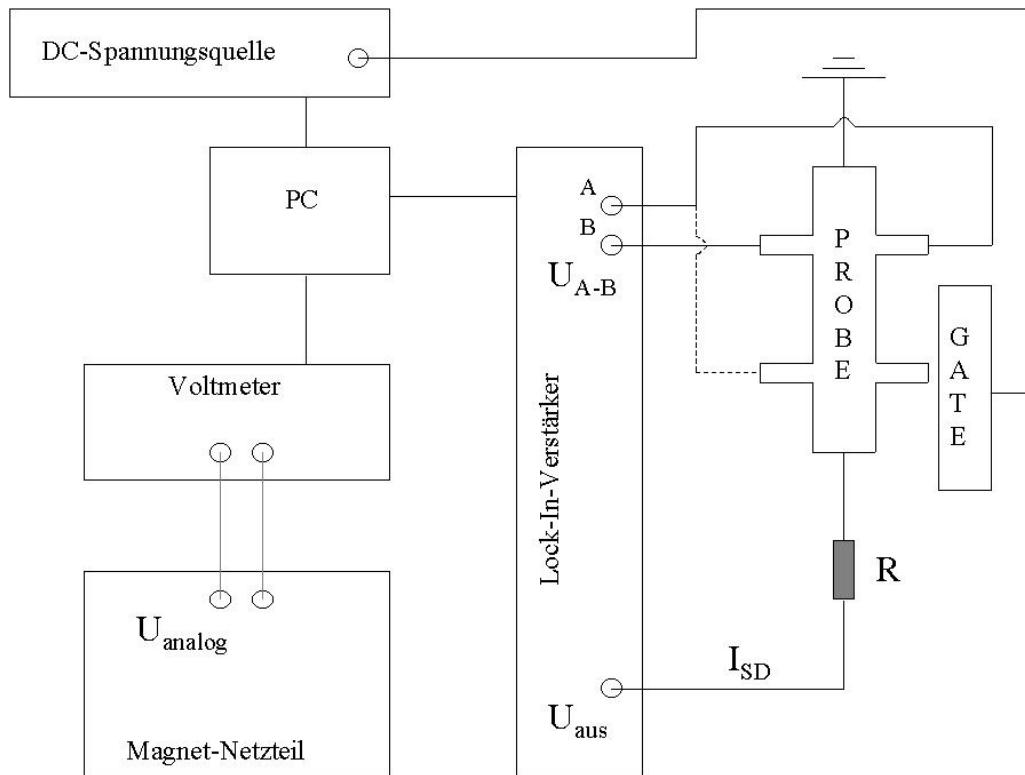


Abbildung 4.3: Schematischer Aufbau zur Messung von Vierpunkt-Widerständen. Alle zur eigenen Messung der Widerstände benötigten Kabel sind koaxial ausgeführt, um möglichst rauscharm zu messen. Der Widerstand  $R$  betrug  $10,6 M\Omega$ . Gestrichelt eingezeichnet ist die Änderung des Aufbaus zur Bestimmung von  $\rho_{xx}$ .

# Kapitel 5

## Messwerte und Diskussion

In diesem Kapitel werden repräsentative Messungen vorgestellt und diskutiert. Im Verlauf der Arbeit wurden zwei verschieden strukturierte Probengeometrien verwendet. Die Kapazitätsmessungen wurden an Proben durchgeführt, die nur runde Gates verschiedener Größe aufwiesen, da diese einfache Geometrie hier die besten Ergebnisse versprach.

Die Proben, die eine 4-Punkt Widerstandsmessungen erlaubten, wurden, wie im Kapitel 3 beschrieben, in Form eines Hallbars strukturiert.

Soweit nicht anders angegeben, wurden alle Messungen bei einer Temperatur von 4,2K durchgeführt.

### 5.1 Kapazitätsspektroskopie

Die Messung der Kapazität der Proben gibt sowohl Aufschluss über die Lage der Verarmungsspannung des 2DEG, als auch über die Lage der Energieniveaus der Quantenpunkte.

Mit einer angelegten Gleichspannung wird die Lage des Ferminiveaus variiert. Durch eine aufgeprägte Wechselspannung wird dabei ein Wechselstrom erzeugt, der proportional zur Kapazität der Probe ist, sofern die Impedanz der Probe deutlich größer ist, als die des übrigen Stromkreises. Die geometrische Kapazität zwischen 2DEG und den größten verwendeten Gates berechnet sich zu

$$C_{geo} = \epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot \frac{A}{d} . \quad (5.1)$$

Mit den Werten  $A = 2,83 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2$  und  $d = 176\text{nm}$  ergibt sich damit ein Wert von  $180\text{pF}$ . Die höchste genutzte Frequenz betrug  $6331,13\text{Hz}$ , damit ergibt sich eine Impedanz von ungefähr

$$R_C = \frac{1}{\omega C} = 140k\Omega . \quad (5.2)$$

Da die sonstigen Komponenten des Messaufbaus deutlich kleinere Impedanzen aufweisen, ist gewährleistet, daß die Messungen tatsächlich sensitiv für die Kapazität der Probe sind.

Wie in Kapitel 2 dargelegt wurde, ist die gesamte Kapazität der Probe unter anderem eine Funktion der jeweiligen Zustandsdichten im 2DEG und in den Quantenpunkten. Um den Einfluß der Quantenpunkte genauer untersuchen zu können, wurde zum Vergleich eine Probe mit verschwindender Quantenpunkt-dichte herangezogen.

### 5.1.1 Kapazität der Probe „KapRef“

innerhalb des verwendeten Wafers wurde die *InAs*-Schicht nicht gleichmäßig aufgebracht, sondern mit einem Gradienten versehen. Im *Flat*-Bereich des Wafers blieb dabei die Dicke der *InAs*-Schicht unter dem für die Inselbildung kritischen Wert von 1,6 Monolagen. Damit wurde nur die Benetzungsenschicht gebildet und es befinden sich keine Quantenpunkte auf diesem Teil des Wafers. In den Kapazitätsspektren ist damit hauptsächlich der Einfluß des 2DEG sichtbar. Bei großen negativen Gatespannungen ( $< -0,3V$ ) ist das 2DEG vollständig verarmt (Abbildung 5.1) und nur die Hintergrundkapazität des Messaufbaus ist sichtbar.

Etwa bei einer Gatespannung von  $-0,26V$  liegt die Verarmungsspannung des zweidimensionalen Elektronengases, hier durchläuft die Fermienergie also gerade dessen Grundzustandsenergie. Die Steilheit der Verarmung ist dabei meist ein Maß für die Homogenität der Probe. Nach der Überwindung der Schwellenspannung zeigt die Kapazität einen annähernd konstanten Verlauf, das heißt, daß die Ladungsträgerzahl im 2DEG gemäß der Formel  $Q = CU$  linear mit der Gatespannung zunimmt. Der leichte Anstieg der Kapazität mit zunehmender Gatespannung ist wahrscheinlich auf eine leichte Verschiebung des Zentrums der Wellenfunktion der Elektronen in Richtung Gate zurückzuführen. Da der Zuwachs der Kapazität im linearen Bereich bis  $0,35V$  etwa 2% beträgt, kann man schlußfolgern, daß sich der Schwerpunkt der Wellenfunktion etwa um  $3,5nm$  (2% von  $176nm$ ) zum Gate verschiebt. Allerdings wird der lineare Kapazitätsanstieg auch durch den Anstieg der Leitfähigkeit mit zunehmender Ladungsträgerdichte im 2DEG mitverursacht (siehe Kapitel 2.3.2) und auch die Hintergrundkapazität steigt scheinbar mit zunehmender Gatespannung. Bei einer Gatespannung von etwa  $0,45V$  ist ein weiterer Anstieg der Kapazität zu beobachten, welcher auf das Laden der Benetzungsenschicht zurückzuführen ist. Die Auswertung des Kapazitätsanstiegs liefert einen Wert von  $d_{2deg} = 20nm$  für den Abstand von 2DEG zur Benetzungsenschicht. Dieser Wert liegt deutlich unter dem im Wachstumsprotokoll angegebenen Wert von  $25nm$ , auch wenn natürlich der Schwerpunkt der Wellenfunktion der 2DEG-

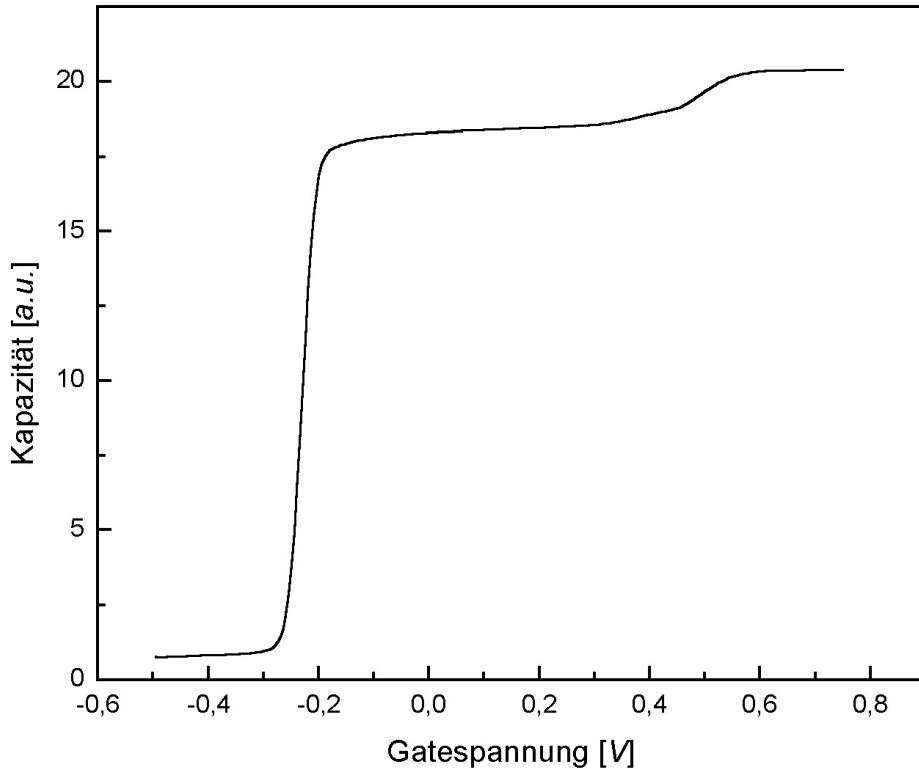


Abbildung 5.1: Kapazität der Probe „KapRef“, aufgenommen bei einer Frequenz von 411Hz und einer Amplitude der Modulationsspannung von 5mV.

Elektronen nicht direkt an der Grenzfläche liegt.

Kurz vor dem Laden der Benetzungsschicht zeigt die Kapazitätskurve einen für alle Proben typischen Knick, dessen Herkunft noch ungeklärt ist. Daß dieser Knick jedoch bei der Referenzprobe auftritt beweist immerhin, daß es sich nicht um einen Effekt der Quantenpunkte handelt; insbesondere das Laden der d-Niveaus kann nicht verantwortlich sein.

### 5.1.2 Kapazität der Probe „KapDot“

Im Gegensatz zur Referenzprobe zeigt die Probe *KapDot* deutlich den Einfluß der Quantenpunkte auf die Kapazität. Abbildung 5.2 zeigt einen typischen Verlauf der Kapazität für Quantenpunktproben. Im Gegensatz zur Referenz-

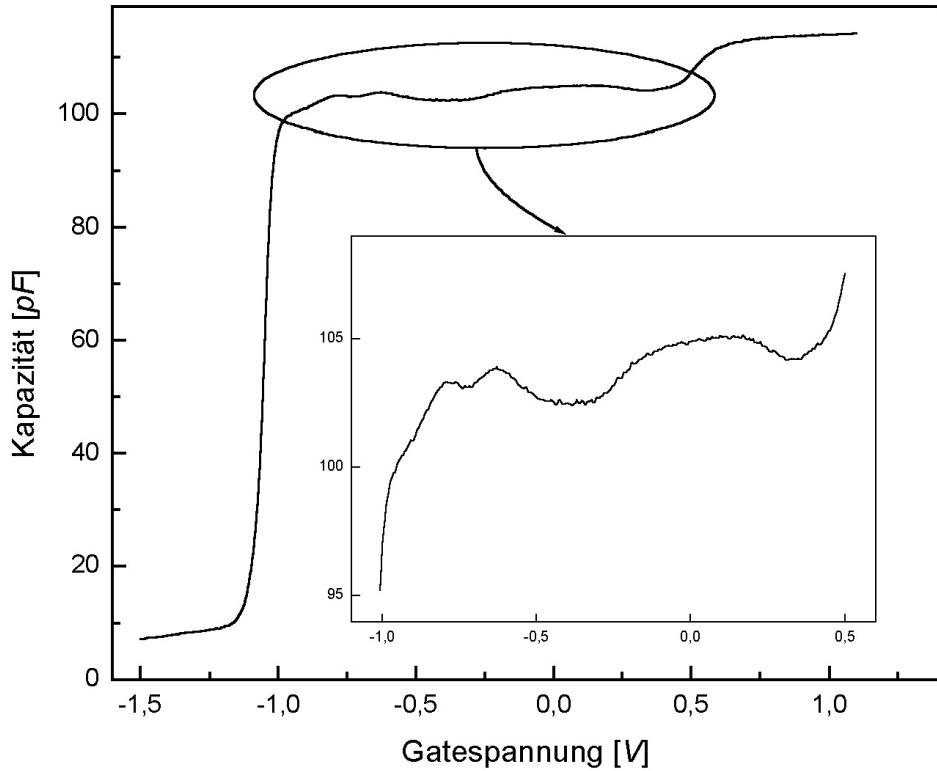


Abbildung 5.2: Kapazität der Probe „KapTop“, aufgenommen bei einer Frequenz von  $3063\text{Hz}$  und einer Amplitude der Modulationsspannung von  $4\text{mV}$ .

probe liegt die Verarmungsspannung des 2DEG hier bei etwa  $-1,11\text{V}$ . Das der Verschiebung der Verarmungsspannung zugrunde liegende Verfahren wird weiter unten erläutert. Ansonsten gleicht der Kapazitätsverlauf, bis auf das Auftreten der den Quantenpunkten zuzuschreibenden Maxima, dem der Referenzprobe.

Bemerkenswert ist, daß auch hier die Benetzungsenschicht bei einer Gatespannung von  $0,45\text{V}$  geladen wird. Das bedeutet, daß die Energieskalen der beiden Proben identisch sind, auch wenn man die Verarmungsspannung des zweidimensionalen Elektronengases ändert. Die energetische Lage der Benetzungsenschicht, wie auch die der Quantenpunkte (s.u.) ändert sich nicht, und kann als konstanter Referenzwert betrachtet werden.

Auch in dieser Probe scheint sich der Schwerpunkt des 2DEG mit steigender

Gatespannung in Richtung Gate zu verschieben. Betrachtet man jedoch das gleiche Energieintervall wie bei der Referenzprobe, so fällt die Verschiebung mit 0,6%, also etwa  $1\text{nm}$ , deutlich kleiner aus.

Eine Betrachtung der relativen Kapazitätsänderung beim Laden der Benetzungsschicht läßt wieder Rückschlüsse auf den Abstand zwischen Benetzungsschicht und 2DEG zu. Für diese Probe ergibt sich dieser Abstand zu

$$d_{2deg} = 21,1\text{nm} . \quad (5.3)$$

Auch dieser Wert ist deutlich kleiner, als im Wachstumsprotokoll angegeben. Das bedeutet, daß möglicherweise die Angaben im Wachstumsprotokoll korrigiert werden müssen, oder, daß möglicherweise daß Dreieckspotential sehr flach verläuft, so daß der Schwerpunkt des 2DEG in einiger Entfernung zur Grenzschicht liegt. Eine weitere Erklärung bietet das Quantenkapazitätsmodell, da eine „endliche“ Quantenkapazität der Benetzungsschicht einen vergleichbaren Effekt, d.h. eine verminderte Kapazität in der Benetzungsschicht zur Folge hätte.

Die Maxima in der Kapazität lassen sich direkt den einzelnen Energieniveaus der Quantenpunkte zuordnen. Der erste besetzbare Zustand in den Quantenpunkten wird bei einer Gatespannung von etwa  $-0,8V$  erreicht. Der Grundzustand (s-Schale) ist zweifach spinentartet, das Laden des zweiten Elektrons in die Dots ist also direkt nach Überwindung der Coulomb-Blockade möglich. In den vorliegenden Proben wird dieser Punkt bei einer Gatespannung von  $-0,635V$  erreicht.

Um die Elektron-Elektron-Wechselwirkungsenergie zu berechnen, muß zusätzlich zu Gleichung 2.27 noch die im 2DEG induzierte Bildladung berücksichtigt werden. Der Abstand zum Gate ist so groß, daß dortige Bildladungen vernachlässigt werden können.

$$E_{e-e}^{1-2} = e \frac{d_{2deg}}{d_{ges}} \Delta V_g + \frac{e^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0 d_{2deg}} \quad (5.4)$$

Hier entspricht  $d_{2deg}$  dem Abstand Dots-2DEG,  $d_{ges}$  entspricht dem Abstand Gate-2DEG. In die Formel gehen neben der Gatespannungsdifferenz hauptsächlich die geometrischen Abstände der einzelnen Lagen ein. Für die vorliegenden Proben betrug der Abstand zwischen Probenoberfläche und 2DEG  $176\text{nm}$ , während der Abstand zwischen 2DEG und Quantendots laut Wachstumsprotokoll  $25\text{nm}$  betrug. Das Verhältnis dieser Abstände, der sogenannte Hebelarm, liegt damit bei einem Wert von 7,04.

Unter Berücksichtigung dieses Hebelarmes und der Bildladung im 2DEG erhält man somit einen Wert von  $25,6\text{meV}$  für den Betrag der Elektron-Elektron-Wechselwirkungsenergie der s-Schale der Quantenpunkte. Dieser Wert liegt etwas über dem von Fricke et. al. [30] gefundenen Wert. Damit ist davon auszugehen, daß die in dieser Arbeit verwendeten Quantenpunkte einen etwas kleineren

Durchmesser und damit einen größeren Betrag der Coulomb-Wechselwirkung besitzen. Andererseits könnte auch die Unsicherheit des Hebelarms für diesen hohen Wert verantwortlich sein. Liegt der Abstand  $d_{2deg}$  nicht wie im MBE-Wachstumsprotokoll angegeben bei  $25nm$ , sondern bei etwa  $21nm$  (s.o.), so ergibt sich ein Hebelarm von 8,14 und es ist  $E_{e-e}^{1-2} = 22,14$ . Aus dem Wert für die Coulomb-Blockade läßt sich mit Gleichung 2.27 ein Wert für den charakteristischen Radius  $r$  des Grundzustandes berechnen. Störungsrechnungen erster Ordnung [47] ergeben einen Betrag von  $E_{e-e}^{1-2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}\sqrt{\pi/2}$  und damit läßt sich  $r$  wie folgt berechnen:

$$r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 E_{e-e}^{1-2}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 5,28nm . \quad (5.5)$$

Die p-Schale ließ sich mit den vorliegenden Proben nicht auflösen, die 4 Niveaus verschmelzen zu einem breiten Maximum. Wie von Miller [31] gezeigt wurde, ist zur Auflösung der p-Schale im Allgemeinen ein sehr kleines Dot-Ensemble mit möglichst einheitlicher Dotgröße notwendig. Etwa ab einer Gatefläche von  $100\mu m^2$  lassen sich die einzelnen Maxima auflösen, bei größeren Gateflächen verhindert die statistische Verbreiterung der Niveaus deren Unterscheidung. Unter dem Einfluß eines Magnetfeldes wandern jedoch auch hier zwei Peaks auseinander, die jeweils zwei Elektronen enthalten. Eine genauere Analyse dieser Peaks ermöglicht dann einige Aussagen über die Coulombblockade der p-Schale und die Quantisierungsenergien (s.u.).

