

Günter TÖRNER, Duisburg

Eine Fallstudie über Lehrereinstellungen zum Mathematikunterricht - ein Vergleich von Untersuchungsmethoden

1. **Einführung.** Über Lehrereinstellungen (mathematical beliefs) zur Mathematik und dem Mathematikunterricht sind insbesondere im englischen Sprachraum viele Artikel erschienen (vgl. die Überblicksartikel [6] und [4]); nur selten wird dabei die Methodik der benutzten Erhebungen von Einstellungen als Forschungsgegenstand selbst thematisiert (vgl. [3]). Entsprechende Beobachtungen sollen hier berichtet werden.

Geradezu klassisch ist der DIONNE'sche Ansatz [1], Beliefs als Gewichteverteilungen für charakteristische Kernaussprägungen zu interpretieren und sie auf diese Weise zu quantifizieren. Diese Komponenten sind bei solchen Erhebungen a priori vorzugeben, können also nicht selbst ermittelt werden. Auch wenn diverse faktorenanalytische Untersuchungen kein vollständig einheitliches Bild liefern, so sind doch diese Faktoren mittlerweile unstrittig. Dionne [1] unterscheidet zwischen einer traditionellen Sicht (traditional perception), einer formalistischen Sicht (formalist perception) und einer konstruktivistischen Sicht (constructivist perception). ERNEST [2] bekräftigt diese Kategorisierung und spricht von den Aspekten 'instrumentist', 'platonist' and 'problem solving'. TÖRNER & GRIGUTSCH [7] sprechen (in der gleichen Reihenfolge) von einem *Toolbox Aspekt* (T), einem *System-Aspekt* (S) und *Prozess-Aspekt* (P). Wie weitergehende Untersuchungen zeigen, läßt sich allerdings nicht die gesamte Spannweite der für die Sicht von Mathematik relevanten Faktoren abdecken.

Die nachfolgende Tabelle zeigt einige Mittelwerte aus diversen Erhebungen, so auch die aus der DIONNE'schen [1].

	T	S	P
Elementary Teachers (Dionne (84), N = 18) (Pretest)	10.8	6.3	13.7
Elementary Teachers (Dionne (84), N = 18) (Posttest)	9.5	7.5	13.4
Elementary Teachers (Dionne (84), N = 15) (Control group, Pretest)	7.5	9.5	13.0
Elementary Teachers (Dionne (84), N = 15) (Control group, Posttest)	10.4	9.8	9.8
Teachers at Comprehensive Schools (Törner, 1995; N = 19)	10.8	11.2	8.0
Teachers at Gymnasium (Törner, 1994; N = 14)	12.8	10.1	7.1
Students at University (Törner, 1997; N = 15)	6.4	11.8	11.8

2. **Zum Design der Untersuchung.** Gegenstand der Untersuchung (vgl. [5]), aus der wir hier einige Aspekte berichten, war die Erhebung des Mathematikbildes von Lehrern verschiedener Schulformen in Nordrhein-Westfalen (Deutschland). Dabei wurden mit den 13 Lehrern themenzentrierte, offene Interviews geführt; zusätzlich füllten die Lehrer in unserer Gegenwart einen Fragebogen aus. Beide Situationen wurden auf Video aufgezeichnet. In einem nachträglichen Briefwechsel wurden

die Lehrer gebeten, ihre Selbsteinschätzung zum Mathematikunterricht uns in doppelter Weise mitzuteilen, einmal in dem sie 30 Punkte auf die Faktoren (T), (S) und (P) verteilen und andererseits, indem sie ihre persönliche Selbsteinschätzungen von realem versus idealem Mathematikunterricht jeweils in einem gleichseitigen Dreieck markierten, dessen Ecken die Faktoren (T), (S) und (P) repräsentieren. Diese zuletzt beschriebene Form der Datengenerierung wurde anscheinend in der mathematikdidaktischen Literatur noch nicht beschrieben.

Im Hinblick auf die beschriebene Ausgangssituation wollten wir der folgenden Forschungsfrage nachgehen:

- (1) *Wie weit sind die prinzipiell redundanten Informationen zum Mathematikunterricht aus den beiden Selbsteinschätzungen zueinander kompatibel?*

Auf diese Weise erhofften wir uns indirekt Rückschlüsse auf die Tauglichkeit der hier vorgestellten graphischen Methode.

