

# **Transportmessungen an niedrigdimensionalen Lochsystemen**

Eine Diplomarbeit vorgelegt

von

**Simon Wisotzki**

der

Fakultät für Physik

zur Erlangung

des Grades

**Diplom Physiker**

Universität Duisburg-Essen

Arbeitsgruppe

Prof. Dr. A. Lorke

Februar 2012



## Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde ein gekoppeltes System aus selbstorganisierten InAs-Quantenpunkten und einem 2DHG untersucht. Das Probenmaterial wurde von der Firma Innolume GmbH gewachsen und an der TU Berlin zu einer Transistorstruktur mit vier zusätzlichen Seitenabgriffen prozessiert. Durch Anlegen einer Gatespannung können Ladungsträger aus dem 2DHG in die Quantenpunktschicht tunneln und diese so beladen.

Für verschiedene Temperaturen zwischen 1.5 und 40K wurden in einem Magnetfeld von 2T zeitaufgelöste Transportmessungen im Nichtgleichgewicht durchgeführt. Anhand dieser Messdaten konnten die Transporteigenschaften des Systems mit und ohne Einfluss der geladenen Quantenpunktschicht verglichen werden.

Die 4-Punkt Transportmessungen wurden bei konstantem Strom über dem Leitkanal durchgeführt. Durch den veränderlichen Spannungsabfall über dem Leitkanal wird der Ladezustand der nahegelegenen Quantenpunktschicht ortsabhängig verändert. Die Folgen dieser Änderung wurden näher untersucht und diskutiert.

Das Aufladen der Quantenpunktschicht führt zu einer Abschirmung des Gatefeldes vom 2DHG. Eine Untersuchung der Ladungsträgerichteänderung bei Aufladung der Quantenpunktschicht führt zu dem Schluss, dass der Abschirmungseffekt bei dieser Probe vernachlässigbar ist.

Die Quantenpunktschicht wird über das 2DHG beladen. Dabei ändert sich die Beweglichkeit im 2DHG durch die verlorenen Ladungsträger und die neu entstehenden geladenen Störstellen in der Quantenpunktschicht. Anhand der Messdaten wird eine Methode vorgestellt, die es erlaubt den Einfluss auf die Beweglichkeit des 2DHG nach Anteilen der Coulomb-Streuung und Ladungsträgerdichteänderung zu trennen. Bei der untersuchten Probe zeigte sich, dass bei 1.5K etwa 20% der Beweglichkeitsänderung von Streueffekten verursacht wird.



## Abstract

In the present thesis, a coupled system of self-organized InAs quantum dots and a 2DHG has been investigated. The sample was MBE-grown by the company Innolume GmbH and processed at the TU Berlin as a transistor structure with four additional side contacts for the purpose of lateral and longitudinal voltage measurements. Applying a gate voltage leads to the tunneling of charge carriers from the 2DHG into the quantum dots.

For temperatures between 1.5 and 40K at a magnetic field of 2T, time resolved transport measurements in a non-equilibrium setup have been conducted. Non-Equilibrium measurements allow to compare the transport properties of the 2DHG with and without the influence of charged quantum dots.

4-terminal transport measurements with a constant source-drain current have been performed. The voltage drop between source and drain contact affects the charge state in the nearby quantum dot layer. The consequences of this influence have been investigated and discussed.

Charging the quantum dot layer leads to a screening of the electric field of the gate towards the 2DHG. However, an investigation of the carrier concentration during the charging of the quantum dot layer shows that the influence of screening is neglectable for this sample.

To charge the quantum dot layer, charge carriers transfer from the 2DHG. Hence, the mobility of the 2DHG is influenced by the loss of charge carriers and the coulomb potential of the charged quantum dots. On the basis of the measurement data, a method to separately determine the influence of scattering and carrier concentration on the overall mobility change is being introduced. For this sample, a contribution of about 20% to the overall mobility change at 1.5K is caused by scattering.



# Inhaltsverzeichnis

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1 Einleitung</b>   | <b>1</b>  |
| <b>2 Grundlagen</b>   | <b>5</b>  |
| 2.1 Zweidimensionale Systeme . . . . .  | 5         |
| 2.1.1 Energiestruktur . . . . .   | 5         |
| 2.2 Selbstorganisierte InAs-Quantenpunkte . . . . .                                   | 7         |
| 2.2.1 Energiestruktur im Einteilchenbild . . . . .                                    | 9         |
| 2.2.2 Wechselwirkungsenergien . . . . .   | 11        |
| 2.3 Gekoppeltes System (2DHG - Quantenpunkte) . . . . .                               | 14        |
| 2.3.1 Geometrischer Hebelarm . . . . .  | 14        |
| 2.3.2 Beladung von Quantenpunkten . . . . .   | 16        |
| <b>3 Experiment</b>   | <b>19</b> |
| 3.1 Probenmaterial (DO1881) und Prozessierung . . . . .                               | 19        |
| 3.2 Zeitaufgelöste Transportmessung . . . . .   | 22        |
| 3.2.1 Messaufbau . . . . .  | 22        |
| 3.2.2 Messung im Nichtgleichgewicht . . . . .   | 23        |
| 3.2.3 Spektren . . . . .  | 28        |
| <b>4 Auswertung und Diskussion</b>  | <b>31</b> |
| 4.1 Spektren aus dem Nichtgleichgewicht . . . . .                                     | 33        |
| 4.1.1 Vergleich mit Gleichgewichtsmessung . . . . .                                   | 33        |
| 4.1.2 Präparation von Ladezuständen . . . . .   | 34        |
| 4.1.3 Verschiebung von Spektren aus zeitaufgelösten Trans-<br>portmessungen . . . . . | 37        |
| 4.2 Ladungsträgerdichte . . . . .   | 44        |
| 4.2.1 Ladungsträgerdichte mit und ohne Einfluss geladener<br>Quantenpunkte . . . . .  | 44        |
| 4.3 Beweglichkeit . . . . .   | 49        |
| 4.3.1 Beweglichkeit mit und ohne Einfluss geladener Quan-<br>tenpunkte . . . . .      | 49        |

|  |           |
|--|-----------|
| 4.3.2 Einfluss einzelner Quantenpunkt-Ladezustände auf die Beweglichkeit . . . . . | 52        |
| 4.3.3 Streuung und Ladungsträgerdichte . . . . .                                   | 53        |
| <b>5 Zusammenfassung und Ausblick</b>  | <b>61</b> |

# 1 Einleitung

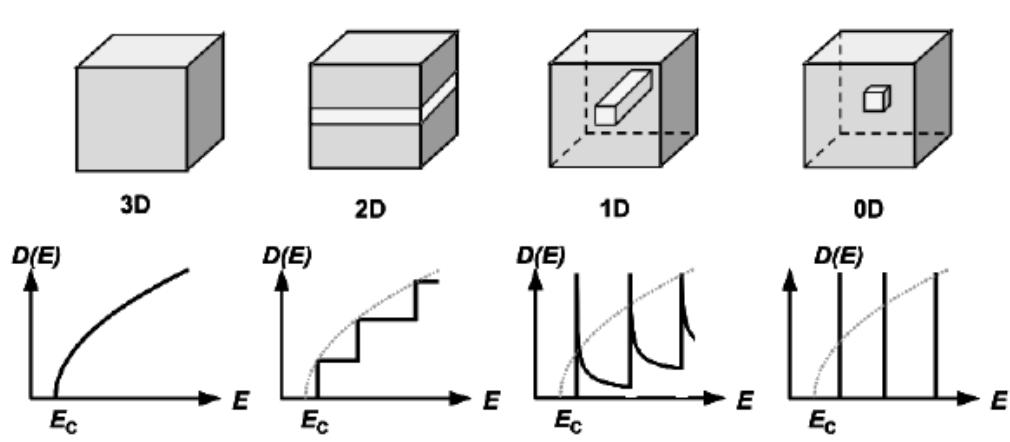


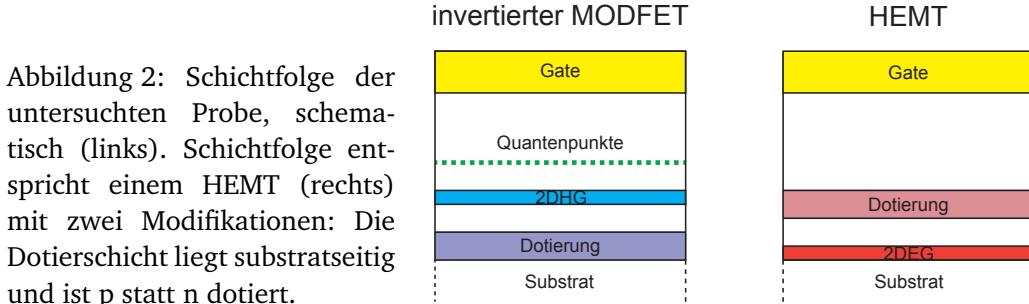
Abbildung 1: Volumenmaterial (3D) und niedrigdimensionale Systeme (2D - 0D), schematisch. Quelle: [Bim08]

In makroskopischen Halbleitern können sich Ladungsträger in allen drei Raumrichtungen nahezu frei bewegen. Schränkt man diese Bewegungsfreiheit in mindestens einer Raumrichtung ein, so dass der Einschluss von der Größenordnung der de-Broglie-Wellenlänge des Ladungsträgers ist, dann spricht man von niedrigdimensionalen Systemen. Es gibt somit genau drei Klassen von dimensionsreduzierten Systemen, die schematisch in Abbildung 1 dargestellt sind.

Bei Einschränkung in einer Raumrichtung erhält man ein zweidimensionales System (2D), einen sog. Quantentopf. Je nach Art der eingeschlossenen Ladungsträger unterscheidet man zwischen 2DEG und 2DHG<sup>1</sup>. Eindimensionale Systeme (1D) werden als Quantendrähte bezeichnet und bei Einschränkung in allen drei Raumrichtungen (0D) spricht man von Quantenpunkten. Alle niedrigdimensionalen Systeme haben die Gemeinsamkeit, dass Quanteneffekte das Verhalten von eingeschlossenen Ladungsträgern mit- oder ganz bestimmen.

Für diese Arbeit sind 2DHG und Quantenpunkte von besonderer Bedeutung. Ladungsträger in 2D-Systemen können sich weiter nahezu uneingeschränkt

<sup>1</sup>Two Dimensional Electron/Hole Gas



in der Ebene bewegen, wohingegen das Energiespektrum in Richtung des Einschlusses auf diskrete Niveaus kondensiert. Quantenpunkte weisen vollständig diskrete Energieniveaus auf, ähnlich wie es in Atomen der Fall ist und werden daher auch als *künstliche Atome* bezeichnet [Kas93].

Moderne Epitaxieverfahren, wie Molekularstrahlepitaxie (MBE<sup>2</sup>) und Metall-organische Gasphasenepitaxie (MOCVD<sup>3</sup>), ermöglichen das Wachstum von niedrigdimensionalen Systemen in Form von Halbleiter-Heterostrukturen.

In dieser Arbeit wird ein gekoppeltes System von 2DHG und Quantenpunkten untersucht. Die Probe entspricht einem invertierten HEMT<sup>4</sup> [SN06], d.h. die Dotierung liegt substratseitig vom 2DHG. Zusätzlich befindet sich eine Quantenpunktschicht zwischen Gate und 2DHG (siehe Abbildung 2).

Durch Einstellung der Gatespannung können Löcher aus dem 2DHG die Quantenpunktschicht beladen. Geladene Quantenpunkte verändern die Leitfähigkeit im 2DHG messbar, was ein Auslesen des Ladezustands ermöglicht und eignen sich somit potentiell als Speicher [GMN<sup>08</sup>][MNG<sup>09</sup>]. Geladene Quantenpunkte wirken wie Störstellen und verringern die Beweglichkeit eines 2DEG stärker mit kleiner werdendem Abstand [SYS<sup>95</sup>]. Stellen die Quantenpunkte nicht das dominante Störpotential dar, so können sie aber auch die Beweglichkeit verbessern [ZWB<sup>03</sup>]. Weiterhin wurden geladene Quantenpunkte als kontrollierbare Störpotentiale benutzt um die Transporteigenschaften eines 2DEG gezielt zu beeinflussen [RMM<sup>06</sup>][MRL<sup>08</sup>]. Durch das Beladen

<sup>2</sup>Molecular Beam Epitaxy

<sup>3</sup>Metalorganic Chemical Vapour Deposition

<sup>4</sup>"High Electron Mobility Transistor", wobei hier jedoch Löcher die Ladungsträger sind.

der Quantenpunkte mit Ladungsträgern aus dem 2DEG/2DHG werden jedoch nicht nur Störpotentiale eingeschaltet. Der Verlust der Ladungsträger beeinflusst bereits die Beweglichkeit im 2DEG/2DGH. Ebenfalls an einem 2DEG wurde dabei festgestellt, dass Ladungsträgerdichte und Störpotentiale die Leitfähigkeit in etwa gleich stark beeinflussen [MBL<sup>+</sup>11].

Diese Arbeit knüpft an die Untersuchung des Einflusses von geladenen Quantenpunkten auf die Beweglichkeit eines nahegelegenen 2DEG/2DHG an. Durch zeitaufgelöste Transportmessungen wird das System bei der Be- und Entladung der Quantenpunkte beobachtet. Anhand der Messdaten wird eine Methode vorgestellt, die es erlaubt den Einfluss von Ladungsträgerdichte und Störpotentialen auf die Beweglichkeit des 2DHG zu trennen.

- In **Abschnitt 2** dieser Arbeit werden die wichtigsten physikalischen Grundlagen der Untersuchungen kurz dargestellt und auf weiterführende Literatur verwiesen.
- Der Messaufbau, sowie die Methode der durchgeführten Messungen werden in **Abschnitt 3** erläutert.
- Die Auswertung der Messergebnisse wird in **Abschnitt 4** dargelegt und diskutiert.
- Im letzten **Abschnitt 5** werden die Ergebnisse der Auswertung kurz zusammengefasst und ein Ausblick auf weiterführende Experimente gegeben.



## 2 Grundlagen

Im Rahmen dieser Arbeit sind zwei- und nulldimensionale Systeme von besonderer Bedeutung. Es wird ein gekoppeltes System von InAs-Quantenpunkten und einer  $\approx 8\text{nm}$  dünnen GaAs-Schicht, die ein 2DHG einschließt, untersucht. Eine etwas genauere Betrachtung der Grundlagen beider Systeme erfolgt in diesem Abschnitt.

### 2.1 Zweidimensionale Systeme

In diesem Abschnitt wird die allgemeine mathematische Beschreibung von zweidimensionalen Systemen kurz behandelt. Die Beschreibung ist unabhängig von der Art der Ladungsträger und eignet sich somit gleichermaßen zur Erklärung von 2DEG und 2DHG. Hier wird davon ausgegangen, dass die Ladungsträger bis auf den eindimensionalen Einschluss, keine Potentiale spüren. Zur Beschreibung von Ladungsträgern im Kristall, kann man durch den Übergang von  $m \rightarrow m^*$ , der Näherung der effektiven Masse [AM76], auch periodische Potentiale von Kristallgittern berücksichtigen.

Es wird außerdem auf den Wachstumsprozess von Halbleiter-Heterostrukturen eingegangen, wobei das Materialsystem  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  hier im Vordergrund steht, da es für die untersuchte Probe DO1881 relevant ist.

#### 2.1.1 Energiestruktur

Die Herstellung zweidimensionaler Systeme in Halbleiter-Heterostrukturen erfordert das präzise Wachstum extrem dünner Schichten. Bewährte Wachstumsprozesse sind unter anderem MBE [CA75] und MOCVD [ONIA94]. Um epitaktisches Wachstum zu erreichen werden die gewünschten Materialien sehr langsam, mit Wachstumsraten von etwa 1000nm/h, auf ein geeignetes Substrat aufgedampft.

Das im Rahmen dieser Arbeit untersuchte System ist eine  $\text{GaAs}-\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  Halbleiter-Heterostruktur mit eingebetteten InAs-Quantenpunkten. GaAs und

$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  sind aufgrund sehr ähnlicher Gitterkonstanten besonders gut zum Wachstum von Heterostrukturen geeignet. Beim MBE Wachstum von GaAs werden dabei sowohl Gallium als auch Arsen in sog. Effusionszellen separat erwärmt, bis es zur Sublimation kommt. Im Hoch- bis Ultrahochvakuum kondensieren beide Gase am Substrat und bilden einkristallines GaAs [Ven00]. So können Schichtdicken von wenigen nm hergestellt werden, die in der Größenordnung der Fermi-Wellenlänge  $\lambda_F = h/\sqrt{2m^*E_F}$  der Ladungsträger liegen. Nach dem selben Prinzip wird auch  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  abgeschieden. Durch die Veränderung des Anteils an Aluminium kann die Höhe des Einschlusspotentials zwischen den Schichten verändert werden [JR91].

Die mathematische Beschreibung der Energiestruktur von Ladungsträgern in zweidimensionalen Systemen erfolgt über die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung [Dav97]. Die Koordinaten der Ebene in der sich Ladungsträger frei ausbreiten können seien  $x$  und  $y$ . In der Wachstumsrichtung  $z$  sei das System hingegen eingeschränkt, d.h. die Schichtdicke des Quantentopfs soll nur wenige nm betragen. Die potentielle Energie in einem solchen System hängt somit nur noch von  $z$  ab und das ortsabhängige Potential in der statio-nären Schrödinger-Gleichung geht über in ein nur von  $z$  abhängiges Potential  $V(\mathbf{r}) \rightarrow V(z)$ , wobei hier  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  sei. Die Schrödinger-Gleichung sieht dann wie folgt aus:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(z) \right] \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) . \quad (1)$$

Da eine ungehinderte Ausbreitung der Ladungsträger in  $x$ - und  $y$ -Richtung möglich ist, wird ein Ansatz ebener Wellen gewählt:

$$\psi(\mathbf{r}) = \exp[ik_x x] \cdot \exp[ik_y y] \cdot u(z) . \quad (2)$$

Durch Einsetzen und Substitution von

$$\epsilon = E - \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} - \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m} , \quad (3)$$

erhält man eine eindimensionale Form der Schrödinger-Gleichung, die nur

noch von  $z$  abhängt [Dav97]:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) \right] u(z) = \epsilon u(z) . \quad (4)$$

Die zu einer genauen Lösung benötigte Wellenfunktion  $u(z)$ , hängt noch von der Form von  $V(z)$  ab. Eine Übersicht über verschiedene gängige Potentialfunktionen und ihre Lösungen findet sich ebenfalls in [Dav97]. Allgemein sind die Lösungen quantisiert und von der Form  $u_n(z)$  mit Energieniveaus indiziert. Es gilt für die Energieniveaus:

$$E_n(k_x, k_y) = \epsilon_n + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m} . \quad (5)$$

Die diskreten Energien  $\epsilon_n$  hängen vom gegebenen Potential  $V(z)$  ab. Die Dispersionsrelation geht quadratisch mit  $k_x$  und  $k_y$ , wobei für jedes  $\epsilon_n$  eine zu höheren Energien verschobene Parabel entsteht, die als Subband bezeichnet wird (siehe Abbildung 3).

## 2.2 Selbstorganisierte InAs-Quantenpunkte

In diesem Abschnitt sollen selbstorganisierte Quantenpunkte näher erläutert werden. Es gibt verschiedene mögliche Materialkombinationen, die das Wachstum selbstorganisierter Quantenpunkte erlauben. Neben der Kombination InAs/GaAs, welche für diese Arbeit eine besondere Rolle spielt, sind auch Si/Ge [KLH<sup>+</sup>00][EC90] und GaSb/GaAs [BMS96][GKMK<sup>+</sup>03] viel untersuchte Materialkombinationen in der aktuellen Forschung.

Die Einbettung von selbstorganisierten InAs-Quantenpunkten in eine Heterostruktur erfolgt während des Wachstumsprozesses. InAs wird dabei auf GaAs (001) im Stranski-Krastanow-Modus [SK37] aufgewachsen. Das Wachstum erfolgt gitterfehlangepasst, da die Gitterkonstante von InAs um 7% größer ist als die von GaAs. Die erste, verspannt aufwachsende, Monolage (ML) In-

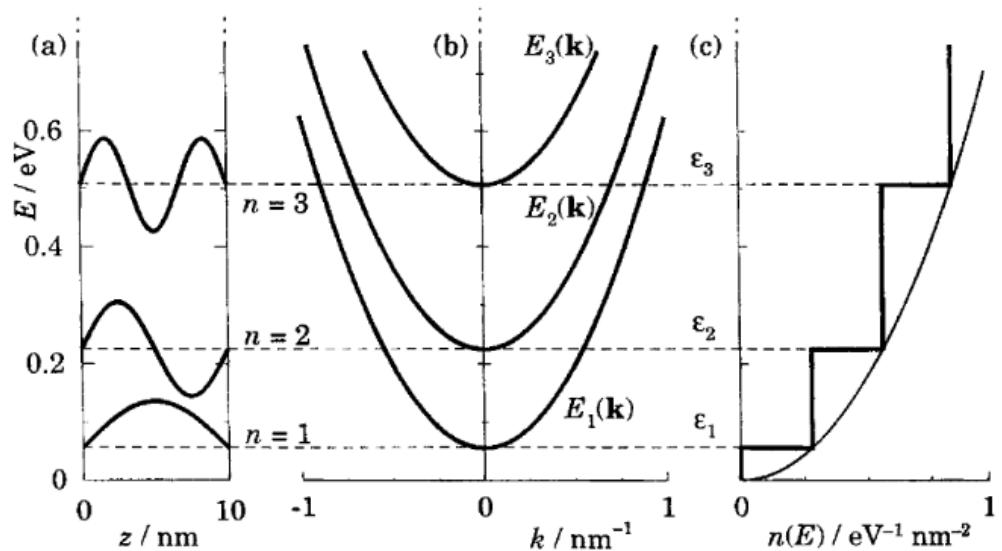


Abbildung 3: (a) Energieniveaus im unendlich hohen Potentialtopf zur Veranschaulichung der Quantisierung in  $z$ -Richtung (Wachstumsrichtung). (b) Parabelförmige Subbandenergien. Summe aus Quantisierungsenergien in  $z$ -Richtung und der kinetischen Energie in der  $x$ - $y$ -Ebene. (c) Stufenförmige Zustandsdichte des zweidimensionalen Systems. Parabel stellt zum Vergleich die Zustandsdichte im uneingeschränkten, dreidimensionalen Fall dar. Quelle:[Dav97].