### Anwendung des Modells der Quantenkapazität

In Kapitel 2.3.1 wurde ein Modell entwickelt, daß eine Analyse der einzelnen geometrischen und quantenhaften Kapazitäten ermöglicht. Dieses Modell soll nun auf die gemessene Kapazitätskurve angewandt werden.

Die hier untersuchte Gatefläche betrug  $1,39 \cdot 10^{-3} cm^2$ , die daraus nach Gleichung 5.1 berechnete geometrische Kapazität beträgt  $91pF$  und stimmt damit im Rahmen der Meßgenauigkeit mit dem Experiment überein (in Abbildung 5.2 muß die Hintergrundkapazität subtrahiert werden).

Im folgenden sind alle Kapazitäten auf die Fläche normiert, als Dielektrizitätszahl wird ein Wert von  $\epsilon_{GaAs} = 13,1$  benutzt [48].

Die im Modell auftretenden geometrischen Kapazitäten sind dem Wachstumsprotokoll zu entnehmen:

- Die Kapazität  $C_{dot}$  berechnet sich aus dem Abstand der Quantenpunkte vom Gate:

$$C_{dot} = \frac{\epsilon\epsilon_0}{151nm} = 76,8nFcm^{-2} . \quad (5.6)$$

- Die Kapazität  $C_{2DEG}$  berechnet sich zu

$$C_{2deg} = \frac{\epsilon\epsilon_0}{25nm} = 463,7nFcm^{-2} . \quad (5.7)$$

- Der Wert von  $C_r$  kann nun aus Diagramm 5.2 bestimmt werden. Bei einer Gatespannung, die etwas kleiner als die Verarmungsspannung des 2DEG ist, setzt sich die gemessene Gesamtkapazität aus der seriellen Anordnung der beteiligten geometrischen Kapazitäten zusammen und nach Gleichung 2.32 ergibt sich

$$C_r = \frac{1}{\frac{1}{C_{ges}} - \frac{1}{C_{dot}} - \frac{1}{C_{2deg}}} = 7,6nFcm^{-2} . \quad (5.8)$$

Desweiteren sind auch sofort die Hintergrundkapazität  $C_h$  und die geometrische Kapazität am Ort des 2DEG  $C_2$  ables-, bzw. berechenbar:

$$C_h = 6,8nFcm^{-2} , \quad (5.9)$$

$$C_2 = 65,9nFcm^{-2} . \quad (5.10)$$

Die Hintergrundkapazität  $C_h$  entspricht also im wesentlichen  $C_r$ .

Die Quantenkapazität des zweidimensionalen Elektronengas ist konstant (Gl. 2.35), sobald die Verarmungsspannung überschritten ist. Damit lässt sich eine scheinbare Hintergrundkapazität und ein Abstand  $d_b$  zu den Quantenpunkten definieren (siehe Gl. 2.36):

$$C_b = 420,3nFcm^{-2}, \quad d_b = 27,6nm . \quad (5.11)$$

Die Kombination aus zweidimensionalem Rückkontakt und Hintergrundkapazität lässt sich demnach mit einer metallischen Platte vergleichen, die etwa 27,6nm von den Quantenpunkten entfernt ist. Diese imaginäre Platte liegt also 2,6nm hinter der eigentlichen 2DEG-Ebene. Zur Berechnung der Ladungsträgerdichten muß der durch diesen Zuwachs modifizierte Hebelarm herangezogen werden:

$$\lambda_{mod} = \frac{178,6nm}{27,6nm} = 6,471 . \quad (5.12)$$

Allerdings ist wiederum nicht klar, ob die Angaben im Wachstumsprotokoll richtig sind. Nimmt man an, daß der Abstand  $d_{2deg}$  21,1nm beträgt (s.o.) und ansonsten alle Größen im Wachstumsprotokoll richtig sind, so ergibt sich ein korrigierter Hebelarm von 7,37.

Nun lässt sich die Ladungsträgerdichte in der Ebene der Quantenpunkte durch Integration über den durch sie verursachten Kapazitätszuwachs bestimmen (Gl.2.38 und Abbildung 5.3).

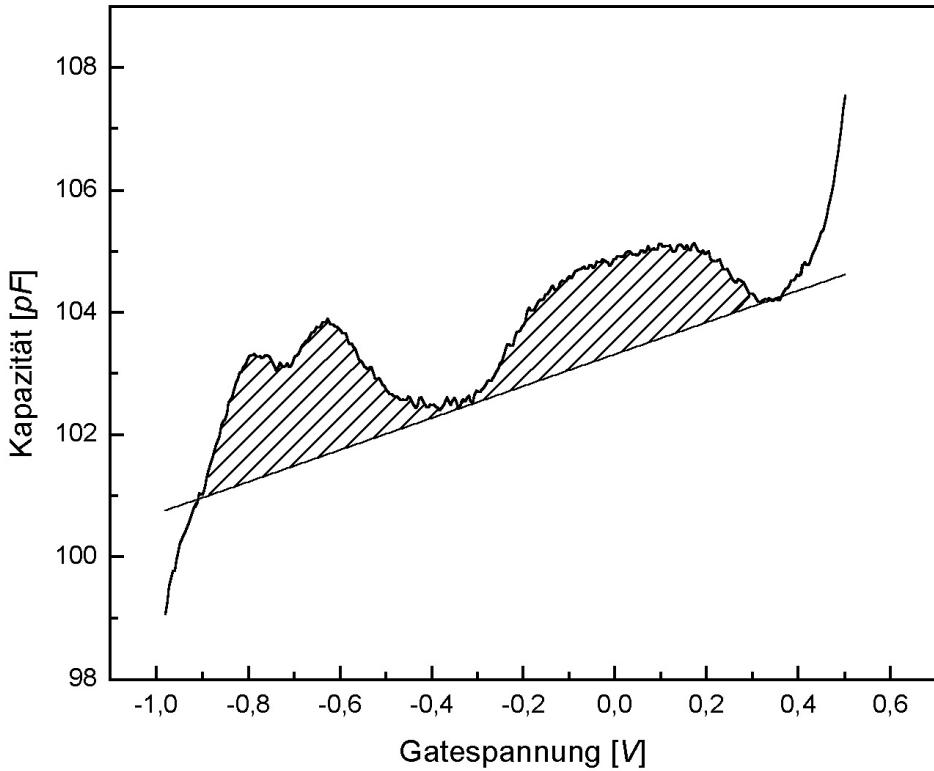


Abbildung 5.3: Zur Bestimmung der Ladungsträgerdichte in den Quantenpunkten wird über den durch die Quantenpunkte verursachten Kapazitätszuwachs integriert. Die schraffierte Fläche entspricht hier jeweils 6 pro Dot.

$$\sigma_{qd} = \lambda_{mod} \int \Delta C \, dU . \quad (5.13)$$

Führt man diese Integration über die ersten zwei Peaks aus, so ergibt sich eine Flächenladungsdichte von

$$\sigma_{qd} = 3,02 \, Ccm^{-2} , \quad (5.14)$$

was einer Dotdichte von etwa  $1 \cdot 10^{10} cm^{-2}$  entspricht. Die größten Unsicherheiten liegen hier in der Bestimmung des Hebelarms (s.o.), sowie in der Bestimmung der Kapazität ohne Quantenpunkte; die Energieniveaus sind durch die statistische Größenverteilung der Dots so verbreitert, daß sie praktisch im

gesamten Gatespannungsintervall die Hintergrundkapazität überdecken und so deren genaue Bestimmung unmöglich machen. Bemerkenswert ist, daß das Integral über die p-Schale einen im Vergleich zur s-Schale praktisch identischen Betrag liefert (siehe Abb. 5.3), obwohl hier insgesamt 4 Elektronen pro Dot zusätzlich geladen werden. Eine im Vergleich zu den s-Niveaus zu kleine Ausprägung der p-Schale zeigten zwar auch schon andere Arbeiten [32, 28], allerdings war bisher noch kein so drastischer Unterschied zur Theorie festgestellt worden. Möglicherweise ist allerdings auch hier die Unsicherheit hinsichtlich der Basislinie für die unterschiedlichen Ergebnisse verantwortlich.

Durch den modifizierten Hebelarm läßt sich auch die Elektron-Elektron-Wechselwirkung genauer berechnen, der korrigierte Wert beträgt

$$E_{e-e}^{1-2} = 27,5 \text{ meV} \quad (5.15)$$

und weicht damit wiederum nach oben vom Literaturwert ab [30]. Allerdings bleibt die Unsicherheit bezüglich des Hebelarms bestehen (s.o.), möglicherweise sind die Angaben im Wachstumsprotokoll fehlerhaft und es ergibt sich ein weitaus größerer Hebelarm und entsprechend ein Wert von  $24,7 \text{ meV}$  für  $E_{e-e}^{1-2}$ . Hinsichtlich der späteren Auswertung der 4-Punkt-Magnetotransportmessungen ist es von besonderem Interesse, den Einfluß der Quantenpunkte auf die Ladungsträgerzahl im zweidimensionalen Elektronengas zu bestimmen. Diese Ladungsträgerdichte ist näherungsweise durch das Integral

$$\sigma_{2d} = \sigma_{ges} - \sigma_{dot} = \int (C_{ges} - \lambda_{mod} \Delta C) dU \quad (5.16)$$

gegeben. Durch die glättende Integration ist der Einfluß der Quantenpunkte trotz des Hebelarms sehr gering, wie Abbildung 5.4 zeigt. Nach der Überwindung der Verarmungsspannung steigt die Ladungsträgerdichte dem einfachen Kondensatormodell entsprechend linear an, bei einer Gatespannung von  $0V$  liegt eine Elektronenkonzentration von  $4,17 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  vor.

### **Einfluß der Frequenz und des Magnetfeldes in Kapazitätsmessungen**

Die Kapazitätsmessungen wurden mit verschiedenen Anregungsfrequenzen durchgeführt, um die am besten geeigneten Parameter zu finden. Geringe Frequenzen ( $< 100 \text{ Hz}$ ) haben den Vorteil, daß sie den Einfluß einer verminderten Leitfähigkeit des 2DEG klein halten, sind aber durch die geringe Anzahl der Schwingungszyklen, über die der Lock-In-Verstärker bei vertretbaren Zeitkonstanten integriert, stark verrauscht. Frequenzen von über  $10 \text{ kHz}$  konnten nicht verwendet werden, da die Leitfähigkeit des zweidimensionalen Elektronengases nicht ausreichte und andere Komponenten des Stromkreises einen verhältnismäßig großen Einfluß erhielten. Abbildung 5.5 zeigt einige Effekte, die bei einer Änderung der Meßfrequenz auftreten.

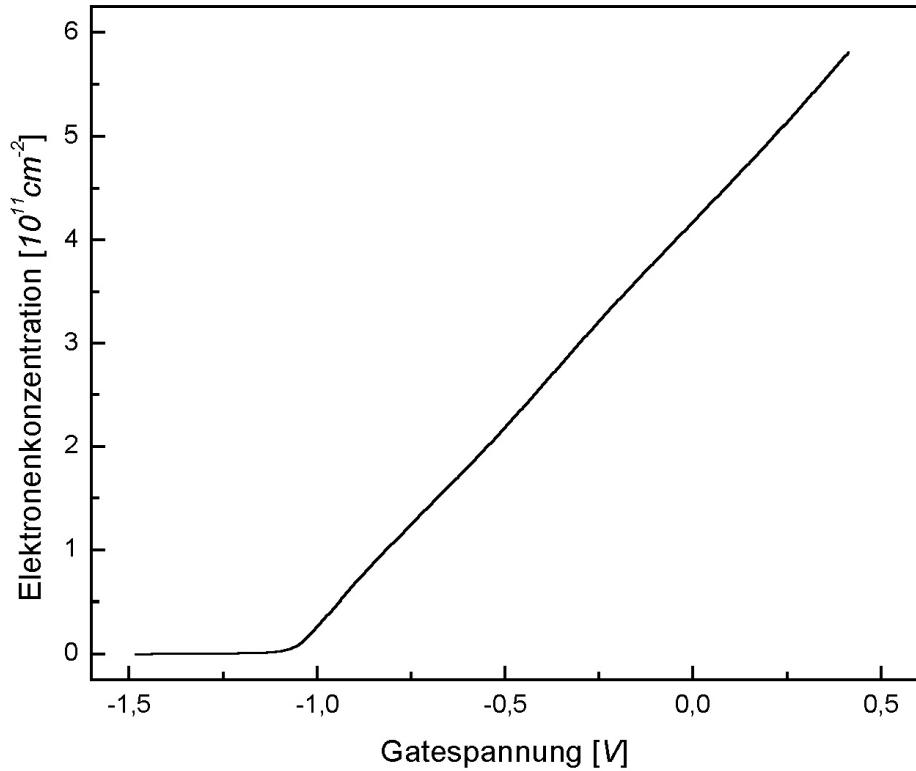


Abbildung 5.4: Ladungsträgerdichte im 2DEG in Abhängigkeit von der Gatespannung, in Gl. 5.16 wurde ein linearer Hintergrund ( $C_h$ ) subtrahiert.

Bei einer Frequenz von  $163\text{Hz}$  sind die beiden s-Niveaus zwar noch auszumachen, im Gegensatz zu höheren Frequenzen ist die Kurve jedoch stark verrauscht. Des Weiteren ist die Verarmungsspannung abhängig von der Meßfrequenz. Das Maximum im Realteil liegt nach Gl. 2.39 und 2.40 umso weiter rechts, je größer der Quotient aus Leitfähigkeit und Frequenz ist, Abbildung 2.10 wird dabei praktisch von rechts (geringe Leitfähigkeit) nach links (hohe Leitfähigkeit) durchlaufen. Insgesamt lässt sich auch nach Überwindung der Verarmungsspannung ein umso höheres dissipatives Signal (Realteil) messen, je höher die gewählte Meßfrequenz liegt. Auch dies ist ein Effekt der im Verhältnis zur Frequenz verminderten Leitfähigkeit steht (siehe Kapitel 2.3.2).

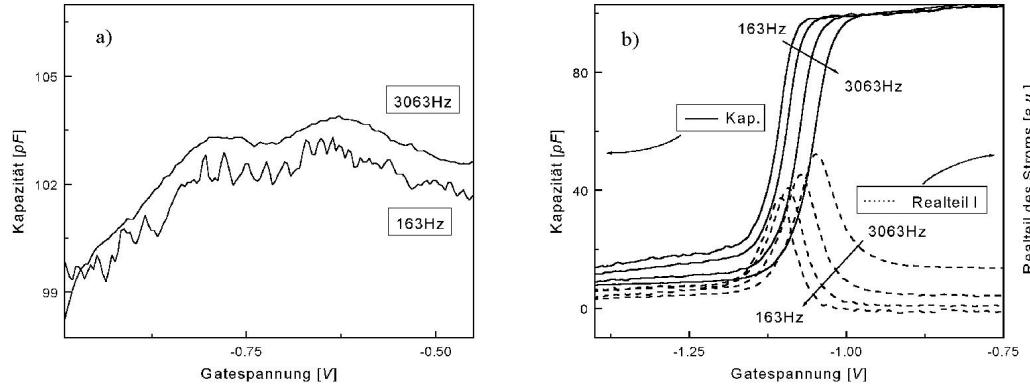


Abbildung 5.5: a) Kapazitätsmessung im Bereich der s-Niveaus mit zwei verschiedenen Frequenzen. b) Kapazität und realer Anteil des Stroms im Bereich der Verarmungsspannung bei verschiedenen Frequenzen (163Hz, 363Hz, 1063Hz und 3063Hz).

### Energieniveaus der Quantenpunkte im Magnetfeld

Unter dem Einfluß eines Magnetfeldes zeigt das zweidimensionale Elektronengas ausgeprägte Kapazitätseinbrüche, die auf Änderungen der Leitfähigkeit des 2DEG zurückzuführen sind. Diese Einbrüche überdecken zum Teil die Quantenpunktniveaus, jedoch kann auch in diesem Fall durch die Wahl einer kleinen Meßfrequenz noch bis zu einem Magnefeld von etwa  $10T$  die Positionen der Quantenpunktniveaus bestimmt werden. Ansonsten wurde die Meßfrequenz gerade so hoch gewählt, daß der 2DEG-Einfluß noch zu vernachlässigen ist.

Die p-Schale läßt sich nicht auflösen, wohl aber bei hohen Magnetfeldern die jeweils zwei Niveaus mit unterschiedlichem Drehimpuls. Abbildung 5.6 zeigt die Lage der aufgelösten s-Niveaus, sowie die Lage der jeweils von zwei Elektronen gebildeten Maxima der p-Schale. Aufgetragen ist die relative energetische Lage zum ersten s-Niveau ( $B = 0$ ). Der qualitative Verlauf entspricht der Theorie für ein harmonisches Einschlußpotential (siehe Abb. 2.7), die s-Niveaus zeigen fast keine Änderung mit steigendem Magnetfeld, die Energie eines der kombinierten p-Niveau steigt mit steigendem Magnetfeld, die des anderen p-Niveaus fällt entsprechend. Die Coulombblockade der s-Schale läßt sich sofort ablesen; unter Einbeziehung der Bildladung im 2DEG ergibt sich der schon bestimmte Wert von  $27,5meV$ . Die Coulombblockade zwischen  $s_2$ - und  $p_1$ -Niveau oder jene zwischen zwei p-Niveaus läßt sich nicht berechnen. Allerdings läßt sich

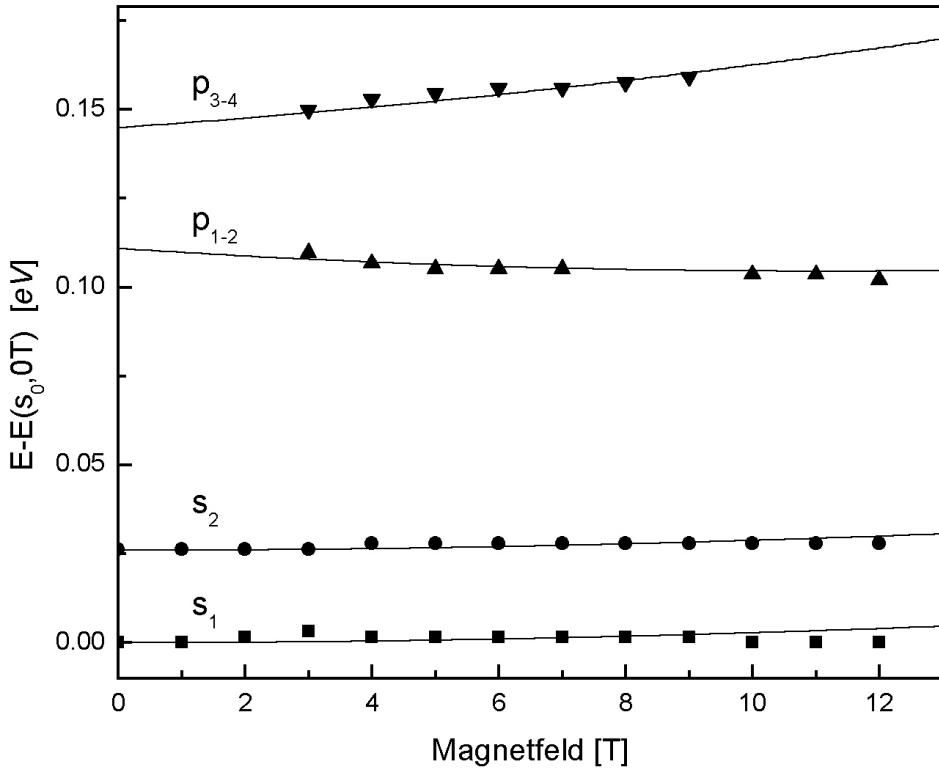


Abbildung 5.6: Energetische Lage der ersten 6 Dotniveaus, die  $p$ -Niveaus (Dreiecke) sind jeweils als Mittelwert zweier Elektronen dargestellt. Durchgezogene Linien entsprechen einer Anpassung der Daten an Gl. 2.25.

die Summe der Beiträge von Coulombenergie, Quantisierungsenergie und Bildladung mit der Literatur verglichen. So ist die Energiedifferenz  $\Delta E$  zwischen dem zweiten s-Niveau und dem zweiten kombinierten  $p$ -Niveau darstellbar als

$$\Delta E_{s2,p2} = E_Q + E_{e-e}^{s-p} + \frac{5}{2}E_{e-e}^{p-p} - \frac{7}{2}E_{bild} . \quad (5.17)$$

Bei einem Magnetfeld von  $0T$  beträgt diese Energiedifferenz  $98,1\text{meV}$ , dieser Wert stimmt sehr gut mit dem von Wojs und Hawrylak berechneten Wert überein [49]. Wojs und Hawrylak bestimmten die Quantisierungsenergie  $\hbar\omega_0$  zu  $50\text{meV}$ , und die Coulombenergien zu  $E_{e-e}^{s-p} = 11\text{meV}$ , bzw.  $E_{e-e}^{p-p} = 20\text{meV}$ . Die Bildladungsenergie beträgt insgesamt etwa  $10\text{meV}$ , damit ergibt sich letzt-

lich ein Wert von etwa  $100\text{meV}$  für die oben aufgestellte Energiebilanz. Zwar lassen sich also die p-Niveaus nicht auflösen, die obige Rechnung legt jedoch den Schluß nahe, daß die gebräuchlichen Modelle für die Energieniveaus der Quantenpunkte auch für die vorliegende Probe zutreffen. Die Quantisierungsenergie  $\hbar\omega_0$  beträgt also auch hier ungefähr  $50\text{meV}$ .

