

Günter TÖRNER, Duisburg

Mathematische Weltbilder von Lehrern

1. Ausgangspunkt

Schon 1973 hatte der Mathematiker Thom¹ daraufhingewiesen, daß die subjektive Philosophie von Mathematik eines Mathematikunterrichtenden als dessen erstes didaktisches System begriffen werden muß. Hersh² unterstreicht diese Position nachdrücklich. Entsprechende Einstellungen oder Haltungen werden in der englisch-sprachigen Literatur als Beliefs resp. Belief Systems bezeichnet. In dem amerikanischen Raum gibt es zahlreiche diesbezügliche Forschungsarbeiten³, hingegen im deutschen Sprachraum nur wenige Arbeiten (vgl. z.B. Bauer (88) bzw. Grigutsch; Törner (94)).

Da Übersetzungen des englischen Wortes 'beliefs' in die deutsche Sprache unbefriedigend sind, sprechen wir von dem *mathematischen Weltbild* (mathematical world view). Unter dem 'mathematischen Weltbild' (kurz: MWB) eines Individuums wollen wir dessen subjektiv implizites Wissen über Mathematik verstehen, das ein weites Spektrum von Vorstellungen umfaßt: Es handelt sich also um Systeme von Normen, Überzeugungen, Hintergrundtheorien und (Leit-) Vorstellungen über Mathematik. Sie entstehen aus den Erfahrungen beim Umgang mit Mathematik und bestimmen vielfach, wie man an die mathematische Arbeit herangeht. Vom Ansatz her enthalten mathematische Weltbilder, nicht nur kognitive Komponenten, sondern auch affektive Elemente. Ein MWB ist demnach ein System von Einstellungen gegenüber (Bestandteilen) der Mathematik. Es ist ein hypothetisches Konstrukt, das noch in den Einstellungen gegenüber Mathematik nachzuweisen ist und insofern noch keinen empirischen, aber heuristischen Wert hat. MWB sind somit Einstellungsstrukturen. Psychologisch läßt sich dieser Begriff in die Theorie der Haltungen integrieren und verallgemeinert den Begriff der 'beliefs'. MWB haben offensichtlich vielfältigen funktionalen Charakter in Lehr-Lern-Prozessen (vgl. Törner (Hrsg.) 95), nämlich

(a) MWB fungieren als regulierende Systeme.

¹ Didaktik der Mathematik 1 (1973), 251 - 263

² One's conceptions of what mathematics is affects one's conception of how it should be presented. One's manner of presenting it is an indication of what one believes to be most essential in it ... The issue, then, is not, What is the best way to teach? but, What is mathematics really all about? (vgl. Thompson 92)

³ vgl. Thompson (92)

- (b) MWB haben Indikatorfunktion.
- (c) MWB wohnt eine Trägheit inne.
- (d) MWB kommt Prognosewert zu.

2. Zur Untersuchung

Mit einem Fragebogen haben wir (Dr. Grigutsch und der Autor) das mathematische Weltbild von 310 Mathematiklehrern der Sekundarstufen, die an der Didaktik-Tagung 1994 in Duisburg teilnahmen, erhoben. Als wesentliche Ausschnitte erachten wir die Einstellungen gegenüber Mathematik. Innerhalb der Einstellungen gegenüber Mathematik beschränken wir uns auf das Wesen der Mathematik (Mathematik als Fachgebiet und nicht die Schul- oder Hochschul-Mathematik) - und hier auf die Leitvorstellungen Prozeß und System - sowie auf die Nutzeneinschätzung der Mathematik. Damit beziehen wir unsere Untersuchungen also auf vier Aspekte des mathematischen Weltbildes: "Schema", "Formalismus", "Prozeß" und "Anwendung". Jeder dieser vier Aspekte wird durch mehr als zehn Items operationalisiert - dies verlangt der methodische und statistische Ansatz. Damit ist der Fragebogen auch bereits so lang, daß keine weiteren Aspekte erhoben werden können. Eine Faktoren-Analyse rechtfertigte diese Aspekte als eigenständige Dimensionen. Sie sind Dimensionen, mit denen die Lehrer ihre Wahrnehmung und kognitive Repräsentation der Mathematik strukturieren.

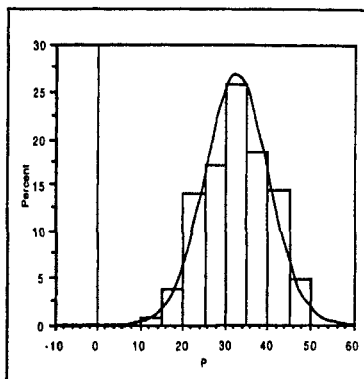
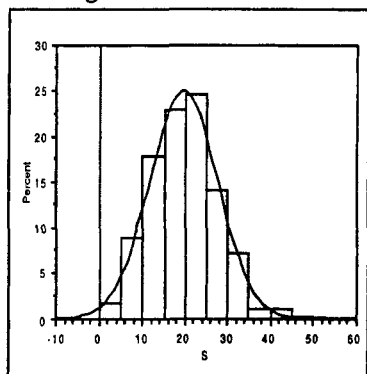
Im MWB der Lehrer bilden diese vier globalen Dimensionen eine globale Teil-Struktur. Diese Struktur korrespondiert mit der theoretischen Vor-Annahme der antagonistischen Leitvorstellungen von Mathematik als System und als Prozeß. Der Formalismus- und der Schema-Aspekt stehen in einem positiven Zusammenhang und repräsentieren die beiden Aspekte der statischen Sicht von Mathematik als System. Sie stehen der dynamischen Sicht von Mathematik als Prozeß gegenüber. Der Aspekt der Anwendbarkeit der Mathematik ist nur mit dem Prozeß-Aspekt verbunden.

