

Günter TÖRNER, Duisburg

Methodische Überlegungen zur Beliefs-Forschung und einige inhaltliche Beobachtungen

1. Einleitung. Beliefs bzw. Beliefs-Systeme resp. mathematische Weltbilder werden im folgenden als Einstellungsstrukturen verstanden (vgl. [11]). Da wir Beliefs als Haltungen intendieren, besitzen sie somit kognitive, affektive und handlungsrelevante Komponenten. Insofern eignen sich diese begrifflichen Konstrukte, um das wechselseitige Verwobensein von kognitiven wie affektiven Netzen mathematischer Inhalte und Begriffe zu modellieren. Es sei bemerkt, dass durch jüngste Untersuchungen, etwa die TIMSS-Analyse, Defizite des Mathematikunterrichts konstatiert werden, die an globalen Netzaspekten festgemacht werden können. Dabei sind wir der Überzeugung, dass diese Defizite hinsichtlich der Vernetzung von Inhalten nicht nur den kognitiven Bereich betreffen, sondern auch Auswirkungen im affektiven Bereich haben dürften, unterstellt man ein paralleles Netz der Emotionen im Sinne der Theorie von Blaney (siehe [5]). Es liegt auf der Hand, dass die globale Erforschung solcher Beliefs-Strukturen aufgrund ihres relationalen Charakters als komplex eingestuft werden muss.

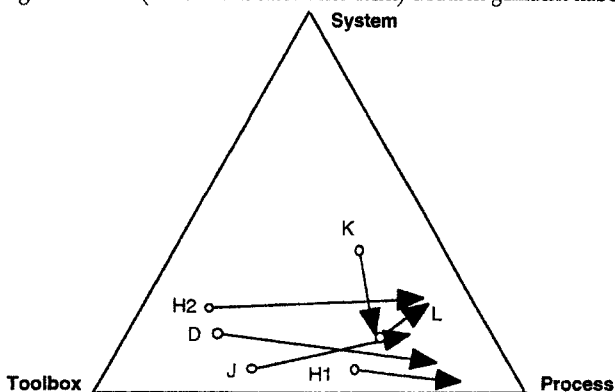
Wenn zwar nach Klafki der Didaktik ein Primat vor der Methodik eingeräumt werden muss, so sind trivialerweise bei Untersuchungen die methodischen Überlegungen von den zur Diskussion stehenden didaktischen Fragen nicht zu trennen. Bei einer Identifizierung von Beliefs mit Haltungen kann zwar grundsätzlich auf die entsprechende Methodik der Psychologie zurückgegriffen werden (vgl. die Diskussion im Hinblick auf Beliefs-Fragen in [7]), doch darf unterstellt werden, dass die hier in Frage stehenden Strukturen, nämlich die Mathematik als Fachgebiet, den zugehörigen Fachunterricht sowie das Lernen und Lehren von Mathematik berühren und somit komplexer sind als eher isolierte oder unabhängige Einzelfragen in der Haltungsforschung.

2. Bewertungstheoretische Ansätze

Mittlerweile klassisch ist der Untersuchungsansatz von Dionne ([4]), Beliefs-Strukturen durch Gewichtsverteilungen zu veranschaulichen; wenn beispielsweise das ausgewogene Bild von Mathematik (-lernen) zur Diskussion steht, so schlägt Dionne vor, konstituierende Komponenten, etwa die Relevanz der Aspekte System-, Toolbox- resp. Prozess für den Mathematikunterricht durch die Verteilung von insgesamt 30 Punkten zu gewichten. Die dabei unterstellten 'Dimensionen' haben sich auch in späteren faktorenanalytischen Untersuchungen als i.w. stabil nachweisen lassen, obgleich sie ergänzungsbedürftig erscheinen. Insofern muß dieser Ansatz als grob eingestuft werden, wenngleich er andererseits auch als robust und elementar zugänglich bezeichnet werden kann.

Pehkonen / Törner [12] haben unlängst diesen Grundansatz um eine graphische Veranschaulichungskomponente verfeinert, die jedoch mehr als nur eine ergänzende Darstellungsform ist. Probanden wurden gebeten, ihre Selbsteinschätzung, etwa hinsichtlich des realen bzw. eines idealen Mathematikunterricht, innerhalb eines gleichseitigen Dreiecks ergänzend graphisch zu markieren. Wir verweisen auf die

demnächst erscheinende Arbeit. Fazit ist, dass eine solche graphische Erhebung von Daten nicht redundant gegenüber der bloßen numerischen Listung ist, sondern durchaus komplementären Charakter hat. Das nachfolgende Diagramm aus [12] beinhaltet die Selbsteinschätzungswerte der Testpersonen, wobei wir nachträglich mittels Vektoren die Veränderungstendenzen (realer $\rightarrow$ idealer Unterricht) deutlich gemacht haben.



Diese Methode läßt zwar im Prinzip nur zwei freie Variablen zu, in der Praxis kann man aber unterstellen, daß drei Variablen in ihrem Verhältnis zueinander beschrieben werden können und anschließend eine Normierung unterstellt wird.