Aus der Anpassung der Daten an den theoretischen Verlauf der Dispersion der p-Niveaus im Magnetfeld kann prinzipiell die effektive Masse der p-Elektronen bestimmt werden. Für die hier gezeigten Daten ergibt sich ein Wert von  $m^* = 0,034m_e$  (zum Vergleich: *InAs*  $0,023m_e$ , *GaAs*  $0,067m_e$ ), allerdings ist die Unsicherheit hier aufgrund der schwierigen Positionsbestimmung der Dotniveaus sehr groß. Wie groß die Unsicherheit genau ist, läßt sich jedoch hier, wie auch bei vielen anderen Werten in dieser Arbeit, kaum sinnvoll angeben.

Festzuhalten ist, daß in Abbildung 5.6 prinzipiell für jede Gatespannung und jedes Magnetfeld die durchschnittliche Anzahl der Elektronen in den Quantenpunkten abzulesen ist. Da die Lage der Dotniveaus unabhängig von der genauen Lage der Verarmungsspannung ist, ist diese Anzahl schließlich sogar unabhängig von der Ladungsträgerdichte im 2DEG (siehe Kap. 5.2.1). Ungeklärt ist allerdings die Besetzung des ersten kombinierten p-Niveaus bei Magnetfeldern von etwa  $7 - 10T$ , da hier selbst bei sehr kleinen Frequenzen der durch die Dots verursachte Kapazitätsanstieg nicht zu sehen war. Wie zum Beispiel in Abbildung 5.10 (dort jedoch für ein Magnetfeld von  $10T$ ) zu sehen ist, ist während eines durch das 2DEG verursachten Minimums der Kapazität kein additives Signal der Quantenpunkte zu erkennen. Über die Besetzung des ersten p-Niveaus kann daher in diesem Magnetfeldbereich keine Aussage getroffen werden. Einige Indizien sprechen jedoch dafür, daß der Ladungsaustausch zwischen dem zweidimensionalen Elektronengas und „höheren“ Schichten (Quantenpunkte, Benetzungsenschicht) zumindest stark begrenzt ist. So zeigt Abbildung 5.7 eine Kapazitätskurve, die bei einem Magnetfeld von  $12T$  und einer Frequenz von  $163\text{Hz}$  aufgenommen wurde. Die Benetzungsenschicht wird erst nach vollständigem Durchlaufen des Landau-Minimums kapazitiv zugänglich. Man geht hier davon aus, daß zunächst schmale Randbereiche des 2DEG geladen werden, der Ladungsfluß ins Innere des 2DEG geht zwischen den einzelnen Landau-Niveaus sehr langsam vor sich, da  $\sigma_{xx}$  sehr klein ist und die verfügbaren Elektronenzustände lokalisiert sind. Innerhalb eines Meßzyklusses steht daher effektiv nicht die gesamte 2DEG-Fläche zur Verfügung und der Ladungstransport in höhere Schichten ist stark begrenzt (Abb. 5.8). Zur genauen Analyse der Besetzung der höheren Schichten wäre eine gleichzeitige Untersuchung mittels FIR-Spektroskopie sehr hilfreich.

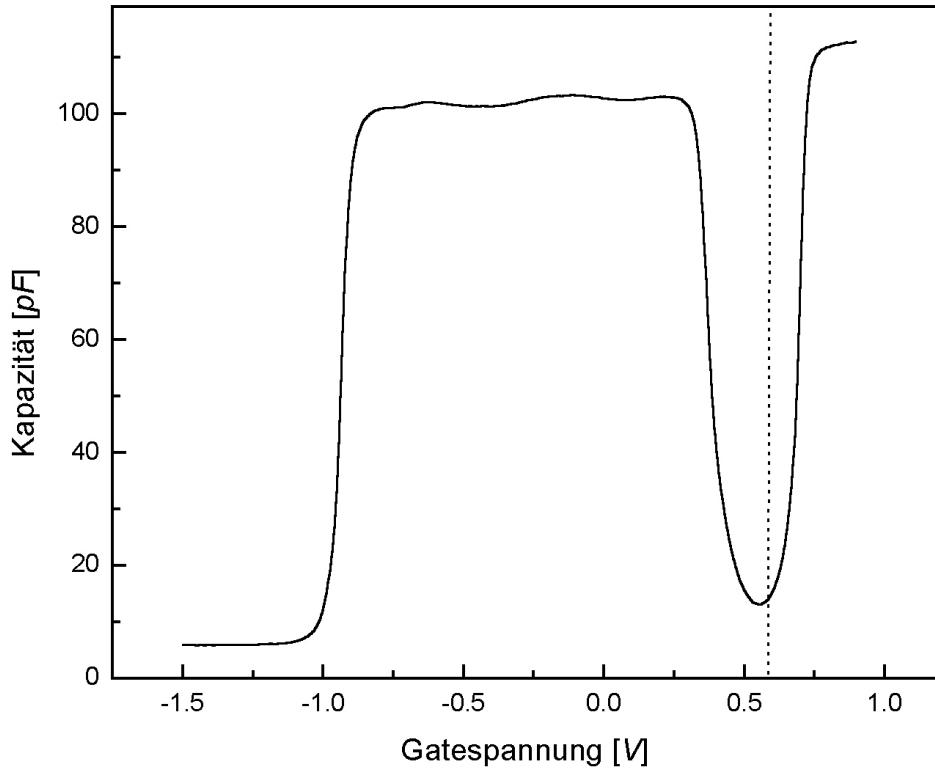


Abbildung 5.7: Kapazität in Abhängigkeit von der Gatespannung bei einem Magnetfeld von 12T und einer Temperatur von 2,2K. Gestrichelt eingezeichnet ist die Lage der „Verarmungsspannung“ der Benetzungsschicht.

### Der Einfluß von Frequenz und Magnetfeld auf das 2DEG

Neben dem Einfluß auf die Lage der Energieniveaus der Quantenpunkte verändert ein Magnetfeld insbesondere die Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  und die Zustandsdichte des zweidimensionalen Elektronengases, Abbildung 5.9 zeigt einen typischen Kapazitätsverlauf bei einem Magnetfeld von 7T. Neben den Quantenpunktneiveaus zeigt sich der Einfluß des zweidimensionalen Elektronengases durch Einbrüche in der Kapazität, die ganzzahligen Füllfaktoren entsprechen. Allerdings sind in solchen Kurven die Quantenpunktneiveaus schwer zu identifizieren, da sie von ausgeprägten Minima vollständig überdeckt werden. Außerdem ist zunächst nicht klar, ob diese Minima vom Einfluß der Zustandsdichte des

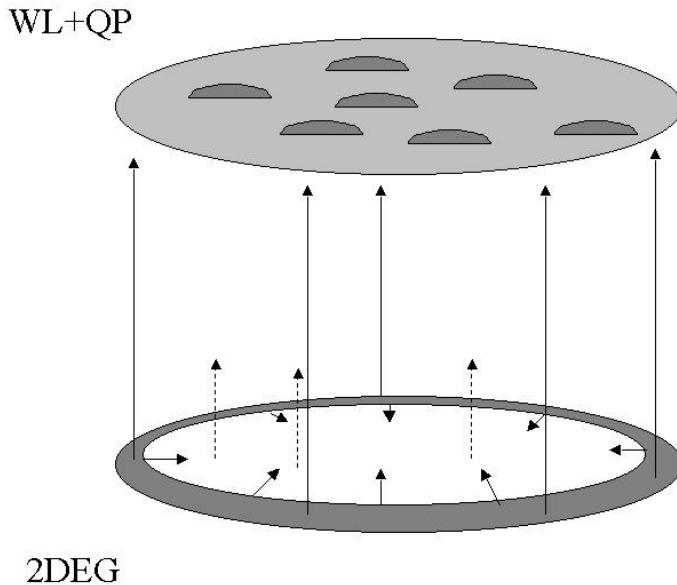


Abbildung 5.8: Bei großen Magnetfeldern und hohen Frequenzen werden zunächst Randbereiche des 2DEG mit Elektronen bevölkert. Der Ladungstransport ins Innere des 2DEG, und damit jener in die höheren Schichten, ist stark unterdrückt.

2DEG herrühren, oder ob es sich um einen Leitfähigkeitseffekt handelt. Die Zustandsdichte ist naturgemäß unabhängig von der Anregungsfrequenz, eine Änderung dieser Frequenz würde aber einen Einfluß auf den in Gleichung 2.40 definierten Quotienten  $x$  und damit auf den Kapazitätsverlauf haben. Für kleinere Frequenzen erwartet man nach Gleichung 2.39 nur einen kleinen Einbruch in der Kapazität und nur einen kleineren Anstieg des resistiven Signals. Für sehr kleine Frequenzen sollte schließlich jedoch der Einfluß der Zustandsdichte dominieren und die Tiefe der Minima gegen einen durch die Zustandsdichte bestimmten Wert konvergieren (Gl. 2.31). Abbildung 5.10 zeigt beispielhaft die Auswirkung einer Frequenzänderung auf die Magnetokapazität. Bis herunter zu einer Frequenz von  $23\text{Hz}$  verringert sich der Kapazitätseinbruch stetig, es läßt sich kein Grenzwert erkennen und somit ist der Einfluß der Zustandsdichte bis zu diesen Frequenzen zu vernachlässigen. Da bis hinab zu einer Frequenz von  $23\text{Hz}$  keine Beschränkung der Kapazität

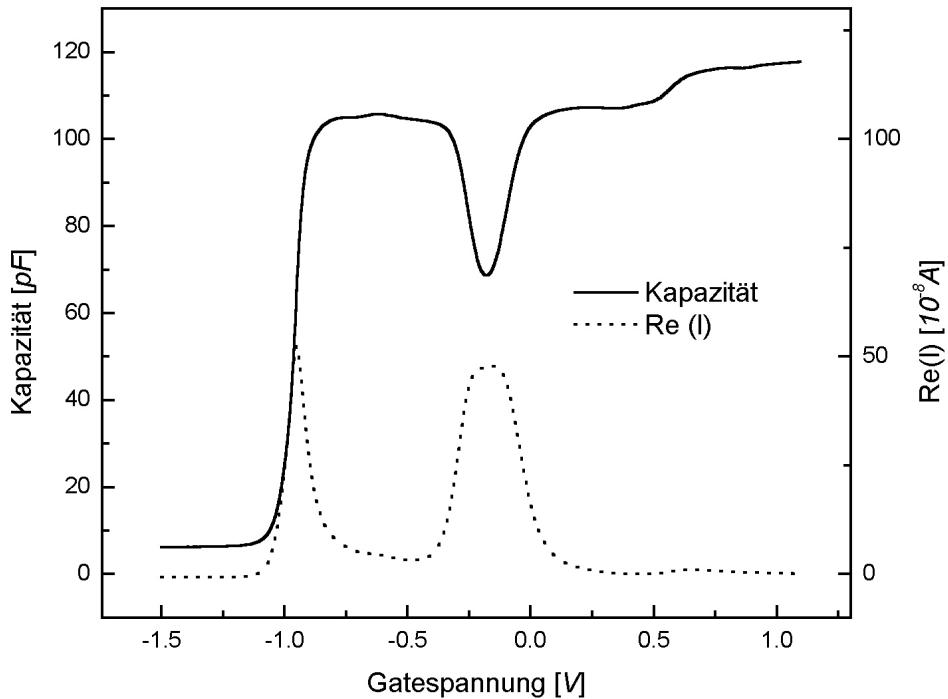


Abbildung 5.9: Kapazität in Abhängigkeit von der Gatespannung bei einem Magnetfeld von 7T und einer Anregungsfrequenz von 6063Hz.

durch die Zustandsdichte auftritt, müssen die Landau-Niveaus stark verbreitert sein, d.h., daß die Ausdehnung  $\Gamma$  dieser Niveaus etwa von der Größenordnung der Quantisierungsenergie  $\hbar\omega_0$  ist. Nach einer Näherung von Ando et al. gilt [50]:

$$\Gamma^2 \approx \frac{2\hbar^2\omega_c}{\pi\tau} \Rightarrow \frac{\Gamma^2}{\hbar^2\omega_0^2} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\mu B} . \quad (5.18)$$

Zwar gilt diese Näherung im wesentlichen für kurzreichweite Streuer, als Abschätzung der Größenordnung von  $\Gamma$  kann sie jedoch auch hier herangezogen werden. Gl. 5.18 bedeutet, daß genau dann die Landau-Niveaus so stark verbreitert sind, daß keine Minima in der Kapazität mehr zu erwarten sind, wenn  $B > 1/\mu$ . Für den vorliegenden Fall eines Magnetfeldes von 10T und einer Beweglichkeit von  $\mu = 10000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  ist diese Bedingung erfüllt.

Die Minima der Kapazität sind also insbesondere bei höheren Frequenzen nahezu ausschließlich auf einen Anstieg des Quotienten  $\omega/\sigma_{xx}$  zurückzuführen. Bei

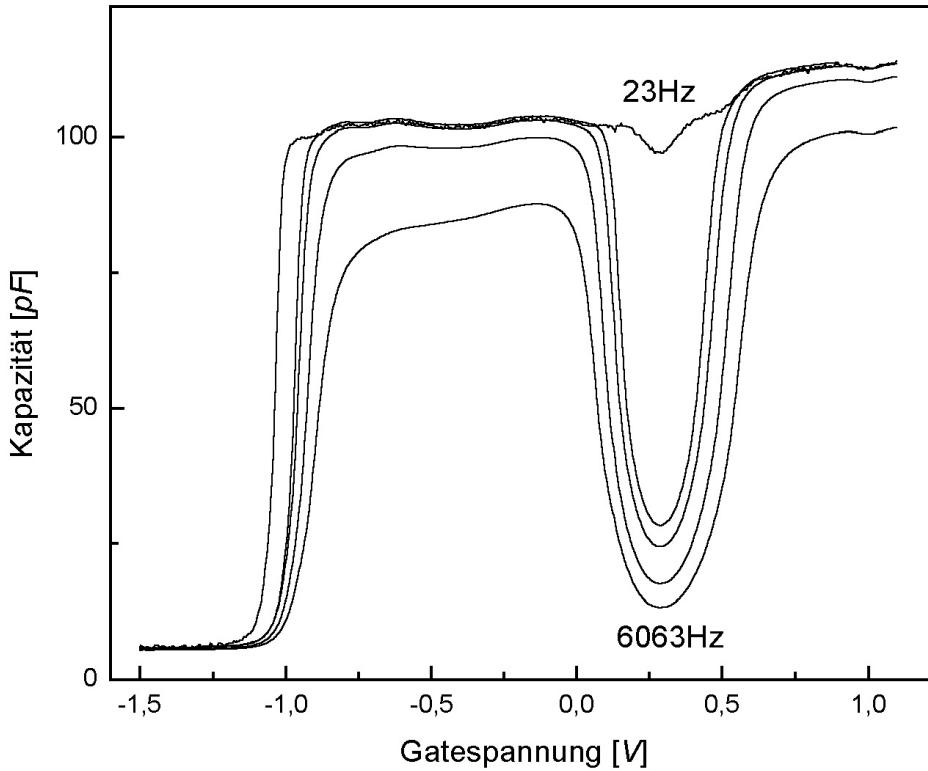


Abbildung 5.10: Magnetokapazität bei einem Magnetfeld von 10T und den Frequenzen 6063Hz, 3063Hz, 1063Hz, 163Hz und 23Hz.

sehr hohen Magnetfeldern und Frequenzen lässt sich sogar eine „Kamelrücken“-artige Struktur (engl. *Camel-back*) beobachten (Abb. 5.11, etwa bei  $V_g = 0,27V$ ). Da die Leitfähigkeit bis zum Erreichen des ganzzahligen Füllfaktors stetig sinkt, um dann bis zum Zentrum des nächsten Landau-Niveaus wieder anzusteigen, entsteht ein solches Doppelmaximum gerade dann, wenn das Maximum in Abbildung 2.10 zunächst von links nach rechts, und dann von rechts nach links durchlaufen wird. Interessant ist nun, daß der Wert von  $x$  zumindest in jedem Maximum bekannt ist, er beträgt etwa 2,9. Damit ist prinzipiell eine qualitative Bestimmung des Leitfähigkeitverlaufs möglich, da diese reziprok in  $x$  eingeht. Für ein Magnetfeld von 10T ist in Abbildung 5.12 der qualitative Verlauf der Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  in Abhängigkeit vom Magnetfeld aufgetragen. Der Bereich zwischen  $V_g = 0,2V$  und  $V_g = 0,4V$  ist auf diese Weise nicht

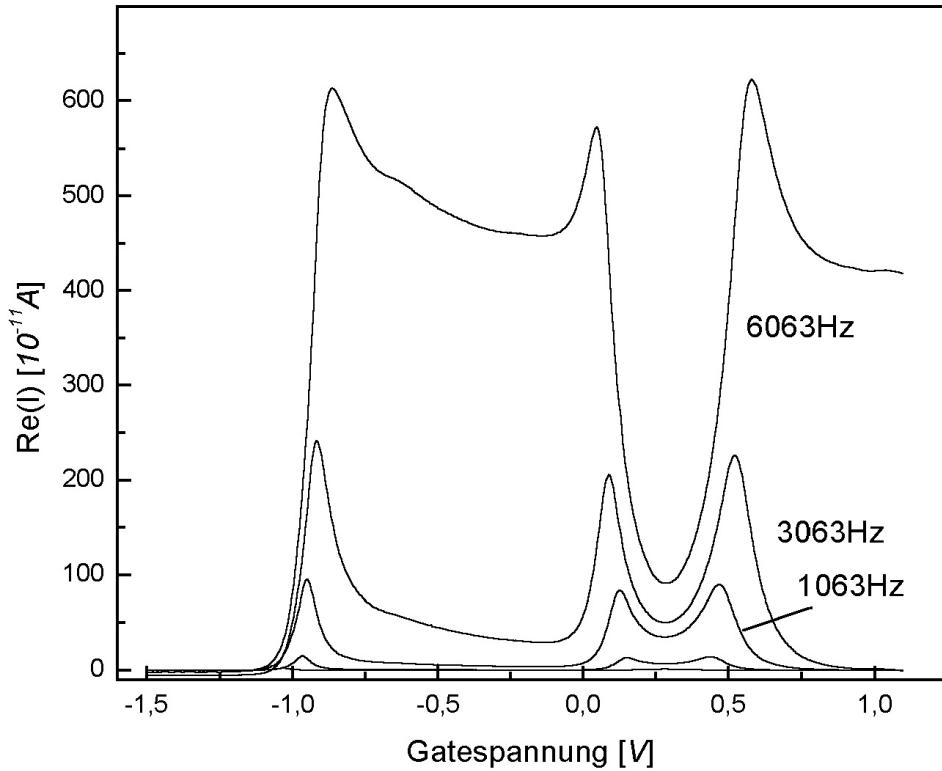


Abbildung 5.11: Resistiver Strom bei verschiedenen Frequenzen (6063Hz, 3063Hz, 1063Hz, 163Hz und 23Hz) und einem Magnetfeld von 10T.

zugänglich, da dort bei keiner Frequenz das Maximum des resistiven Stromanteils (Gl. 2.39) überschritten wird und somit nur ein Maximum auftritt, was keine Orientierung hinsichtlich der Größe von  $x$  ermöglicht. Prinzipiell ist sonst jedoch, insbesondere bei hohen Magnetfeldern, durch eine Variation der Frequenz auch eine quantitative Bestimmung der Leitfähigkeit über einen großen Gatespannungsbereich möglich.

