

Optimale Entladung von Rohstofflechtern an einem Hüttenwerk unter Berücksichtigung von Liegegeldern und Rohstoffbeständen

Yavuz Dogan und Günter Törner, Universität Duisburg-Essen

Januar 2012

Die Erzeugung von Rohstahl ist ein komplexer Prozess, der sowohl technisch als auch logistisch eine große Herausforderung darstellt. Die Erfordernis einer immer effizienteren Produktion hat mit der Zeit dazu geführt, dass die verschiedenen Produktionsstufen der Stahlerzeugung in Form integrierter Hüttenwerke zusammengerückt sind. Als Beispiel sei die in Duisburg Huckingen gelegene Hüttenwerke Krupp Mannesmann GmbH (HKM) genannt. Sie umfasst alle benötigten Produktionsstufen, um aus angelieferten Eisenerzen und Kohleprodukten Stahlbrammen und Rundstähle in über 1000 verschiedenen Güten zu produzieren. Mit einer jährlichen Produktion von ca. 5,6 Millionen Tonnen erzeugt die HKM rund 12 Prozent des in Deutschland hergestellten Rohstahls.

Zwei Hochöfen erzeugen dazu täglich bis zu 14000 Tonnen Roheisen, wozu in etwa die doppelte Menge an Hochofeneinsatzstoffen erforderlich ist. Die Beschaffung und Beherrschung dieser ein- und ausfließenden Rohstoffmengen sind ein wesentlicher Schlüsselfaktor, um einen reibungslosen Produktionsprozess zu gewährleisten. Als Folge der fehlenden Wettbewerbsfähigkeit des europäischen Bergbaus werden heute 100 Prozent der in der deutschen Roheisenerzeugung benötigten Eisenerzmengen und ca. 70 Prozent der benötigten Kohleprodukte aus Übersee importiert. Die Hauptlieferanten der deutschen Stahlindustrie sind hierbei Brasilien, Australien und Kanada. Nach einem Umschlag der Rohstoffe an den ARA-Häfen (Amsterdam, Rotterdam, Antwerpen) erfolgt der weitere Transport i.d.R. mit Leichtern über den Rhein. Jährlich gelangen auf diese Weise ca. 4000 Leichter zum Werkshafen der HKM.

In Anbetracht der enormen Rohstoffmengen, die moderne Hochöfen tagtäglich verschlingen, ist eine Bevorratung nur für kurze zeitli-

che Reichweiten möglich. Die auf dem Hütten-gelände befindlichen Bestände dienen lediglich zur Abfederung von Lieferverzögerungen, die bei der angestrebten *Just in time*-Beschaffung auftreten können. Hochöfen zeichnen sich dadurch aus, dass sie nach ihrer Zustellung etwa 15 Jahre ununterbrochen in Betrieb bleiben. Da ein temporäres Stilllegen eines Ofens mit einer starken Beeinträchtigung seiner Haltbarkeit verbunden ist, ist ein stetiger Nachschub an Hochofeneinsatzstoffen sicherzustellen. Dies unterstreicht die Wichtigkeit einer sorgfältigen Planung bei der Abwicklung der eintreffenden Leichterverbände.

Dem Scheduling der Hafenkranbelegung kommt hierbei eine wichtige Rolle zu. In einer vorausschauenden Betrachtung muss ausgehend von voraussichtlichen Ankunftszeiten die Abwicklung der eintreffenden Leichter auf den Hafenkranen eingeplant werden. Zwei Verladungsbrücken mit unterschiedlichen Kapazitäten stehen am Werkshafen der HKM für die Abwicklung von Erzlechtern zur Verfügung. Nach der Entladung der Eisenerze folgt ein Transport über ein komplexes Netz von Transportbändern, Zwischenlagern und Aufbereitungsaggregaten bis die einsatzbereiten Stoffe schließlich in Hochofenbunkern gelagert werden. Zur Sicherstellung eines ruhigen Hochofenbetriebes existieren für jede Erzsorte sowohl an den Hochofenbunkern, als auch an den vorgelagerten Lagerstätten Sicherheitsbestände, die dan Möglichkeit nicht unterschritten werden sollen.

