Günter TÖRNER, Duisburg

Kategorisierungen von Beliefs – einige theoretische Überlegungen und phänomenologische Beobachtungen

Es werden drei Ebenen von Beliefs postuliert und am Beispiel der Analysis verdeutlicht, nämlich globale Beliefs (global beliefs), fachgebietsspezifische Beliefs (domain specific beliefs) und stoffspezifische Beliefs (subject matter orientated beliefs). Damit stellt sich die Frage nach einer möglichen Dependenz dieser Beliefsebenen wie das Problem einer Bewertung von möglichen Implikationsmustern von Beliefs.

1. Einleitung. Die folgende Darstellung versteht sich als Beitrag zu einer überfälligen Begriffsklärung. Begriffe spielen im wissenschaftlichen Kontext u.a. eine funktionale Rolle. Ihre Tragfähigkeit läßt sich insbesondere dann rechtfertigen, wenn sie das Freilegen entsprechender Forschungsfragen ermöglicht. Dieses Wechselspiel zwischen Begriffsbildung einerseits und den ausgelösten Implikationen soll für *mathematische Beliefs* deutlich gemacht werden. Den referierten Beobachtungen kommt phänomenologischer Charakter zu, mithin verstehen sich die Antworten nur als erste Erläuterungsversuche. Konsequenzen für den mathematischen Alltag des Schülers, Lehrers und anderer können aus Platzgründen nicht thematisiert werden.

2. Beliefs. Es gibt Ansätze in der Literatur, dass spontanes Lehrerverhalten durch die Parameter (1) Lehrerwissen (teachers' knowledge), (2) innewohnende Beliefs bei Lehrern und Schülern (beliefs and belief systems) und schließlich (3) intendierte Zielsetzungen (goals) (vgl. z.B. Schoenefeld (1998) und die dort umfangreiche zitierte Fachliteratur) zu erklären.

Der Fokus der folgenden Überlegungen beschränkt sich auf (2) und zugehörige theoretische Rahmungen. Referenzdefinitionen von Beliefs (vgl. z.B. McLeod 1989) sind a priori nicht konsensfähig, gleichwohl sind die verwendeten Begriffsumfänge lokal schlüssig. Es sollte daher überlegt werden, ob nicht eine charakterisierende Axiomatik, die auch polymorphe Axiomensysteme produziert (vgl. mathematische Kontexte), anstelle einer abschließenden Definition, nicht in gleicher Weise funktional ist. Diesen Ansatz rechtfertigen Forschungsfragen, die mit jeder derzeitigen Definition von Beliefs Sinn machen. Wir beziehen uns auf die pragmatische Begriffsklärung bei Schoenfeld (1998):

> *Beliefs are mental constructs that represent the codification of people's experiences and understandings. Teachers have beliefs about • themselves, • the nature of intellectual ability, • the nature of the discipline they teach, • about learning, ... People's beliefs shape what they perceive in any set of circumstances, what the consider to be possible or appropriate in those circumstances, the goals they might establish in those circumstances, and the knowledge they might bring to bear in them.*

Auf diese Weise relativieren sich die vielfältigen Definitionsversuche, ohne dass das nie abschlossene Ringen um Klarheit und der Glaube an eine einheitliche Begriffsklärung als Wert an sich betrachtet werden kann.

Schließlich stellt sich bei jeder Definitionsvariante die Frage, inwieweit die Menge mathematischer Beliefs intern strukturiert ist, an welchen Kategorien eine solche Strukturierung sinnvoll zu orientieren ist, welche immanent sind und welche externen Einflußfaktoren für diverse Strukturierungen verantwortlich gemacht werden können.