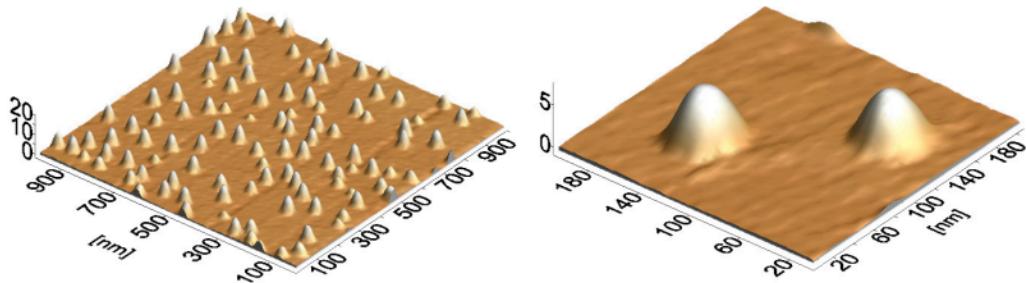


Abbildung 4: STM-Aufnahme von InAs-Quantenpunkten. Quelle: [Wib06]

As wird als Benetzungsschicht<sup>5</sup> bezeichnet. Erst nachdem die gesamte GaAs-Oberfläche mit einer ML InAs bedeckt ist beginnt das Wachstum einer zweiten ML, die jedoch spontan in InAs-Inselwachstum umschlägt [BGL99]. Ab der sog. kritische Bedeckung  $\Theta_k \approx 1.5\text{ML}$  [LPP94][Ger92] wird so die Verspannungsenergie der Benetzungsschicht abgebaut. Die so entstehenden Inseln werden als selbstorganisierte InAs-Quantenpunkte bezeichnet. Quantenpunkte lassen sich auch mittels EBL<sup>6</sup> [Ash96] oder AFM<sup>7</sup> [RFH06] lithographisch definieren. Diese Verfahren haben jedoch den Nachteil, dass Quantenpunkte nur einzeln oder in sehr geringen Dichten manuell prozessiert werden können. Für selbstorganisierte Quantenpunkte können hingegen Dichten von bis zu  $10^{11}\text{cm}^{-2}$  erreicht werden.

Zur elektronischen Charakterisierung wird das epitaktische Schichtwachstum mit GaAs fortgeführt und die Quantenpunkte eingebettet, was zu einem dreidimensionalen Einschlusspotential führt.

### 2.2.1 Energiestruktur im Einteilchenbild

Durch die Einschränkung von Ladungsträgern in allen drei Raumrichtungen zeigen Quantenpunkte ein diskretes Energiespektrum.

Hier soll ein einfaches Modell vorgestellt werden, das Quantenpunkte als zweidimensionalen harmonischen Oszillatoren beschreibt. Es ermöglicht ebenfalls die

<sup>5</sup>engl. Wetting Layer

<sup>6</sup>Electron Beam Lithography

<sup>7</sup>Atomic Force Microscopy

Aufspaltung der Ladezustände im Magnetfeld zu beschreiben. Komplexere Beschreibungen im Rahmen der 8-Band  $k \cdot p$ -Theorie berücksichtigen wesentlich mehr Parameter wie Form und Größe der Quantenpunkte und Verspannungen im Kristall in der Umgebung der Quantenpunkte [Pry98] [SGB99], sind aber mathematisch deutlich schwieriger zu handhaben.

Die Ausdehnung von InAs-Quantenpunkten in Wachstumsrichtung  $z$  liegt typischerweise im Bereich weniger nm, wohingegen in der  $x$ - $y$ -Ebene etwa 20nm erreicht werden. Durch dieses ungleiche Verhältnis bestimmt das Einschlusspotential in  $x$ - $y$ -Richtung im wesentlichen die Energiestruktur. Es wird davon ausgegangen, dass in  $z$ -Richtung nur der Grundzustand besetzt ist. Die Energiestruktur in  $x$ - $y$ -Ebene wird durch die Schrödinger-Gleichung für den zweidimensionalen harmonischen Oszillator beschrieben. Mit  $\mathbf{r} = (x, y)$  gilt:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{1}{2} m \omega_0^2 (x^2 + y^2) \right] \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}) . \quad (6)$$

Orthonormierte Lösungsfunktionen für den zweidimensionalen harmonischen Oszillator liefern Hermite-Funktionen  $h_{nm}(x, y)$ , welche ein Produkt aus Hermite-Polynomen und der Gauß-Verteilung mit geeigneter Normierung sind [Bro08]. Für den Grundzustand ergibt sich:

$$\psi_0(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi} l_0} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \frac{(x^2 + y^2)}{l_0^2} \right] . \quad (7)$$

Dabei ist  $l_0 = \sqrt{\hbar/m\omega_0}$  die charakteristische Oszillatordicke, welche etwa dem Durchmesser der Quantenpunkte entspricht.

Nach [Foc28] [Dar31] ergeben sich die Energieeigenwerte in Abhängigkeit eines angelegten Magnetfeldes  $B$  zu:

$$E_{nl}^B = (2n + |l| + 1) \hbar \omega_{\text{eff}} + \frac{1}{2} l \hbar \omega_c . \quad (8)$$

Dabei ist  $n = 0, 1, 2, \dots$  die radiale Quantenzahl und  $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  die Drehimpulsquantenzahl. Die effektive Frequenz  $\omega_{\text{eff}} = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{1}{4} \omega_c^2}$  setzt sich

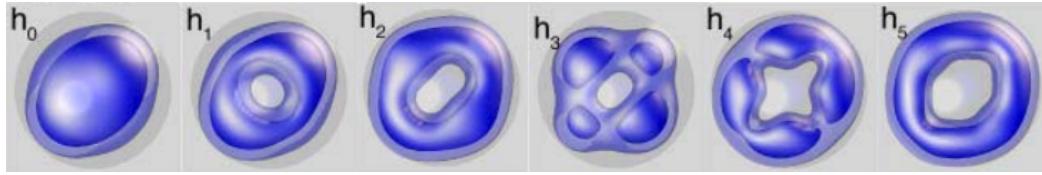


Abbildung 5: Einteilchen-Wellenfunktionen für Lochzustände von linsenförmigen ( $d = 5\text{nm}$ ,  $h = 20\text{nm}$ ) InAs/GaAs Quantenpunkten nach [BZWV06]. Die dunkelblaue Oberfläche (innen) schließt den Bereich ein, in dem sich das Loch zu 45% aufhält. Die hellblaue (äußere) Oberfläche schließt 75% ein.

zusammen aus der magnetfeldabhängigen Zyklotronfrequenz  $\omega_c = eB/m$  und der Eigenfrequenz  $\omega_0$  des harmonischen Oszillators.

Bei angelegten Magnetfeldern  $B > 0$  spalten nach Gleichung 8 für alle Zustände mit Drehimpulsen  $l \neq 0$  die Energien auf, wodurch sich die Entartung des  $p$ - und  $d$ -Zustands aufhebt. Zusätzlich werden alle Zustände im Magnetfeld durch den Term  $\omega_c$  zu höheren Energien verschoben. Abbildung 6 zeigt den Verlauf der Energien und deren Fock-Darwin-Aufspaltung für die Probe DO1881. Dabei wurde eine effektive Masse der Löcher in InAs  $m^* = 0.41 \cdot m_0$  [Kit05], sowie  $\hbar\omega_0 = 26.6\text{meV}$  [Bec10] angenommen. Die Verschiebung der Energien zu höheren Werten durch  $\omega_c$  ist auf der Abbildung kaum auszumachen. Die vergleichsweise hohe effektive Masse von Löchern in InAs führt zu einer Verringerung von  $\omega_c$ . Der direkte Vergleich von effektiver Lochmasse mit effektiver Elektronenmasse in InAs zeigt, dass die Energien durch  $\omega_c$  im Fall von Löchern nur  $\approx 1/6$  so stark verschoben werden wie bei Elektronen.

In Analogie zur Atomphysik werden die Zustände mit  $s$ ,  $p$  und  $d$  bezeichnet. Dabei ist  $\psi_{0,0}$  der  $s$ -Zustand und  $\psi_{0,\pm 1}$  der  $p$ -Zustand. Durch die zweifache Spinentartung ist somit die Gesamtentartung für  $s$  zweifach und für  $p$  vierfach.

### 2.2.2 Wechselwirkungsenergien

Das Modell des zweidimensionalen harmonischen Oszillators beschreibt ein System, das nur einen Ladungsträger aufnimmt. Die Lösung des Einteilchenproblems reicht jedoch nicht zur Beschreibung eines mehrfach beladenen Quan-

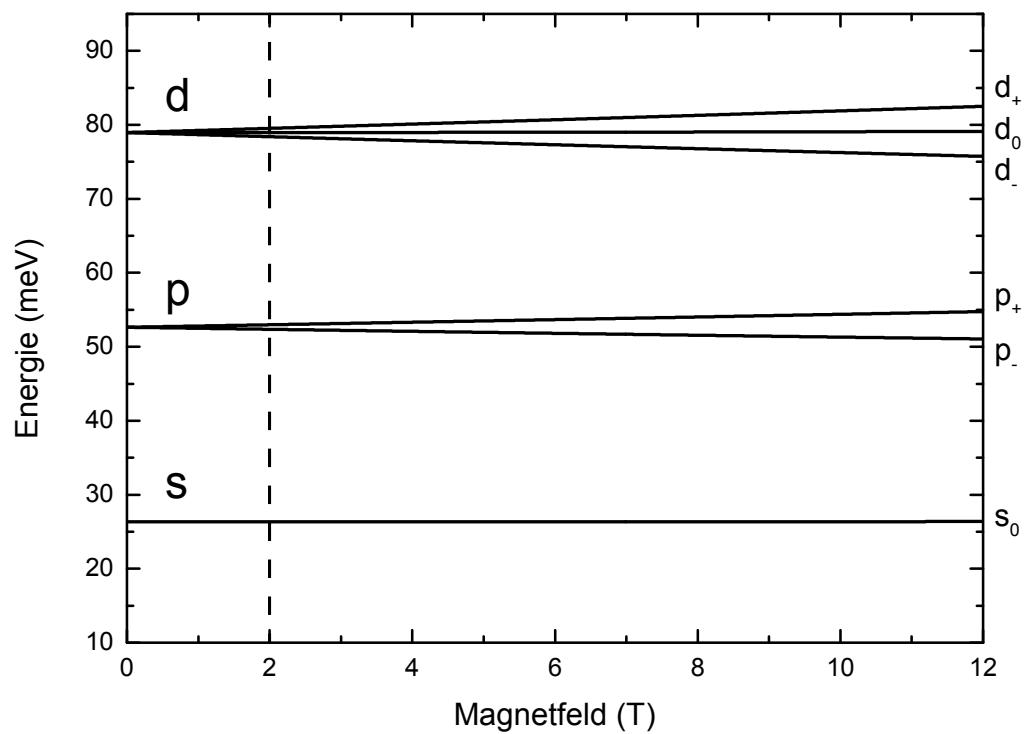


Abbildung 6: Berechnung der Energieniveaus nach Gleichung 8 in Abhängigkeit des angelegten Magnetfeldes. Nach [Bec10] wurde für die hier untersuchte Probe DO1881 mit  $\hbar\omega_0 = 26.6\text{meV}$  gerechnet. Für die effektive Masse der Löcher in InAs gilt  $m^* = 0.41 \cdot m_0$ .

tenpunkts aus. Ist beispielsweise ein Quantenpunkt einfach beladen, so erschwert diese Ladung, durch abstoßende Coulomb-Wechselwirkung, anderen gleichnamigen Ladungsträgern den Eintritt. Der zweite Ladungsträger muss also die zusätzliche Coulomb-Energie überwinden damit der Quantenpunkt weiter beladen werden kann. Befinden sich nun mindestens zwei Ladungsträger im System, so muss ebenfalls die Austauschenergie berücksichtigt werden. Durch die starke räumliche Einschränkung im Quantenpunkt kommt es zum Überlapp der Wellenfunktionen der Ladungsträger und damit zu einer Änderung der Gesamtenergie des Systems.

Zur Beschreibung eines Systems mit  $N > 1$  Teilchen muss die Schrödinger-Gleichung für  $N$  Teilchen gelöst werden. Diese berücksichtigt zusätzlich zu Einteilchenenergien auch Wechselwirkungen der Teilchen untereinander. Die Schrödinger-Gleichung für  $N$  Teilchen lautet:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \sum_{i=1}^N \nabla_i^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i^2 + \frac{e^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_{i,j \neq i}^N \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \right] \psi(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N) = E_N \psi(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N) . \quad (9)$$

Mit dem Hartree-Fock-Ansatz können Orbitalenergien und Vielteilchen-Wellenfunktionen näherungsweise berechnet werden. Dabei wird die Vielteilchen-Wellenfunktion als antisymmetrisiertes Produkt von Einteilchen-Wellenfunktionen dargestellt. Die Näherung berücksichtigt direkte Coulomb-Wechselwirkung und indirekte Austauschwechselwirkung zwischen Ladungsträgern gleichen Spins. Korrelationswechselwirkung zwischen Ladungsträgern mit unterschiedlichem Spin bleibt hingegen unberücksichtigt [SO89].

Unter der Voraussetzung, dass die Coulomb-Energie  $E_{ij}^C$  im Vergleich zur Quantisierungs-Energie klein ist, lässt sich das Modell von Warburton *et al.* [WMD<sup>+</sup>98] verwenden. Die Coulomb-Energie geht dabei als Störung des Systems ein und kann mittels quantenmechanischer Störungstheorie [Gas03] berücksichtigt werden. Als Ergebnis für  $E_{ij}^C$  und  $E_{ij}^X$  erhält man für zwei Ladungsträger an den

Orten  $\mathbf{r}_1$  und  $\mathbf{r}_2$ :

$$E_{ij}^C = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int \int \frac{|\psi_i(\mathbf{r}_1)|^2 |\psi_j(\mathbf{r}_2)|^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} d^3\mathbf{r}_1 d^3\mathbf{r}_2 , \quad (10)$$

$$E_{ij}^X = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int \int \frac{\psi_i^*(\mathbf{r}_1)\psi_j^*(\mathbf{r}_2)\psi_i(\mathbf{r}_2)\psi_j(\mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} d^3\mathbf{r}_1 d^3\mathbf{r}_2 . \quad (11)$$

Die Gesamtenergie  $E_N$  eines Systems aus  $N$  Teilchen erhält man aus der Summe der Fock-Darwin-Energien  $E_{nl}^i$  (siehe Gleichung 8) und den Wechselwirkungsenergien aller  $N$  Teilchen. In einer weiteren Näherung werden darüber hinaus nur die Paarbeiträge von  $E_{ij}^C$  und  $E_{ij}^X$  aufsummiert, statt  $N$  Ladungsträger wechselwirken zu lassen:

$$E_N = \sum_i^N E_{nl}^i + \frac{1}{2} \sum_{i,j \neq i}^N (E_{ij}^C + E_{ij}^X) . \quad (12)$$

Das Warburton-Modell erlaubt dadurch die Berechnung der Energieniveaus in Quantenpunkten als rationale Vielfache der Coulomb-Energie  $E_{ss}^C$  zwischen den beiden  $s$ -Zuständen  $s_1$  und  $s_2$ . Eine ausführliche Tabelle der entsprechenden Werte findet sich in [WMD<sup>+</sup>98].

## 2.3 Gekoppeltes System (2DHG - Quantenpunkte)

Die Beladung von Quantenpunkten über ein gekoppeltes Ladungsträger-Reservoir wird in diesem Abschnitt behandelt. Dabei wird der Einfluss der angelegten Gatespannung auf die Valenzbandkante diskutiert und der Begriff des geometrischen Hebelarms erläutert.

### 2.3.1 Geometrischer Hebelarm

Das System aus Gate, Quantenpunktschicht und 2DHG-Rückkontakt stellt einen Plattenkondensator dar (siehe Abbildung 7). Gate und Rückkontakt bilden dabei die äußeren Platten und haben den Abstand  $d_1 + d_2$ . Die Quantenpunkt-

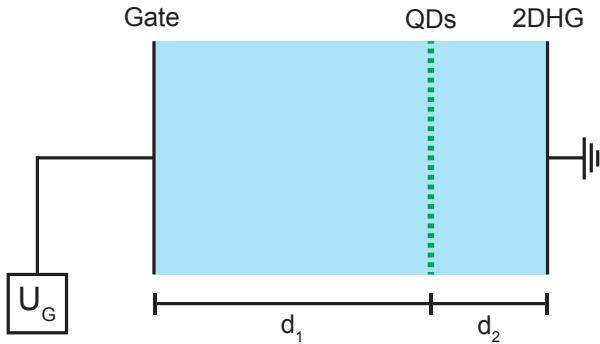


Abbildung 7: Der Plattenkondensator als einfaches Modell zur Beschreibung der Energieänderung  $\Delta E_{\text{QD}}$  in der Quantenpunktschicht durch Anlegen einer Gatespannung.

schicht liegt eingebettet zwischen Gate und Rückkontakt. Wobei  $d_1$  der Abstand zwischen Quantenpunktschicht und Gate ist und  $d_2$  der Abstand zwischen Quantenpunktschicht und Rückkontakt. Liegt nun eine Spannung  $U_G$  zwischen Gate und Rückkontakt an, so lässt sich der Spannungsabfall  $U_{\text{QD}}$  zwischen Gate und Quantenpunktschicht, unter Annahme eines linearen Spannungsverlaufs, wie folgt schreiben

$$U_{\text{QD}} = \frac{d_2}{d_1 + d_2} \cdot U_G \quad (13)$$

Durch die anliegende Gate-Spannung wird die Energie  $E_{\text{QD}}$  am Ort der Quantenpunktschicht geändert und zwar um

$$\Delta E_{\text{QD}} = \frac{d_2}{d_1 + d_2} \cdot e U_G \quad (14)$$

Der von *Drexler et al.* eingeführte Hebelarm  $\lambda$  ist genau der geometrieabhängige und dimensionslose Faktor, mit dem die anliegende Gatespannung in die Energieänderung der Quantenpunktschicht umgerechnet werden kann [DLH<sup>+</sup>94]. Der geometrische Hebelarm ist definiert als

$$\lambda = \frac{d_1 + d_2}{d_2} \quad (15)$$

Setzt man nun die Definition aus Gleichung 15 in Gleichung 14 ein, so erhält man

$$\Delta E_{\text{QD}} = \frac{e U_G}{\lambda} \quad (16)$$

Bei Gleichung 16 handelt es sich um eine sehr einfache Näherung. Es wird nicht berücksichtigt, dass das Innere des Kondensators eine Heterostruktur aus verschiedenen Materialien mit unterschiedlichen Schichtdicken ist. Durch genaue Kenntnis der Schichtdicken, z.B. aus dem Wachstumsprotokoll, und Dielektrizitätskonstanten kann die Näherung verbessert werden.

Der Hebelarm für die hier verwendete Probe DO1881 wurde in der Arbeit von *Beckel* [Bec10] als  $\lambda = 12.1$  angegeben. Dieser Wert wurde durch lineare Regression aus einem berechneten Bandkantenverlauf, unter Berücksichtigung der Flächenladung der Quantenpunkte, ausgerechnet.

### 2.3.2 Beladung von Quantenpunkten

In Abschnitt 2.2.2 wurde ein Ausdruck für die Gesamtenergie  $E_N$  eines Quantenpunkts in Abhängigkeit seiner Besetzungszahl  $N$  gefunden (siehe Gleichung 12). Um dem Quantenpunkt einen weiteren Ladungsträger hinzuzufügen, muss dieser über die entsprechende Energie verfügen um die Coulomb-Blockade zu überwinden.

In dem hier betrachteten System stellt der 2DHG-Rückkontakt Ladungsträger zur Verfügung. Die Löcher im Reservoir verfügen über die Energie  $E_F$ . In einem einfachen Modell (siehe Abbildung 8) kann über den Hebelarm  $\lambda$  (siehe Gleichung 15) durch Änderung der anliegenden Gatespannung  $U_G$  die Bandkante hebelartig verschoben werden. Der Hebel setzt dabei am 2DHG an, da dort durch die hohe lokale Ladungsträgerdichte das Gatefeld abschirmt. Durch die hohe Ladungsträgerdichte im Rückkontakt bleibt ebenfalls die Fermi-Energie bei Änderung der Gatespannung näherungsweise unverändert<sup>8</sup>.

Aus den Gleichungen 12 und 16 ergibt sich die Gesamtenergie  $E_N^{\text{Ges}}$ , die zusätzlich zu  $E_N$  auch die angelegte Gatespannung  $U_G$  berücksichtigt. Geht man davon aus das die Energie der Ladungsträger im Rückkontakt gepinnt ist, die

---

<sup>8</sup>Man spricht in diesem Zusammenhang auch von *Fermi-Pinning*.

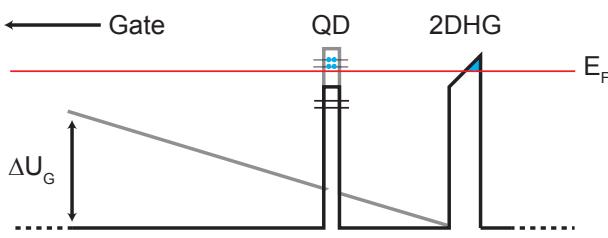


Abbildung 8: Beladung eines Quantenpunkts mit Löchern aus 2DHG-Rückkontakt (schematisch). Löcher im Rückkontakt haben die Energie  $E_F$ . Durch Änderung der Gatespannung lässt sich die Bandkante energetisch verschieben. Die Fermi-Energie bleibt fixiert.

Quantenpunkte jedoch gatespannungsabhängig nach dem Hebelarmgesetz beeinflusst werden, so ergibt sich:

$$E_N^{\text{Ges}} = E_N - N \frac{e}{\lambda} U_G \quad . \quad (17)$$

Siehe dazu auch [WMD<sup>+</sup>98]. Da die Fermi-Energie fixiert ist, kann die weitere Beladung des Quantenpunkts nur stattfinden, wenn die Energie  $E_N^{\text{Ges}}$  über die Gatespannung verändert wird. Befinden sich  $N$  Ladungsträger im Quantenpunkt und es soll ein weiterer hinzugefügt werden, so muss die Gatespannung so eingestellt werden, dass  $E_{N+1}$  auf einer Höhe liegt mit der Fermi-Energie. Es muss also für ein Beladung von  $N \rightarrow N + 1$  gelten:

$$E_N^{\text{Ges}} = E_N - N \frac{e}{\lambda} U_G = E_{N+1}^{\text{Ges}} = E_F \quad . \quad (18)$$

Ist diese Bedingung erfüllt, so ist das entsprechende Quantenpunkt-Niveau auf einer energetischen Höhe mit dem 2DHG. Die Ladungsträger im Rückkontakt sehen nun einen freien Zustand im Quantenpunkt und versuchen diesen zu besetzen. Die Beladung erfolgt über resonantes Tunneln, wobei die Tunnelwahrscheinlichkeit bzw. die Tunnelzeiten stark von der Tunnelbarriere abhängen. Die Dicke der Tunnelbarriere geht exponentiell in die Tunnelzeit ein. Die Probe DO1881 wurde diesbezüglich von *Beckel* [Bec10] untersucht. Die Tunnelzeiten sind abhängig von der angelegten Gatespannung und liegen etwa im Bereich von Sekunden.