3. Ergebnisse

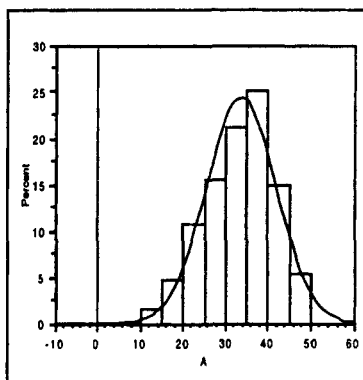
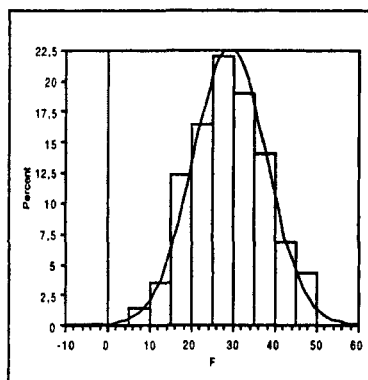
3.1 Der Mittelwertsvergleich

Für die folgenden Untersuchungen bildeten wir für jede der vier Dimensionen, Skalenwerte für jede befragte Person. Jede der vier Dimensionen wurde durch 8 - 10 Items operationalisiert. Für jeden befragten Lehrer wurden seine Punkte in den Aussagen einer Dimension zusammengeführt. Eine Transformation und eine Streckung der Skala

führt dazu, daß jeder Lehrer in jeder Dimension einen Wert auf einer Skala von 0 bis 50 besitzt, wobei etwa 0 - 10 Punkte den Bereich der völligen Ablehnung und 40 - 50 Punkte den Bereich der völligen Zustimmung markieren.



Figur 1: Aspekte 'Formalismus' und 'Anwendung'

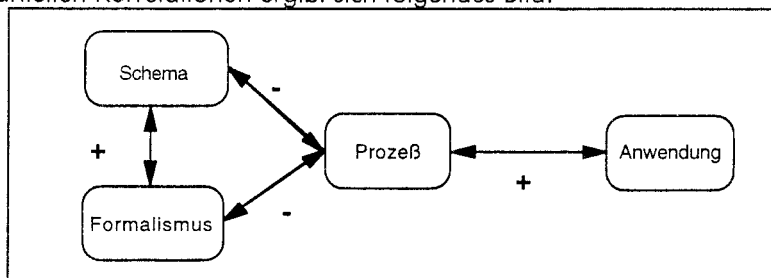


Figur 2: Aspekte 'System' und 'Prozeß'

Im Bild der Lehrer von Mathematik wird der Schema-Aspekt eher gering und ablehnend eingeschätzt, während der Formalismus eine mittlere, mäßig hohe Bedeutung hat. Als bedeutsam, wenngleich nicht überragend, gelten in diesem Bild der Anwendungs- und Prozeß-Aspekt, die in ihrer durchschnittlichen Einschätzung nicht unterscheidbar sind.

3. 2 Zur Struktur des Belief Systems

Die vier Dimensionen sind eigenständige, voneinander unabhängige Einstellungsgegenstände, die es zunächst einzeln zu diagnostizieren und auszuwerten galt. Darüberhinaus betrachtet man in der Einstellungstheorie auch die Strukturen, die von den einzelnen Einstellungen bzw. Einstellungsgegenständen gebildet werden. Möglicherweise - so unsere Vermutung - sind es gerade die Strukturen und weniger die Ausprägungen einzelner Einstellungen, die die Ausprägung des mathematischen Weltbildes, die Wirkungen von Einstellungen und die Beeinflussbarkeit von Einstellungen wesentlich festlegen. Über die partiellen Korrelationen ergibt sich folgendes Bild:



Figur 3: Struktur des erhobenen mathematischen Weltbildes

Eine eingehende Diskussion und Bewertung der Ergebnisse kann hier aus Platzgründen nicht erfolgen und bleibt einer demnächst erscheinenden Arbeit (siehe auch Preprint Grigutsch, Ratz, Törner) vorbehalten.

Literatur

Bauer, L.A.: Mathematik und Subjekt. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag. 1988.

Grigutsch, S.; Törner, G.: Mathematische Weltbilder bei Studienanfängern - eine Erhebung. Journal Mathematikdidaktik 15 (1994) 3/4, 211 - 252.

Grigutsch, S.; Ratz, U.; Törner, G.: Mathematische Weltbilder bei Lehrern. Schriftenreihe des Fachbereiches Mathematik. Gerhard-Mercator-Universität Duisburg. Heft 296. 1995.

Thompson, A.G.: Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In: Grouws, D.A. (Ed): Handbook of research on mathematics teaching and learning. (p.127 - 146). New York: MacMillan Publishing Company. 1992.

Törner, G. (Ed.): Current State of Research on Mathematical Beliefs. Proceedings of the MAVI Workshop October 1995, University of Duisburg. Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik. Gerhard-Mercator-Universität Duisburg. Heft 310. 1995.