3. Ergebnisse. Um die beteiligten Lehrer kurz vorzustellen, beschränken wir uns hier auf die Wiedergabe von Zitaten aus den Interviews. Unter den insgesamt 13 beteiligten Lehrern erscheinen uns die nachfolgenden 6 zitierten einerseits typisch, andererseits decken sie repräsentativ die einbezogenen Schulformen ab.

3.1 Zitate aus den Interviews.

- D: Für mich ist Mathematik nicht spröde. Ich finde Mathematik faszinierend. Für mich lebt Mathematik... Es ist für mich immer wichtig, ich muß den Schülern das Buch lesbar machen. Sie müssen lernen, aus dem Buch das Wissen, das ihnen fehlt, anzueignen... Beweise um ihrer selbst willen halte ich für arrogant überflüssig. Mein Unterricht ist da, daß die Schüler etwas lernen. Säulen tragen die Mathematik genau so gut wie geschlossene Mauern. Man kann unten nicht alles ausmauern.
- H1: Ich lehne eine Produktionorientierung ab, für mich ist der Prozeß sehr wichtig.... Es ist ein entscheidender Faktor, daß der Unterricht den Schülern und mir Spaß macht.
- H2: Selbständigkeit, Selbsttätigkeit ist mir immer noch wichtig, aber selbst in Erweiterungskursen kostet es mich noch viel Zeit und wenn ich an die Effektivität des Unterrichts denke, das muß ich ja auch im Hinterkopf haben, ist es einfach nicht tragbar, längere Zeit selbständig arbeiten zu lassen... Und was gut funktioniert, man gibt Rezepte. Und wenn man gezielt, solches vorgibt, das kommt in den Klassenarbeiten dran, sind die Erfolge auch gegeben.
- J: Selbständiges Arbeiten wird immer schwieriger... Der lehrerkonzentrierte Vortrag hat sich als erfolgreicher herausgestellt, weil sich stellende Fragen gemeinsam vor der Klasse einmal geklärt werden können ...
- K: Am Anfang habe ich noch lehrerzentrierter - ich vermute, daß ich jetzt auch noch lehrerzentriert unterrichte - unterrichtet habe. Das hat sich ein bißchen geöffnet im Laufe der Jahre, in dem man andere Sozialformen machte. Anfänglich stark strukturorientiert,... aber Freudenthal gibt da ja auch keine Hilfe,... Heute geöffnet hat, daß ich versuche mehr Anschauung als Formalismus hineinzubringen. Der Formalismus zwingt ja. Der Schüler hat keine Chance der Gegenwehr, am schlimmsten im indirekten Beweis. Ich glaube, daß ich mich zufrieden gebe, wenn ich Assoziationen entwickle, wenn ich merke, er denkt in diesem Umfeld assoziativ

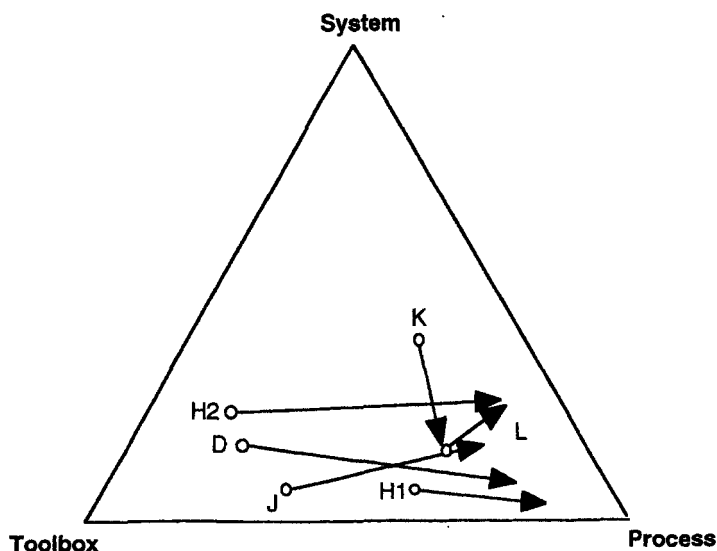
richtig. Das gilt auch für meine Korrekturen. Veranschaulichung, die bleibt länger im Gedächtnis und Assoziation, das wäre so ein Wunsch, vielleicht gelingt es manchmal.

- L: Was ist Mathematik? ...ist ein schillerndes Gebilde, das gestattet formal Inhalte abstrakt und systematisierend aufzuarbeiten. Das finde ich faszinierend.