## 3 Experiment

### 3.1 Probenmaterial (DO1881) und Prozessierung

Die in dieser Arbeit verwendete Probe wurde aus dem Probenmaterial DO1881 prozessiert. Die  $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$  Halbleiterschichtstruktur wurde von der Firma *Innolume GmbH* mittels MBE gewachsen.

Die Schichtfolge der Probe ist in Abbildung 9 dargestellt. Eine 8nm hohe GaAs-Schicht bildet zwischen dem  $\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$  einen Leitkanal, der ein 2DHG ausbilden kann. Eine 30nm hohe, mit Kohlenstoffatomen akzeptordotierte Schicht ( $p=2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ) stellt Löcher als Ladungsträger für das 2DHG zur Verfügung. Dotierung und 2DHG sind durch einen undotierten  $\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$  Spacer getrennt. Das reduziert die Coulomb-Streuung im 2DHG durch die ionisierten Störstellen [DSGW78]. Die selbstorganisierten InAs Quantenpunkte sind von einer GaAs-Matrix umgeben. Eine 10nm dicke  $\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$  Schicht zwischen 2DHG und Matrix dient als Tunnelbarriere. Vom Hersteller ist die Quantenpunktdichte mit  $N_{\text{QD}} \approx 3 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  angegeben.

An der *TU Berlin* wurde das Probenmaterial zu einer Transistorstruktur prozessiert. Der Leitkanal ist zusätzlich mit Kontakten zur Messung von Längs- und Querspannung ausgestattet, die Hall-Messungen ermöglichen. Für die Rückkontakte wurde zuerst eine 7.5nm Schicht aus Nickel als Haftvermittler aufgedampft. Darauf folgen 250nm Zink und 350nm Gold. Durch den Einlegierungsprozess diffundieren Zinkatome aus der aufgedampften Metallschicht in das Probenmaterial und stellen so elektrischen Kontakt mit dem 2DHG her (Abbildung 11). Zur Einlegierung wurde die Probe in Stickstoffatmosphäre für 3 Minuten auf 300°C erwärmt. Das Gate besteht aus einer 7.5nm Nickel-Schicht die von 350nm Gold bedeckt ist. Das Gate hat die Ausmaße  $L = 740\text{nm}$  sowie  $b = 310\text{nm}$  und damit eine Fläche von  $A_G \approx 2.3\text{mm}^2$ . Mit der Quantenpunktdichte  $N_{\text{QD}}$  ergeben sich damit etwa  $6.9 \cdot 10^7$  Quantenpunkte, die von der Gatefläche bedeckt werden.

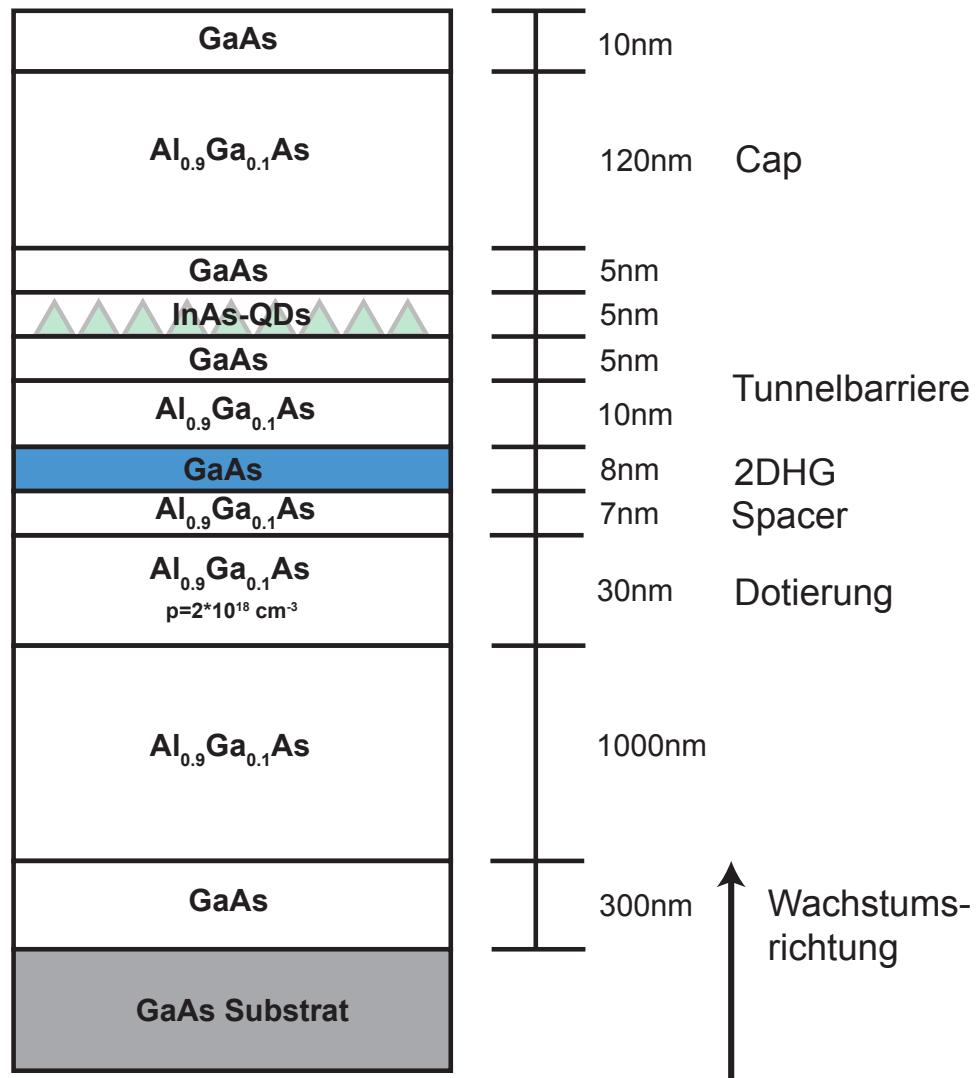


Abbildung 9: Schichtfolge des Probenmaterials DO1881.

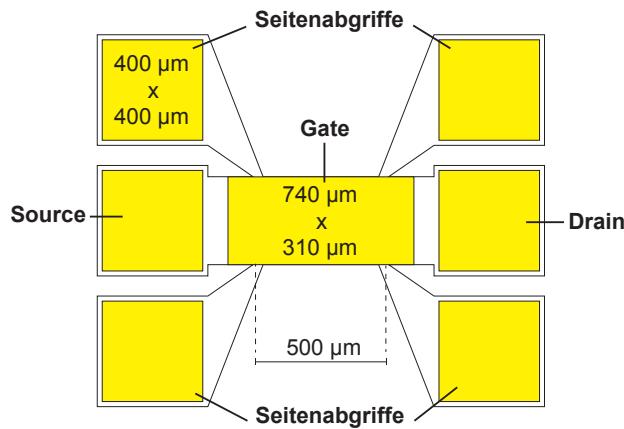


Abbildung 10: Draufsicht (schematisch) der prozessierten Probe. Die Seitenabgriffe haben in Längsrichtung einen Abstand von  $d = 500\mu\text{m}$  und in Querrichtung  $h = 310\mu\text{m}$ . Unter der Gatefläche  $A_G \approx 2.3\text{mm}^2$  liegt ein Ensemble von etwa  $6.9 \cdot 10^7$  Quantenpunkten.

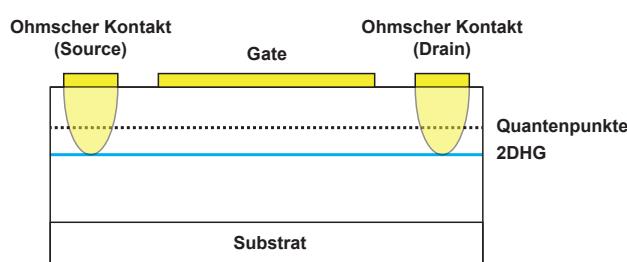


Abbildung 11: Seitenansicht (schematisch) nach Einlegierung. Durch das Einlegieren diffundiert Zink aus der aufgedampften Metallschicht (Ni-Zn-Au) durch das Probenmaterial und stellt elektrischen Kontakt mit dem 2DHG her.

## 3.2 Zeitaufgelöste Transportmessung

In diesem Abschnitt soll das Messprinzip der zeitaufgelösten Transportmessung erläutert werden. Es wird dabei prinzipiell eine Hall-Messung durchgeführt, wobei jedoch die Messgrößen  $U_x$  und  $U_y$  zeitabhängig aufgenommen werden. Es kommt hinzu, dass der Leitkanal von einem Gate bedeckt ist. Bei der Untersuchung von Probenmaterial das eine Quantenpunktschicht zwischen Gate und 2DHG Leitkanal einschließt, kann durch systematisches Anlegen geeigneter Gatespannungen die Quantenpunktschicht beladen werden. Die Beladung erfolgt durch resonantes Tunneln von Ladungsträgern aus dem 2DHG in die Quantenpunktschicht. Die Tunnelprozesse zwischen Leitkanal und Quantenpunkten beeinflussen die Messsignale  $U_x$  und  $U_y$ . Durch Untersuchung der Kurven  $U_x(t)$  und  $U_y(t)$ , den sog. Transienten, können die Transportparameter des Leitkanals unter Einfluss nahegelegener, geladener Quantenpunkte bestimmt werden.

### 3.2.1 Messaufbau

Abbildung 12 zeigt schematisch die Verschaltung des Messaufbaus. Die fertig prozessierte Probe befindet sich auf einem Chipcarrier, welcher es ermöglicht die Probe über ein standardisiertes Interface zu kontaktieren. Zur Befestigung der Probe auf dem Chipcarrier wird eine geringe Menge Silberleitlack als Haftmittel verwendet. Die Kontakte der Probe werden mit denen des Chipcarriers durch einen halbautomatischen Bonder verbunden. Der Chipcarrier samt Probe wird dann in einen temperaturregelbaren Probenstab (VTI<sup>9</sup>) eingebaut und in einem Badkryostat durch flüssiges Helium abgekühlt. Der Badkryostat verfügt über eine supraleitende Spule, mit der senkrecht zur Probe homogene Magnetfelder zwischen 0 und 12T angelegt werden können.

Die hier verwendeten Messungen wurden bei den Temperaturen 1.5K, 4K, 7.5K, 15K, 30K und 40K durchgeführt. Das konstante Magnetfeld betrug bei allen Messungen 2T.

---

<sup>9</sup>Variable Temperature Insert

Die Spannungsmessungen wurden aufgrund des schwachen Signals mit Differentialverstärkern vom Typ *DLPVA-100*<sup>10</sup> für  $U_x$  und *SR560*<sup>11</sup> für  $U_y$  verstärkt. Deren Ausgangssignale wurden von einer A/D Wandlertkarte des Typs *NI PCIe-6351*<sup>12</sup> mit 1kHz aufgenommen.

Der konstante Strom von  $I_{SD} = 20\mu A$  wurde dem Leitkanal mit einer Stromquelle vom Typ *Keithley 2400*<sup>13</sup> aufgeprägt.

Um die Gatespannungen durchzufahren wurde ein Funktionsgenerator vom Typ *AFG3021B*<sup>14</sup> verwendet. Dieser legt rechteckige Spannungspulse am Gate an. Eine Pulsfolge besteht aus zwei Spannungen, die jeweils 100s am Gate anliegen. Der Spannungswchsel erfolgt vom Gerät in 50ns, passiert durch das RC-Glied von Gate und Leitkanal jedoch erst im Bereich von  $\mu s$ . Der erste Puls liegt immer bei 1.5V um die Quantenpunkte vollständig zu entladen. Darauf folgt ein Ladepuls. Die Schrittgröße der Ladespannung beträgt  $\Delta U_G = 20mV$  und geht von 1.48V bis -1V.

Ein Computerprogramm automatisiert die Gatespannungsfolgen und die Aufnahme der Messwerte. Zur Minimierung des Rauschens wurde jede Spannungsfolge mehrmals gemessen und die Mittelwerte bestimmt, sowie ein 100kHz Tiefpassfilter am Verstärker eingeschaltet.

### 3.2.2 Messung im Nichtgleichgewicht

Die in dieser Arbeit verwendeten Messdaten stammen aus sog. Nichtgleichgewichtsmessungen. Diese zeichnen sich durch eine besondere Wahl der Gatepulsfolge  $U_G(t)$  aus, die hier genauer beschrieben werden soll.

Durch das Anlegen einer Gatespannung verändert sich die Bandstruktur im inneren der Probe. Die Ladungsträger der Gateelektrode verursachen ein elektrisches Feld, welches den Bandkantenverlauf hebelartig verschiebt.

---

<sup>10</sup>Femto Messtechnik GmbH

<sup>11</sup>Stanford Research Systems, Inc.

<sup>12</sup>National Instruments Germany GmbH

<sup>13</sup>Keithley Instruments GmbH

<sup>14</sup>Tektronix, Inc.

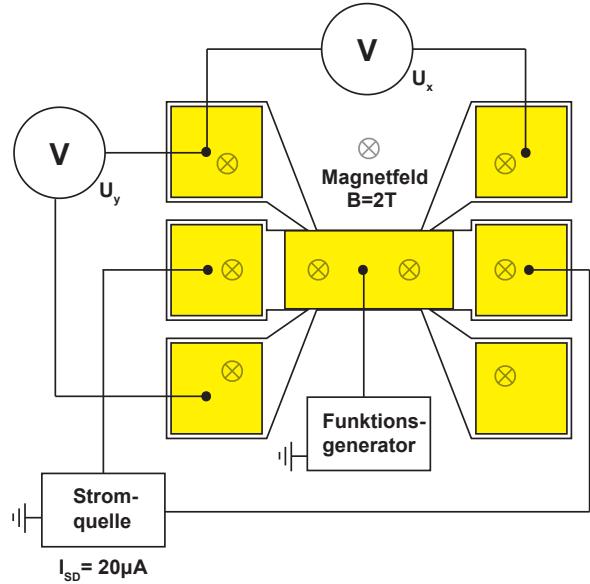


Abbildung 12: Verschaltung des Messaufbaus (schematisch). Zwischen den Seitenabgriffen werden längs und quer die Spannungen  $U_x$  und  $U_y$  gemessen, während dem Leitkanal ein konstanter Strom  $I_{SD} = 20\mu\text{A}$  aufgeprägt wird und senkrecht zur Probe ein Magnetfeld  $B = 2\text{T}$  anliegt.

Abbildung 13 zeigt dies schematisch anhand eines Ausschnitts des Valenzbands der hier verwendeten Probe. Im Dreieckseinschluss oberhalb der Fermi-Energie  $E_F$  befindet sich das 2DHG. Die ersten sechs Ladezustände der Quantenpunkte sind durch waagerechte Linien angedeutet. Im Fall der Probe DO1881 liegen bei  $U_G = 1.5\text{V}$  alle Ladezustände weit unterhalb der Fermi-Energie und sind damit unbesetzt. Eventuell besetzte Ladezustände würden sich in Sekunden über die Tunnelkopplung in die GaAs Schicht des 2DHG entladen, da dort energetisch günstigere freie Zustände für die Löcher verfügbar sind. Durch Verringerung der Gatespannung wird der Bandkantenverlauf in Richtung Fermi-Energie verschoben. Erreicht ein Ladezustand dabei die energetische Höhe des 2DHG, so ist dieser an das Reservoir von Löchern gekoppelt. In diesem Fall wird über die Tunnelkopplung der entsprechende Ladezustand des Quantenpunkts besetzt.

In einer Nichtgleichgewichtsmessung wird am Gate ein Rechteckspuls angelegt. Zuerst liegt dabei eine Spannung  $U_{\text{Ent}}$  an, bei der die Energie der Löcher unterhalb der Fermi-Energie liegen und die Quantenpunkte sich somit entladen. Die Dauer  $\Delta t_{\text{Ent}}$  wird so gewählt, dass eine nahezu vollständige Entladung der Quantenpunkte erreicht wird. Es erfolgt ein Sprung der Ga-

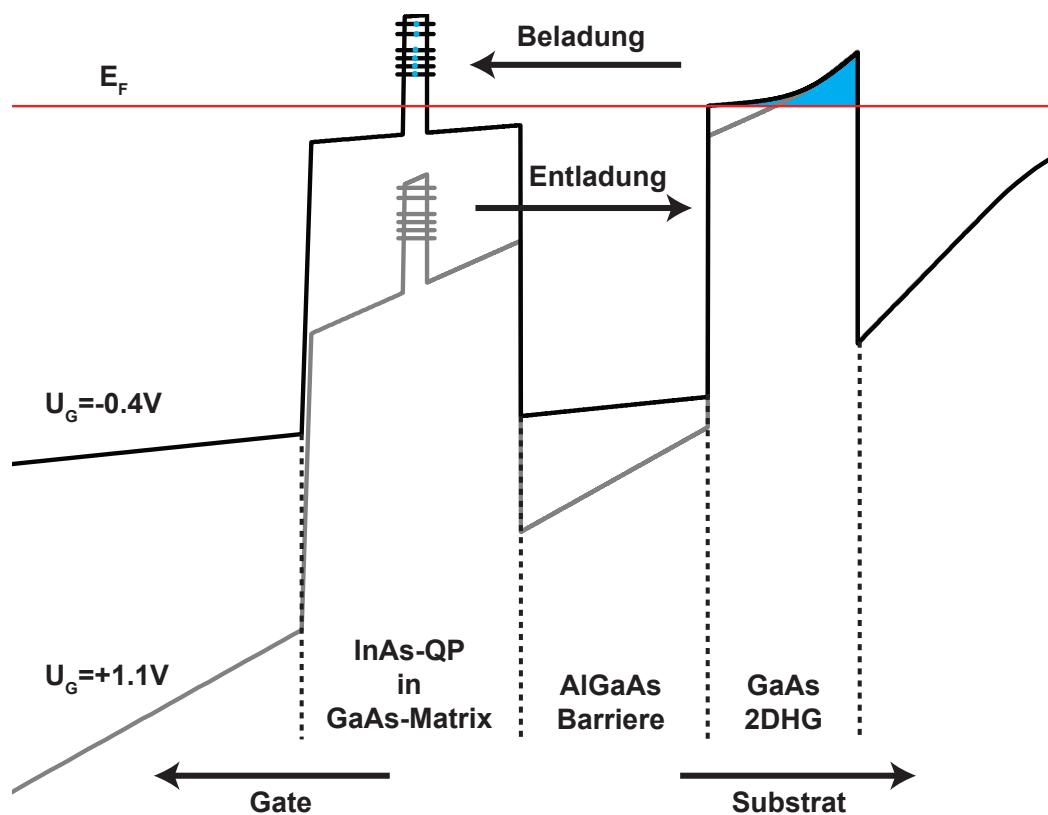


Abbildung 13: Hebelartige Verschiebung der Valenzbandkante (schematisch). Bandkante wird gatespannungsabhängig verschoben. Ladezustände der Quantenpunktsschicht entladen sich unterhalb von Fermi-Energie  $E_F$  in die GaAs Schicht des 2DHG. Oberhalb von  $E_F$  werden die Quantenpunkte aus dem 2DHG mit Löchern beladen.

tespannung um  $\Delta U_G$  auf ein Potential, welches die Energie der Löcher in den Quantenpunkten gegenüber denen im 2DHG erniedrigt. Auf dieser Spannung  $U_G - \Delta U_G$  verbleibt das Gate für eine ausreichende Zeit  $\Delta t_{Bel}$ , bis eine eventuelle Beladung abgeschlossen ist und sich Quantenpunktschicht und 2DHG durch die Tunnelkopplung im Gleichgewicht befinden. Danach geht es zurück auf die Gatespannung  $U_{Ent}$  bis zur nahezu vollständigen Entladung und die Prozedur beginnt erneut. Die Ladespannung verändert sich bei jedem Durchlauf um  $\Delta U_G$ , bis der gewünschte Spannungsbereich einmal komplett durchlaufen ist. Es werden dabei durchgehend die Spannungen  $U_x(t)$  und  $U_y(t)$  aufgenommen.