3. Forschungsfragen zur Strukturierung von Beliefs. In Green (1971) werden Beliefs u.a. nach den Kategorien ‚primär' versus ‚abgeleitet' bzw. ‚psychologisch zentral' versus ‚peripher unterschieden. Schließlich postuliert er das ‚Clustern von Beliefs'. Dieser Ansatz folgt wissenschaftstheoretisch wissenschaftstheoretisch einer **Alternativ-Kategorisierung** (Entweder – oder) eines Begriffsfeldes, die allerdings den Nachteil eines einschränkenden binären Musters hat. Dual unterstellt Green **Gruppierungsaspekte**, also die Hypothese vom Clustern von Beliefs. Damit unbeantwortet bleibt die entscheidende Frage nach geeigneten Kriterien zum Einstufen der Beliefs im Sinne von Green; in der Literatur finden sich auch nur isolierte Beiträge (Jones 1991, Cooney et al. 1998).

Denkbar wäre auch eine **Hierarchisierung** und damit vertikale Ordnung des Feldes, etwa nach fachspezifischen Merkmalen, kann doch die Mathematik als Fachdisziplin lokal hierarchisch strukturiert werden. In der Literatur werden einerseits globale Beliefs (**global beliefs**) erwähnt; daneben sehr oft auch stoffspezifische Beliefs (**subject matter orientated beliefs**) (vgl. z.B. Vinner; Dreyfus 1989), wobei man oftmals eher an ‚Fehlvorstellungen' (misconceptions) denkt. Es hat den Anschein, dass die Verbindungen zu von Tall & Vinner (1981) eingeführten ‚concept images', die vielfach zu Unrecht als ‚beliefs-frei' dargestellt werden, einer Analyse bedürften. Gleiches gilt für ein verwandtes Rahmungskonzept, nämlich für die Grundverständnisse (vom Hofe 1996).

Wie Befunde deutlich machen, ist die komplementäre Unterscheidung (globale versus stoffspezifische Beliefs) im Sinne eines Oben und Unten nicht befriedigend; wir postulieren die Existenz von fachgebietsspezifischen Beliefs (**domain specific beliefs**). Ein solcher als hypothetisch einzustufender Ansatz macht dann den Blick auf eine Zwischenebene frei, wodurch sich die **Forschungsfrage nach der Dependenz** zwischen den drei Ebenen stellt. Damit rückt auch die Frage nach den sogenannten **Beliefssystemen** in den Vordergrund.

4. Befunde. In einer Erhebung, über die an anderer Stelle berichtet werden wird, werden durch Selbstreflexion zur eigenen Analysis-Lerngeschichte Beliefs zur Analysis freigelegt. Wir geben hier kurz zwei Beliefs in einer zuspitzenden Formulierung wider, die die hier diskutierten Aspekte betreffen.

(3) Logik ist eine zentrale Leitlinie in der Mathematik und insbesondere für den Analysisunterricht.

(4) Exaktheit kann als Charaktereigenschaft von Mathematik insbesondere in der Analysis demonstriert werden.

Diese Beliefs sind als fachgebietsspezifische Beliefs mit konzeptionellem Charakter anzusehen. Genauer sollte man von einer meta-konzeptionellen Ebene sprechen, um sie von der sogenannten konzeptionellen abzugrenzen. Damit drängt sich die Forschungsfrage auf, inwieweit diese Beliefs durch globale Beliefs induziert sind. Schon die Formulierung der Studenten im Sinne eines „... insbesondere..." erinnert an eine Dependenz. Für diese Studenten sind Beliefs über Analysis wesentlich verwoben mit anderen Beliefs über Mathematik. Diese Situation läßt sich vor zwei Rahmen diskutieren (Pehkonen; Törner 1996); Stichworte sind hier Beliefs als regulierendes System, Indikatorfunktion, Trägheitscharakter, prognostischer Charakter. Andererseits sind Beliefs auch funktional für das Individuum zu sehen; die entsprechenden Vokabel sind Ordnungsfunktion, Anpassungsfunktion, Selbstbehauptungsfunktion und Selbstdarstellungsfunktion.

5. Konsequenzen. Vor dem Hintergrund dieser lokalen Beobachtungen stellt sich das Problem der Bewertung. Wollte man die Implikation der Beliefs (positiv) rechtfertigen, so könnte man auf die Universalität von Mathematik verweisen und die Einheitlichkeit der in jedem Teilbereich innewohnenden Konzepte der Mathematik hervorheben; ein solcher Ansatz unterstützt den Lernenden durch klare Orientierungen und erleichtert ihm die Anpassung an neue Gegebenheiten. Unter prognostischen Gesichtspunkten liegt die Vermutung nahe, dass auch andere ‚neue' Bereiche durch den Lernenden in gleicher Weise subsumierend adaptiert werden.