Neben der Integration  $N_e = \int CdU$  ermöglicht auch die Untersuchung der durch das 2DEG hervorgerufenen Kapazitätsminima eine Bestimmung der Ladungsträgerdichte. Da für die vorliegenden Proben nur Beweglichkeiten von etwa  $\mu = 10^4 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  zu erwarten sind [9, 51], ist davon auszugehen, daß die Spinaufspaltung der Landau-Niveaus nicht zu beobachten ist. Das erste in der Kapazität auftretende Minimum ist daher dem Füllfaktor  $\nu = 2$  zuzuordnen,

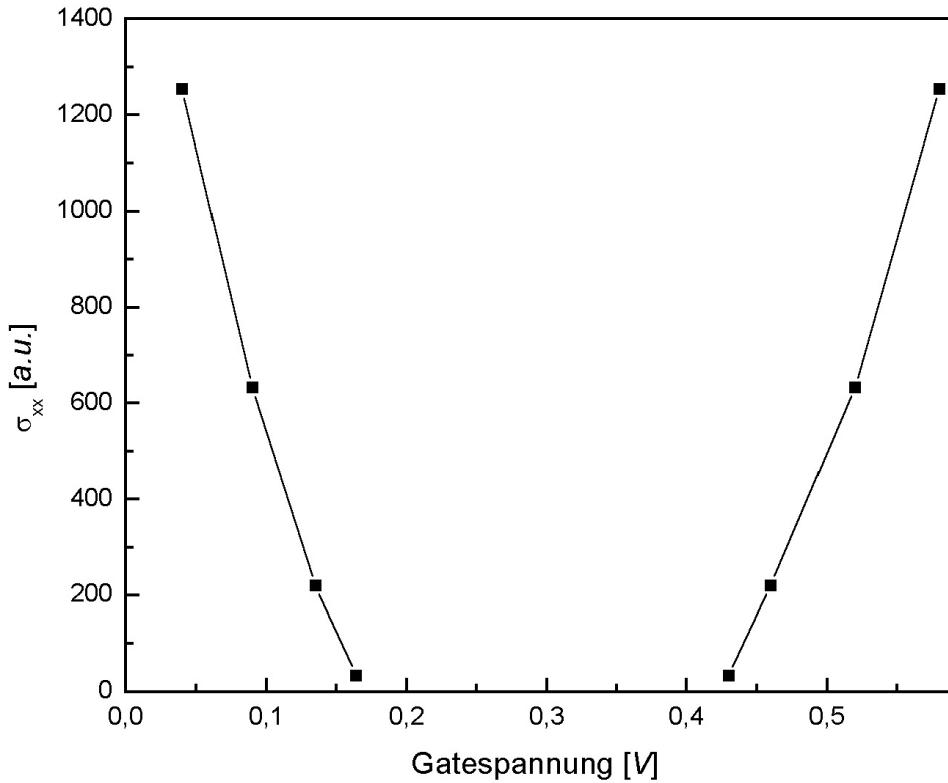


Abbildung 5.12: Qualitativer Verlauf von  $\sigma_{xx}$  in Abhängigkeit von der Gatespannung bei einem Magnetfeld von 10T.

das zweite Minimum entspricht  $\nu = 4$  und so fort. Zur genauen Bestimmung der Lage der Landau-Niveaus ist jedoch der Realteil des Stroms besser geeignet als die Kapazität, da die im Realteil auftretenden Maxima besser zu identifizieren sind, als die zum Teil mit den Quantenpunktniveaus überlappenden Minima der Kapazität. Um eine möglichst große Änderung der relativen Leitfähigkeit  $\omega/\sigma_{xx}$  zu erzielen, ist die Meßfrequenz möglichst groß zu wählen (s.o.). Abbildung 5.13 zeigt einen sogenannten *Landau-Fan-Chart*, das heißt eine Auftragung der Gatespannung sämtlicher Landau-Minima in Abhängigkeit vom Magnetfeld. Die Landau-Minima lassen sich maximal bis zur Verarmungs- spannung der Benetzungsschicht verfolgen, ist diese einmal geladen, überdeckt sie, dem *Density of States*-Modell entsprechend, die darunter liegenden Schichten. Auch die Benetzungsschicht zeigt dabei Quantisierungseffekte (Abb. 5.13)

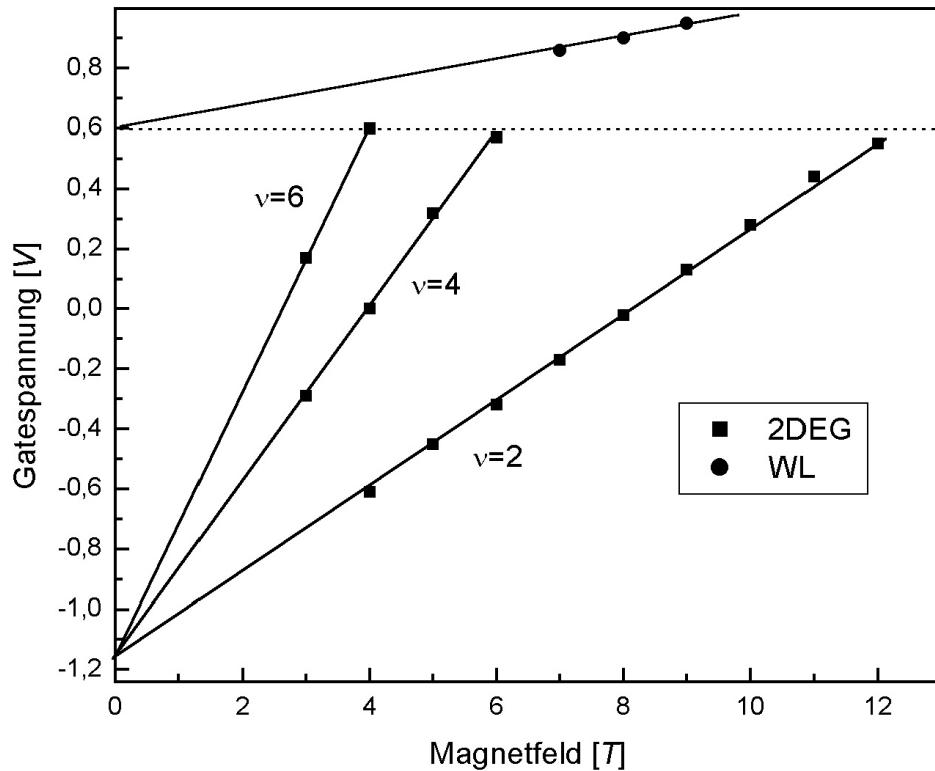


Abbildung 5.13: *Landau-Fan-Chart*, aufgenommen mit einer Meßfrequenz von 6063Hz. Gestrichelt eingezeichnet ist die Lage der Verarmungsspannung der Belegungsschicht.

oben). Die Verarmungsspannung des zweidimensionalen Elektronengases lässt sich im Schnittpunkt der Geraden bei  $0T$  ablesen, sie beträgt hier  $-1,15V$ . Der Landau-Fan-Chart ermöglicht einerseits die Zuordnung eines Füllfaktors zu jedem Paar  $(V_g, B)$ , andererseits aber auch die Bestimmung der Ladungsträgerdichte (Gl. 2.6) in Abhängigkeit vom Magnetfeld. Die so gewonnenen Daten lassen sich nun mit den per Integration über die Kapazität bestimmten Werten vergleichen (Abb. 5.14). Insgesamt ist die Übereinstimmung der beiden Methoden zur Bestimmung der Ladungsträgerdichte mit einer Differenz von etwa 10% zufriedenstellend. Allerdings ist die Steigung der beiden Kurven eindeutig verschieden, was auf einen falschen Proportionalitätsfaktor im Integral hindeutet. Da die Steigung der über das Kapazitätsintegral bestimmten

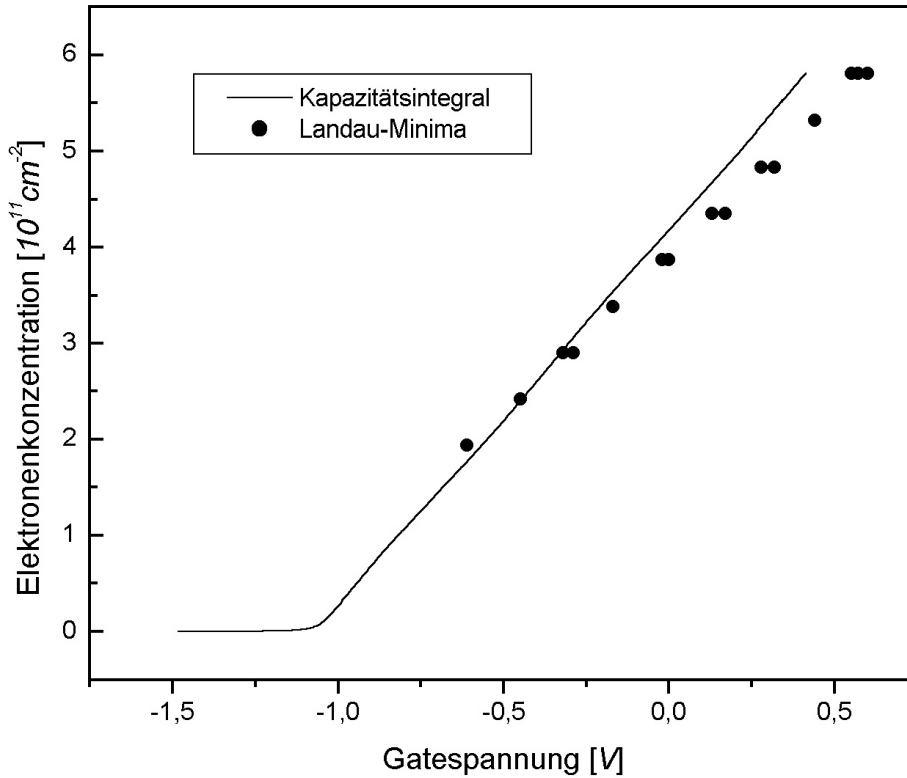


Abbildung 5.14: Abhängigkeit der Ladungsträgerdichte im 2DEG in Abhängigkeit von der Gatespannung.

Kapazität zu groß ist, ist möglicherweise ein zu kleiner Betrag des abgezogenen Untergrundes für die Differenz verantwortlich. Allerdings sind auch die geometrischen Faktoren, wie zum Beispiel die Gatefläche und der Abstand Gate-2DEG mit einer Unsicherheit behaftet, die diese Abweichung erklären könnte. In jedem Fall zeigen auch die über die Lage der Landau-Minima bestimmten Werte der Ladungsträgerdichte keinen Einfluß der Quantenpunkte, die Ladungsträgerdichte kann demnach als weitgehend unabhängig von der mittleren Anzahl der Elektronen pro Quantenpunkt angesehen werden. Das ist insofern überraschend, als bei 6 Elektronen pro Quantenpunkt (alle s- und -Niveaus sind besetzt) und einer Dotdichte von  $1 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  die Dots etwa 10% der Ladungsträgerdichte des 2DEG aufweisen.

### Spinpolarisierter Ladungstransfer in die Quantenpunkte

Bei sehr hohen Magnetfeldern und niedrigen Gatespannungen wird im 2DEG zunächst das erste spinaufgelöste Landauuniveau besetzt. Es wäre nun denkbar, daß die Elektronen, die aus diesem ersten Landauuniveau in den ersten Quantenpunktztand tunneln, dort alle für diesen Spin verfügbaren Zustände besetzen, und das Laden des zweiten Quantenpunktniveaus blockieren. Diese Blockade sollte allerdings erst dann eintreten, wenn die Meßfrequenz so hoch ist, daß während eines Meßzyklusses keine Spinflip-Prozesse auftreten. Für die Zeit  $\tau$  zwischen zwei inelastischen Streuprozessen muß also gelten:

$$\tau \ll \frac{2\pi}{\omega} . \quad (5.19)$$

Bei den in dieser Arbeit benutzten Meßfrequenzen ist diese Bedingung nicht erfüllt, höhere Frequenzen bedingen eine so große Verschiebung der Verarmungsspannung (s.o), daß das erste Quantenpunktniveau nicht mehr sichtbar ist. In den hier vorliegenden Messungen konnte demzufolge kein Hinweis auf spinpolarisierten Transport in die Quantenpunkte gefunden werden (Abb. 5.15). Für kleine Frequenzen unter 100Hz unterscheiden sich die Kapazitätskurven bei 0T und 12T in der Umgebung der s-Niveaus praktisch nicht. Bei größeren Frequenzen verringert sich die Leitfähigkeit bei hohen Magnetfeldern so stark, daß die s-Niveaus nicht mehr zu beobachten sind. Da die Verarmungsspannung in gewissen Grenzen variabel ist (s.u.), wären hier weitere Untersuchungen mit kleineren Verarmungsspannungen interessant, die die Nutzung größer Frequenzen ermöglichen würden. Allerdings bleibt auch für größere Frequenzen fraglich, ob Gleichung 5.19 erfüllt werden kann.

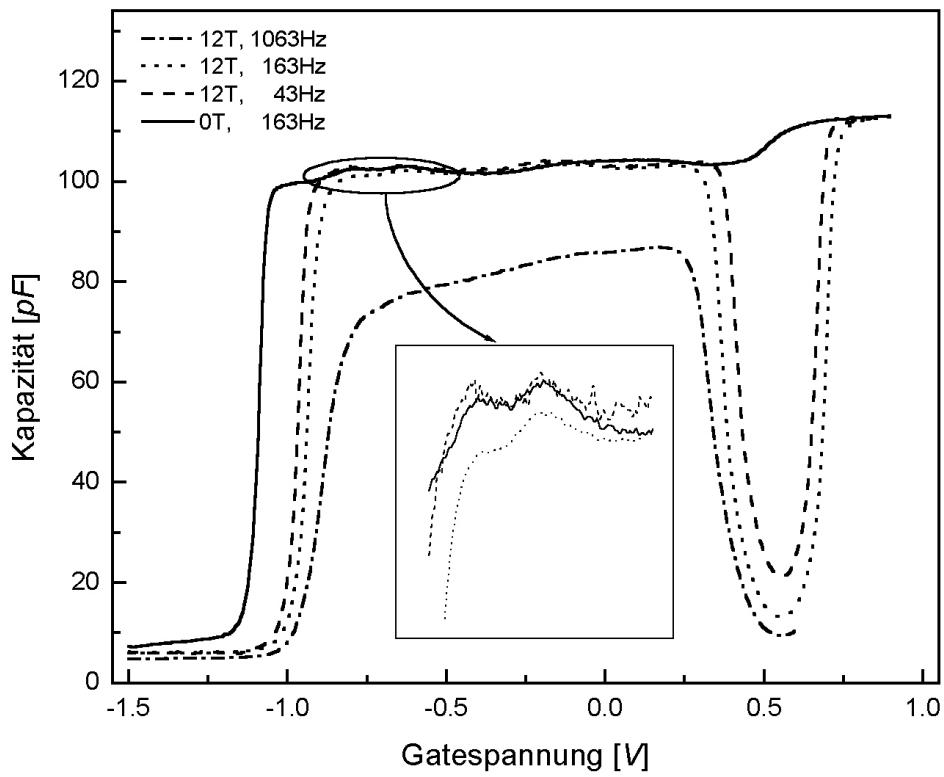


Abbildung 5.15: Kapazität bei 12T. Bei hohen Frequenzen verschiebt sich die Verarbeitungsspannung stark nach rechts, bei niedrigen Frequenzen zeigt sich kein Hinweis auf spinpolarisierten Transport.

## 5.2 4-Punkt Magnetotransport

Neben der Charakterisierung der Proben mittels des Verfahrens der Kapazitätsspektroskopie wurden einige Proben in Hallbar-Geometrie zur Untersuchung von Magnetotransport-Phänomenen in der 2DEG-Ebene strukturiert. Mit diesen Untersuchungen sollte insbesondere gezeigt werden, daß es prinzipiell möglich ist, die Elektronenkonzentration im 2DEG unabhängig von der mittleren Elektronenzahl in den Quantenpunkten zu variieren und gleichzeitig (bei sehr geringer Beweglichkeit) den Quanten-Hall-Effekt zu beobachten. Bisherige Untersuchungen an zweidimensionalen Elektronengasen mit benachbarten Lagen von Quantenpunkten wurden mit der Einschränkung durchgeführt, daß eine über die Gatespannung veränderte Elektronenkonzentration im 2DEG gleichzeitig eine veränderte Besetzung der Dotniveaus zur Folge hatte, und der Ladungszustand der Dots nicht direkt der Messung zugänglich war [9, 52, 51, 53, 10, 54].

Wie im folgenden gezeigt wird, erlaubt es die vorliegende Heterostruktur die Lage der Verarmungsspannung zu variieren, indem während des Herunterkühlens eine Spannung zwischen Schottky-Gate und 2DEG angelegt wird (s.u.).