Abbildung 14 zeigt beispielhaft die Transienten  $U_x(t)$  für gewählte Gatespannungen der Probe DO1881 bei  $T = 1.5\text{K}$ . Die Beladetransienten auf der rechten Seite zeigen das Verhalten der Spannung über dem 2DHG Leitkanal. Nach Umschaltung der Gatespannung fällt  $U_x$  zunächst steil ab. Dieser Abfall erklärt sich durch die Ladungsträgerdichteänderung im 2DHG. Das Gatepotential wird nach der Entladung stets zu niedrigeren und schließlich zu negativen Werten verändert. Da es sich bei der Probe um ein Lochsystem handelt, wird dadurch die Ladungsträgerdichte erhöht und in Folge fällt der Widerstand im Leitkanal. Darauf folgt ein Anstieg, der von der Gatespannung abhängt. Je niedriger die Gatespannung, desto höher der Anstieg. Die Spannungsdifferenz zwischen dem Minimum, direkt nach Umschaltung der Gatespannung, und dem Sättigungswert am Ende der Transiente ist gegeben durch:

$$\Delta U_x = U_{x1} - U_{x0} \quad . \quad (19)$$

Somit ist  $\Delta U_x$  ein Maß für die Höhe des Anstiegs in der Transiente. Durch die Tunnelkopplung werden Löcher aus dem 2DHG in die Quantenpunkte umgeladen, bis das System sich im Gleichgewicht befindet. Diese Erniedrigung der Ladungsträgerdichte erhöht den Widerstand im Leitkanal und damit auch die Spannung  $U_x$ . Weiterhin sättigen mit steigender Gatespannung die Transienten deutlich schneller, obwohl bei größeren Gatespannungssprüngen insgesamt mehr Ladungsträger umgeladen werden. Dies hängt mit der Verringerung der Tunnelbarriere für höhere Gatespannungen zusammen. Der nä-

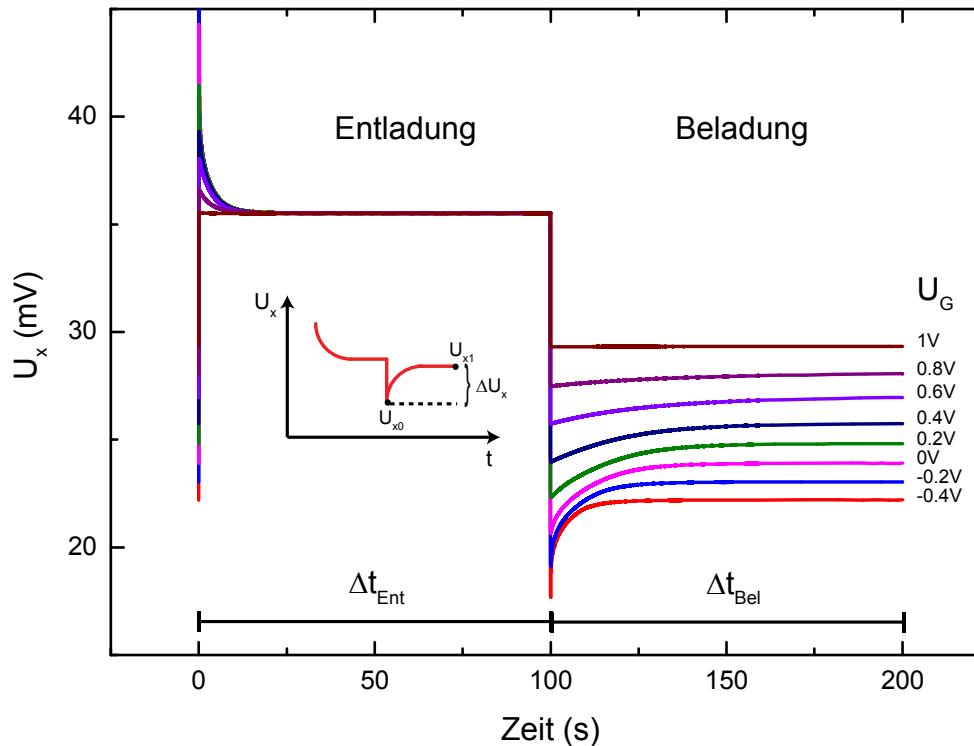


Abbildung 14: Transienten  $U_x$  für ausgewählte Gatespannungen. Der rechte Teil zeigt das Verhalten bei Beladung der Quantenpunkte. Das Inset zeigt wie die Spannungsdifferenz  $\Delta U_x$  bestimmt wird.

herungsweise dreieckige Verlauf des Valenzbands im Bereich des 2DHG wird durch die Gatespannung zu höheren Energien verbogen (siehe auch Abbildung 13). Nach Berechnungen mit dem Programm *1D Poisson*<sup>15</sup> verringert sich die Tunnelbarriere durch die Bandverzerrung zwischen Entladespannung 1.5V und beladenem  $p_4$ -Niveau bei  $-0.4V$  absolut um etwa 3nm. Bei einer Tunnelbarriere von 15nm entspricht das einer Abnahme von 20%, wobei ein exponentieller Zusammenhang zwischen Barrierenbreite und Tunnelzeit besteht.

In den durchgeführten Messungen wurde  $U_{\text{Ent}} = 1.5V$  gesetzt. Dieser Wert muss für die hier verwendete Probe über ca. 1.1V liegen, denn dort beginnt in etwa die Beladung des  $s_1$  Ladezustands. Die Zeiten  $\Delta t_{\text{Ent}}$  und  $\Delta t_{\text{Bel}}$  liegen bei

<sup>15</sup><http://www.nd.edu/~gsnider/>

jeweils 100s. Diese Zeiten hängen stark von der Tunnelbarriere ab. Das Material DO1881 hat Tunnelzeiten in der Größenordnung von Sekunden [Bec10], daher müssen  $\Delta t_{\text{Ent}}$  und  $\Delta t_{\text{Bel}}$  entsprechend hoch gewählt werden. Die Spannungsschritte liegen bei  $\Delta U_G = 20\text{mV}$ .

### 3.2.3 Spektren

Aus den Transienten  $U_x(t)$  und  $U_y(t)$  für verschiedene Gatespannungen, können Kurven  $U_{x0}(U_G)$ ,  $U_{x1}(U_G)$  bzw.  $U_{y0}(U_G)$ ,  $U_{y1}(U_G)$  generiert werden. Abbildung 15 zeigt diese Kurven beispielhaft bei  $T = 1.5\text{K}$ . Die gestrichelten Kurven zeigen das Spannungsverhalten über dem Leitkanal direkt nach Umschaltung der Gatespannung, also im Nichtgleichgewicht. Umladungsprozesse haben noch nicht stattgefunden und die benachbarte Quantenpunktschicht ist daher unbeladen. Die durchgezogenen Linien zeigen das System im Gleichgewicht. Die Ladungsträgerdichte ist reduziert und die Quantenpunktschicht ist entsprechend der eingestellten Gatespannung beladen.

Die Differenz der Kurven nach Gleichung 19 ist im Inset dargestellt. Mit fallender Gatespannung wird diese größer, da mehr Quantenpunkte beladen werden. Es gilt:

$$\Delta U_{x/y}(E) \propto \Delta n(E) \propto \int_E^{E+\Delta E} D(E)f(E, T)dE . \quad (20)$$

Die Energie  $E$  wird in den Messungen durch Änderung der Gatespannung  $U_G$  eingestellt. Über den Hebelarm  $\lambda$  (siehe Gleichung 16) lassen sich Gatespannungsdifferenzen umrechnen in Energiedifferenzen. Die in Gleichung 20 verwendete Energie  $E$  ist somit proportional zur Gatespannung  $U_G$ . Die Größe  $D(E) \propto D(U_G)$  ist die Zustandsdichte der Quantenpunktschicht. Aus Gleichung 20 folgt:

$$\frac{d}{dU_G} \Delta U_{x/y}(U_G) \propto D(U_G) . \quad (21)$$

Durch Ableitung der Kurven  $\Delta U_{x/y}$  nach der Gatespannung erhält man also Kurven, die proportional zur Zustandsdichte der Quantenpunktschicht sind.

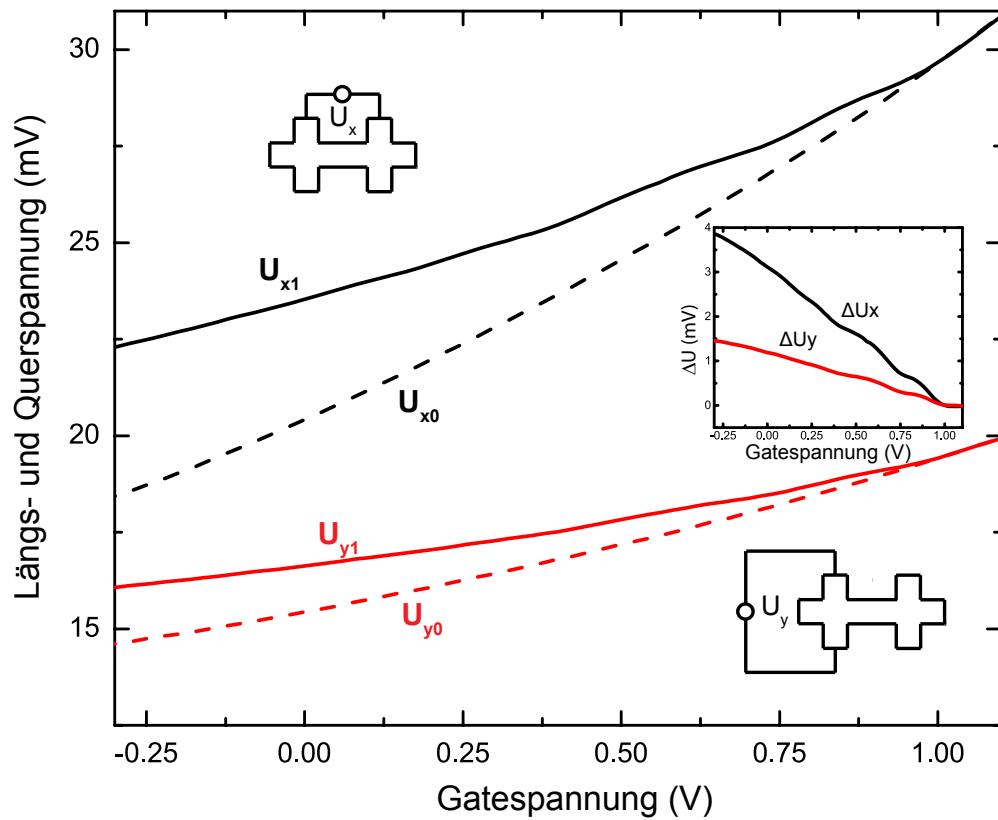


Abbildung 15:  $U_{x0/y0}$  und  $U_{x1/y1}$  bei  $T = 1.5\text{K}$  aufgetragen gegen die Gatespannung. Das Inset zeigt die Differenzen der Kurven  $\Delta U_{x/y}$ .

Abbildung 16 zeigt solch eine Kurve beispielhaft für  $T = 1.5\text{K}$ . Das Spektrum zeigt deutlich erkennbar die Peaks der ersten sechs Ladezustände. Da die Lochenergie zu negativen Spannungen zunimmt wird das Spektrum mit  $-1$  multipliziert. Das Kippen der Spektren geschieht aus Konvention. Die Spektren stellen sich so ähnlicher zu denen von Elektronensystemen dar, die man in der Literatur bisher wesentlich häufiger findet.

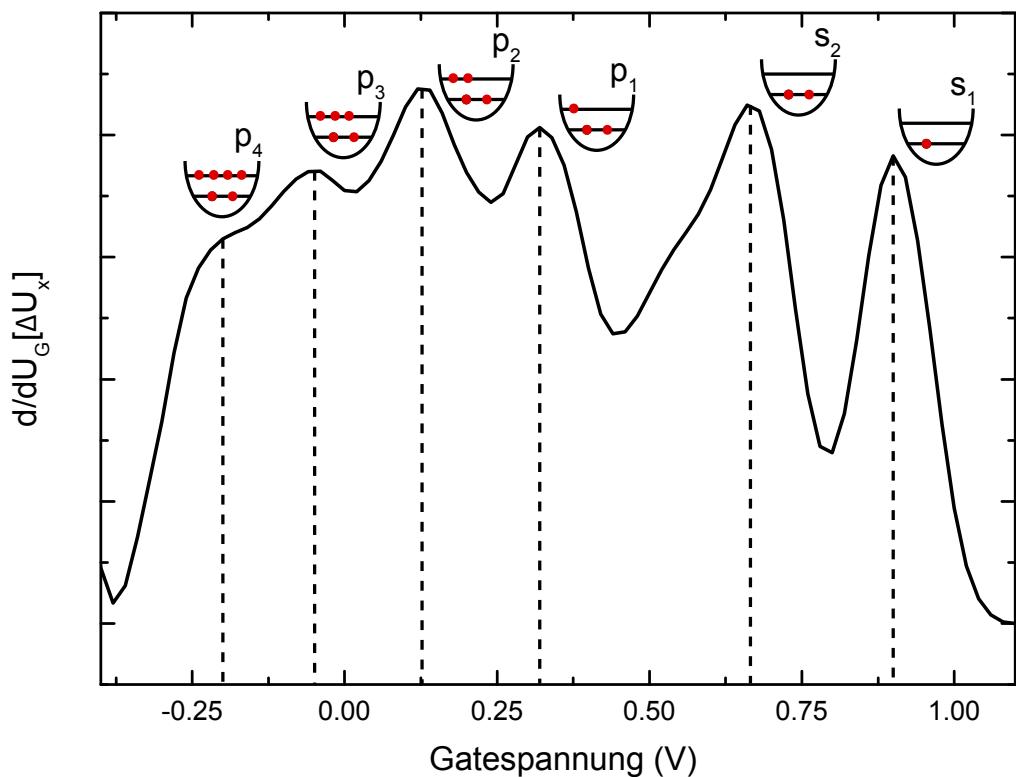


Abbildung 16:  $d/dU_G [\Delta U_x]$  aufgetragen gegen die Gatespannung. Die Kurve ist proportional zur Zustandsdichte  $D(E)$  der InAs-Quantenpunktschicht. Senkrechte Linien markieren die Maxima.

## 4 Auswertung und Diskussion

Ziel dieser Auswertung ist die Untersuchung des Einflusses von geladenen Quantenpunkten auf die Transporteigenschaften eines gekoppelten 2DHG. Dazu wird das Verfahren der zeitaufgelösten Transportmessung verwendet, welche es ermöglicht simultan Quer- und Längsspannung zeitabhängig am 2DHG zu messen, während die Quantenpunkte beladen werden.

Zuerst werden die Messdaten aus der neuen Nichtgleichgewichtsmessung mit Daten aus der bewährteren Gleichgewichtsmessung verglichen. Danach wird der Einfluss der 4-Punkt Spannungsmessung auf den Ladezustand der Quantenpunktschicht untersucht und diskutiert. Im nächsten Abschnitt wird dann die Ladungsträgerdichteänderung während der Beladung der Quantenpunkte untersucht. Dabei liegt der Fokus auf der Abschirmeigenschaft der geladenen Quantenpunktschicht und der Frage, ob diese Abschirmung die Ladungsträgerdichte wesentlich beeinflusst. Zuletzt wird dann die Bewegung genauer untersucht. Anhand der Messdaten wird eine Auswertungsmethode vorgestellt, die es erlaubt den Einfluss von Ladungsträgerdichte und Streuung durch geladene Quantenpunkte auf die Beweglichkeit des 2DHG zu trennen.

### Anmerkung zur Nomenklatur

In der folgenden Auswertung tauchen immer wieder die Indizes 0 und 1 an Spannungen und Transportparametern auf. Hier soll die Bedeutung der Indizes vereinbart werden.

Die zeitaufgelösten Transportmessungen liefern Längsspannung  $U_x(t)$  und Quer- spannung  $U_y(t)$ . Aus diesen Größen werden alle Transportparameter berechnet. Anhand des Beispiels  $U_x(t)$  soll in der Abbildung 17 verdeutlicht werden, wofür diese Indizes stehen.

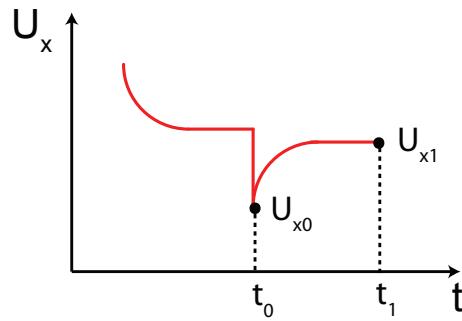


Abbildung 17: Schema zur Verdeutlichung der Bedeutung der Indizes 0 und 1. Mit 0 indizierte Größen wurden im Nichtgleichgewicht ausgewertet und mit 1 indizierte Größen im Gleichgewicht.

$U_{x0}$  liegt bei  $t_0 = 12\text{ms}$ , der Gatepuls wurde gerade umgeschaltet. Da die Tunnelzeit der Probe im Bereich von Sekunden liegt, haben vor 12ms kaum Umladungen stattgefunden. Man kann in sehr guter Näherung davon ausgehen, dass Umladeprozesse zwischen 2DHG Leitkanal und Quantenpunkten erst in diesem Moment beginnen. Der Index 0 bedeutet, dass die zugehörige Größe im Nichtgleichgewicht ausgewertet wurde.

$U_{x1}$  liegt bei  $t_1 = 200\text{s}$  am Ende der Transiente. An diesem Punkt sind die Quantenpunkte bereits entsprechend des angelegten Gatepotentials beladen. Das gekoppelte System aus Quantenpunkten und 2DHG befindet sich im Gleichgewicht. Der Index 1 bedeutet, dass die zugehörige Größe im Gleichgewicht ausgewertet wurde.

## 4.1 Spektren aus dem Nichtgleichgewicht

Alle Messergebnisse, die im Verlauf dieser Arbeit verwendet werden, stammen aus zeitaufgelösten Transportmessungen. Es gibt bereits einige Arbeiten in denen zeitaufgelöste Transportmessungen erfolgreich benutzt wurden. Meist wurde dabei in 2-Punkt bei konstanter Spannung über dem Leitkanal nahe am Gleichgewicht gemessen [Bec10] [MBL<sup>+</sup>11] [NMH<sup>+</sup>11]. Da das Ziel dieser Arbeit die Untersuchung der Transporteigenschaften eines 2DHG ist, wurden 4-Punkt-Messungen bei konstantem Magnetfeld durchgeführt. Der Versuch war dabei so aufgebaut, dass Längsspannung  $U_x$  und Querspannung  $U_y$  bei konstantem Strom durch den Leitkanal gemessen werden konnten. Es kommt hinzu, dass alle Messungen im Nichtgleichgewicht durchgeführt wurden.

Ziel dieses Abschnitts ist die Diskussion der Unterschiede zwischen 4-Punkt-Spannungsmessung und 2-Punkt-Strommessung. Da für zeitaufgelöste Transportmessungen die anliegende Gatespannung verändert werden muss, ändert sich auch die abfallende Spannung über dem Leitkanal. Dies beeinflusst den Ladezustand der Quantenpunktschicht und wird daher näher untersucht.

### 4.1.1 Vergleich mit Gleichgewichtsmessung

Für die späteren Teile der Auswertung wurden ausschließlich Messdaten aus Nichtgleichgewichtsmessungen verwendet. In diesem Abschnitt werden diese Messdaten mit denen aus Gleichgewichtsmessungen verglichen und Unterschiede diskutiert. Dabei werden zwei verschiedene Gleichgewichtsmessungen an der gleichen Probe zum Vergleich herangezogen. Zum einen selbstgemessene Daten, die aus 4-Punkt-Spannungsmessungen stammen. Zum anderen ältere Messdaten der gleichen Probe, die in 2-Punkt-Strommessungen aufgenommen wurden [Bec10].

Tabelle 1 zeigt die Ergebnisse eines Vergleichs der Messdaten aus dem Nichtgleichgewicht (Spalte  $U_{NGG}$ ) und zweier Gleichgewichtsmessungen (Spalten  $U_{GG1}$  und  $U_{GG2}$ ). Die Messungen, die  $U_{NGG}$  und  $U_{GG1}$  zugrunde liegen sind 4-Punkt Spannungsmessungen, die im Rahmen dieser Diplomarbeit entstanden sind. Die Positionen der Maxima wurden durch Nullstellenanalyse der

Tabelle 1: DO1881 bei  $T \approx 4K$ . Vergleich gefundener Maxima der Ladespannungen und absolute Abweichungen. Die 2-Punkt Strommessungen stammen aus [Bec10]. Die Angaben (V) und (I) in der ersten Zeile stehen für Spannungs-, bzw. Strommessung.

|       | 4-Punkt (V)   | 4-Punkt (V)   | Abweichung       | 2-Punkt (I)   | Abweichung       |
|-------|---------------|---------------|------------------|---------------|------------------|
| Peak  | $U_{NGG}$ [V] | $U_{GG1}$ [V] | $\Delta U_1$ [V] | $U_{GG2}$ [V] | $\Delta U_2$ [V] |
| $s_1$ | 0.91          | 0.85          | +0.06            | 0.88          | +0.03            |
| $s_2$ | 0.67          | 0.60          | +0.07            | 0.64          | +0.03            |
| $p_1$ | 0.32          | 0.27          | +0.05            | 0.30          | +0.02            |
| $p_2$ | 0.13          | 0.08          | +0.05            | 0.11          | +0.02            |
| $p_3$ | -0.05         | -0.12         | +0.07            | -0.08         | +0.03            |
| $p_4$ | -0.23         | -0.3          | +0.07            | -0.28         | +0.05            |

abgeleiteten Spektren  $\frac{d^2}{dU_G^2} \Delta U_x$  ermittelt und verglichen mit Strommessungen nach [Bec10] (in Spalte  $U_{GG2}$ ). In den Spalten  $\Delta U_{1,2}$  wurde die Abweichung der Nichtgleichgewichtsmessung von den Gleichgewichtsmessungen berechnet. Dabei gilt:

$$\Delta U_{1,2} = U_{NGG} - U_{GG1,2} .$$

Betrachtet man die Maxima der Ladespannungen in Tabelle 1, so stellt man eine gute Übereinstimmung der verschiedenen Messmethoden fest. Die absoluten Abweichungen  $\Delta U_{1,2}$  zeigen, dass es eine Verschiebung zu höheren Gatespannungen gibt. Wie sich in Abschnitt 4.1.3 zeigen wird, können Verschiebungen und Verbreiterungen der Spektren auftreten, wenn der Widerstand im Leitkanal sich ändert.

#### 4.1.2 Präparation von Ladezuständen

In diesem Abschnitt werden die Gatespannungen gesucht, bei denen sich ein möglichst hoher Prozentsatz des Ensembles in einem gewünschten Ladezustand befindet. Von besonderem Interesse sind die Punkte, bei denen ein Großteil der Quantenpunkte sich genau in den Zuständen  $s_1$  bis  $p_4$  befindet.