3.2 Die Selbsteinschätzungen (numerisch). Die nachfolgende Tabelle beinhaltet die von den Lehrern vergebenen Punktzahlen. Die jeweils höchsten Ladungen sind fettgedruckt.

Lehrer	Toolbox	System	Prozess	Toolbox	System	Prozess
	real			ideal		
D	15	5	10	5	5	20
H1	9	1	20	4	1	25
H2	14	8	8	6	12	12
J	15	3	12	10	5	15
K	8	10	12	10	8	12
L	9	9	12	6	9	15

Offensichtlich wünscht sich jeder der Lehrer eine Veränderung, nämlich hin zum Aspekt 'Prozeß'. Keiner der Lehrer propagiert eine extreme Position, weder für den realen noch für den idealen MU. Jeder Lehrer erachtet den Prozeß-Aspekt als den wichtigsten in seiner idealen Sicht. Man beachte, daß die Einschätzungen von K und L verwandt sind, beide sind sich nie begegnet, beide zeichnen sich durch eine hohe Mathematikqualifikation aus.



3.3 Die Selbsteinschätzungen (graphisch). In obigen Figur illustrieren wir die Selbsteinschätzungen, wodurch drei Aspekte deutlich werden: (1) die **Verteilungen** der Markierungen, (2) die **Tendenzen** und (3) die **Größe** der erwünschten Veränderungen. Auf eine vergleichende Diskussion einzelner Einträge müssen wir hier verzichten.

3.4 Vergleich beider Einschätzungen. Beide Datenlisten, die wechselseitig über die Umrechnung baryzentrischer Koordinaten gewonnen werden könnten, beinhalten eine eigenständige Botschaft, so daß offensichtliche Inkonsistenzen nicht überinterpretiert werden sollte. So läßt die Tabelle u.a. Rückschlüsse zu, wo möglicherweise der Interviewte seinen Unterricht aus der realen Situation zu einer idealen Situation glaubt weiter entwickeln zu können. Die graphische Veranschaulichung hingegen beinhaltet stärker metrische Aspekte, die nicht unmittelbar aus den numerischen Daten abgelesen werden können.

4. Zusammenfassung. Die Erhebung der numerischen Dionne-Parameter muß als eine robuste, wenig aufwendige Methode bezeichnet werden, die den Vorteil aufweist, schnell unterschiedliche Einstellungen sichtbar zu machen. Sie wirkt als Diskussionsanreger. Nach unseren Erfahrungen ist jedoch die klare Unterscheidung zwischen realem und idealem Mathematikunterricht substantiell, wodurch mögliche Mißverständnisse ausgeräumt werden. Es kann nicht übersehen werden, daß die subjektive Begründung der von den Interview-Personen vergebenen Gewichte problematisch ist. Ergänzt man diese Informationen parallel durch eine wenig aufwendige (prinzipiell redundante) graphische Veranschaulichung von Positionen der Testpersonen, so werden weitere (metrische) Informationen erzeugt, die das Datenmaterial über die Zahlenwerte maßgeblich komplettieren.

LITERATUR

- [1] DIONNE, J.J. 1984. The perception of mathematics among elementary school teachers. In J. M. Moser (Ed.), *Proceedings of the 6 th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*. (pp. 223 - 228). Madison (WI): University of Wisconsin.
- [2] ERNEST, P. 1991. *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer Press.
- [3] GRIGUTSCH, S. 1994. Methodische Probleme bei der Erforschung von Schülerhaltungen gegenüber dem Mathematikunterricht. In K.P. MÜLLER (Ed.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 1994*. Vorträge auf der 28. Bundestagung für Didaktik der Mathematik in Duisburg (S. 119 - 122). Hildesheim: Franzbecker.
- [4] PEHKONEN, E. & TÖRNER, G. 1996. Mathematical beliefs and different aspects of their meaning. *International Reviews on Mathematical Education (ZDM)* 28 (4), 101 - 108.
- [5] PEHKONEN, E. & TÖRNER, G. 1998. Investigating Teachers' Views of Mathematics Teaching. Eingereicht.
- [6] THOMPSON, A.G. 1992. Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In: GROUWS, D.A. (Ed): *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. pp. 127 - 146. New York: MacMillan Publishing Company.
- [7] TÖRNER, G. & GRIGUTSCH, S. 1994. Mathematische Weltbilder bei Studienanfängern - eine Erhebung. *Journal für Mathematik-Didaktik* 15 (3/4), 211 - 252.