Leider konnten insgesamt nur jeweils eine Referenzprobe (ohne Quantenpunkte) und eine Quantenpunktprobe strukturiert werden, da das Probenmaterial stark begrenzt und die Präparation der Proben im neuen Reinraum noch nicht optimiert war und daher häufig fehlschlug (siehe Kapitel 3). Da auch die Qualität der fertig präparierten Proben zu wünschen übrig ließ, können hier nur die prinzipielle Eignung der verwendeten Meßverfahren und erste Ergebnisse gezeigt werden.

Da jede Meßreihe einen erneuten Aufwärm- und Abkühlzyklus für die Probe bedeutet, hätte eine systematische Untersuchung möglichst vieler Verarmungsspannungen den zeitlichen Rahmen dieser Arbeit gesprengt, vor allem, weil die gewünschte Verarmungsspannung nicht gezielt eingestellt werden kann, sondern in gewisser Weise streut und häufig tagelange Versuche zur Erzeugung der gewünschten Werte notwendig waren.

Letztendlich konnten jedoch an den ersten im neuen Reinraum angefertigten Proben einige 4-Punkt-Transportmessungen durchgeführt werden. Bevor diese diskutiert werden, soll aber zunächst auf die Kontrolle der Verarmungsspannung eingegangen werden.

### 5.2.1 Variation der Verarmungsspannung ( $V_{th}$ )

Legt man während des Herunterkühlens der Proben zwischen Gate und 2DEG eine Spannung von etwa  $-1,5V$  bis  $0,5V$  an, so kann man dadurch die Lage der Verarmungsspannung des 2DEG (bei  $4,2K$ ) beeinflussen. Abbildung 5.16 zeigt

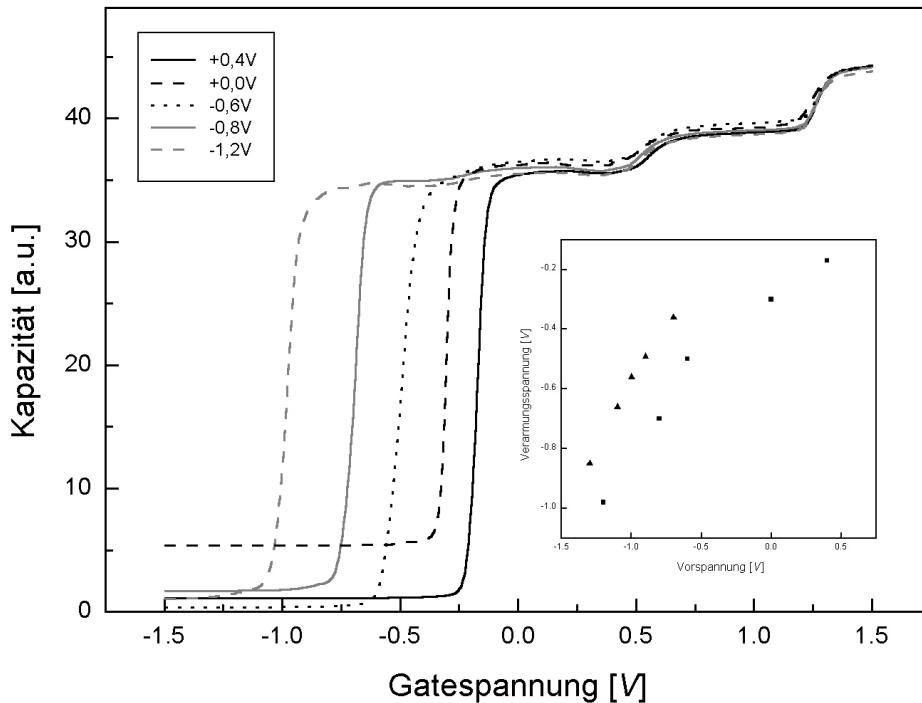


Abbildung 5.16: Kapazitätsmessungen bei unterschiedlichen Vorspannungen, aber gleichem Abkühlzyklus. Das Inset zeigt die Abhängigkeit der Verarmungs- von der Vorspannung für zwei verschiedene Abkühlzyklen.

einige Kapazitätsmessungen an vorgespannten Proben und die Abhängigkeit der Verarmungsspannung von der Spannung beim Herunterkühlen (Vorspannung). Die hier gezeigte Meßreihe wurde an der Probe *KapDot* durchgeführt, da auf ihr gleich mehrere Gates zur Verfügung standen, die während eines einzigen Kühlzyklusses mit unterschiedlichen Vorspannungen belegt werden konnten. Wie Abbildung 5.16 zeigt, ändert sich die Verarmungsspannung  $V_{th}$  bei einem Abkühlzyklus zwar systematisch mit der Vorspannung, die genaue Abhängigkeit ist jedoch nicht reproduzierbar und bei einem zweiten Abkühlzyklus sind die Verarmungsspannungen zu etwas höheren Werten verschoben und damit scheinbar nicht nur von der Vorspannung abhängig. Auch die späteren Untersuchungen an in Hallbar-Form strukturierten Proben zeigten diese Streuung von  $V_{th}$  bei gleicher Vorspannung, was ein gezieltes Einstellen der Ladungsträgerdichten sehr erschwerte, vor allem, da auf diesen Proben nur je-

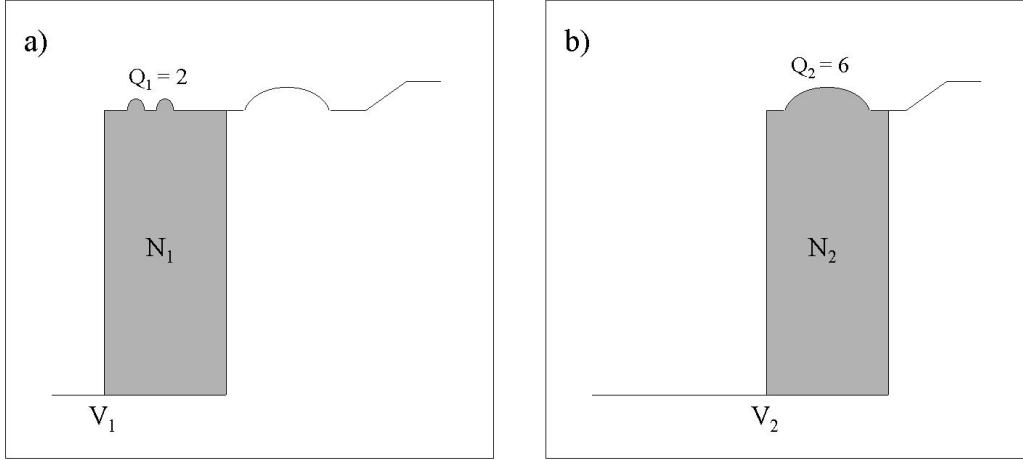


Abbildung 5.17: Schematische Darstellung zur Kontrolle der Ladungsträgerzahl im 2DEG. In Abbildung a) befinden sich gerade so viele Elektronen im 2DEG, wie in Abbildung b), durch verschiedene Verarmungsspannung ist jedoch die Anzahl der Elektronen in den Quantenpunkten verschieden.

weils ein Gate zur Verfügung stand.

Die Änderung der Verarmungsspannung durch eine angelegte Spannung beim Herunterkühlen wird in der Literatur auf das Ausfrieren von tiefen Störstellen (DX-Zentren) zurückgeführt [55, 56]. Entscheidend ist dabei die Ladungsverteilung bei einer Temperatur von etwa 150K. Liegt in diesem Temperaturbereich eine negative, die DX-Zentren verarmende, Gatespannung an, so werden diese bei tieferen Temperaturen aufgrund einer sie umgebenden Energiebarriere auch dann nicht mehr besetzt, wenn die Gatespannung zurückgenommen wird. Es ergibt sich eine größere Zahl von Ladungsträgern im 2DEG und damit nach der Poisson-Gleichung eine stärkere Krümmung der Leitungsbandkante und eine zu kleineren Gatespannungen verschobene Verarmung.

Dieses Verfahren ermöglicht in dieser Arbeit erstmals die unabhängige Kontrolle der Ladungsträgerzahl im 2DEG und in den Quantenpunkten. Abbildung 5.17 zeigt schematisch das Vorgehen. Hier ist gezeigt, wie für den Fall gleicher Ladungsträgerdichten  $\int Q dU$  verschiedene Werte für die Besetzungszahlen der Dotniveaus erzeugt werden können. In Abb. 5.17 b) sind zwar nur die p-Elektronen zu sehen, allerdings sind selbstverständlich nach dem Laden der p-Niveaus auch die s-Niveaus besetzt. Da man die s-Niveaus gut auflösen und auch die Mitte der p-Niveaus als Referenzpunkt nutzen kann, sind mit den vorliegenden Proben prinzipiell die Zahlen 1,2,4 und 6 für Messungen bei

gleicher Ladungsträgerdichte im 2DEG zugänglich. Im folgenden soll ein kurzer Überblick über die ersten hierzu durchgeführten Untersuchungen gegeben werden.

### 5.2.2 Magnetotransport der Probe „*HallRef*“

Um auch bei den 4-Punkt-Magnetotransportmessungen den Einfluß der Quantenpunkte besser abschätzen zu können, wurde zunächst eine Referenzprobe von einem Bereich des Wafers präpariert, der keine Quantenpunkte aufweisen sollte.

Die Probe *HallRef* wurde in Form eines Hallbars mit jeweils 3 Randkontakten auf jeder Seite strukturiert (Kap. 3), ein Gate erlaubt die Kontrolle der Ladungsträgerzahl im 2DEG. Damit ermöglicht auch diese Probe Kapazitätsmessungen, die jedoch nur durchgeführt wurden, um die Verarmungsspannung schnell zu bestimmen. Abbildung 5.18 zeigt einen für die Probe *KappRef* typischen Kapazitätsverlauf. Die Probe zeigt keine von Dots herührenden Merkmale, man erkennt jedoch den Kapazitätsanstieg durch das Laden der Benetzungsschicht. Die Verarmungsspannung ist bei dieser und den anderen Hallbar-Proben deutlich weniger scharf ausgeprägt, was auf eine eher inhomogene Ladungsverteilung unter dem Gate hindeutet und auf die noch nicht ausgereifte Präparation zurückzuführen ist. Da jedoch sowohl die Verarmungsspannung, als auch die Ladungsträgerzahl hier aus der Messung von Shubnikov-de Haas Oszillationen bestimmt werden können, wurden die Kapazitätsmessungen nicht weiter ausgewertet.

Zur weiteren Charakterisierung der Probe und zum Vergleich mit der Probe *HallDot* wurden sowohl Shubnikov-de Haas Oszillationen (im folgenden kurz SdH-Oszillationen), als auch Messungen des Quanten-Hall-Effekts durchgeführt. Abbildung 5.19 zeigt den gemessenen Verlauf von Längs- und Quer- spannung, variiert wurde das Magnetfeld, die Gatespannung wurde konstant gehalten. Die Hallplateaus sind nicht sehr gut ausgeprägt, die Shubnikov-de Haas Oszillationen lassen jedoch eine Bestimmung des Füllfaktors bis zu sehr niedrigen Magnetfeldern zu. Im Gegensatz zur Probe *HallDot* (s.u.) liegen die Minima des Längswiderstandes jeweils in der Mitte der Hallplateaus (Pfeil). Entsprechende Kurven wurden für eine Reihe von Gatespannungen durchgeführt, für jede dieser Kurven kann über die Auswertung der 1/B Periodizität die Ladungsträgerdichte bei gegebener Gatespannung berechnet werden (Gl. 2.18). Mit diesen Werten kann wiederum die Beweglichkeit  $\mu$  berechnet werden:

$$\mu = \frac{1}{ne} \sigma . \quad (5.20)$$

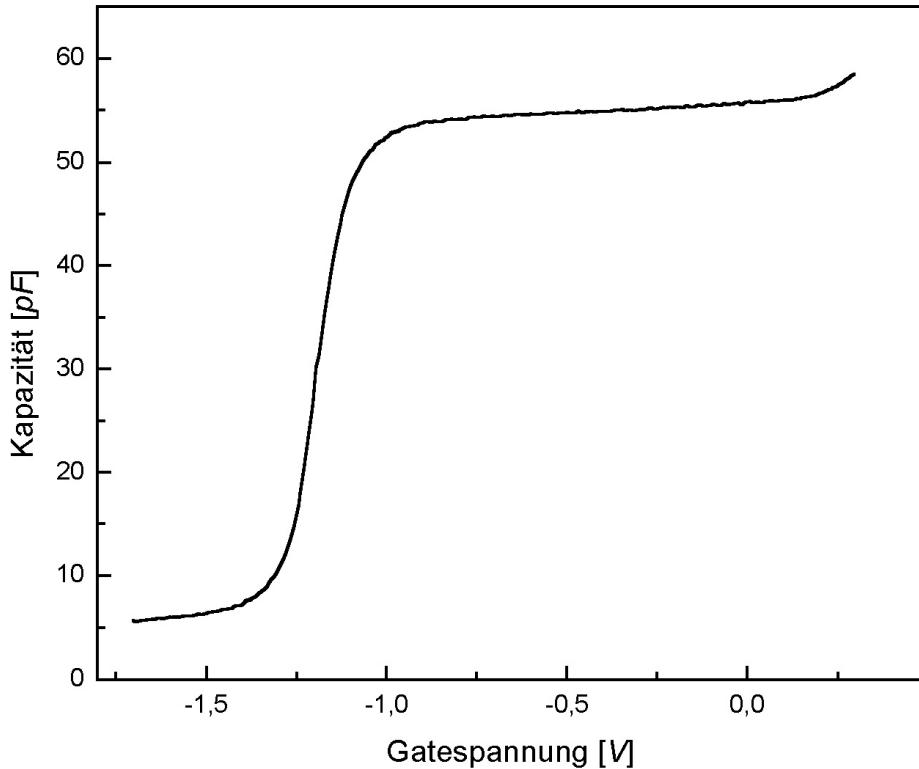


Abbildung 5.18: Kapazität der Probe HallRef ( $f=163\text{Hz}$ ).

Die Leitfähigkeit  $\sigma$  wird dabei aus der Längsspannung im Punkt  $B = 0$  bestimmt. Abbildung 5.20 zeigt eine Auftragung der so gewonnenen Werte für die Beweglichkeit  $\mu$  und Ladungsträgerkonzentration in Abhängigkeit von der Gatespannung. Die Ladungsträgerdichte ändert sich linear mit der Gatespannung, die Beweglichkeit zeigt einen nichtlinearen Anstieg, die Annahme eines Gesetzes der Form  $\mu = m^x$  hält einer doppelt-logarithmischen Auftragung nicht stand.

Neben der Bestimmung beider Parameter aus den SdH-Oszillationen wurde auch eine kontinuierliche Messung von  $n$  und  $\mu$  im Bereich der klassischen (Drude-)Leitfähigkeit durchgeführt [13]. Dazu wurde zum einen ein konstantes Magnetfeld (z.B.  $0,8T$ , also unterhalb der ersten Plateaus) eingestellt und die Querspannung in Abhängigkeit von der Gatespannung gemessen. Die Quer-

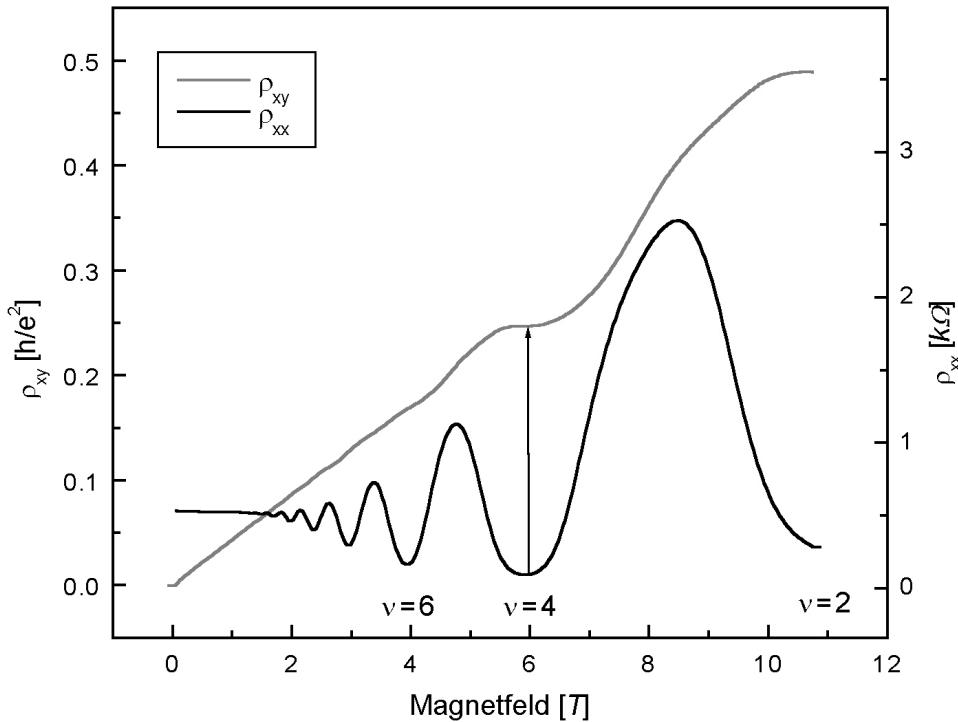


Abbildung 5.19: 4-Punkt Magnetowiderstand der Probe HallRef bei einer Gatespannung von +100mV. Zwei Plateaus bei den quantisierten Widerstandswerten  $\rho_{xy} = \frac{1}{2} \frac{e^2}{h}$  und  $\rho_{xy} = \frac{1}{4} \frac{e^2}{h}$  sind zu erkennen. Mit  $\nu$  ist der jeweilige Füllfaktor bezeichnet.

spannung ist dann umgekehrt proportional zur Ladungsträgerdichte (Gl. 2.16). Zum anderen wurde jeweils die Längsspannung bei  $B = 0T$  in Abhängigkeit von der Gatespannung aufgenommen. Die Längsspannung ist dort naturgemäß umgekehrt proportional zur Leitfähigkeit. Man erhält also wieder die Größen Beweglichkeit und Ladungsträgerkonzentration, nun allerdings unter Einbeziehung der Querspannung und in kontinuierlicher Form, Abbildung 5.21 zeigt das Ergebnis. Die auf diese Weise gewonnenen Werte sind praktisch identisch mit denen, die aus den SdH-Oszillationen gewonnen wurden. Es sei noch einmal auf die perfekte Linearität der Ladungsträgerkonzentration verwiesen. Für den späteren Vergleich mit Quantenpunktproben wurde die Ableitung der Beweglichkeit gebildet. Diese zeigt keinen Einfluß der Quantenpunkte, Quanten-

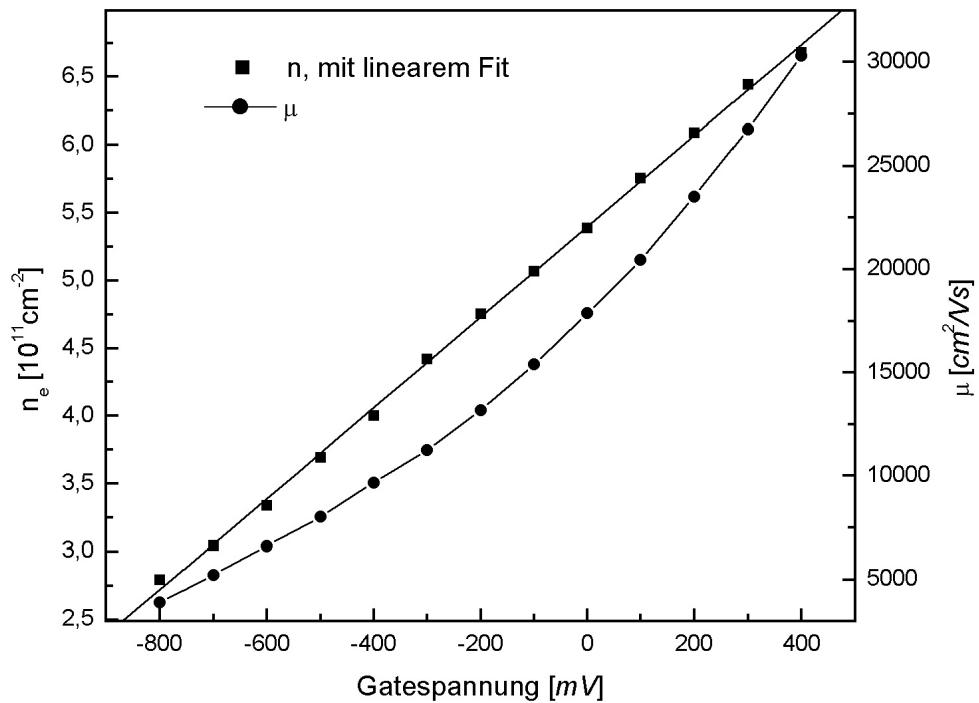


Abbildung 5.20: Beweglichkeit und Ladungsträgerkonzentration (mit linearem Fit) in Abhängigkeit von der Gatespannung. Die hier gezeigten Werte wurden aus einer Auswertung der SdH-Oszillationen gewonnen.

punktproben zeigen eine leicht verringerte Steigung im Bereich der p-Niveaus (s.u.).