3. Faktorenanalytische Verfahren

Die überwiegende Anzahl der vorliegenden Arbeiten über Schüler- und Lehrer-Beliefs (vgl. die Literatur in [15]) bedient sich faktorenanalytischer Methoden. Neben den grundsätzlichen Problemen quantitativer Verfahren muss der Einsatz von Fragebögen in diesem Zusammenhang zurückhaltend eingestuft werden. Der Aufwand für die Testperson ist nicht unerheblich, insbesondere wenn davon ausgegangen wird, dass erst die gleichzeitige Reaktion auf analoge sprachliche Reize notwendig für das Vorliegen einer Haltung ist. Insofern muss jede Komponente mehrfach im Fragebogen vertreten sein, was zwangsläufig die Zahl der abtestbaren Items beschränkt. Da überdies die Diskussion um das Konsistenz-Theorem bislang keinen befriedigenden Abschluß gefunden hat, muss die Konsistenz begrifflich a priori postuliert werden.

Im Unterschied zu den bisherigen Ansätzen haben Grigutsch, Raatz und Törner (vgl. auch [16]) auf der Basis der partiellen Korrelationen jeweils Graphen konstruiert, wobei deren Kanten, d.h. die signifikanten Korrelationen, interpretiert werden konnten. Die entstandene Struktur wird von uns als **faktorenanalytisches Modell eines Beliefs-Systems** verstanden und erklärt die relative Stabilität von mathematischen Weltbildern.

4. Sprachlich-linguistische Ansätze - Analyse von Metaphern

Nach Maier [8, S. 119] ist die Sprache (auch im MU) das wichtigste Medium, dessen sich die Lehrperson bedienen muß, um Schülern Verstehen der Sache und damit Lernen zu ermöglichen. Dabei steht die Wahl der Sprachmittel wie in kaum einem anderen Fach im Spannungsfeld von Fachsprache, Umgangssprache und aktueller Sprachkompetenz

der Schüler. Wie durch Lakoff [8] (siehe auch [1] und [9]) ausgearbeitet wurde, kommt dabei Sprachfiguren eine herausragende Bedeutung zu. Es war wohl insbesondere Tobin [14], der zuerst auf die Rolle von Metaphern bei der Identifizierung von Beliefs aufmerksam gemacht hat.

Nebenbei sei bemerkt, dass die platonistische Auffassung von Mathematik, also eine 'Reinausprägung' eines mathematischen Weltbildes' durch Platon mittels einer Metapher verdeutlicht wurde: ... *Jäger und Fischer übergeben das Eingefangene den Köchen ... die Geometer aber und Rechner und Sternkundigen, nämlich auch diese sind Jägende, weil sie ja ihre Figuren und Zahlenreihen nicht machen, sondern diese sind schon, und sie finden sie nur auf, wie sie sind - und übergeben ihren Fang den Dialektikern* (Übergangsdialoge Euthydem 290 C). Schließlich kommt allgemein rhetorischen Elementen eine vielleicht bislang unterschätzte Bedeutung in der Mathematikvermittlung zu (siehe das Kapitel *Mathematik und Rhetorik* in [3]).

Dass Metaphern eine wesentliche Rolle beim Lernen spielen und insofern auch als mittelbare Indikatoren von mathematischen Weltbildern taugen, läßt sich vielfach begründen: (1) Einige Kognitionswissenschaftler sehen einen engen Zusammenhang zwischen Lernen und Metaphern: *The metaphor is one of the central tools in overcoming the epistemological gap that exists between the old and the new knowledge.* (Petri)... *Simplifying thinks a little bit, one may say that, in the first case, the metaphor serves understanding, and, in the second, that it serves explanation.* (vgl. [13], pp. 92) (2) Gedächtnispsychologen unterstreichen die Kodierung von gespeicherten Informationen über Bilder.

Tobin unterstellt, dass das Reflektieren des Lehrerverhaltens auf der Basis von Metaphern, als master switch schließlich zur Veränderung eigenen Verhaltens führen kann. Nun sind Beliefs-Systeme definitionsgemäß komplexe Einstellungsstrukturen. Es bietet sich daher an, diese Konstrukte mittels Metaphern zu erschließen. Umgekehrt sollte das meist unbewußte Benutzen von Sprachfiguren zwangsläufig Aufschluß über zugrundeliegende Weltbilder geben (... deine Sprache verrät dich). Beachtenswert ist die länderübergreifende Untersuchung von Berry [2], in der sprachunabhängig mittels Icons, die Berufe darstellen, die jeweilige Auffassung von Mathematiklernen erfragt wurde. Dabei konnten signifikante Unterschiede festgestellt und erklärt werden.