Die eine Dependenz positiv stützenden Argumente weisen allerdings auch eine Kehrseite auf. Möglicherweise verhindert ein Dependenzansatz ein pluralistisches Bild von Mathematik, da er letztlich ein monolithisches Verständnis von Mathematik unterstellt. Es ist nicht von der Hand zu weisen, dass damit wenig von den vielfältigen Außenbeziehungen der Mathematik oder auch den ‚big ideas' (vgl. OECD 1999) sichtbar wird, möglicherweise ein entsprechendes Defizit zu unterstellen ist.

Das Fazit kann nur durch eine subjektive Bewertung aufgelöst werden, wobei der Autor die negativen Aspekte einer Implikationsstruktur nachhaltiger als die positiven Plädoyers für eine Dependenz einschätzt. Und noch etwas machen diese Beliefs par excellence deutlich: Exaktheit, Eleganz, Präzision, logische Klarheit sind unstrittig qualitative Merkmale von mathematischen Aktivitäten. Dass man sie unter übergeordneten Gesichtspunkten ebenfalls für Analysis postuliert, korreliert mit der vielfach beobachteten ‚binären' Wahrnehmung dieser Merkmale. Es gibt dann nur ein ‚schwarz' oder ‚weiss', ‚Beweise ja' oder ‚Beweise nein', ‚exakt ja' oder ‚exakt nein'.

Es soll an dieser Stelle nicht über die Ursachen spekuliert werden, wie sich solche Einschätzungen im Verlauf der Lerngeschichte aufbauen. Dahinter steht eine weitere zentrale **Forschungsfrage**, welche fachlichen Ansätze eine einengende Dependenz möglicherweise verhindern oder eher fördern.

Offen ist die Frage, wie die Mechanismen zu beschreiben sind, die diese Beobachtungen plausibel machen. Hier kommen nun die sogenannten *concept images* (Tall; Vinner 1981) ins Spiel. In Deutschland ist hier der von vom Hofe (1995) entwickelte Rahmen der sogenannten *Grundverständnisse* zu erwähnen. Es hat den Anschein, dass Beziehungen dieser Begriffskategorien zu Theorie der Beliefs noch nicht ausreichend untersucht worden sind, mehr noch, dass hier ähnliche Sachverhalte modelliert werden.

Literatur

Cooney, T.J., Shealy, B.E. & Arvold, B. 1998. Conceptualizing belief structures of preservice secondary mathematics teachers. Journal for the Research in Mathematics Education 29, 306 - 333.

Green, T.F. 1971. The Activities of Teaching. Tokyo: McGraw-Hill Kogakusha.

Hofe, Rudolf vom. 1995. Grundvorstellungen mathematischer Inhalte. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Jones, D.L. 1991. A study of the belief systems of two beginning middle school mathematics teacher. Doctoral Dissertation. Dissertation Abstracts International, 51, 3353A. Athens, GA: University of Georgia.

McLeod, D.B. & Adams, V.M. (Eds.). 1989. Affects and mathematical problem solving. New York: Springer-Verlag.

OECD. 1999. Measuring Student Knowledge and Skills - A New Framework for Assessment. Paris: OECD Programme for international student assessment.

Pehkonen, E. & Törner, G. 1996. Mathematical beliefs and different aspects of their meaning. International Reviews on Mathematical Education (ZDM) 28 (4), 101 - 108.

Schoenfeld, A. 1998: Toward a theory of teaching-in-context (draft version: see http://www-gse.berkeley.edu/faculty/aschoenfeld/TeachInContext/tic.html)

Tall, D. & Vinner, S. 1981. Concept images and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. Educational Studies in Mathematics 12, 151 - 169.

Vinner, S. & Dreyfus, T. 1989. Images and definition for the concept of function. Journal for Research in Mathematics Education 20, 356 - 366.