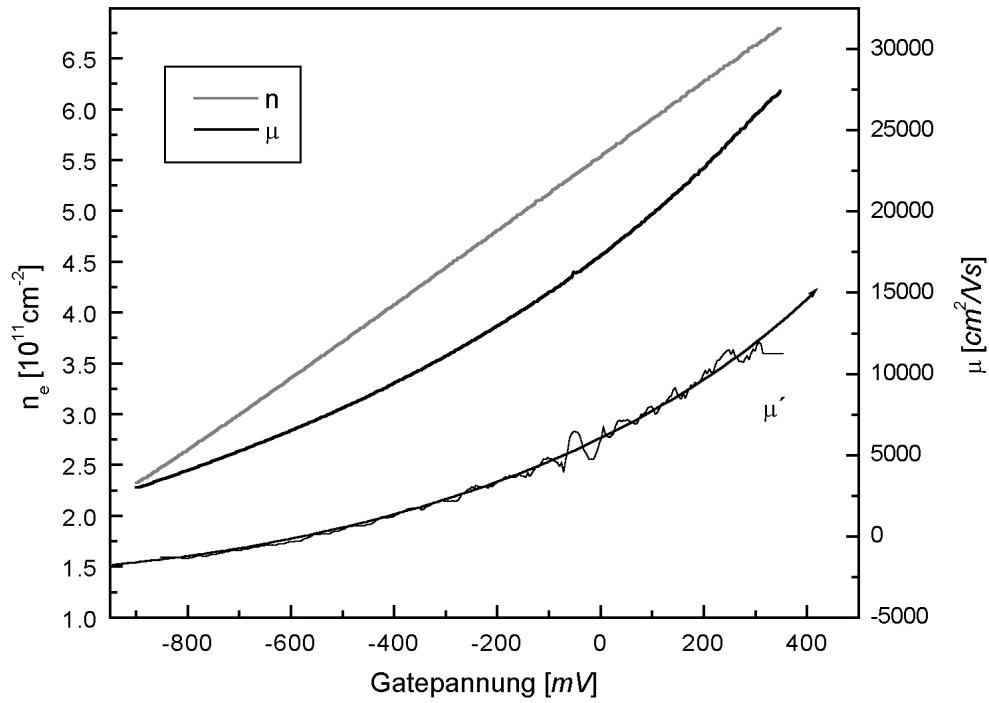


Abbildung 5.21: *Beweglichkeit und Ladungsträgerkonzentration der Referenzprobe in Abhängigkeit von der Gatespannung. Die hier gezeigten Werte wurden aus  $\rho_{xx}$  ( $B=0,8T$ ), beziehungsweise  $\rho_{xy}$  ( $B=0T$ ) gewonnen. Unten eingezeichnet ist der Verlauf der Ableitung der Beweglichkeit (bel. Einheiten), diese zeigt keinen Einfluß der Quantenpunkte.*

### 5.2.3 Magnetotransport der Probe „*HallDot*“

Im folgenden werden Magnetotransport-Messungen gezeigt, die an einer Quantenpunktprobe durchgeführt wurden. Die wesentlichen quantitativ zu untersuchenden Probenparameter sind wieder die Ladungsträgerkonzentration und die Beweglichkeit. Die Ladungsträgerkonzentration sollte leicht durch das Laden der Quantenpunkte verringert werden, auch wenn der Einfluß der Dots recht klein ist (s. Abb. 5.4). Der wesentlich beeinflußte Parameter ist die Beweglichkeit, die durch das Streupotential der Elektronen in den Quantenpunkten verringert werden sollte.

Auch an der Probe *HallDot* wurden Kapazitätsmessungen durchgeführt. Da jedoch auch hier die Qualität der präparierten Probe nicht ausreichte, um aussagekräftige Ergebnisse zu erzielen, wurden diese Messungen im wesentlichen zur schnellen Kontrolle der Verarmungsspannung genutzt. Um jedoch Aussagen zur jeweiligen Besetzung der Quantenpunktniveaus treffen zu können, sollte zumindest sichergestellt werden, daß die Dotniveaus an der gleichen Position liegen, wie bei der Probe *KapDot*. Abbildung 5.22 zeigt beispielhaft eine bei  $163\text{Hz}$  aufgenommene Kapazitätskurve. Die Kurve zeigt zwar die beiden s-Niveaus der Quantenpunkte an den erwarteten Positionen ( $-0,82\text{V}$  und  $-0,65\text{V}$ ), aber die Kapazität ist insgesamt etwa 25% kleiner als jene der Referenzprobe. Die p-Niveaus verschwinden unter einem starken Anstieg der Kapazität. Das legt den Schluß nahe, daß die Inhomogenität des Gates so groß ist, daß Teile des 2DEG erst ab etwa  $-0,5\text{V}$  und dann nur sehr langsam geladen werden. Trotzdem sind sowohl SdH-Oszillationen als auch der Quanten-Hall-Effekt an der Probe zu beobachten. Da außerdem während der Messungen häufig ein bestimmter Kontakt zum 2DEG einen sehr hohen Widerstand zeigte, ist der früh verarmende Bereich der Probe möglicherweise auf einen abgeschlossenen Bereich in der Nähe dieses Kontaktes beschränkt. Dadurch wären die 4-Punkt-Magnetowiderstandsmessungen nicht beeinträchtigt.

Mit den vorhandenen Kapazitätsmessungen kann in jedem Fall nicht gezeigt werden, an welcher Position die p-Niveaus genau liegen, eventuelle Aussagen über die Anzahl der Elektronen in den Dots sind daher mit einer gewissen Unsicherheit behaftet. Da jedoch die s-Niveaus etwa bei der gleichen Gatespannung wie bei der Probe *KapDot* liegen, und auch die bisherigen Erfahrungen mit ähnlichen Proben dieses stützen, kann davon ausgegangen werden, daß auch die höheren Niveaus an etwa den gleichen Positionen liegen, wie bei der Kapazitätsprobe.

Auch für diese Probe wurden für eine Reihe von Gatespannungen im Abstand von  $100\text{mV}$  Messungen von Längs- und Querwiderstand durchgeführt. Zusätzlich wurde versucht, die Verarmungsspannung so zu beeinflussen, daß Messungen mit unterschiedlicher Elektronenzahl in den Quantenpunkten, aber

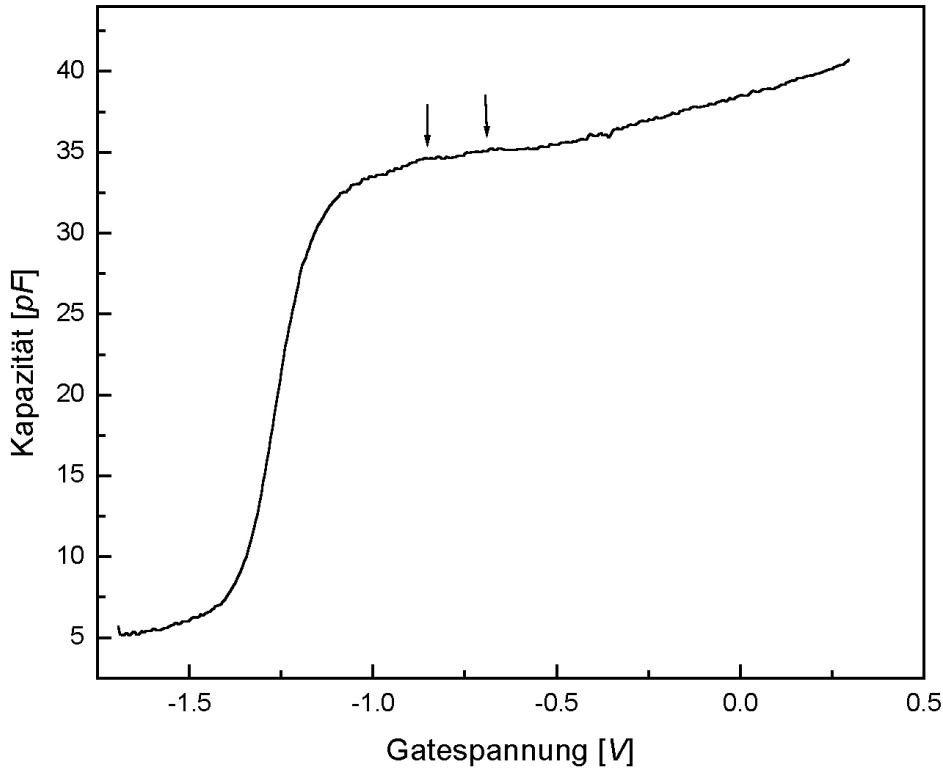


Abbildung 5.22: Kapazität der Probe HallDot bei  $f = 163\text{Hz}$ . Die Lage der s-Niveaus ist mit Pfeilen angedeutet.

etwa gleicher Ladungsträgerdichte im 2DEG durchgeführt werden können. Auf Grund der oben beschriebenen Schwierigkeiten stehen allerdings dazu nur zwei verschiedene Meßreihen zur Verfügung.

#### Magnetotransport bei $V_{th} = -1,5\text{V}$

Eine erste Meßreihe der 4-Punkt-Widerstände wurde bei einer Verarmungsspannung von  $-1,5\text{V}$  aufgenommen. Längs- und Querwiderstand der Probe *HallDot* bei einer Gatespannung von  $-100\text{mV}$  zeigt Abbildung 5.23. Qualitativ fallen einige Details ins Auge. Zum einen stimmt die Lage der Minima des Längswiderstandes nicht mit der Zentren der Hallplateaus überein. Die Hallplateaus scheinen zu höheren Magnetfeldern verschoben, ein Effekt der

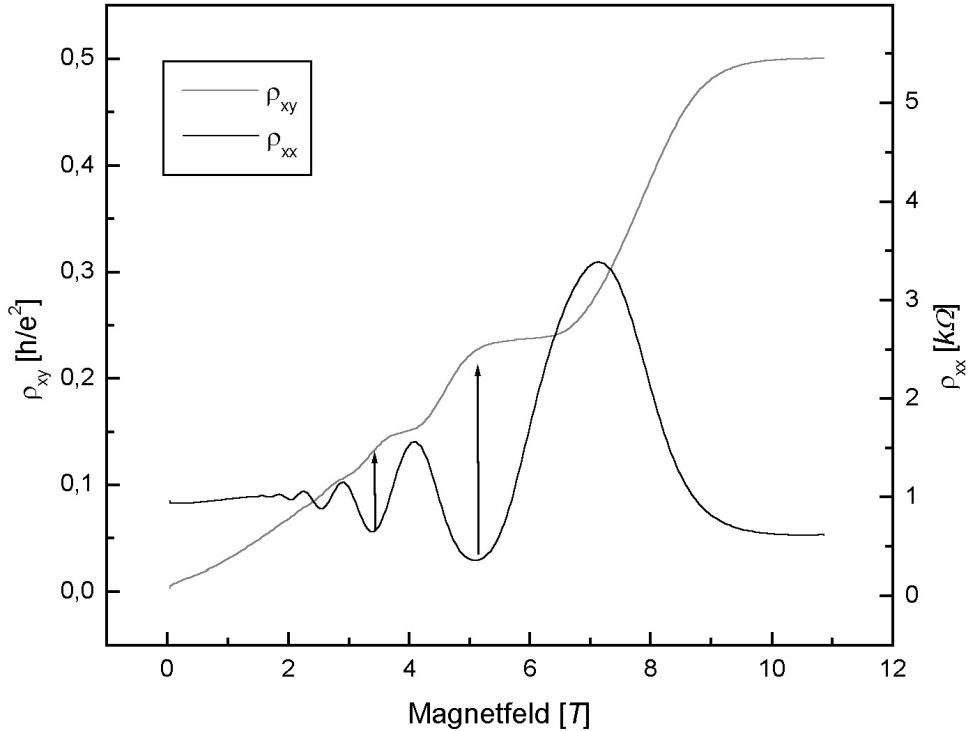


Abbildung 5.23: Längs- und Querwiderstand der Probe HallDot bei einer Gatespannung von  $-100mV$ .

für repulsive Streuzentren typisch ist [57, 51] und prinzipiell eine numerische Bestimmung der Flächendichte der Streuzentren (also hier der Dotdichte) ermöglicht. Sind tatsächlich die Ladungen in den Quantenpunkten für die Verschiebung der Plateaus verantwortlich, so sollte dieser Effekt bei sehr kleinen Gatespannungen kleiner werden, zumindest, wenn damit eine Verringerung der Elektronenzahl in den Quantenpunkten einhergeht. Tatsächlich zeigt sich bei einer Gatespannung von  $-0,7V$  keine Verschiebung der Hallplateaus mehr (Abb. 5.24). Auch bei dieser Probe lassen sich die SdH-Oszillationen im Hinblick auf die Abhängigkeit von Ladungsträgerkonzentration und Beweglichkeit auswerten. Außerdem wurden wiederum kontinuierliche Messungen des Längswiderstandes bei  $0T$  sowie der Querspannung bei einem Magnetfeld von  $0,5T$  in Abhängigkeit der Gatespannung durchgeführt. Die jeweiligen Messungen sind in Abbildung 5.25 dargestellt. Die Ladungsträgerkonzentration steigt li-

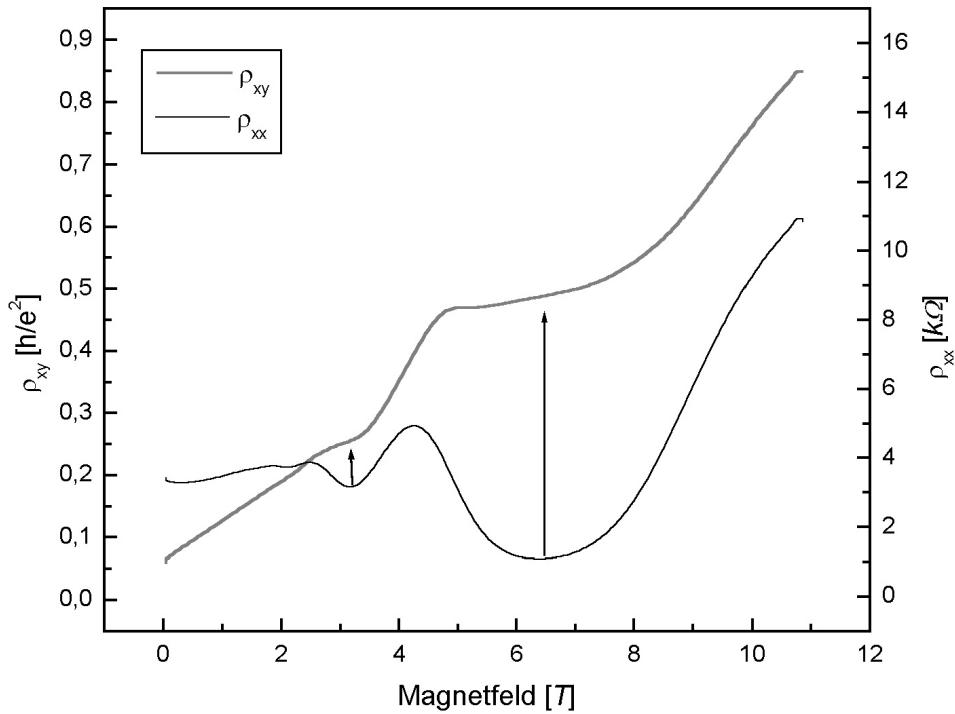


Abbildung 5.24: Längs- und Querwiderstand der Probe HallDot bei einer Gatespannung von  $-700\text{mV}$ . Die Plateaus sind bei großen negativen Gatespannungen nicht mehr sehr gut ausgeprägt.

near mit der Gatespannung und lässt sich auf eine Verarmungsspannung von  $-1,5\text{V}$  extrapoliieren. Die Bildung der Ableitung sollte nach Gleichung 5.16 die fehlende, in die Quantenpunkte fließende Ladung sichtbar machen; hier allerdings überdeckt das Rauschen die kleineren, durch die Quantenpunkte verursachten Schwankungen und die entsprechende Kurve ist nicht dargestellt.

Die Beweglichkeit ist insgesamt etwas kleiner als bei der Referenzprobe und auch die Krümmung ist deutlich kleiner. Allerdings ist auch hier ansonsten kaum der Einfluß der Quantenpunkte auszumachen. Bildet man jedoch die Ableitung der (geglätteten) Beweglichkeit, so ergibt sich im Bereich der p-Niveaus eine im Vergleich zu anderen Gatespannungsbereichen verringerte Steigung. Dieser Effekt wurde bei wurde mit Hilfe einer zweiten Meßreihe verifiziert (s.u.).