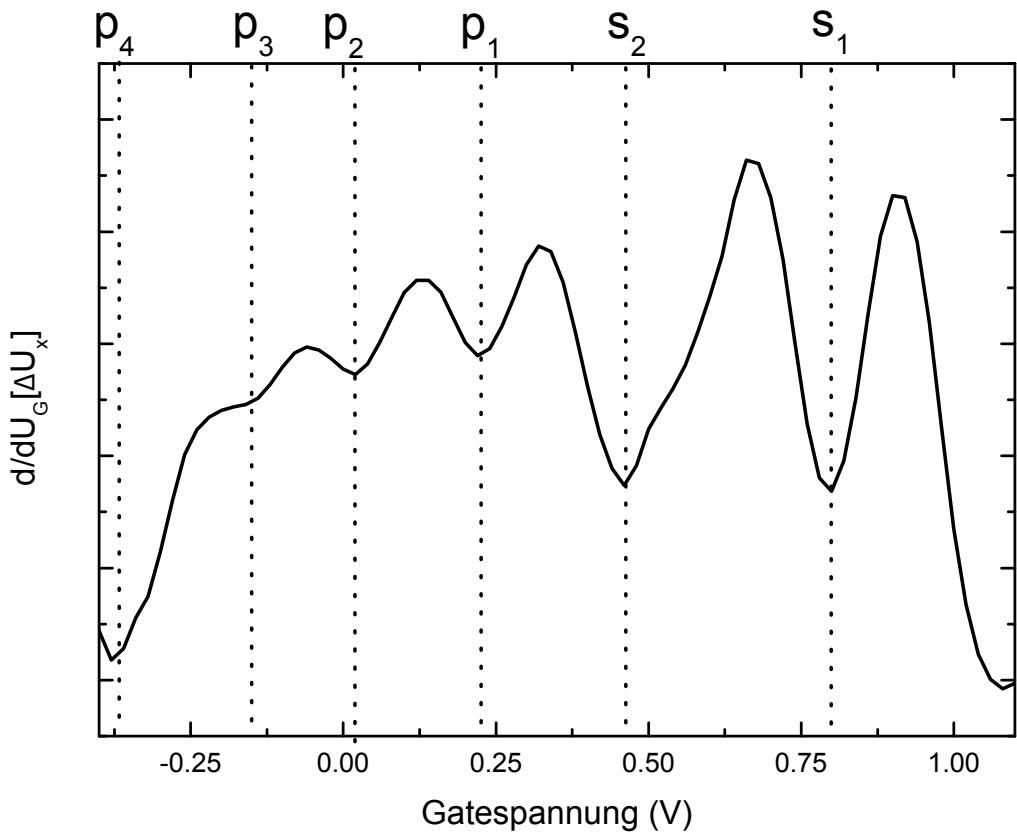


Abbildung 18: Spektrum  $d/dU_G [\Delta U_x]$  aufgetragen gegen die Gatespannung. Gatespannungen bei denen  $s_1$  bis  $p_4$  nahezu vollständig beladen sind, wurden durch senkrechte Linien (gestrichelt) markiert. Dieses Spektrum stammt aus einer Messung bei  $T = 1.5\text{K}$ .

Tabelle 2: Gatespannungen bei denen Ensemble-Zustände  $s_1$  bis  $p_4$  beladen sind.

| Temperatur [K] | $U_{s_1}$ [V] | $U_{s_2}$ [V] | $U_{p_1}$ [V] | $U_{p_2}$ [V] | $U_{p_3}$ [V] | $U_{p_4}$ [V] |
|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1.5            | 0.794         | 0.451         | 0.241         | 0.011         | -0.171        | -0.376        |
| 4              | 0.794         | 0.458         | 0.228         | 0.015         | -0.167        | -0.381        |
| 7.5            | 0.794         | 0.454         | 0.230         | 0.009         | -0.163        | -0.384        |
| 15             | 0.800         | 0.458         | 0.228         | 0.003         | -             | -             |
| 30             | 0.801         | 0.454         | 0.213         | 0.047         | -             | -             |
| 40             | 0.792         | 0.445         | 0.233         | 0.059         | -             | -             |

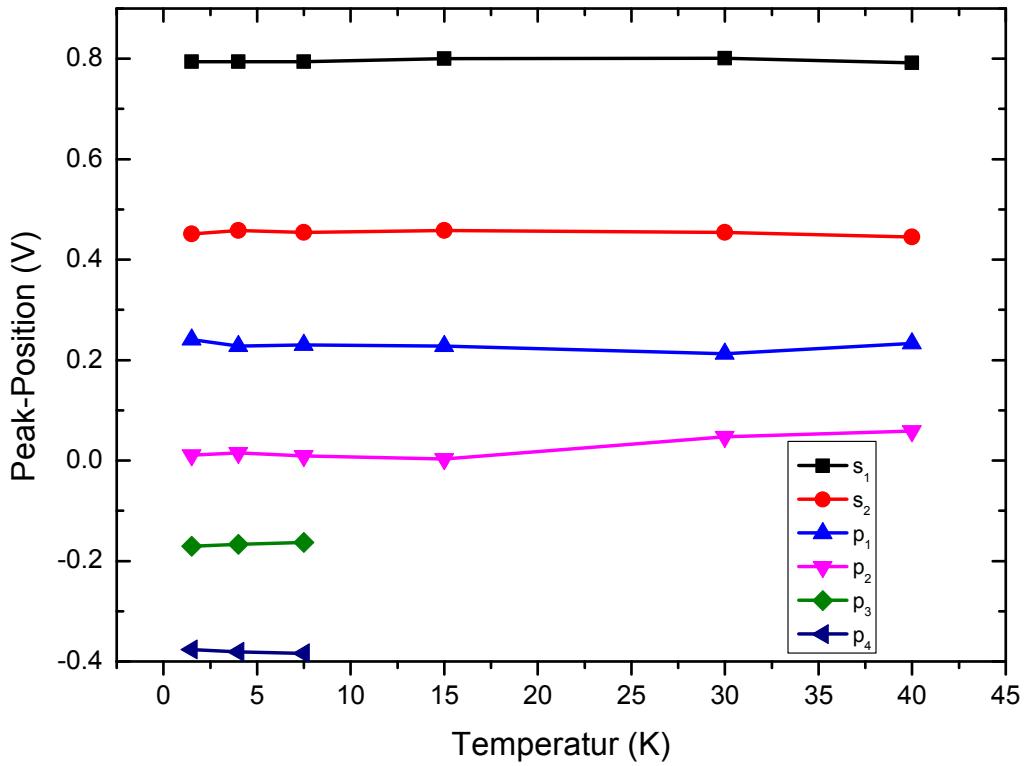


Abbildung 19: Gatespannungen bei denen sich die meisten Quantenpunkte des Ensembles im gleichen Ladezustand befinden.

Um die Gatespannungen zu bestimmen an denen  $s_1$  bis  $p_4$  im Mittel voll beladen sind, werden die Spektren genauer untersucht. Es reicht nicht aus die Gatespannungen der Maxima aus Tabelle 1 anzulegen, da so nur etwa die Hälfte des Ensembles entsprechend beladen wird. Abbildung 18 zeigt beispielhaft ein Spektrum, das bei 1.5K an der Probe DO1881 gemessen wurde. Die Minima zwischen den einzelnen Ladespannungen sind im Mittel voll beladene Ensemble-Zustände des jeweils, in Richtung höherer Gatespannung, benachbarten Maximums (siehe auch Abbildung 20). Durch Ableiten des Spektrums und Bestimmung der entsprechenden Nullstellen werden so die Gatespannungen der im Mittel voll beladenen Ensemble-Zustände gefunden. Tabelle 2 und Abbildung 19 fassen die Ergebnisse für verschiedene Temperaturen zusammen.

Besonders für die niedrigen Ensemble-Zustände  $s_1$ ,  $s_2$  und  $p_1$  ändern sich die

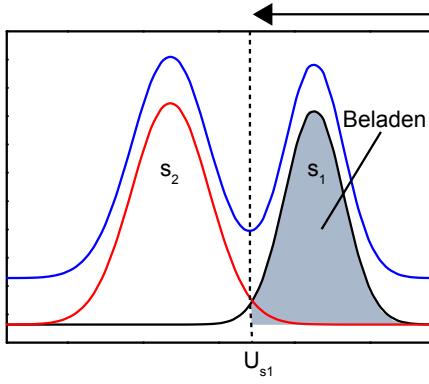


Abbildung 20: Gauß-Funktionen (rot, schwarz), sowie deren Überlagerung (blau). Senkrechte Linie (gestrichelt) markiert Minimum der Überlagerung bei Spannung  $U_{s1}$ . Blau markierter Bereich stellt den befüllten Anteil von  $s_1$  und  $s_2$  dar.

Positionen mit der Temperatur kaum. Allgemein liegen die Schwankungen im Bereich der Auflösung der Messung von  $\Delta U_G = 20\text{mV}$ . Zur späteren Auswertung wurde der Mittelwert der gefundenen Spannung aus den Messungen bei 1,5K, 4K und 7.5K gemittelt, da dort die Positionen der Minima mit der höchsten Genauigkeit bestimmt werden konnten.

#### 4.1.3 Verschiebung von Spektren aus zeitaufgelösten Transportmessungen

In diesem Abschnitt sollen die Spektren im Hinblick auf die verwendete Messmethode diskutiert werden. Es stellt sich heraus, dass zeitaufgelöste Transportmessungen Abhängig von der Source-Drain-Spannung verbreitert und verschoben sind. Wird dabei mit konstantem Source-Drain-Strom  $I_{SD}$  gemessen, so sind Verschiebung und Verbreiterung auch gatespannungsabhängig. Der Grund dafür wird ausführlicher diskutiert.

Abbildung 21 zeigt schematisch den Spannungsabfall im Leitkanal. Dieser bewirkt eine ortsabhängige Änderung des Ladezustands in der darüberliegenden Quantenpunktschicht. Die  $x$ -Achse laufe entlang des Leitkanals von Source nach Drain. Die Quantenpunktschicht spürt das ortsabhängige Potential  $\Phi_{2DHG}(x)$  und wird ungleichmäßig über die Länge des Leitkanals beladen. Das

Gesamtpotential  $\Phi_{\text{ges}}(x)$  in der Quantenpunktschicht ergibt sich zu:

$$\Phi_{\text{ges}}(x) = \Phi_G + \Phi_{\text{2DHG}}(x) .$$

Das angelegte Gate-Potential  $\Phi_G$  ist zwar konstant am Ort der Quantenpunktschicht, aber durch die Überlagerung mit  $\Phi_{\text{2DHG}}(x)$  liegt näherungsweise ein linear mit  $x$  abfallendes Potential an.

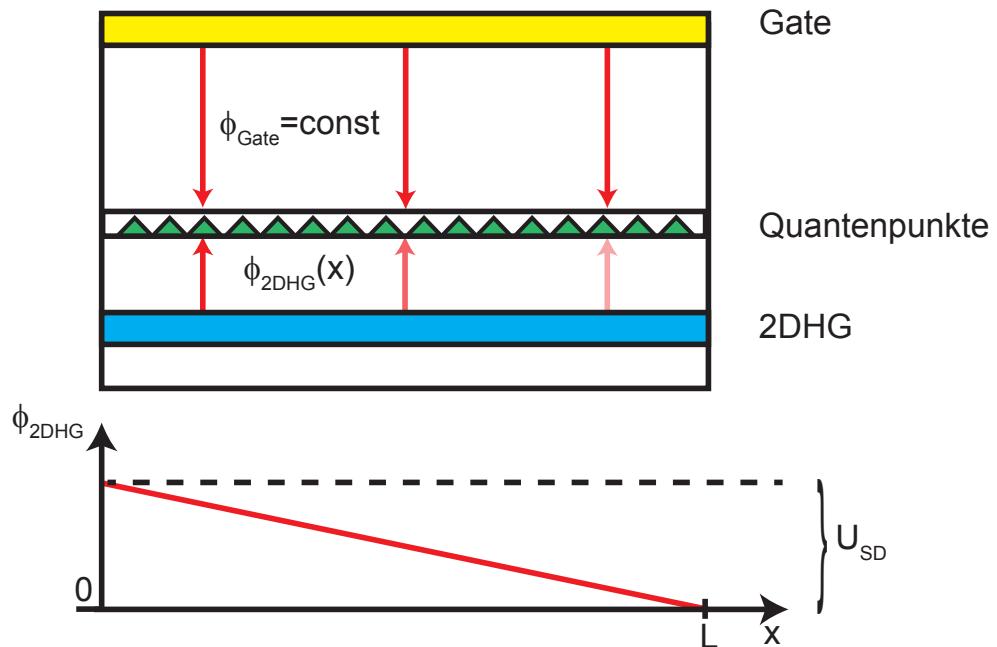


Abbildung 21: Vereinfachtes Schema der Probe (oben). Potenzialverlauf im 2DHG Leitkanal  $\Phi_{\text{2DHG}}(x)$  (unten). Die Quantenpunkte spüren ein konstantes Potential  $\Phi_G$  vom Gate, welches von dem ortsabhängigen Potential  $\Phi_{\text{2DHG}}(x)$  überlagert wird.

Bei einer 2-Punkt Strommessung mit konstanter Spannung  $U_{\text{SD}}$  führt dies zu einer Verbreiterung und Verschiebung des Spektrums, welche allerdings vom Widerstand des Leitkanals und damit der angelegten Gatespannung  $U_{\text{SD}}$  unabhängig ist. Denn auch wenn die Gatespannung verändert wird und sich damit durch die Ladungsträgerdichteänderung der Widerstand im Leitkanal ändert, so regelt die Spannungsquelle sich automatisch wieder auf  $U_{\text{SD}}$ . Gleiches gilt für die Temperatur. Die konstante Spannung  $U_{\text{SD}}$  hält so den Potentialverlauf

über dem Leitkanal immer gleich. Das Potential  $\phi_{\text{ges}}$  in der Quantenpunktschicht, über einem Leitkanal der Länge  $L$  (siehe Abbildung 21) wird also von  $\phi_{\text{2DHG}}(x) = (U_{\text{SD}}/L) \cdot x$  ortsabhängig verändert. Dadurch kommt es dazu, dass Quantenpunkte nahe des Drain-Kontaktes eine um  $U_{\text{SD}}$  kleinere Gatespannung sehen als die Quantenpunkte nahe des Source-Kontaktes.

Bei einer 4-Punkt Spannungsmessung mit konstantem Strom  $I_{\text{SD}}$  gilt im Prinzip das Gleiche. Auch hier sehen Quantenpunkte eine ortsabhängige Gatespannung, die von  $U_{\text{SD}}$  abhängt. Es kommt jedoch hinzu, dass  $U_{\text{SD}}$  hier nicht konstant geregelt ist, sondern selbst vom Widerstand im Leitkanal abhängt. Einflüsse wie Temperatur und Gatespannung verändern so den Potentialverlauf im Leitkanal und damit auch die Verschiebung und Verbreiterung der Spektren. Zwar ist  $U_{\text{SD}}(U_{\text{G}}, T)$  in diesem Versuchsaufbau keine Messgröße, lässt sich aber, wie in Abbildung 23 skizziert, aus Längsspannung  $U_x$  und Probengeometrie linear extrapolieren (siehe auch Gleichung 22).

Abbildung 22 zeigt eine Schar von Spektren für verschiedene Temperaturen. Gemessen wurde mit konstantem Strom. Es zeigt sich deutlich eine Verbreiterung der Spektren für steigende Temperaturen. Durch Streuung von Ladungsträgern an Phononen erhöht sich der Widerstand im Leitkanal, was die Spektren verbreitert und nach rechts verschiebt.

Es soll nun noch abgeschätzt werden wie stark die Spektren verschoben sind. Dazu wurden  $U_{\text{SD}0}$  und  $U_{\text{SD}1}$  aus  $U_{x0}$  und  $U_{x1}$  extrapoliert:

$$U_{\text{SD}0/1} = U_{x0/1} \cdot \frac{L}{d} = U_{x0/1} \cdot \frac{740\mu\text{m}}{500\mu\text{m}} \quad . \quad (22)$$

Das Spektrum für 1.5K wurde als Referenz genommen und die Verschiebung der Spektren höherer Temperaturen relativ dazu berechnet:

$$\delta U_{0/1,T} = U_{\text{SD}0/1,T} - U_{\text{SD}0/1,1.5\text{K}} \quad . \quad (23)$$

Aus diesen wurde dann der Mittelwert gebildet:

$$\delta U_T = \frac{\delta U_{0,T} + \delta U_{1,T}}{2} \quad . \quad (24)$$

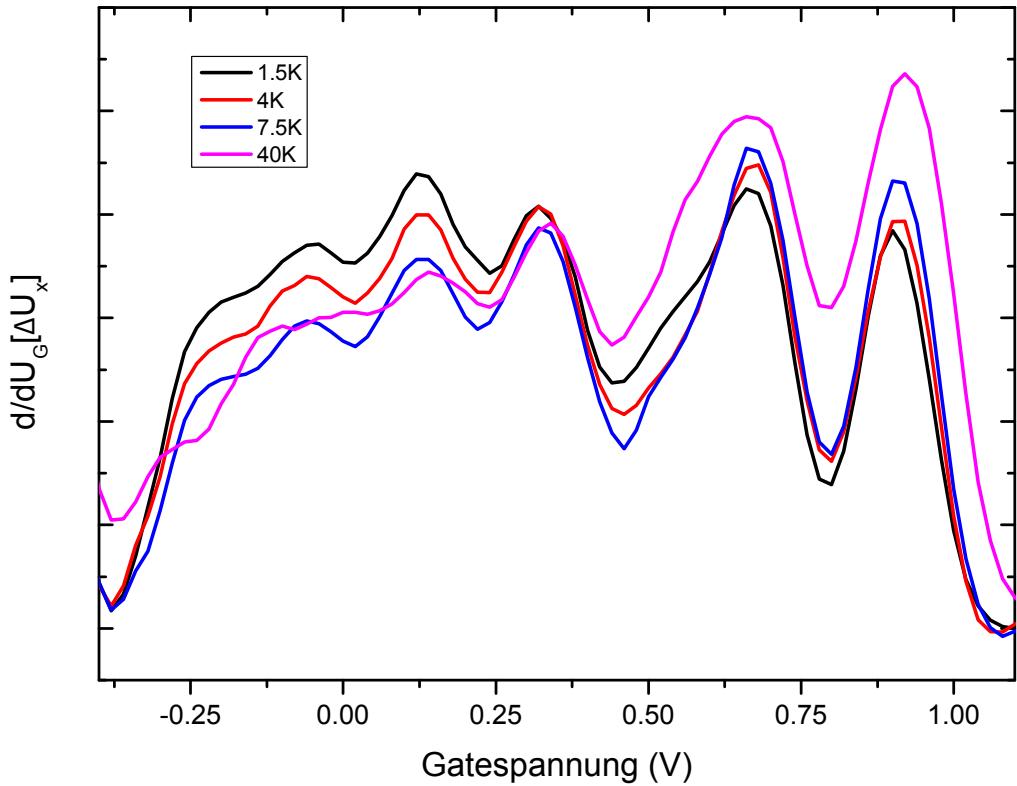


Abbildung 22: Vier Spektren für verschiedene Temperaturen. Verbreiterung und Verschiebung zu höheren Gatespannungen lässt sich deutlich an den Ladezuständen  $s_1$  und  $s_2$  erkennen.

In Abbildung 24 ist die Verschiebung der Spektren 4 bis 40K bezüglich dem 1.5K Spektrum gatespannungsabhängig aufgetragen. Die Einflüsse von Temperatur und Ladungsträgerdichte lassen sich anhand der Abbildung, zumindest teilweise, getrennt betrachten. Der Offset in  $y$ -Richtung stellt in erster Linie den temperaturabhängigen Teil dar. Durch Phononenstöße wird über dem gesamten Gatespannungsbereich der Widerstand im Leitkanal erhöht und die Kurven erfahren so mit steigender Temperatur eine Verschiebung zu höheren Spannungen und werden somit verbreitert. Die Form der Kurve hingegen wird jedoch auch durch die Ladungsträgerdichte bestimmt. Bei hohen Gatespannungen, also bei niedrigen Ladungsträgerdichten, fällt die Verschiebung stärker aus. Die Ladungsträgerdichte ist für alle Kurven bei gleicher Gatespannung in etwa gleich. Somit ist dort die Verschiebung am stärksten, wo wenige

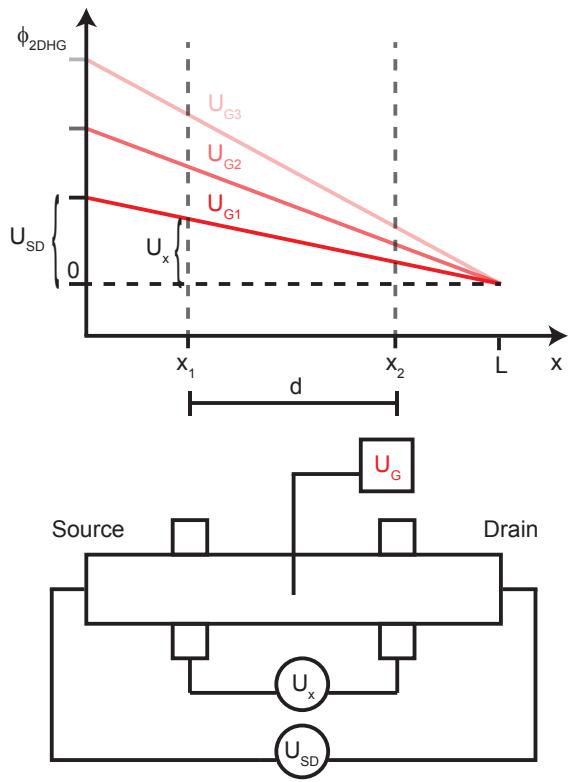


Abbildung 23: Veränderung der Spannung über dem Leitkanal durch Erhöhung der Gatespannung, bei Messungen mit konstantem Source-Drain Strom  $I_{SD}$  (oben). An den Positionen  $x_1$  und  $x_2$  liegen die Längsabgriffe.  $L$  ist die gesamte Länge des Gates und  $d$  der Abstand zwischen den Längsabgriffen. Mit Hilfe von  $U_x$  kann  $U_{SD}$  extrapoliert werden. Außerdem Schema der Hallbar auf der Lochprobe DO1881 (unten).

Ladungsträger von Phononen gestört werden.

Bei niedrigen Temperaturen von 4K und 7.5K ist die Verschiebung gegenüber dem 1.5K Spektrum sehr gering. Es scheint sogar so, dass über einen gewissen Bereich die Verschiebung negativ zu 1.5K ist. Berücksichtigt man die Messgenauigkeit, so ist es aber wahrscheinlicher, dass die Verschiebungen von negativen Gatespannungen bis etwa 0.5V null sind, da bei diesen Temperaturen zu wenige Phononen noch zu vielen Ladungsträgern gegenüberstehen. Ab etwa 0.5V und aufwärts erkennt man aber auch deutlich den Anstieg der Verschiebung.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass bei dieser Probe spätestens bei 15K die Temperatur die dominante Ursache für die Verschiebung und Verbreiterung der Spektren ist. Außerdem nimmt die Verschiebung im Bereich der hohen Gatespannungen etwas zu, da die geringe Anzahl von Ladungsträgern dort vergleichsweise stärker von der steigenden Temperatur gestört wird. So kommt es, dass besonders bei den Zuständen  $s_1$  und  $s_2$  im Spektrum die Verschiebung und Verbreiterung groß ist.