5. Ergebnisse

Vor dem Hintergrund der obigen Hypothesen haben wir vorliegende Video-Interviews mit vierzehn Lehrern über mathematische Weltbilder auf benutzte Metaphern analysiert. Dabei konnten die aus [7] bekannten Ergebnisse bestätigt und erweitert werden. Besonderes Augenmerk haben wir auf die in den Metaphern implizit artikulierten Lehrerrolle resp. das Schülerverständnis gerichtet, die in entsprechenden Metaphern zumeist dual angelegt sind. Insbesondere korrelierten diese Beobachtungen auch mit den parallel erhobenen, numerischen Dionne'schen Daten der Selbsteinschätzungen. Wir zitieren abschließend unkommentiert wenige Sprachfiguren von interviewten Lehrern, die für sich selbst sprechen:

- (a) Lehrer als Stallbursche: ... Wenn man den Schüler interessantes Futter anbietet, dann können und wollen die auch selbständig herangehen.
- (b) Lehrer als Trainer: ... das Umgehen mit der Formel trainieren
- (c) Lehrer als Kellner: ...das Anwendungsproblem vorher serviert, ..., da haben sie im Durchschnitt nicht die Lernfähigkeiten
- (d) Lehrer als Kindergärtnerin: ... Und da kam ich zu meiner Lösung, daß ich die Schüler mehr an die Hand nehme und mit ihnen durch die 'Welt der Mathematik' gehe, und sie nicht freilaufen lasse und dieses oder jenes Blümchen pflücke, sondern mit ihnen gezielt zu den Dingen hingehe, die für ihr Leben nach meiner Meinung wichtig sind. Ich hätte natürlich viele Möglichkeit, sie viele Dinge finden zu lassen, die vielleicht gar nicht BEABSICHTIGT sind...
- (e) Lehrer als Jäger: ... ich muss lauern, woher ich Anregungen bekomme.
- (f) Lehrer als 'konservativer' Krieger: ... ich kämpfe gegen Modernismen, die zum Herumlungern führen.

Literatur

- [1] Bauersfeld, H.; Zawadowski, W. 1981. Metaphors and metonymies in the teaching of mathematics. In 33. CIEAM meeting on processes of geometrisation and visualization, Verbania Pallanza (Italy), 2-9 August 1981, pp. 51 - 60.
- [2] Berry, J.; Sahlgren, P. 1994. In search of good learning. In H. Silverberg & K. Seinelä (Eds.), Reports from the Department of Teacher Education in Tampere A 18 / 1994 (pp.115 - 132).
- [3] Davis, Ph.J.; Hersh, R. 1988. Descartes Traum. Frankfurt: S. Fischer Verlag.
- [4] Dionne, J.J. 1984. The perception of mathematics among elementary school teachers. In J. M. Moser (Ed.), Proceedings of the 6 th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME). (pp. 223 - 228). Madison (WI): University of Wisconsin.
- [5] Ellis, H.C. et al. 1994. Cognition and Emotion: Theories, Implications, and Educational Applications. In L.A. Penner et al. The Challenge in mathematics and Science Education. Psychology's Response. (pp. 83 - 112). Washington: American Psychological Association.
- [6] Fleener, M.J., Pourdavood, R.G. & Fry, P.G. 1995. A study of preservice teachers' metaphors for the different roles of the mathematics teacher. In D.T. Owens, M.K. Reed & G.M. Millsaps (Eds.), Proceedings of 17 th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME). Volume 2 (pp. 104 - 108). Columbus (OH): ERIC Clearinghouse.
- [7] Grigutsch, S. 1994. Methodische Probleme bei der Erforschung von Schülerhaltungen gegenüber dem Mathematikunterricht. In K.P. Müller (Ed.), Beiträge zum Mathematikunterricht 1994. Vorträge auf der 28. Bundestagung für Didaktik der Mathematik in Duisburg (pp. 119 - 122). Hildesheim: Franzbecker.
- [8] Lakoff, G. 1987. Women, Fire, and Dangerous Things: What Categories reveal about the Mind. Chicago: Chicago University Press.
- [9] Leino, A.-L. & Drakenberg, M. 1993. Metaphor: an educational perspective. Research Bulletin No. 84. Department of Education. Helsinki: University of Helsinki.
- [10] Maier, H.; Voigt, J. 1991. Interpretative Unterrichtsforschung. Köln: Aulis Verlag.
- [11] Pehkonen, E.; Törner, G. 1996. Mathematical beliefs and different aspects of their meaning. International Reviews on Mathematical Education (ZDM) 28 (4), 101 - 108.
- [12] Pehkonen, E.; Törner, G. 1997. Investigating teachers' view on mathematics graphically. To appear.
- [13] Sierpinski, A. Understanding in Mathematics. London: The Falmer Press.
- [14] Tobin, K. 1990. Changing metaphors and beliefs: a master switch for teaching? Theory into Practice 29, 122 - 127.
- [15] Törner, G.; Pehkonen, E. 1996. Literature on beliefs. Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik. No. 341. Duisburg: Universität Duisburg.
- [16] Törner, G.; Pehkonen. 1996. On the structure of mathematical belief systems. International Reviews on Mathematical Education (ZDM) 28 (4), 109 - 112.