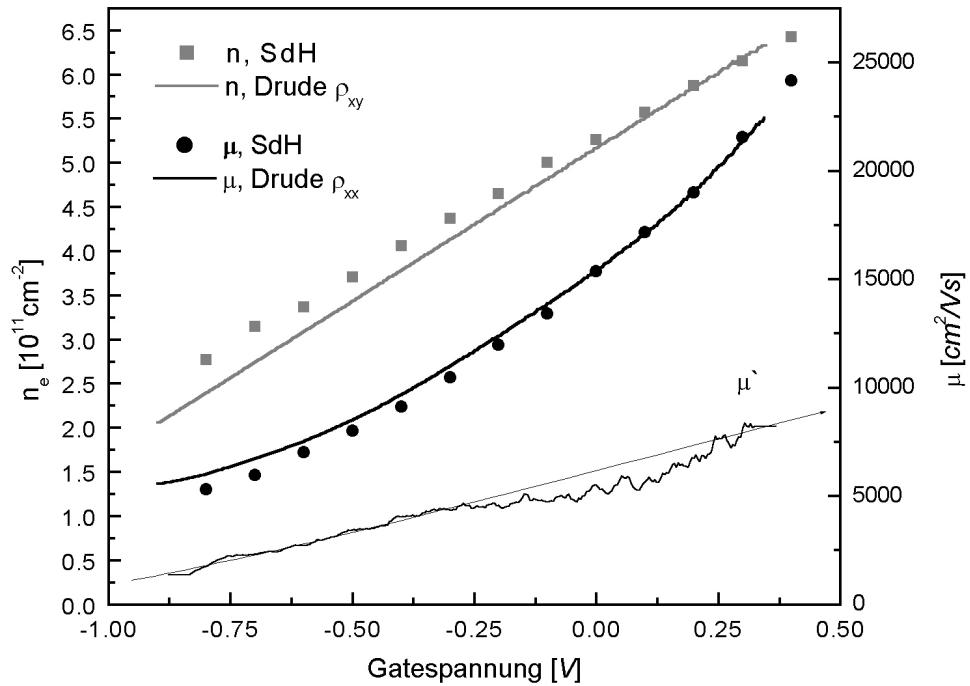


Abbildung 5.25: Beweglichkeit und Ladungsträgerkonzentration der Probe HallDot in Abhängigkeit von der Gatespannung. Zusätzlich ist unten (in bel. Einheiten) die Ableitung der geglätteten Beweglichkeit eingezeichnet. Die Verarmungsspannung betrug  $-1,5V$ .

### Magnetotransport bei $V_{th} = -1,65V$

Um ein möglichst komplettes Bild des Einflusses der Quantenpunkte auf die Eigenschaften des zweidimensionalen Elektronengases zu erhalten, ist systematisch die Verarmungsspannung zu variieren und jeweils eine komplettene Messung der 4-Punkt-Widerstände durchzuführen. Die Durchführung einer solchen kompletten Analyse hätte jedoch zum einen den zeitlichen Rahmen dieser Arbeit gesprengt, zum anderen verschlechterten sich zeitlich die Eigenschaften der einzigen funktionierenden Probe. So erforderte es meist einige Abkühlzyklen, um bei  $4,2K$  überhaupt die nötige Anzahl von funktionierenden Kontakten für 4-Punkt-Messungen zur Verfügung zu haben. Auch die Beweglichkeit des 2DEG scheint sich verschlechtert zu haben, wie die folgenden Ergebnisse zeigen. Damit war die Vergleichbarkeit mit vorangegangenen Messungen nicht

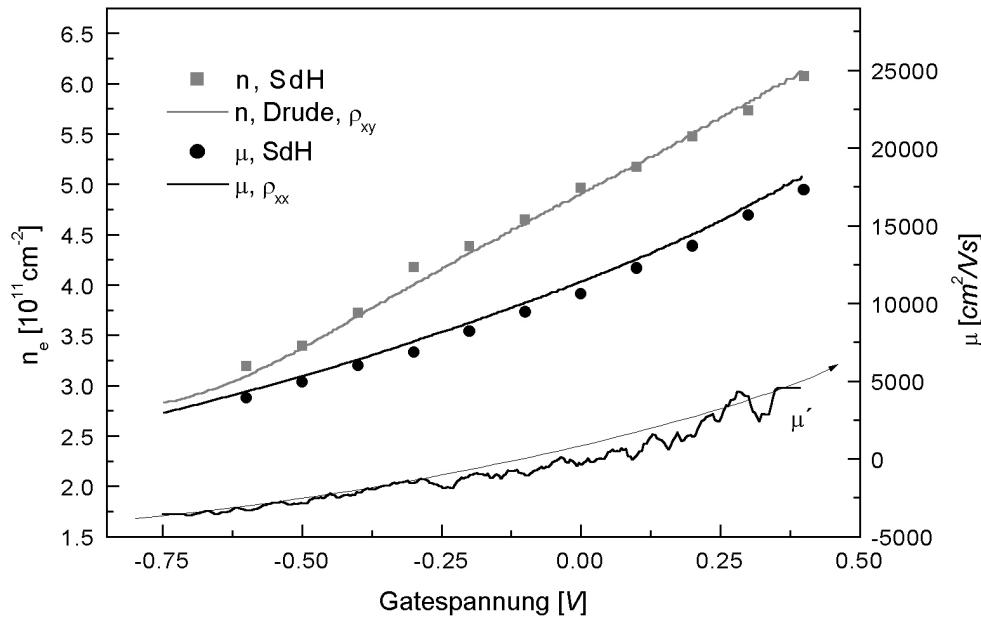


Abbildung 5.26: *Beweglichkeit und Ladungsträgerkonzentration der Probe HallDot in Abhängigkeit von der Gatespannung. Zusätzlich ist unten (in bel. Einheiten) die Ableitung der geglätteten Beweglichkeit eingezeichnet. Die Verarmungsspannung lag bei  $-1,65\text{V}$ .*

mehr gegeben. Einige der letzten Messungen mußten sogar unter gleichzeitiger Beleuchtung der Probe durchgeführt werden, da ansonsten die 2DEG-Kontakte einen zu hohen Widerstand aufwiesen.

Die Ladungsträgerkonzentration und die Beweglichkeit zeigen qualitativ das gleiche Verhalten, wie bei einer Verarmungsspannung von  $-1,5\text{V}$  (Abbildung 5.26). Im unteren Bereich ist zusätzlich die Ableitung der Beweglichkeit eingezeichnet, deutlich ist der Einfluß der Quantenpunkte im Bereich zwischen  $-0,25\text{V}$  und  $+0,25\text{V}$  zu beobachten. Die Beweglichkeit steigt bei jeder Gatespannung, da die Elektronendichte im 2DEG anwächst, was eine bessere Abschirmung von Störpotentialen ermöglicht. Im Bereich der p-Niveaus läßt sich jedoch eine verringerte Steigung der Beweglichkeit beobachten, da zwar auch hier die Ladungsträgerdichte im 2DEG steigt, zusätzlich aber der Einfluß der steigenden Elektronenzahl in den Quantenpunkten die Beweglichkeit vermindert. Nach dem vollständigen Besetzen der p-Niveaus sollte kein Ein-

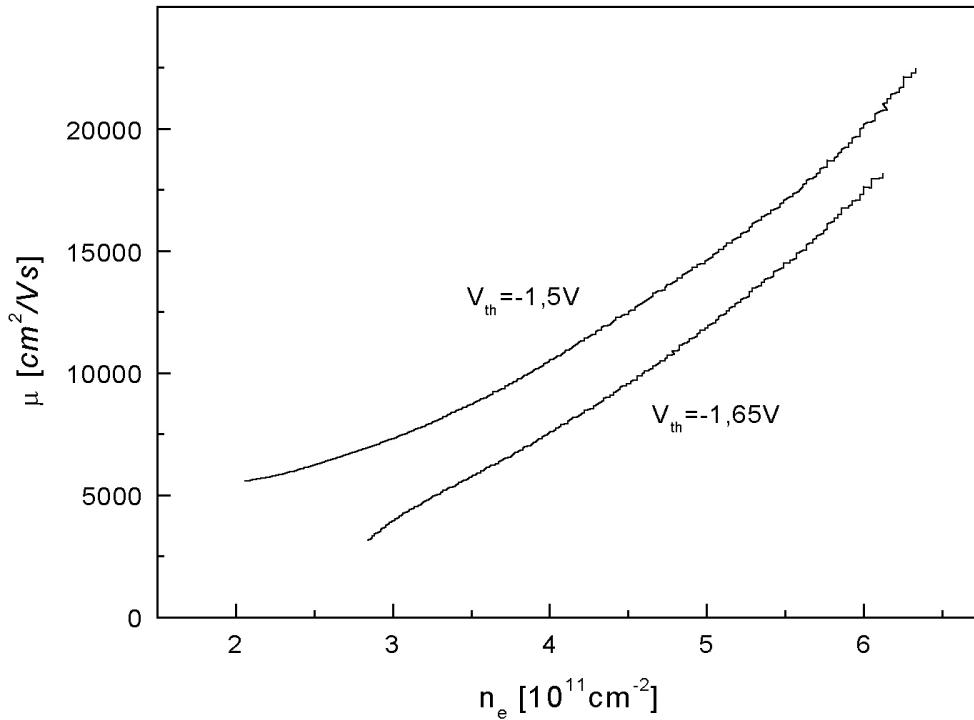


Abbildung 5.27: Beweglichkeit in Abhängigkeit von der Ladungsträgerdichte im 2DEG für zwei verschiedene Verarmungsspannungen.

fluß der Quantenpunkte in der Ableitung der Beweglichkeit mehr sichtbar sein, wohl aber im absoluten Wert der Beweglichkeit selbst. Beide Punkte treffen für diese Messung zu, die Referenzprobe zeigt dieses Verhalten hingegen nicht (siehe Abb. 5.21).

Die Beweglichkeit ist allerdings insgesamt deutlich kleiner als bei der vorangegangenen Messung mit  $V_{th} = 1,5 \text{ V}$ . Da jedoch nun die Ladungsträgerdichte durch die tiefer liegende Verarmungsspannung größer ist als bei der Messung mit  $V_{th} = -1,5 \text{ V}$ , sollte eigentlich bei jeder Gatespannung eine erhöhte Beweglichkeit gemessen werden können. Aufschlußreich sollte hier die Auftragung der Beweglichkeit in Abhängigkeit von der Ladungsträgerdichte sein, Abbildung 5.27 zeigt eine solche Kurve für beide Verarmungsspannungen. Die Beweglichkeit liegt bei einer Verarmungsspannung von  $V_{th} = 1,65 \text{ V}$  für alle Gatespannung unterhalb der Beweglichkeit für den Fall  $V_{th} = 1,5 \text{ V}$ . Eine Erklärung für dieses Verhalten konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht gefunden werden. Es

könnte sich um ein physikalisch interessantes Phänomen (z.B. dem Einfluß des Kühlprozesses auf DX-Zentren) handeln, oder aber schlicht auf die Alterung der Probe zurückzuführen sein. Hier ist eine systematische Untersuchung der Probenparameter für viele verschiedene Verarmungsspannungen erforderlich. Insgesamt konnte jedoch schon mit diesen ersten 4-Punkt-Messungen gezeigt werden, daß prinzipiell der Ladungszustand der Quantenpunkte und korrespondierende Effekte im 2DEG gleichzeitig meßbar sind, zukünftige Messungen auf diesem Gebiet sollten hier schnell zu weiteren Erkenntnissen führen.

# Kapitel 6

## Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde Proben untersucht, die ein zweidimensionales Elektronensystem und quasi-nulldimensionale Quantenpunkte in einem vertikalen Abstand von 25nm enthalten. Solche Systeme niedriger Dimension zeichnen sich durch die besondere Form ihrer Zustandsdichten aus. In der Kapazitätsspektroskopie kommt gerade diesen Zustandsdichten der untersuchten Schichten eine besondere Bedeutung zu. Ein bestehendes Modell zur Kapazitätsspektroskopie von einzelnen Schichten mit geringer Zustandsdichte wurde daher in dieser Arbeit auf Doppelschichten ausgedehnt. Für den besonderen Fall, daß eine der Schichten durch ein 2DEG gebildet wird, wurde eine Näherungslösung gefunden, die eine einfache Analyse der Kapazitätsspektren ermöglicht. Diese Näherung zeigt, daß die Zustandsdichte des 2DEG auch in Abwesenheit eines Magnetfeldes nicht als unendlich angenommen werden darf.

In bisherigen Untersuchungen von zweidimensionalen Elektronensystemen mit benachbarten Quantenpunktschichten war keine Kontrolle über den Ladungszustand der Quantenpunkte gegeben, es konnte nur die Aussage getroffen werden, daß sich ab einer gewissen Gatespannung mit Sicherheit Elektronen in den Quantenpunkten befinden. In dieser Arbeit konnten erstmals mit einem zweidimensionalen Rückkontaktes die Grundzustandsenergien der Quantenpunkte spektroskopiert werden. Die Analyse der gemessenen Spektren mit Hilfe des entwickelten Modells lieferte quantitative Ergebnisse, die sehr gut mit bisherigen Untersuchungen an Proben mit dreidimensionalem Rückkontakt übereinstimmen.

Es wurde gezeigt, daß bei den gegebenen Proben im Falle ganzzahliger Füllfaktoren die verringerte Leitfähigkeit die Kapazität beschränkt, und nicht, wie bei hochbeweglichen Proben, die Zustandsdichte. Damit ist bei kleinen Anregungsfrequenzen die Beobachtung der Dotniveaus bis zu Magnetfeldern von  $12T$  möglich. Eine Anpassung der Daten an den theoretisch erwarteten Verlauf liefert eine effektive Masse von  $0,034m_e$  für die Elektronen in den Quanten-

punkten. Dieser Wert liegt zwischen den Werten von *InAs* ( $0,023m_e$ ) und *GaAs* ( $0,067m_e$ ) und liegt damit in einer vernünftigen Größenordnung. Allerdings kann kaum etwas über die Aussagekraft dieses Wertes gesagt werden, da seine Bestimmung über die schwer abzulesende Aufspaltung der p-Niveaus erfolgte.

Überraschenderweise konnte kein Einfluß der Quantenpunktlage auf die Ladungsträgerdichte des 2DEG festgestellt werden, diese nimmt praktisch linear mit der Gatespannung zu.

Für den zweiten Teil der Arbeit wurden Proben in Form eines Hallbars strukturiert. Da diese Proben die ersten waren, die im neuen Reinraum hergestellt wurden, mußten zunächst einige Anlaufschwierigkeiten überwunden werden. Letztendlich jedoch konnten erste 4-Punkt-Widerstandsmessungen durchgeführt werden.

Trotz der niedrigen Beweglichkeit der Proben ließ sich der Quanten-Hall-Effekt beobachten. Es wurde gezeigt, daß prinzipiell der Einfluß, den jedes zusätzliches Elektron pro Quantenpunkt auf das 2DEG ausübt, analysiert werden kann. Dazu müssen Zustände erzeugt werden, die bis auf die Zahl der Elektronen pro Quantenpunkt identisch sind. Dieses ist über eine gezielte Variation der Verarmungsspannung möglich. Die sehr zeitaufwendige Durchführung dieser Messung bleibt jedoch zukünftigen Arbeiten vorbehalten. Das Ziel eines Streupotentials, daß bei einer gegebenen Probe gezielt in mehreren Stufen eingestellt werden kann, rückt damit aber in greifbare Nähe. Bisher waren dazu mehrere Proben notwendig, bei denen entweder der Abstand der Quantenpunkte zum 2DEG, oder die Quantenpunktdichte verschieden war. Auch diese Arbeiten zeigten jedoch schon faszinierende physikalische Phänomene, wie zum Beispiel einen Metall-Isolator Übergang bei  $0T$  [54].

In zukünftigen Arbeiten kann parallel zu den hier genutzten Analysemethoden die Ferninfrarotspektroskopie in Betracht gezogen werden. Damit könnte auch bei hohen Magnetfeldern die Besetzungszahl der Quantenpunkte bei zweidimensionalem Rückkontakt sichtbar gemacht werden. Damit wäre es auch möglich, *gleichzeitig* 4-Punkt-Widerstandsmessungen und eine Bestimmung der Elektronenzahl in den Quantenpunkten durchzuführen. In dieser Hinsicht wäre es auch sinnvoll, neben dem Hallbar auch einfache Gates auf jeder Probe zur Verfügung zu haben, um bessere Kapazitätsmessungen zu ermöglichen. Da auch in der Fabrikation der Quantenpunkte weiter Fortschritte gemacht werden (siehe z.B. [58]), kann dann möglicherweise in Zukunft eine Verringerung der inhomogenen Verbreiterung der p-Niveaus eine noch bessere Abschätzung der Elektronenzahl in den Quantenpunkten ermöglichen.

Auch die Untersuchungen zum spinpolarisierten Transport in die Quantenpunkte bei hohen Magnetfeldern sollte weitergeführt werden. Dazu muß zunächst einmal die Spinentartung der Landau-Niveaus aufgehoben werden, was ei-

ne höhere Beweglichkeit erfordert. Höhere Beweglichkeiten würden außerdem die Nutzung höherer Frequenzen ermöglichen. Gleichzeitig sollte die Tunnelbarriere verkürzt werden, um einen schnelleren Ladungsaustausch zwischen Quantenpunkten und 2DEG zu ermöglichen. Allerdings würde mit einer Vergrößerung der Tunnelbarriere auch eine Verringerung der Beweglichkeit der 2DEG-Elektronen einhergehen, es bleibt also fraglich, ob die Blockade des zweiten Dotniveaus beobachtet werden kann, auch wenn sehr tiefe Temperaturen gewählt werden.

Quantenpunkte sind in zunehmenden Maße auch technologisch von großem Interesse. Die völlig diskrete Form ihrer Zustandsdichte prädestiniert sie für optoelektronische Anwendungen (siehe z.B. [5]), die Coulomb-Wechselwirkung ermöglicht sogar die Realisierung eines primitiven zellulären-Automaten. Da außerdem auch die Kontrolle der morphologischen Eigenschaften von selbst-organisierten Quantenpunkten immer besser gelingt, und damit ein einheitlicheres Dotensemble erzeugt werden kann, sind hier noch einige interessante physikalische Effekte und technologische Anwendungen zu erwarten.

# Anhang A

## Tabelle einiger Abkürzungen

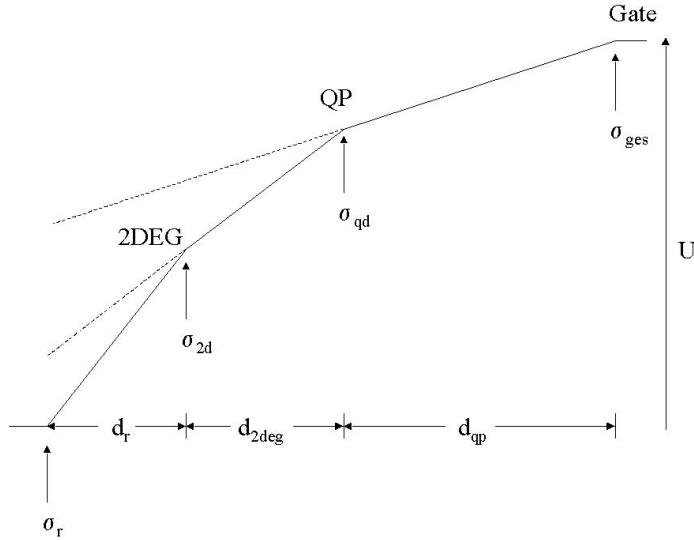
ABKÜRZUNG	BEDEUTUNG
$d_{qp}$	Abstand zwischen Gate und Quantenpunkten
$C_{dot}$	Dem Abstand $d_{qp}$ entsprechende Kapazität
$\sigma_{qd}$	Flächenladungsdichte in der Quantenpunkt-Ebene
$C_{qdot}$	Zur Zustandsdichte der Quantenpunkte proportionale Quantenkapazität
$d_{2deg}$	Abstand zwischen 2DEG und Quantenpunkten
$C_{2deg}$	Dem Abstand $d_{2deg}$ entsprechende Kapazität
$\sigma_{2d}$	Flächenladungsdichte im 2DEG
$C_{q2d}$	Zur Zustandsdichte des 2DEG proportionale Quantenkapazität
$d_r$	Abstand zwischen 2DEG und (imaginärem) Rückkontakt
$C_r$	Berechnet aus $\epsilon/d_r$ , Teil der Hintergrundkapazität
$\sigma_r$	Flächenladungsdichte im (imaginären) Rückkontakt
$C_h$	Seriell aus $C_{dot}$ , $C_{2deg}$ und $C_r$ gebildete Hintergrundkapazität
$C_b$	Kapazität bei geladenem 2DEG, ohne Quantenpunkte, $B=0$
$d_b$	Aus $C_b$ berechneter effektiver Abstand vom 2DEG zu den Quantenpunkten
$\lambda$	Hebelarm, d.h. Verhältnis $\frac{d_{2deg}+d_{qp}}{d_{2deg}}$
$\lambda_{mod}$	Durch $d_{2deg} \rightarrow d_b$ modifizierter Hebelarm, d.h. Verhältnis $\frac{d_b+d_{qp}}{d_b}$

Alle Kapazitäten sind jeweils auf die Fläche normiert.