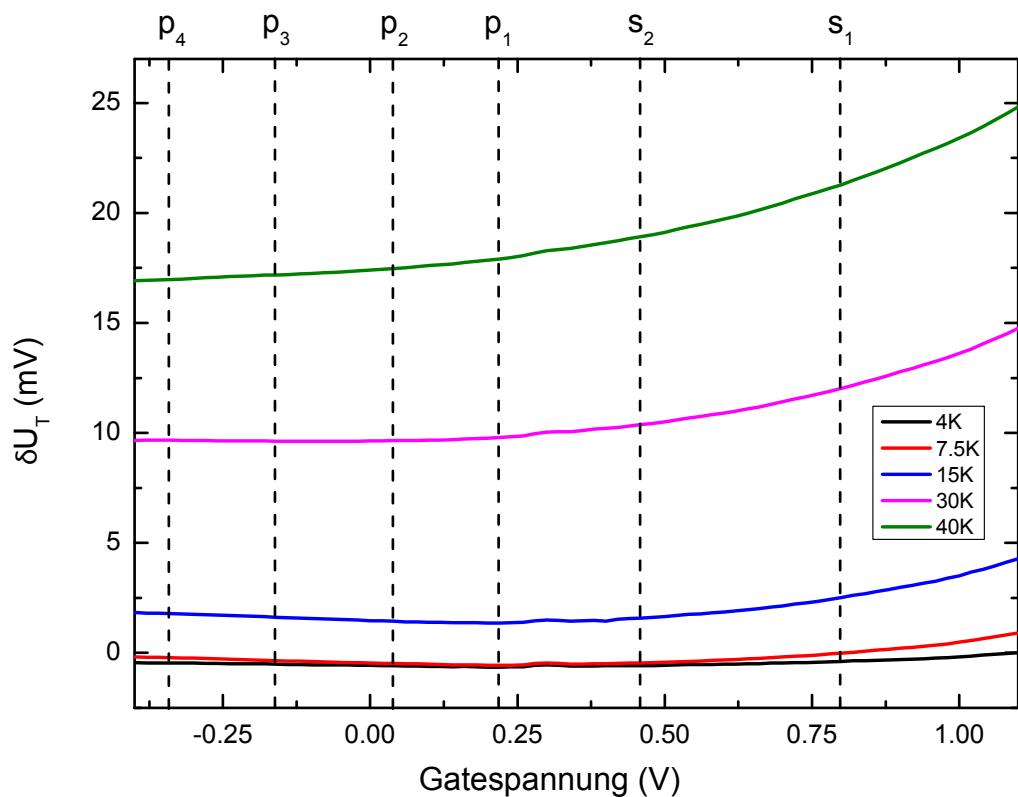


Abbildung 24:  $\delta U_T$  für verschiedene Temperaturen, aufgetragen gegen die Gatespannung.

## 4.2 Ladungsträgerdichte

Ziel dieses Abschnitts ist die Untersuchung der Ladungsträgerdichte als Vorbereitung für die Auswertung der Beweglichkeit. Es wird die Ladungsträgerdichte in Abhängigkeit der Gatespannung für verschiedene Temperaturen untersucht. Außerdem wird über die bekannte Quantenpunktdichte die Ladungsträgerdichteänderung abgeschätzt und mit den realen Messwerten verglichen. So soll abgeschätzt werden, wie stark die geladene Quantenpunktschicht das Gatefeld vom 2DHG abschirmt.

### 4.2.1 Ladungsträgerdichte mit und ohne Einfluss geladener Quantenpunkte

Zur Bestimmung der Ladungsträgerdichte  $n$  im 2DHG wird die Querspannung  $U_y$  über dem Leitkanal für verschiedene Temperaturen ausgewertet. Die Ladungsträgerdichte in einem zweidimensionalen System lässt sich aus der Querspannung wie folgt bestimmen [Ihn10]:

$$n(U_y) = \frac{B \cdot I_{SD}}{e \cdot U_y} \quad . \quad (25)$$

Mit der Elementarladung  $e$ ,  $B = 2\text{T}$  und  $I_{SD} = 20\mu\text{A}$  ergibt sich für  $n$  im Zweidimensionalen die Einheit  $[\text{m}^{-2}]$ . Hier soll jedoch durchgängig die in der Halbleiterphysik übliche Einheit  $[\text{cm}^{-2}]$  verwendet werden.

Frühere Untersuchungen [Rus06] an ähnlichen gekoppelten Systemen, jedoch mit 2DEG Rückkontakt, legen zwei Ursachen für die Ladungsträgerdichteänderung nahe. Erstens werden Ladungsträger durch die Tunnelkopplung zwischen 2DHG und Quantenpunktschicht transferiert, bis sich das System im Gleichgewicht befindet. Der dabei verlorene Anteil an der Ladungsträgerdichte soll  $\Delta n_{QD}$  genannt werden. Zweitens verursacht die geladene Quantenpunktschicht einen Abschirmungseffekt. Je mehr Ladungsträger sich in der Quantenpunktschicht befinden, desto stärker wird das 2DHG vom Gatefeld abgeschirmt. Dadurch verringert sich die Ladungsträgerdichte um  $\Delta n_{scr}$ . Mit diesen Annahmen soll versucht werden, den Einfluss der Abschirmung abzuschätzen.

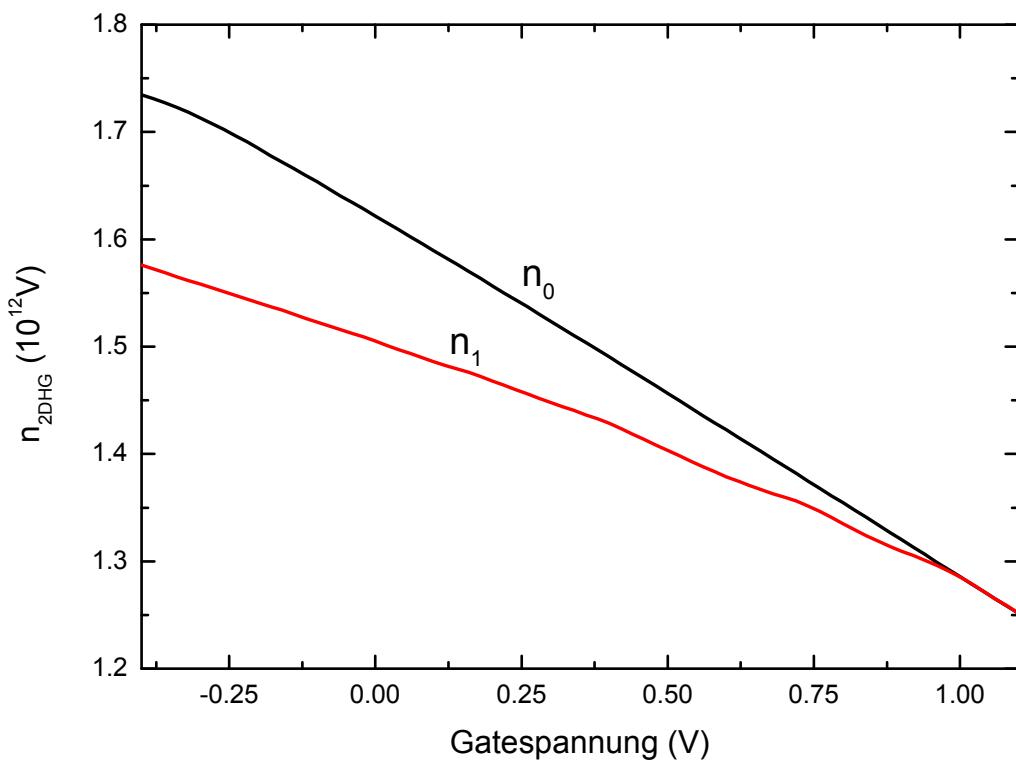


Abbildung 25: Ladungsträgerdichte im 2DHG aufgetragen gegen die Gatespannung. System vor Ladungstransfer in Quantenpunkte (schwarz) bei  $t_0 = 12\text{ms}$  und nach Ladungstransfer (rot) bei  $t_1 = 200\text{s}$ .

Die gesamte Ladungsträgerdichteänderung  $\Delta n_{\text{ges}}$  setzt sich somit zusammen aus der Summe dieser beiden Effekte:

$$\Delta n_{\text{ges}} = \Delta n_{\text{QD}} + \Delta n_{\text{scr}} . \quad (26)$$

Nun soll daraus qualitativ untersucht werden, zu welchen Anteilen die Terme auf der rechten Seite von Gleichung 26 die Gesamtänderung der Ladungsträgerdichte bestimmen. Durch Kenntnis der Quantenpunktdichte  $N_{\text{QD}}$  lässt sich  $\Delta n_{\text{QD}}$  abschätzen. Befinden sich im Mittel  $k$  Ladungsträger in den Quantenpunkten, so gilt:

$$\Delta n_{\text{QD}} = N_{\text{QD}} \cdot k . \quad (27)$$

Dabei gilt  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Für ein Ensemble im  $s_1$ -Zustand wäre  $k = 1$ , für den  $s_2$ -Zustand  $k = 2$  usw. Dies ist also nur der Anteil der Ladungsträgerdichteänderung im 2DHG, der durch die Beladung der Quantenpunkte zustande kommt.

Tabelle 3 zeigt die Abschätzung für die ersten sechs Ladezustände  $s_1$  bis  $p_4$ . Die Werte für die Gatespannungen der Ladezustände sind Abschnitt 4.1.2 bestimmt worden. Die Quantenpunktdichte der Probe DO1881 liegt laut Hersteller bei  $N_{\text{QD}} \approx 3 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ .

Tabelle 3: Abschätzung für  $\Delta n_{\text{QD}}$  für Ladezustände  $s_1$  bis  $p_4$  nach Gleichung 27.

| Ladezustand | $k$ | Gatespannung [V] | $\Delta n_{\text{QD}} [\text{cm}^{-2}]$ |
|-------------|-----|------------------|---|
| $s_1$       | 1   | +0.8             | $3 \cdot 10^{10}$                       |
| $s_2$       | 2   | +0.46            | $6 \cdot 10^{10}$                       |
| $p_1$       | 3   | +0.22            | $9 \cdot 10^{10}$                       |
| $p_2$       | 4   | +0.04            | $12 \cdot 10^{10}$                      |
| $p_3$       | 5   | -0.16            | $15 \cdot 10^{10}$                      |
| $p_4$       | 6   | -0.34            | $18 \cdot 10^{10}$                      |

Die Abschätzung aus Tabelle 3 ist nur grob, d.h. es wird nur punktweise an den voll beladenen Ensemble-Ladezuständen abgeschätzt.

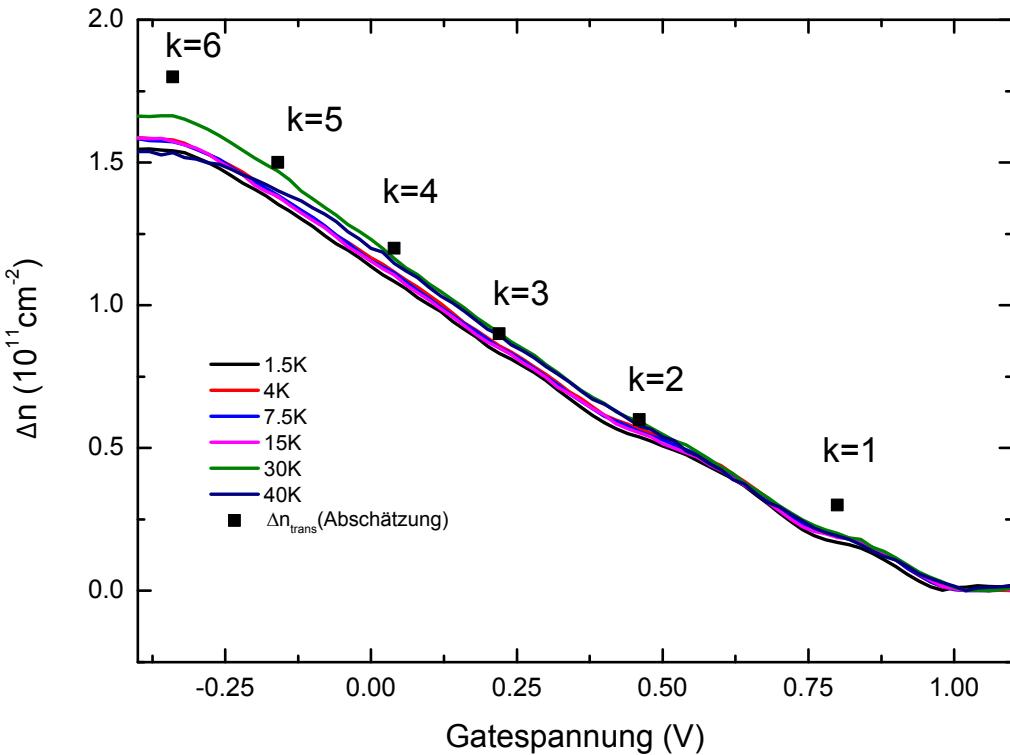


Abbildung 26: Differenz  $\Delta n = n_0 - n_1$  aufgetragen gegen die Gatespannung für verschiedene Temperaturen. Abschätzung aus Tabelle 3 als schwarze Kästchen eingezeichnet.

Aus den vorhandenen Messdaten kann  $\Delta n_{\text{ges}}^{\text{Exp}}$  berechnet werden, indem die Differenz aus  $n_0$  und  $n_1$  gebildet wird:

$$\Delta n_{\text{ges}}^{\text{Exp}} = n_0 - n_1 . \quad (28)$$

Es wurde  $\Delta n_{\text{ges}}^{\text{Exp}}$  für mehrere Temperaturen bestimmt und in Abbildung 26 gegen die Gatespannung aufgetragen. Außerdem wurden die sechs Datenpunkte für die Abschätzung aus Tabelle 3 eingezeichnet.

Es soll Abbildung 26 etwas genauer diskutiert werden. Eine Betrachtung der Kurven für verschiedene Temperaturen zeigt, dass die Ladungsträgerdichteänderung kaum von der Temperatur abhängt. Erwartungsgemäß ändern höhere Temperaturen nichts an der Anzahl der transferierten Ladungen, da  $N_{\text{QD}}$  letzt-

lich die Anzahl umladender Ladungsträger vorgibt und nicht temperaturabhängig sein sollte.

Es zeigt sich außerdem, dass die Abschätzung von  $\Delta n_{\text{QD}}$  relativ gut in die Kurven  $\Delta n_{\text{ges}}^{\text{Exp}}$  passen. Die Werte der Abschätzung liegen jedoch etwas über  $\Delta n_{\text{ges}}^{\text{Exp}}$ . Man sollte eigentlich erwarten, dass die Abschätzung zu niedrig ist. Grund ist die geladene Quantenpunktschicht, welche einen Teil der Gatespannung vom 2DHG abschirmt. Bedenkt man, dass nur  $n_1$  von der Abschirmung beeinflusst wird, da zum Zeitpunkt der Messung von  $n_0$  noch keine Quantenpunkte beladen sind, so wird aus der Betrachtung der rechten Seite von Gleichung 28 klar, dass mit steigender Abschirmung die Differenz größer werden muss. Die Beladung der Quantenpunktschicht sollte eine Erniedrigung der Ladungsträgerdichte  $n_1$  durch die Abschirmung des Gatefeldes vom 2DHG verursachen, während  $n_0$  nahezu unbeeinflusst bleiben sollte.

Experiment und Abschätzung machen den Einfluss der Abschirmung also zunächst nicht sichtbar, geben jedoch dadurch einen Hinweis darauf, dass der Abschirmungsanteil im Vergleich zum Umladungsteil nicht sehr groß sein kann.

Es zeigt sich zudem, dass die Herstellerangabe der Quantenpunktdichte relativ gut passt. In den mittleren Bereichen der Kurve passt die Angabe sogar sehr gut. Die recht starke Abweichung für den ersten Punkt könnte dadurch erklärt werden, dass 100s noch nicht ausreichen um alle Quantenpunkte mit einem Loch zu beladen. Die Abweichung bei niedrigeren Gatespannungen könnte durch die reduzierte Tunnelzeit und der Zeit  $t_0 = 12\text{ms}$ , bei der  $n_0$  berechnet wird, zusammenhängen. Ladungsträger die schon vor  $t_0$  umladen, werden nicht in  $\Delta n_{\text{ges}}^{\text{Exp}}$  berücksichtigt und lassen diesen Wert so zu klein erscheinen.

## 4.3 Beweglichkeit

Da die Beladung von Quantenpunkten bei zeitaufgelösten Transportmessungen immer mit einer Erhöhung der Ladungsträgerdichte einhergeht, wird die prozentuale Änderung der Beweglichkeitsänderung im Bezug auf ein identisches, von Quantenpunkten ungestörtes, System bestimmt. Außerdem wird eine Methode vorgestellt, die es ermöglicht die verschiedenen Einflüsse auf die Beweglichkeit getrennt zu betrachten. Durch Vergleich von Transportmessungen mit und ohne geladenen Quantenpunkten kann so der Anteil der Beweglichkeitsänderung bestimmt werden, der nur von dem Streupotential verursacht wird.

### 4.3.1 Beweglichkeit mit und ohne Einfluss geladener Quantenpunkte

Da alle hier ausgewerteten Messungen in 4-Punkt aufgenommen wurden, lässt sich anhand von  $U_x$  und  $U_y$  auch die Beweglichkeit untersuchen. Für die Beweglichkeit im 2DHG gilt [Ihn10]:

$$\mu(U_x, U_y) = \frac{\sigma(U_x)}{e \cdot n(U_y)} . \quad (29)$$

Da  $\sigma \propto 1/U_x$  und  $n \propto 1/U_y$  gilt für die Beweglichkeit  $\mu \propto U_y/U_x$ . Die genaue Berechnung für diese Auswertung folgt aus Gleichung 25 und dem Ausdruck für die Leitfähigkeit [Ihn10]:

$$\sigma = \frac{l}{b} \cdot \frac{I_{SD}}{U_x} . \quad (30)$$

Dabei ist  $d = 500\mu\text{m}$  die Länge bzw. der Abstand zwischen den Längsabgriffen und  $b = 310\mu\text{m}$  die Breite bzw. der Abstand zwischen den Querabgriffen des 2DHG Leitkanals. Für alle Messungen beträgt der konstante Source-Drain-Strom  $I_{SD} = 20\mu\text{A}$ .

Um nun die Beweglichkeit des 2DHG mit und ohne Einfluss geladener Quantenpunkte zu untersuchen, wird wieder (siehe Abschnitt 4.2) zu den Zeitpunk-

ten  $t_0 = 12\text{ms}$  und  $t_1 = 200\text{s}$  jeweils die Beweglichkeit  $\mu_0$  und  $\mu_1$  ausgewertet und daraus  $\Delta\mu$  berechnet.

In Abbildung 27 sind  $\mu_0$  und  $\mu_1$  gegen die Gatespannung aufgetragen. Mit steigender Temperatur verringert sich die Beweglichkeit in beiden Fällen. Grund dafür ist hauptsächlich die Phononen-Streuung. Im Temperaturbereich zwischen 1.5 und 7.5K sind Phononen praktisch ausgefroren und die Beweglichkeit ändert sich kaum. Außerdem zeigen die Kurven bei tiefen Temperaturen einen Anstieg der stärker als linear ist. Die Erklärung dafür ist, dass gerade bei sehr geringen Temperaturen die Störstellen die Beweglichkeit bestimmen. Erhöht man in diesen Systemen die Ladungsträgerdichte, so können Störstellen besser abgeschirmt werden und die Beweglichkeit steigt. Da bei höheren Temperaturen Phononen den maßgeblichen Einfluss auf die Beweglichkeit haben, wird dort ein Anstieg beobachtet, der schwächer als linear ist. Phononen lassen sich nicht abschirmen, wodurch die höhere Zahl an Ladungsträgern diesbezüglich keine Wirkung hat.

Vergleicht man die absoluten Werte der Beweglichkeit für das System ohne Quantenpunkteinfluss  $\mu_0$  und das System mit Quantenpunkteinfluss  $\mu_1$ , so fällt auf, dass letzteres eine niedrigere Beweglichkeit hat. Je nach Temperatur liegen die absoluten Werte für  $\mu_1$  um wenige hundert  $\text{cm}^2/\text{Vs}$  niedriger als die von  $\mu_0$ . Die Ursachen dafür sind zum einen die reduzierte Ladungsträgerdichte des 2DHG im System mit geladenen Quantenpunkten. Bei der Umladung tunneln etwa  $l \cdot b \cdot N_{\text{QD}} \approx 4.6 \cdot 10^7$  Löcher pro Ladezustand aus dem 2DHG in die Quantenpunkte unter der Gatefläche. Es kommt hinzu, dass ein geladener Quantenpunkt wie ein Coulomb-Streuer [Dav97] auf das 2DHG wirkt und so die Beweglichkeit weiter reduziert. Durch das sukzessive Aufladen der Quantenpunkte schaltet man also Streuzentren ein. Ein Blick auf Abbildung 27 zeigt, dass im hohen Gatespannungsbereich, in dem noch keine Quantenpunkte beladen sind, die Beweglichkeiten  $\mu_0$  und  $\mu_1$  gleich sind. Erst mit sinkender Gatespannung kommt eine Differenz  $\Delta\mu$  zustande. Abbildung 28 zeigt diese Differenz in Abhängigkeit der Gatespannung.