## Anhang B

# Berechnung des Ersatzschaltbildes

In Kapitel 2.3.1 wurde ein Ersatzschaltbild für die in dieser Arbeit verwendete Probengeometrie entwickelt. Hier sollen nun die wichtigsten Schritte der zugehörigen Rechnung gezeigt werden. Die untenstehende Abbildung gibt noch einmal einen Überblick über die wichtigsten Größen.



Für die Ladungsbilanz gilt:

$$-\sigma_{\text{ges}} = \sigma_r + \sigma_{2d} + \sigma_{qd} . \quad (1)$$

Eine Änderung der Spannung  $U$  erzeugt jeweils eine Änderung der Flächenladungsdichten:

$$dU = \frac{d\sigma_r}{\epsilon}(d_{qd} + d_{2d} + d_r) + \frac{d\sigma_{2d}}{\epsilon}(d_{qd} + d_{2d}) + \frac{d\sigma_{qd}}{\epsilon}d_{qd} . \quad (2)$$

Damit gilt für die Kapazität:

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{dU}{d\sigma_{ges}} = \frac{d\sigma_r(d_{qd} + d_{2d} + d_r) + d\sigma_{2d}(d_{qd} + d_{2d}) + d\sigma_{qd}d_{qd}}{\epsilon(d\sigma_r + d\sigma_{2d} + d\sigma_{qd})} . \quad (3)$$

Für die Flächenladungsdichten in der Ebene der Quantenpunkte und des 2DEG lassen sich nun folgende Beziehungen finden:

$$d\sigma_{2d} = edN_{2d} = e \frac{dN_{2d}}{dE_{2d}} = e^2 D_{2d} \frac{d_r}{\epsilon} d\sigma_r , \quad (4)$$

$$\begin{aligned} d\sigma_{qd} &= e^2 D_{qd} \frac{d_r + d_{2d}}{\epsilon} d\sigma_r + e^2 D_{qd} \frac{d_{2d}}{\epsilon} d\sigma_{2d} \\ &= e^2 D_{qd} \frac{d_r}{\epsilon} d\sigma_r + e^2 D_{qd} \frac{d_{2d}}{\epsilon} d\sigma_r + e^4 D_{qd} D_{2d} \frac{d_{2d} d_r}{\epsilon^2} d\sigma_r . \end{aligned} \quad (5)$$

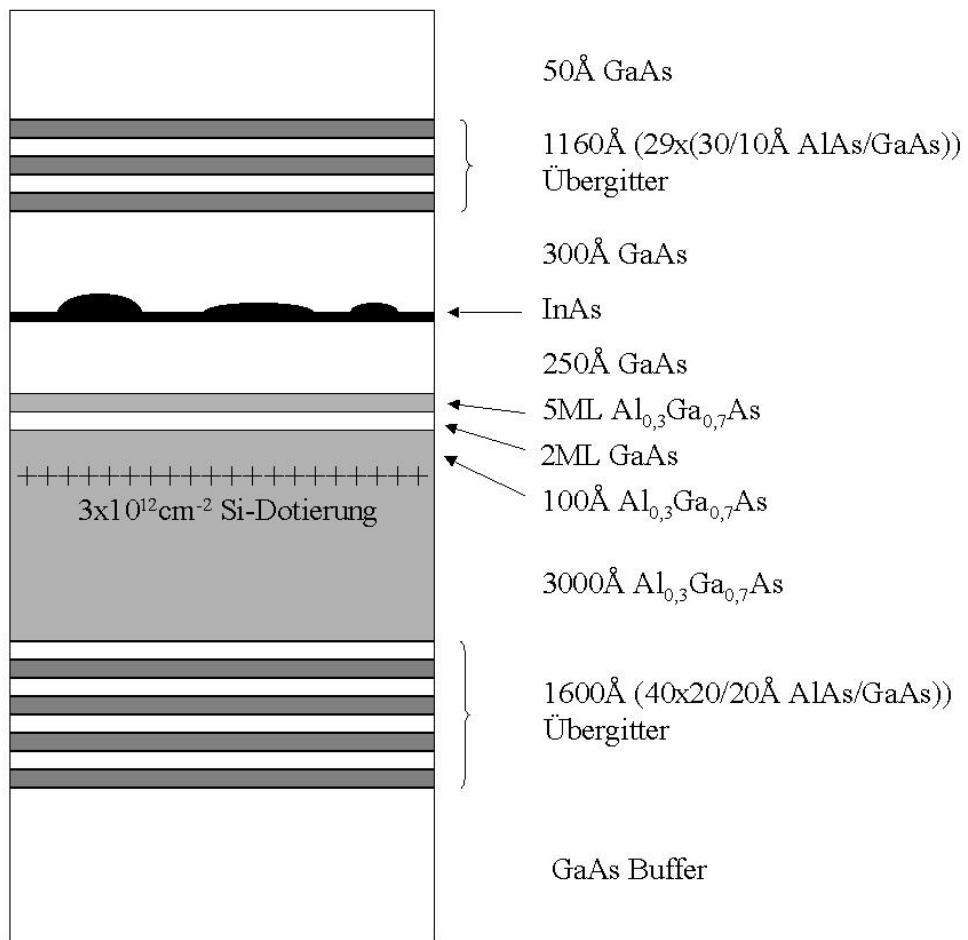
Diese Gleichungen lassen sich nun in Gl. 3 einsetzen. Zur Vereinfachung der Schreibweise bieten sich die Definitionen  $C_{dot} = \frac{\epsilon}{d_{qd}}$ ,  $C_{2deg} = \frac{\epsilon}{d_{2deg}}$ ,  $C_r = \frac{\epsilon}{d_r}$ ,  $e^2 D_{2d} = C_{q2d}$ , und  $e^2 D_{qd} = C_{qdot}$  an. Man erhält nach einigen kleineren Umstellungen der einzelnen Terme folgende Gleichung für die Gesamtkapazität:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_{ges}} &= \frac{1}{C_{dot}} + \frac{C_r + C_{2deg} + C_{q2d}}{C_{2deg}C_r + C_{2deg}C_{q2d} + C_{2deg}C_{qdot} + C_rC_{qdot} + C_{qdot}C_{q2d}} \\ &= \frac{1}{C_{dot}} + \frac{1}{C_{qdot} + \frac{C_{2deg}C_r + C_{2deg}C_{q2d}}{C_r + C_{2deg} + C_{q2d}}} \\ &= \frac{1}{C_{dot}} + \frac{1}{C_{qdot} + \frac{1}{\frac{C_r + C_{2deg} + C_{q2d}}{C_{2deg}(C_r + C_{q2d})}}} \\ &= \frac{1}{C_{dot}} + \frac{1}{C_{qdot} + \frac{1}{\frac{1}{C_{2deg}} + \frac{1}{C_r + C_{q2d}}}} \end{aligned} \quad (6)$$

Diese Gleichung entspricht gerade der in Abbildung 2.9 gezeigten Anordnung. Den Schichten mit endlicher Zustandsdichte (2DEG, QP) wird neben ihrer geometrischen Kapazität eine Quantenkapazität zugeordnet. Die Quantenkapazität der Quantenpunkte liegt dabei parallel zur gesamten restlichen Kapazität (2DEG, Hintergrundkapazität), die Quantenkapazität des 2DEG liegt parallel zur Hintergrundkapazität. Allgemein liegen die Quantenkapazitäten einzelner Schichten immer parallel zum Rest der Anordnung (d.h. weiter vom Gate entfernt liegenden Teilen). Sehr hohe Quantenkapazitäten verdecken damit alle dahinter liegenden Schichten.

# Anhang C

## Heterostruktur MC2DEG



# Literaturverzeichnis

- [1] v. KLITZING, K. ; DORDA, G. ; PEPPER, M.: *Physical Review Letters* **45** (1980), S. 494
- [2] TSUI, D.C. ; STÖRMER, H.L. ; GOSSARD, A.C.: *Physical Review B* **48** (1982), S. 1559
- [3] ABRAHAMS, E. ; ANDERSON, P.W. ; LICCIARDELLO, D.C. ; RAMAKRISHNAN, T.V.: *Physical Review Letters* **42** (1979), S. 673
- [4] K. EBERL, Y.M. Manz W. Winter N.Y. Jin-Phillip O.G. S.: *Physica E* **9** (2001), S. 164
- [5] RENNON, S. ; AVARY, K. ; KLOPF, F. ; REITHMAIER, J.P. ; FORCHEL, A.: *IEEE Journ. of Sel. Top. in Quantum Electr.* (2001), Nr. 2, S. 300
- [6] TELFORD, M.: *III-Vs Review* **14** (2001), Nr. 7, S. 48
- [7] SUKHORUKOV, E.V. ; LOSS, D.: *Physica Status Solidi B* **224** (2001), Nr. 3, S. 855
- [8] BURKARD, G. ; LOSS, D.: *Acta Phys. Pol. A* **100** (2001), Nr. 2, S. 109
- [9] SAKAKI, H. ; YUSA, G. ; SOMEYA, T. ; OHNO, Y. ; NODA, T.: *Applied Physics Letters* **67** (1995), Nr. 23, S. 3444
- [10] WANG, Q. ; CARLSSON, N. ; OMLING, P. ; SAMUELSON, L. ; SEIFERT, W. ; XU, H.Q.: *Applied Physics Letters* **76** (2000), Nr. 13, S. 1704
- [11] SZE, S. M.: *Physics of Semiconductor Devices*. 2. Auflage. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore : John Wiley and Sons, 1981
- [12] IBACH, H. ; LÜTH, H.: *Festkörperphysik*. 4. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York : Springer-Verlag, 1995
- [13] KITTEL, C.: *Einführung in die Festkörperphysik*. 8. Auflage. München, Wien : R. Oldenbourg Verlag, 1989

- [14] PRANGE, R.E. (Hrsg.) ; GIRVIN, S.M. (Hrsg.): *The Quantum Hall Effect*. Berlin, Heidelberg, New York : Springer-Verlag, 1989
- [15] KRAMER, B.: *Physik in unserer Zeit* (1997), Nr. 3
- [16] SIKORSKI, C. ; MERKT, U.: *Surface Science* **229** (1989), S. 282
- [17] REED, M.A. ; RANDALL, J.N. ; MATYI, R.J. ; MOORE, T.M. ; WETSEL, A.E.: *Physical Review Letters* **60** (1988), Nr. 6, S. 535
- [18] SMITH III, T.P. ; LEE, K.Y. ; KNOEDLER, C.M. ; HONG, J. M. ; KERN, D.P.: *Physical Review B* **38** (1988), Nr. 3, S. 2172
- [19] REED, M.A. ; BATE, R.T. ; DUNCAN, W.M. ; FRENSELEY, W.R. ; LEE, J.W. ; SHIH, H.D.: *J. Vac. Sci. Technol. B* **4** (1985), Nr. 1, S. 358
- [20] FRANK, F.C. ; VAN DER MERWE, J.H.: *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* **198** (1946), S. 216
- [21] MÜLLER, T., GMU Duisburg, Diplomarbeit, 2001
- [22] DUMPICH, G. *Physik der Nanostrukturen*. Vorlesung (GMU Gesamthochschule Duisburg), 1999
- [23] IBACH, H.: *Surfaces and Interfaces of Solid Materials*. 3. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York : Springer-Verlag, 1998
- [24] VOLMER, M. ; WEBER, A.: *Z. Phys. Chem.* **119** (1926), S. 277
- [25] STRANSKI, I. N. ; VON KRASTANOV, L.: *Akad. Wiss. Lit. Mainz. Math.-Natur. Kl. IIb* **146** (1939), S. 797
- [26] MEDEIROS-RIBEIRO, G. ; LEONARD, D. ; PETROFF, P.M.: *Applied Physics Letters* **66** (1995), Nr. 14, S. 1767
- [27] D. LEONARD, D. ; POND, K. ; PETROFF, P.M.: *Physical Review B* **50** (1994), Nr. 16, S. 11687
- [28] DREXLER, H. ; LEONARD, D. ; HANSEN, W. ; KOTTHAUS, J.P. ; PETROFF, P.M.: *Physical Review Letters* **73** (1994), Nr. 16, S. 2252
- [29] BIMBERG, D. ; GRUNDMANN, M. ; LEDENTSOV, N.N.: *Quantum Dot Heterostructures*. 1. Auflage. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore : John Wiley and Sons, 1999
- [30] FRICKE, M. ; LORKE, A. ; KOTTHAUS, J.P. ; MEDEIROS-RIBEIRO, G. ; PETROFF, P.M.: *36* (1996), Nr. 3, S. 197

- [31] MILLER, B.T., LMU München, Diss., 1998
- [32] MILLER, B.T. ; HANSEN, W. ; MANUS, S. ; LUYKEN, R.J. ; LORKE, A. ; KOTTHAUS, J.P.: *Physical Review B* **56** (1997), Nr. 11, S. 6764
- [33] KOHN, W.: *Physical Review* **123** (1961), Nr. 4, S. 1242
- [34] FRICKE, M., LMU München, Diplomarbeit, 1996
- [35] FOCK, V.: *Zeitschrift f. Physik* **47** (1928), S. 446
- [36] GRABERT, H.: *Zeitschrift f. Physik B* **85** (1991), Nr. 3, S. 319
- [37] BEENAKKER, C.W.J.: *Physical Review B* **44** (1991), Nr. 4, S. 1646
- [38] LUYKEN, R., LMU München, Diss., 1999
- [39] LORKE, A., LMU München, Habil., 1999
- [40] SMITH, T.P. ; GOLDBERG, B. B. ; STILES, P.J. ; HEIBLUM, M.: *Physical Review B* **32** (1985), S. 2696
- [41] GOODALL, R.K. ; HIGGINS, R.J. ; HARRANG, J.P.: *Physical Review B* **31** (1985), Nr. 10, S. 6597
- [42] WÜRTZ, A., LMU München, Diplomarbeit, 2001
- [43] WÜRTZ, A. *Mündliche Mitteilung*
- [44] WILLIAMS, R.: *Modern GaAs Processing Methods.* 2. Auflage. Norwood : Artech House, 1990
- [45] S. ADACHI, K.O.: *J. Electrochem. Soc.: Solid-State Science and Techn.* **130** (1983), Nr. 12, S. 2427
- [46] MACFADYEN, D.N.: *J. Electrochem. Soc.: Solid-State Science and Techn.* **130** (1983), Nr. 9, S. 1934
- [47] R.J. WARBURTON, C.S. Dürr C. Bödefeld K. Karrai-J.P. Kotthaus G. Medeiros-Ribeiro P.M. Petroff S. H.: *Physical Review B* **58** (1998), Nr. 24, S. 16221
- [48] STÖCKER, H.: *Taschenbuch der Physik.* 1. Auflage. Verlag Harry Deutsch, 1994
- [49] WOJS, A. ; HAWRYLAK, P.: *Physical Review B* **53** (1996), S. 841

- [50] ANDO, T. ; FOWLER, A.B. ; STERN, F.: *Review of Modern Physics* **54** (1982), S. 437
- [51] RIBEIRO, E. ; MÜLLER, E. ; HEINZEL, T. ; AUDERSET, H. ; ENSSLIN, K.: *Physical Review B* **58** (1998), Nr. 3, S. 1506
- [52] KIM, G.H. ; RITCHIE, D.A. ; LIANG, C.T. ; LIANG, G.D. ; YUAN, J. ; PEPPER, M.: *Applied Physics Letters* **78** (2001), Nr. 24, S. 3896
- [53] KIM, G.H. ; NICHOLLS, J.T. ; KHONDAKER, S.I. ; FARRER, I. ; RITCHIE, D.A.: *Physical Review B* **61** (2000), Nr. 16, S. 10910
- [54] RIBEIRO, E. ; JÄGGI, R.D. ; HEINZEL, T. ; ENSSLIN, K. ; MEDEIROS-RIBEIRO, G. ; PETROFF, P.M.: *Physical Review Letters* **82** (1999), Nr. 5, S. 996
- [55] LONG, A.R. ; DAVIES, J.H. ; KINSLER, M. ; VALLIS, S. ; HOLLAND, M.C.: *Semiconductor Science and Techn.* **8** (1993), S. 1581
- [56] PY, M.A. ; BUEHLMANN, H.-J.: **80** (1995), Nr. 3, S. 1583
- [57] HAUG, R.J. ; GERHARDTS, R.R. ; v. KLITZING, K. ; PLOOG, K.: *Physical Review Letters* **59** (1987), S. 1349
- [58] XU, H.Z. ; AKAHANE, K. ; SONG, H.Z. ; OKADA, Y. ; KAWABE, M.: *Journal of Crystal Growth* **223** (2001), Nr. 1-2, S. 104



# Danke

an alle, die mich bei dieser Arbeit unterstützt haben, besonders herzlich möchte ich mich jedoch bedanken bei

- *Prof. Dr. Axel Lorke* für die Möglichkeit an einem so interessanten Thema zu arbeiten und vor allem für seine immer positive und motivierende Grundhaltung.
- *J. Garcia* für den ausgezeichneten Wafer MC2DEG, der diese Arbeit überhaupt erst möglich gemacht hat.
- *Alida Würtz* für die vielen Starthilfen, im Reinraum, am Kryostat und in Sachen QHE. Vor allem aber auch für die schier unglaubliche Hilfsbereitschaft während der täglichen Arbeit!
- *Dr. E. Deviatov* für die ausgesprochen hilfreichen Diskussionen über Kapazitäten, AC-QHE-Messungen und Kamelrücken.
- *Dr. A. Carl* und *S. Kirsch* für die Erlaubnis zur Benutzung der ausgezeichneten „MBE“-Anlage, bzw. für die entsprechende Einweisung.
- *PD Dr. G. Dumpich, B. Stahlmecke* und *W. Kunze* für die Erlaubnis zur Benutzung des SEM und die Hilfe bei der Maskenerstellung.
- *Quoc Thai Do* für die AFM-Aufnahmen.
- *Thorsten Müller* für seine Diskussionsbereitschaft und besonders auch für das „Handauflegen“.
- *Matthias Bartsch* für die Hilfe beim Versuch mit den photographisch hergestellten Masken.
- Allen Diplomanden und Doktoranden zusammen für das hervorragende Arbeitsklima und die immer gute Laune.
- allen Mitarbeitern der Feinmechanischen Werkstatt für die sorgfältige Anfertigung des Probenstabes und weiterer wichtiger Teile.
- meinen Großeltern, nicht nur für die finanzielle Unterstützung.
- *Miriam* für die Hilfe, Geduld und Zuneigung!

Hiermit versichere ich, daß ich die Arbeit selbstständig verfaßt, Zitate kenntlich gemacht und keine anderen als die angegebenen Quellen benutzt habe.

Duisburg, 30.1.2002