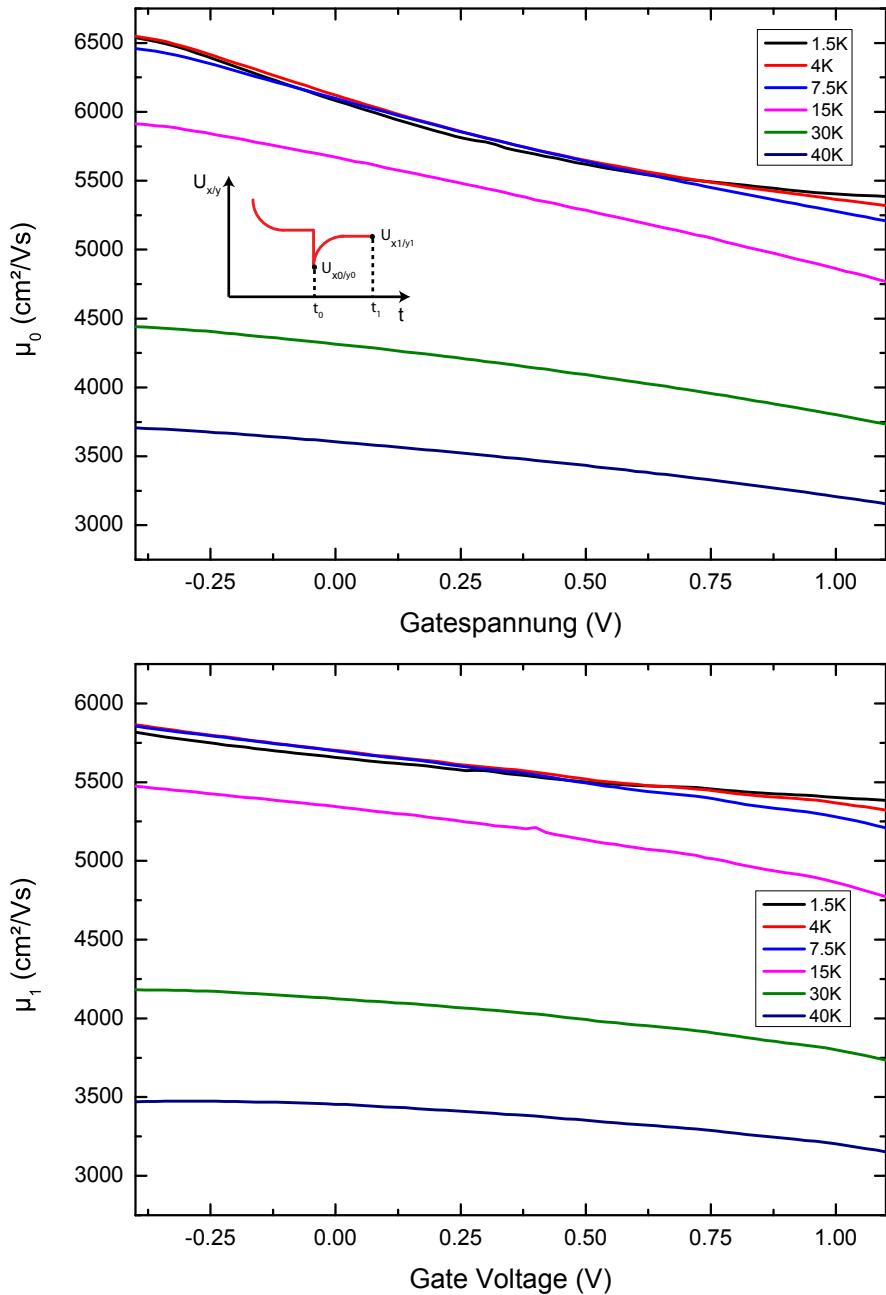


Abbildung 27: Beweglichkeiten  $\mu_0$  (oben) und  $\mu_1$  (unten) aufgetragen gegen die Gatespannung. Inset (oben) zeigt an welchen Stellen der Transienten  $U_{x/y}(t)$  die Beweglichkeiten ausgewertet wurden.

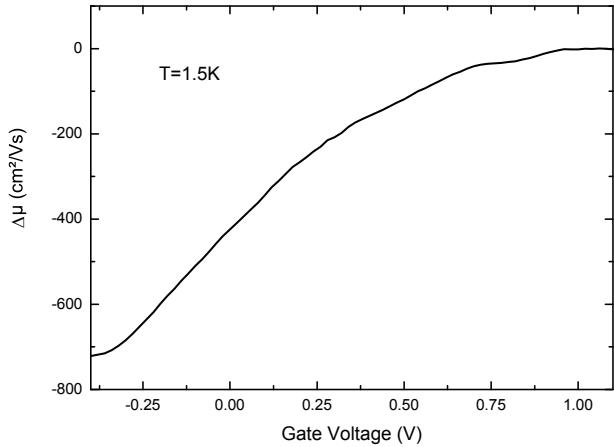


Abbildung 28: Gesamtänderung  $\Delta\mu$  der Ladungsträgerdichte im 2DHG für  $T = 1.5\text{K}$ , aufgetragen gegen die Gatespannung.

#### 4.3.2 Einfluss einzelner Quantenpunkt-Ladezustände auf die Beweglichkeit

Um die Änderung der Beweglichkeit im 2DHG zu berechnen, wenn man von einem System ohne Quantenpunkteinfluss in ein System mit geladenen Quantenpunkten übergeht, wird die gesamte Beweglichkeitsänderung  $\Delta\mu$  ins Verhältnis gesetzt zu  $\mu_0$ , der Beweglichkeit ohne Quantenpunkteinfluss. Dieser Wert  $\Delta\mu/\mu_0$  ergibt dann die prozentuale Änderung.

Beim sukzessiven Aufladen der Quantenpunkte ändert sich die Beweglichkeit nicht nur durch den Quantenpunkteinfluss, sondern allein schon durch die Änderung der Gatespannung.

Abbildung 29 zeigt  $\Delta\mu/\mu_0$  für verschiedene Temperaturen. Die Gatespannungen bei denen die Ladezustände  $s_1$  bis  $p_4$  vollständig befüllt sind, wurden als vertikale Linien (gestrichelt) eingezeichnet.

Es zeigt sich, dass  $\Delta\mu/\mu_0$  bei sukzessiver Besetzung der Ladezustände von  $s_1$  nach  $p_4$  stetig abnimmt. Das ist zu erwarten, da mehr Ladungsträger in der Quantenpunktschicht auch mehr Störstellen im 2DHG verursachen. Nachdem der  $s_2$  Zustand beladen ist, trennen sich die Kurven. Bei niedrigeren Temperaturen (1.5K, 4K, 7.5K) bricht die relative Beweglichkeit viel stärker ein, als bei den höheren Temperaturen (30K, 40K). Da bei den höheren Temperaturen die Beweglichkeiten durch Phononen-Streuung reduziert ist (siehe Abbildung

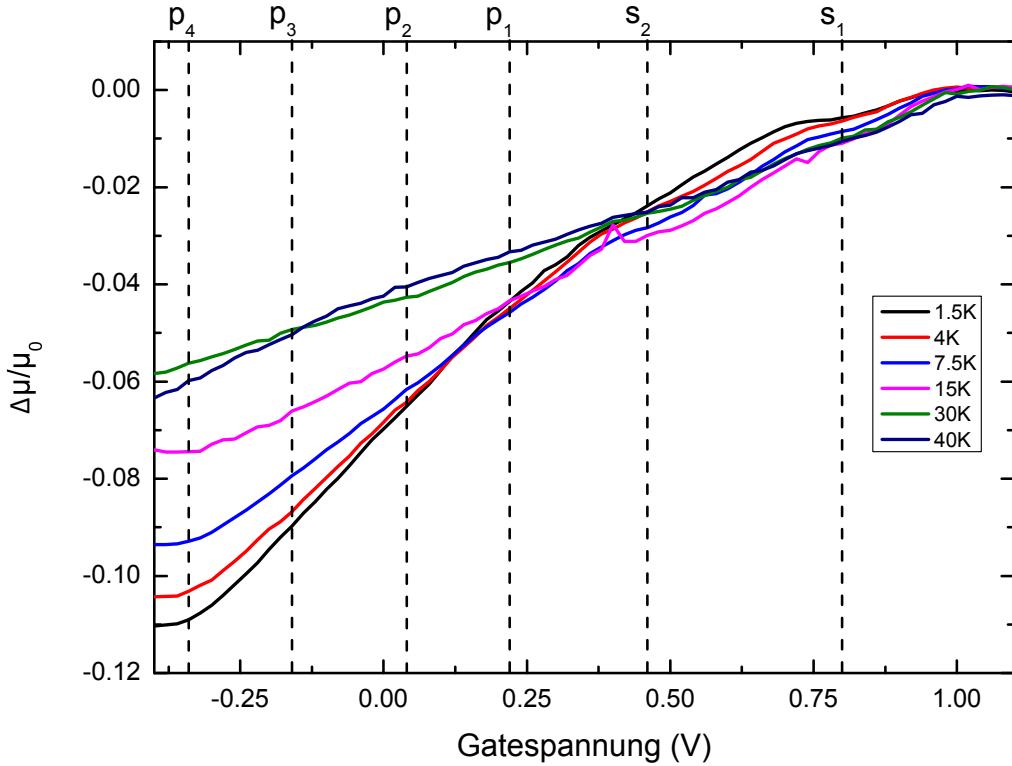


Abbildung 29:  $\Delta\mu/\mu_0$  aufgetragen gegen die Gatespannung. Senkrechte gestrichelte Linien sind auf Positionen der voll besetzten Ladezustände aus Abschnitt 4.1.2 eingezeichnet.

27), fällt auch die Beladung der Quantenpunkte nicht mehr so stark ins Gewicht. Das bereits durch Phononen-Streuung gestörte System reagiert prozentual nicht mehr so stark auf zusätzliche geladene Quantenpunkte.

#### 4.3.3 Streuung und Ladungsträgerdichte

Betrachtet man die Beweglichkeit in Abhängigkeit der Gatespannung im 2DHG ohne Einfluss von Quantenpunkten, wie es in Abbildung 27 (oben) zu sehen ist, so steigt die Beweglichkeit mit abnehmender Gatespannung. Abnehmende Gatespannung bedeutet, dass mehr Löcher im 2DHG zur Verfügung stehen, also die Ladungsträgerdichte erhöht ist. Eine höhere Anzahl an Ladungsträgern wirkt sich positiv auf die Beweglichkeit aus, da vorhandene Störpotentiale, z.B. von der Dotierung oder Gitterverspannungen in der Nähe der Quanten-

Tabelle 4: Prozentuale Verringerung der Beweglichkeit im 2DHG, bei Beladung bis zum angegebenen Zustand.

| Temperatur [K] | $\Delta\mu/\mu_0$ in [%] |       |       |       |       |       |
|----------------|--------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                | $s_1$                    | $s_2$ | $p_1$ | $p_2$ | $p_3$ | $p_4$ |
| 1.5            | -0.5                     | -2.3  | -4.3  | -6.6  | -9.0  | -10.9 |
| 4              | -0.6                     | -2.5  | -4.4  | -6.4  | -8.6  | -10.3 |
| 7.5            | -0.9                     | -2.8  | -4.6  | -6.1  | -8.0  | -9.3  |
| 15             | -1.0                     | -3.0  | -4.3  | -5.5  | -6.6  | -7.5  |
| 30             | -1.1                     | -2.5  | -3.5  | -4.2  | -5.0  | -5.6  |
| 40             | -1.1                     | -2.5  | -3.3  | -4.0  | -4.9  | -6.0  |

punkte, effektiver abgeschirmt werden.

Durch das Umladen von Löchern in die Quantenpunktschicht gehen dem 2DHG Ladungsträger verloren und die Abschirmung von statischen Störpotentialen wird geschwächt. Dadurch nimmt die Beweglichkeit um  $\Delta\mu_n$  ab. Zusätzlich dazu kommen gleichzeitig neue Störpotentiale durch die Ladung der Quantenpunkte hinzu, die wiederum die Beweglichkeit um  $\Delta\mu_{QD}$  verschlechtern. Die Summe dieser Effekte führt zur Differenz  $\Delta\mu$  (Abbildung 28) zwischen der Beweglichkeit im 2DHG mit und ohne Einfluss geladener Quantenpunkte:

$$\Delta\mu = \Delta\mu_{QD} + \Delta\mu_n \quad . \quad (31)$$

Um nun  $\Delta\mu$  in seine Anteile zu zerlegen und genauere Untersuchungen durchzuführen, werden zuerst  $\mu_0$  und  $\mu_1$  zusammen gegen ihre Ladungsträgerdichte aufgetragen. Dabei ist zu beachten, dass für  $\mu_0$  und  $\mu_1$  verschiedene starke Gatespannungen angelegt werden müssen um die gleiche Ladungsträgerdichte zu erreichen. In Abbildung 30 sind die Gatespannungen für vollbesetzte Ladezustände  $s_1$  bis  $p_4$  eingezeichnet. Die eingezeichneten vertikalen Linen enden auf den Punkten der Kurve mit gleicher Gatespannung. Die Differenz der Ladungsträgerdichten zwischen zwei verbundenen Linien entsprechen genau  $\Delta n_{Exp}$  aus Abbildung 26, ausgewertet an den Gatespannungen für vollbesetzte Ladezustände.

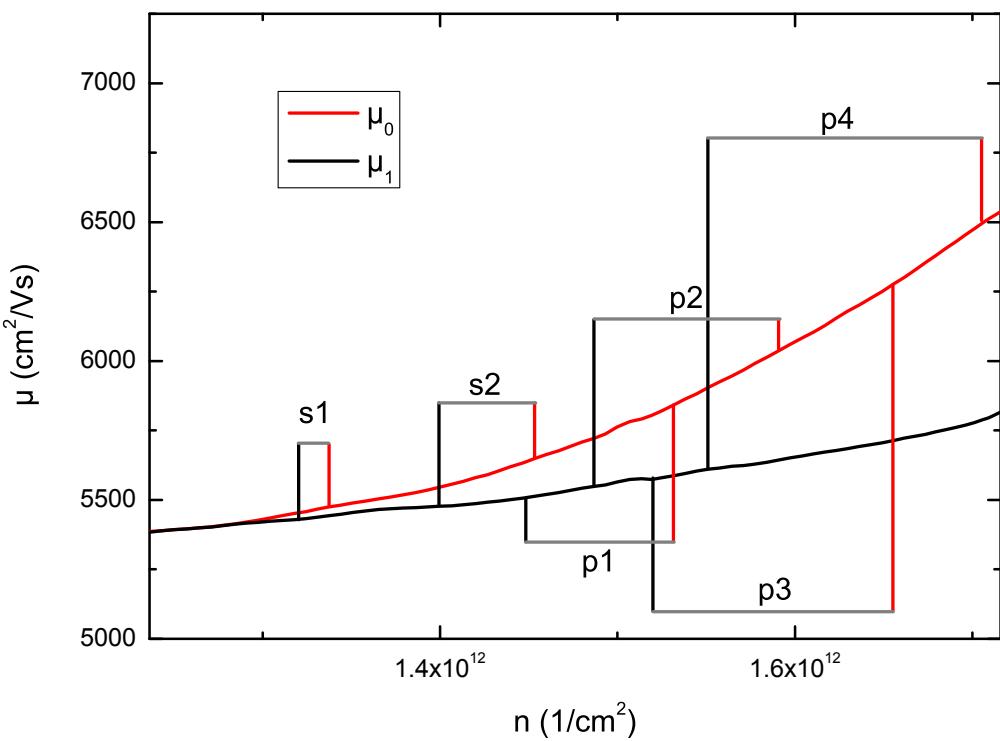


Abbildung 30:  $\mu_0$  und  $\mu_1$  aufgetragen gegen die Ladungsträgerdichte  $n$ . Vertikal eingezeichnet, die Ladezustände  $s_1$  bis  $p_4$ . Die verbundenen vertikalen Linien enden auf Kurvenpunkten, an denen die Gatespannung gleich ist.

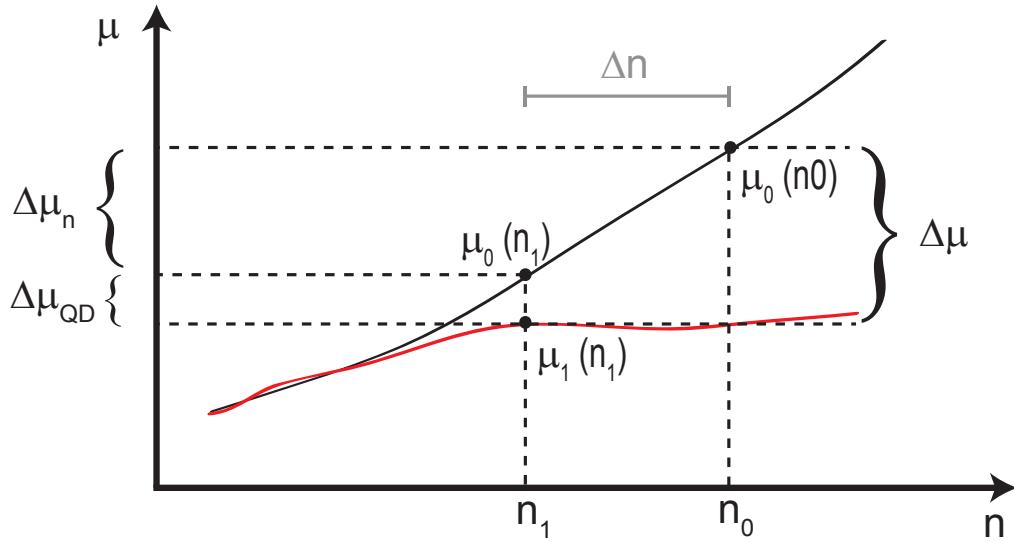


Abbildung 31: Schema:  $\mu_0$  und  $\mu_1$  aufgetragen gegen die Ladungsträgerdichte  $n$ . Es wird gezeigt wie sich die Gesamtänderung der Beweglichkeit  $\Delta\mu$  zerlegen lässt in den Quantenpunktanteil  $\mu_{\text{QD}}$  und den Ladungsträgerdichteanteil  $\Delta\mu_n$ .

In Abbildung 31 wird schematisch eine Methode gezeigt, mit der man die Anteile  $\Delta\mu_{\text{QD}}$  und  $\Delta\mu_n$  getrennt bestimmen kann. Wie zuvor beschrieben, liegen Punkte gleicher Gatespannung auf den Kurven  $\mu_0(n)$  und  $\mu_1(n)$  nicht auf gleichen Ladungsträgerdichten. Die Punkte  $\mu_0(n_0)$  und  $\mu_1(n_1)$  im Diagramm seien Punkte gleicher Gatespannung  $U_G$ , z.B. die Gatespannung des vollbesetzten Ladezustands  $s_1$ . Läuft man von  $\mu_1(n_1)$  senkrecht nach oben, so schneidet man an einer Stelle die Kurve  $\mu_0$ . An diesem Schnittpunkt  $\mu_0(n_1)$  hat man das von Quantenpunkten ungestörte System mit gleicher Ladungsträgerdichte  $n_1$ , wie das  $s_1$  beladene System  $\mu_1(n_1)$ .

Die Differenz der Beweglichkeiten dieser Punkte entspricht nun genau dem von Quantenpunkten verursachten Teil der Gesamtänderung:

$$\Delta\mu_{\text{QD}} = \mu_0(n_1) - \mu_1(n_1) . \quad (32)$$

An den Punkten  $\mu_0(n_1)$  und  $\mu_1(n_1)$  sind beide Systeme identisch bis auf die geladenen Quantenpunkt im System  $\mu_1(n_1)$ .

Im gleichen Zuge erhalten wir auch  $\Delta\mu_n$ , die Beweglichkeitsänderung durch die reduzierte Ladungsträgerdichte. In diesem Term steckt der Anteil der Beweglichkeitsänderung aufgrund der Umladung von Ladungsträgern aus dem 2DHG in die Quantenpunkte, sowie der Anteil der gatespannungsabhängigen Ladungsträgerdichte.

Mit der Kenntnis von  $\mu_{\text{QD}}$  ist es nun möglich nochmals die Beweglichkeit in Abhängigkeit der Gatespannung zu untersuchen und dabei zu unterscheiden, welchen Einfluss die Quantenpunkte als Störpotentiale haben und welchen Einfluss die Ladungsträgerdichte hat.

In Abbildung 32 ist beispielhaft für  $T = 1.5\text{K}$  die Ladungsträgerdichteänderung  $\Delta\mu$  aufgetragen. Zusätzlich sind nach der zuvor beschriebenen Methode  $\Delta\mu_{\text{QD}}$  und  $\Delta\mu_n$  bestimmt worden. Es zeigt sich, dass Quantenpunkte als Streuer einen deutlich geringeren Einfluss auf die gesamte Beweglichkeitsänderung haben als die Ladungsträgerdichteänderung. In Abbildung 33 sind  $\Delta\mu_{\text{QD}}$  und  $\Delta\mu_n$  als Anteile an  $\Delta\mu$  angegeben. Hier zeigt sich, dass etwa bei der Besetzung des  $s_1$  Ladezustands die Streuung durch Quantenpunkte ihr Maximum von etwas weniger als 40% hat. Mit steigender Beladung sinkt der Streueinfluss auf unter 20% .

Zusammenfassend lässt sich also sagen, dass bei dieser Probe die geladenen Quantenpunkte einen niedrigeren Beitrag zur Beweglichkeitsänderung liefern als die Ladungsträgerdichte. Allgemein wird der Einfluss aber stark von der Breite der Tunnelbarriere abhängen, da diese die Störstellen vom 2DHG trennt und somit durch den Abstand die Coulomb-Streuung abschwächt. Untersuchungen an gekoppelten Systemen von InAs-Quantenpunkten und 2DEG bei denen die Tunnelbarriere variiert wurde zeigen eine starke Abstandsabhängigkeit [SYS<sup>+</sup>95]. Die Anwendung der hier vorgestellten Methode an Proben, die bis auf eine Variation der Tunnelbarriere ansonsten identisch sind, könnte helfen diese Abstandsabhängigkeit besser zu verstehen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine weitere Probe mit einer 5nm kleineren Tunnelbarriere untersucht. Die wesentlich schnelleren Tunnelzeiten und die Fläche der Gates führen bei Nichtgleichgewichtsmessungen jedoch zu experimentellen Schwie-

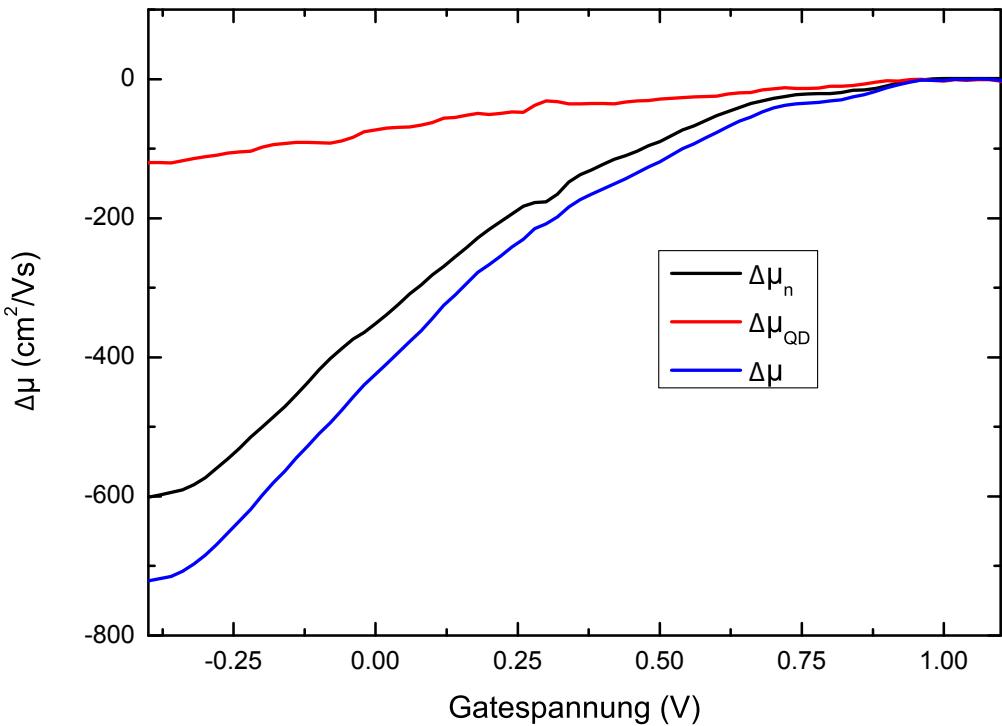


Abbildung 32:  $\Delta\mu$  bei  $T = 1.5\text{K}$  in seine Anteile  $\Delta\mu_{\text{QD}}$  und  $\Delta\mu_n$  zerlegt und gegen die Gatespannung aufgetragen.

rigkeiten. Die benötigte höhere Zeitauflösung stellt dabei zwar kein Problem dar, doch bei Umschaltung der Gatespannung benötigt die Gatefläche eine gewisse Zeit um beladen zu werden. Mit größeren Spannungsschritten erhöht sich dabei auch die benötigte Zeit. Da sowohl die Tunnelzeiten, als auch die Aufladung des Gates im Bereich von  $\mu\text{s}$  liegen, stellt die Bestimmung der Spannungen direkt nach Umschaltung ein Problem dar. Zur Zeit wird daran gearbeitet die Gateflächen deutlich kleiner zu prozessieren, um so die Aufladezeit des Gates stark zu verkürzen. So könnte es gelingen auch an Proben mit schnelleren Tunnelzeiten Nichtgleichgewichtsmessungen durchzuführen.

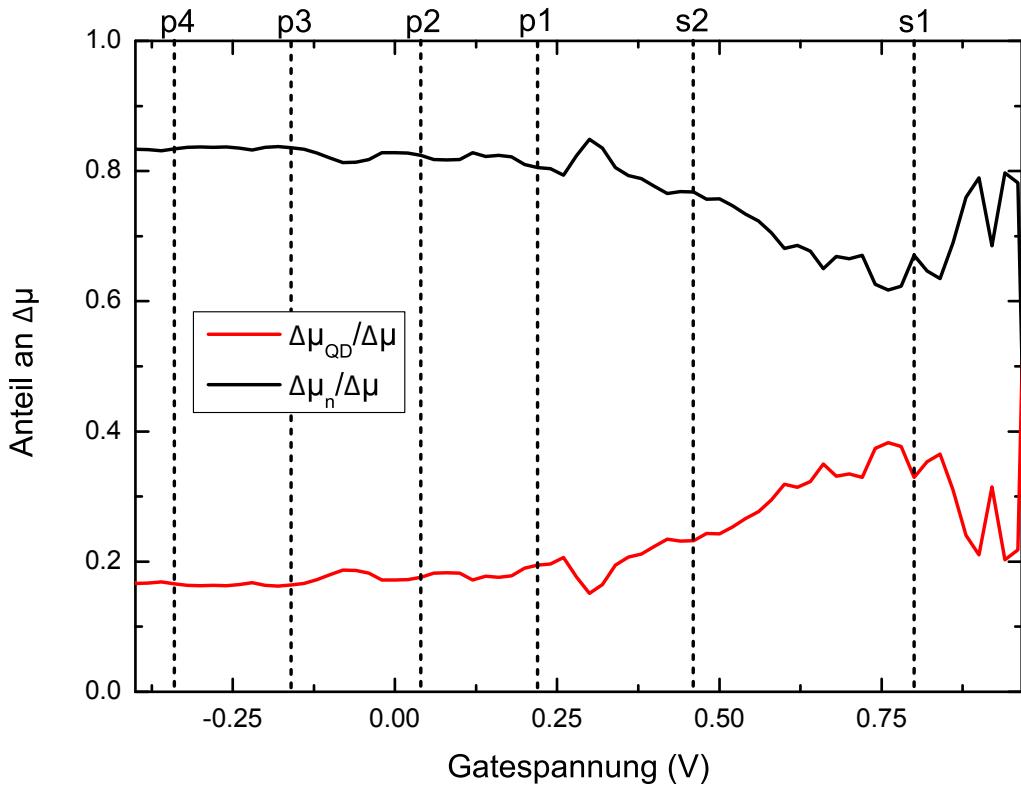


Abbildung 33: Die Anteile von  $\Delta\mu_{QD}$  und  $\Delta\mu_n$  an der gesamten Beweglichkeitsänderung  $\Delta\mu$  aufgetragen gegen die Gatespannung. Senkrecht eingezeichnet, die Gatespannungen der vollständig besetzten Ladezustände.



## 5 Zusammenfassung und Ausblick

An einem gekoppelten System aus InAs-Quantenpunkten und 2DHG wurden zeitaufgelöste Transportmessungen durchgeführt. Die Transportmessungen wurden dabei im Nichtgleichgewicht durchgeführt, wodurch der Vergleich zwischen ein und demselben System mit und ohne Einfluss geladener Quantenpunkte möglich ist.

Aus den Daten der durchgeführten 4-Punkt Nichtgleichgewichtsmessungen wurden Spektren errechnet, welche Rückschlüsse auf die Zustandsdichte der InAs Quantenpunkte erlauben. Diese wurden mit 2-Punkt Gleichgewichtsmessungen verglichen, wobei eine sehr gute Übereinstimmung gefunden wurde. Es konnte so gezeigt werden, dass die wenig erprobte Methode der zeitaufgelösten Transportmessung im Nichtgleichgewicht Ergebnisse liefert, die äquivalent zu Gleichgewichtsmessungen sind. Messdaten aus Gleichgewichtsmessungen waren bereits Grundlage einiger veröffentlichter Arbeiten, z.B. [MBL<sup>+</sup>11] [NMH<sup>+</sup>11].

Der Einfluss des Spannungsabfalls über dem 2DHG Leitkanal auf die Quantenpunktschicht wurde untersucht. Theoretische Überlegungen zeigen, dass sowohl Messungen mit konstantem Strom  $I_{SD}$  als auch konstanter Spannung  $U_{SD}$  den Ladezustand der Quantenpunktschicht ortsabhängig beeinflussen. Messungen bei konstanter Spannung  $U_{SD}$  haben theoretisch auch bei Temperatur- und Gatespannungsänderung den gleichen ortsabhängigen Einfluss. Messungen mit konstantem Strom  $I_{SD}$  hingegen beeinflussen den Ladezustand in Abhängigkeit von allen Effekten, die den Widerstand im Leitkanal erhöhen. Die Ladungsträgerdichte- und Temperaturabhängigkeit des Leitkanalwiderstands wurden diskutiert, wobei die vorliegenden Messwerte zeigen, dass ab 7.5 bis 15K hauptsächlich die Temperatur den Widerstand bestimmt.

Die Ladungsträgerdichteänderung im 2DHG wurde bei der Beladung der Quantenpunktschicht untersucht. Eine Abschätzung der Ladungsträgerdichteänderung, auf Basis der bekannten Quantenpunktdichte, wurde mit den Messwerten verglichen. Der Vergleich gibt einen Hinweis darauf, dass die Abschirmung

der Gatespannung vom 2DHG durch die geladene Quantenpunktschicht nur einen vernachlässigbar kleinen Anteil an der gesamten Ladungsträgerdichteänderung ausmacht.

Anhand der Messdaten wurde ebenfalls die Beweglichkeit untersucht. Im Vordergrund stand dabei die Frage, wie stark die Coulomb-Streuung geladener Quantenpunkte und die Ladungsträgerdichteänderung die Beweglichkeit im 2DHG beeinflussen. Anhand der Daten konnte eine Methode vorgestellt werden, welche die getrennte Betrachtung beider Einflüsse ermöglicht. Messungen an der hier verwendeten Probe haben ergeben, dass der Einfluss von Coulomb-Streuung bei 1.5K etwa 20% der Gesamtveränderung bei Aufladung der Quantenpunktschicht ausmacht.

In zukünftigen Untersuchungen könnten zeitaufgelöste Transportmessungen an Proben durchgeführt werden, die bis auf die Tunnelbarriere eine identische Schichtstruktur aufweisen. So könnte die Abstandsabhängigkeit der Streuwirkung auf ein zweidimensionales System untersucht werden. In früheren Arbeiten wie [SYS<sup>+</sup>95] wurde zwar bereits die Beweglichkeit in Abhängigkeit der Tunnelbarriere untersucht, doch gibt es dort keine Trennung von Ladungsträgerdichte- und Streueinfluss. Die Methode könnte sich ebenfalls in Untersuchungen der Leitfähigkeit als nützlich erweisen. In einer aktuellen Arbeit [MBL<sup>+</sup>11] wurde die Leitfähigkeit eines gekoppelten Systems aus InAs-Quantenpunkten und 2DEG untersucht. Dabei sollte geklärt werden, wie stark die Einflüsse von Beweglichkeit und Ladungsträgerdichte auf die Leitfähigkeit sind. Erkenntnisse aus dieser Arbeit könnten so in die genauere Betrachtung des Beweglichkeitsanteils einfließen. Eine mögliche Anwendung ist dabei der VMT<sup>16</sup>[Sak82]. Diese Art von Transistor schaltet extrem schnell durch eine gatespannungsabhängige Leitfähigkeitsänderung. Bisherige Designs solcher Transistoren basieren auf zwei gekoppelten Leitkanälen unterschiedlicher Beweglichkeit [WCM01]. Über eine Gatespannung kann der schnelle Kanal verarmt werden, wobei die Ladungsträger dabei in den langsamen Kanal tunnen. Die Schaltzeit hängt damit hauptsächlich von der Tunnelzeit ab. Nach

---

<sup>16</sup>Velocity-Modulation Transistor

diesem Prinzip könnten auch gekoppelte Systeme aus 2DEG/2DHG und Quantenpunkten schnell geschaltet werden, wenn der Einfluss geladener Quantenpunkte auf die Leitfähigkeit gut verstanden ist.



## Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei einigen Leuten bedanken, die wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr. Axel Lorke. Vielen Dank, dass sie mir die Durchführung der Diplomarbeit in ihrer Arbeitsgruppe ermöglicht haben. Ich hatte ein sehr schönes Jahr als Diplomand bei ihnen, dem zwei ebenso schöne Jahre als SHK vorausgegangen sind.

Auch meinen Betreuern Andreas Beckel und Dr. Paul Geller bin ich zu großem Dank verpflichtet. Durch eure große Hilfsbereitschaft wurde meine Diplomarbeit erst möglich. Besonders hervorheben möchte ich Andreas' große Mühe beim Korrekturlesen dieser Arbeit, sowie seine Geduld und Hilfe bei den Messungen im Labor. Paul möchte ich ganz herzlich für die vielen Ideen und Ratschläge zur Auswertung danken.

Das hervorragende Arbeitsklima in der AG Lorke hat ebenfalls viel zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Ich möchte mich für die vielen Fach- und nicht Fachgespräche, sowie Videoabende und Kaffeestunden bedanken bei: Daniel Braam, Annika Kurzmann, Benedikt Sommer, Jacqueline Weißbon, Jens Theis, Dr. Andreas Gondorf, Dr. Bastian Marquardt, Dr. Matthias Offer, Arkadius Ganczarczyk, Dr. Hans Clemens, Dr. Günther Prinz, Matthias Bartsch, Jürgen Krußenbaum, Andreas Mölleken, Andy Quindeau, Hans-Volker Stegemann, Daming Zhou, Jens Bergmann und Ingo Plümel.

Meinem doppelten Satz an Eltern möchte ich für den Rückhalt und die finanzielle Unterstützung danken. Ohne euch wäre es nicht möglich gewesen! I want to thank Maren Fischer and Robert Prince for the great summers on board of Catriona and the support in every possible way! Ausserdem danke ich Klaus-Dieter Wisotzki und Dr. Elke Hippke für die schönen Familienfeste und mein zweites Zuhause in Biesenthal.

Last but not least I want to thank my wonderful fiancé Emilia Wilk for her devoted love, patience and support.



## Literatur

- [AM76] ASHCROFT, N. W. und N. D. MERMIN: *Solid State Physics*. Brooks Cole, 1976.
- [Ash96] ASHOORI, R. C.: *Electrons in artificial atoms*. Nature, 379(6564):413–419, feb 1996.
- [Bec10] BECKEL, A.: *Untersuchung von Tunnelprozessen an InAs-Quantenpunkten*. Diplomarbeit, Universität Duisburg-Essen, 2010.
- [BGL99] BIMBERG, D., M. GRUNDMANN und N. N. LEDENTSOV: *Quantum Dot Heterostructures*. Wiley, 1999.
- [Bim08] BIMBERG, D. (Herausgeber): *Semiconductor Nanostructures*. Springer, 2008.
- [BMS96] BENNETT, B. R., R. MAGNO und B. V. SHANABROOK: *Molecular beam epitaxial growth of InSb, GaSb, and AlSb nanometer-scale dots on GaAs*. Applied Physics Letters, 68(4):505–507, 1996.
- [Bro08] BRONSTEIN, I. N.: *Taschenbuch der Mathematik*. Harri Deutsch, 2008.
- [BZWV06] BESTER, G., A. ZUNGER, X. WU und D. VANDERBILT: *Effects of linear and nonlinear piezoelectricity on the electronic properties of InAs/GaAs quantum dots*. Phys. Rev. B, 74:081305, Aug 2006.
- [CA75] CHO, A. Y. und J. R. ARTHUR: *Molecular beam epitaxy*. Progress in Solid State Chemistry, 10, Part 3(0):157 – 191, 1975.
- [Dar31] DARWIN, C. G.: *The Diamagnetism of the Free Electron*. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 27(01):86–90, 1931.
- [Dav97] DAVIES, J. H.: *The Physics of Low-dimensional Semiconductors: An Introduction*. Cambridge University Press, 1997.

- [DLH<sup>+</sup>94] DREXLER, H., D. LEONARD, W. HANSEN, J. P. KOTTHAUS und P. M. PETROFF: *Spectroscopy of Quantum Levels in Charge-Tunable InGaAs Quantum Dots*. Phys. Rev. Lett., 73:2252–2255, Oct 1994.
- [DSGW78] DINGLE, R., H. L. STORMER, A. C. GOSSARD und W. WIEGMANN: *Electron mobilities in modulation-doped semiconductor heterojunction superlattices*. Applied Physics Letters, 33(7):665–667, 1978.
- [EC90] EAGLESHAM, D. J. und M. CERULLO: *Dislocation-free Stranski-Krastanow growth of Ge on Si(100)*. Phys. Rev. Lett., 64:1943–1946, Apr 1990.
- [Foc28] FOCK, V.: *Bemerkung zur Quantelung des harmonischen Oszillators im Magnetfeld*. Zeitschrift für Kristallographier Physik A Hadrons and Nuclei, 47:446–448, 1928. 10.1007/BF01390750.
- [Gas03] GASIOROWICZ, S.: *Quantum Physics, Third Edition*. Wiley, 2003.
- [Ger92] GERARD, J-M.: *In situ probing at the growth temperature of the surface composition of (InGa)As and (InAl)As*. Applied Physics Letters, 61(17):2096–2098, 1992.
- [GKMK<sup>+</sup>03] GELLER, M., C. KAPTEYN, L. MULLER-KIRSCH, R. HEITZ und D. BIMBERG: *450 meV hole localization in GaSb/GaAs quantum dots*. Applied Physics Letters, 82(16):2706–2708, 2003.
- [GMN<sup>+</sup>08] GELLER, M., A. MARENT, T. NOWOZIN, D. FEISE, K. PÖTSCHKE, N. AKÇAY, ÖNCAN N. und D. BIMBERG: *Towards an universal memory based on self-organized quantum dots*. Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 40(6):1811 – 1814, 2008.
- [Ihn10] IHN, T.: *Semiconductor Nanostructures: Quantum states and electronic transport*. Oxford University Press, USA, 2010.
- [JR91] JAIN, S. C. und D. J. ROULSTON: *A simple expression for band gap narrowing (BGN) in heavily doped Si, Ge, GaAs and Ge<sub>x</sub>Si<sub>1-x</sub> strained layers*. Solid-State Electronics, 34(5):453 – 465, 1991.

- [Kas93] KASTNER, M. A.: *Artificial Atoms*. Physics Today, 46(1):24–31, 1993.
- [Kit05] KITTEL, C.: *Einführung in die Festkörperphysik*. Oldenbourg WissenschaftsVlg, 2005.
- [KLH<sup>+</sup>00] KAPTEYN, C. M. A., M. LION, R. HEITZ, D. BIMBERG, C. MIESNER, T. ASPERGER, K. BRUNNER und G. ABSTREITER: *Many-particle effects in Ge quantum dots investigated by time-resolved capacitance spectroscopy*. Applied Physics Letters, 77(25):4169–4171, 2000.
- [LPP94] LEONARD, D., K. POND und P. M. PETROFF: *Critical layer thickness for self-assembled InAs islands on GaAs*. Phys. Rev. B, 50:11687–11692, Oct 1994.
- [MBL<sup>+</sup>11] MARQUARDT, B., A. BECKEL, A. LORKE, A. D. WIECK, D. REUTER und M. GELLER: *The influence of charged InAs quantum dots on the conductance of a two-dimensional electron gas: Mobility vs. carrier concentration*. Applied Physics Letters, 99(22):223510, 2011.
- [MNG<sup>+</sup>09] MARENT, A., T. NOWOZIN, J. GELZE, F. LUCKERT und D. BIMBERG: *Hole-based memory operation in an InAs/GaAs quantum dot heterostructure*. Applied Physics Letters, 95(24):242114, 2009.
- [MRL<sup>+</sup>08] MARQUARDT, B., M. RUSS, A. LORKE, C. MEIER, D. REUTER und A. D. WIECK: *Quantum dots as tunable scatterers for 2D- and 1D-electron systems*. Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 40(6):2075 – 2077, 2008.
- [NMH<sup>+</sup>11] NOWOZIN, T., A. MARENT, G. HÖNIG, A. SCHLIWA, D. BIMBERG, A. BECKEL, B. MARQUARDT, A. LORKE und M. GELLER: *Time-resolved high-temperature detection with single charge resolution of holes tunneling into many-particle quantum dot states*. Phys. Rev. B, 84:075309, Aug 2011.
- [ONIA94] OSHINOWO, J., M. NISHIOKA, S. ISHIDA und Y. ARAKAWA: *Area Density Control of Quantum-Size InGaAs/Ga(Al)As Dots by Metalor-*

ganic Chemical Vapor Deposition. Japanese Journal of Applied Physics, 33(Part 2, No. 11B):L1634–L1637, 1994.

- [Pry98] PRYOR, C.: *Eight-band calculations of strained InAs/GaAs quantum dots compared with one-, four-, and six-band approximations.* Phys. Rev. B, 57:7190–7195, Mar 1998.
- [RFH06] ROGGE, M. C., C. FÜHNER und R. J. HAUG: *Multiple Transitions of the Spin Configuration in Quantum Dots.* Phys. Rev. Lett., 97:176801, Oct 2006.
- [RMM<sup>+</sup>06] RUSS, M., C. MEIER, B. MARQUARDT, A. LORKE, D. REUTER und A. D. WIECK: *Quantum dot electrons as controllable scattering centers in the vicinity of a two-dimensional electron gas.* Phase Transitions, 79(9-10):765–770, 2006.
- [Rus06] RUSS, M.: *Wechselwirkung von selbstorganisierten Quantenpunkten mit zweidimensionalen Elektronengasen.* Doktorarbeit, Universität Duisburg-Essen, 2006.
- [Sak82] SAKAKI, H.: *Velocity-Modulation Transistor (VMT) —A New Field-Effect Transistor Concept.* Japanese Journal of Applied Physics, 21(Part 2, No. 6):L381–L383, 1982.
- [SGB99] STIER, O., M. GRUNDMANN und D. BIMBERG: *Electronic and optical properties of strained quantum dots modeled by 8-band  $k\cdot p$  theory.* Phys. Rev. B, 59:5688–5701, Feb 1999.
- [SK37] STRANSKI, I. N. und L. KRASTANOW: *Zur Theorie der orientierten Ausscheidung von Ionenkristallen aufeinander.* Monatshefte für Chemie / Chemical Monthly, 71:351–364, 1937. 10.1007/BF01798103.
- [SN06] SZE, S. M. und K. K. NG: *Physics of Semiconductor Devices.* Wiley-Interscience, 2006.

- [SO89] SZABO, A. und N. S. OSLUND: *Modern Quantum Chemistry: Introduction to Advanced Electronic Structure Theory*. McGraw-Hill (Tx), 1989.
- [SYS<sup>+</sup>95] SAKAKI, H., G. YUSA, T. SOMEYA, Y. OHNO, T. NODA, H. AKIYAMA, Y. KADOYA und H. NOGE: *Transport properties of two-dimensional electron gas in AlGaAs/GaAs selectively doped heterojunctions with embedded InAs quantum dots*. Applied Physics Letters, 67(23):3444–3446, 1995.
- [Ven00] VENABLES, J. A.: *Introduction to Surface and Thin Film Processes*. Cambridge University Press, 2000.
- [WCM01] WEBB, K. J., E. B. COHEN und M. R. MELLOCH: *Fabrication and operation of a velocity modulation transistor*. Electron Devices, IEEE Transactions on, 48(12):2701 –2709, dec 2001.
- [Wib06] WIBBELHOFF, O.: *Ladungsträgerquantisierung in selbstorganisierten Nanostrukturen*. Doktorarbeit, Universität Duisburg-Essen, 2006.
- [WMD<sup>+</sup>98] WARBURTON, R. J., B. T. MILLER, C. S. DÜRR, C. BÖDEFELD, K. KAR-RAI, J. P. KOTTHAUS, G. MEDEIROS-RIBEIRO, P. M. PETROFF und S. HUANT: *Coulomb interactions in small charge-tunable quantum dots: A simple model*. Phys. Rev. B, 58:16221–16231, Dec 1998.
- [ZWB<sup>+</sup>03] ZHUKOV, A. A., CH. WEICHSEL, S. BEYER, S. SCHNÜLL, CH. HEYN und W. HANSEN: *Transport properties of a two-dimensional electron gas in the vicinity of quantum dots in the limit of strong disorder*. Phys. Rev. B, 67:125310, Mar 2003.

Hiermit versichere ich, dass ich die Arbeit selbstständig verfasst, Zitate kenntlich gemacht und keine anderen als die hier angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Duisburg, Januar 2011

---

(Simon Wisotzki)