Die zahlreichen Routen und Interdependenzen jenseits der Kaimauer machen eine ganzheitliche Abbildung der Rohstoffbewegungen nahezu unmöglich. Aus diesem Grunde ist eine sinnvolle Abgrenzung der Rohstoffdisposition notwendig. Durch aggregierte Betrachtung aller lokalen Lagerbestände lässt sich für jede Rohstoffsorte von einem kumulierten Gesamtbestand mit ei-

nem entsprechenden kumulierten Sicherheitsbestand ausgehen (siehe Abbildung 1). Hierdurch wird es möglich, das Scheduling Problem der Kranbelegung von der nachfolgenden Disposition der entladenen Rohstoffe hinter der Kaimauer zu entkoppeln. Die zeitliche Zuweisung der Leichter an die Hafenkranen ist so zu bewerkstelligen, dass die nachfließenden Rohstoffmengen ausreichen, um den Gesamtbestand jeder Rohstoffsorte nach Verrechnung mit den zeitlichen Verbräuchen zu jeder Zeit über dem entsprechenden Sicherheitsbestand zu halten. Die Verteilung und der Transport der entladenen Mengen zu den lokalen Zielbeständen hingegen können als Gegenstand einer nachgelagerten Planungsstufe begriffen werden.

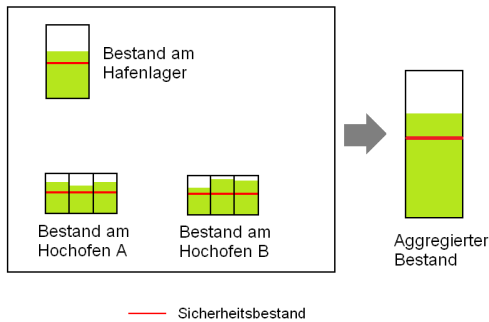


Abbildung 1: Aggregierte Betrachtung am Beispiel einer Rohstoffsorte

Als zusätzliches Kriterium bei der Bestimmung einer Entladungsreihenfolge der Leichter sind monetäre Kosten in Form sogenannter Liegegelder zu berücksichtigen. Die Reederei, die für den Binnentransport unter Vertrag steht, räumt eine zeitliche Frist für die Entladung der Leichter ein. Beim Eintreffen eines Leichters am Werkschiff wird anhand eines vertraglichen Regelwerkes eine sogenannte liegegeldfreie Zeit ermittelt. Ist die Abwicklung des Leichters bis zu diesem Termin nicht abgeschlossen, so ist für jede Tonne transportierter Fracht neben den regulären Frachtkosten eine Strafegebühr fällig, die als Liegegeld bezeichnet wird. Der Liegegeldsatz, der mit der Tonnage der Fracht multipliziert wird, erhöht sich hierbei alle p Stunden auf die nächste von insgesamt vier Stufen. Die Kosten der Entladung eines Leichters lassen sich somit als vierstufige Treppenfunktion der Leichter-verspätung auffassen (siehe Abbildung 2).

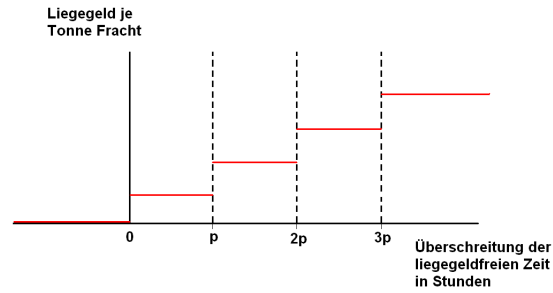


Abbildung 2: Liegegeldsätze in Abhängigkeit von der Leichter-verspätung

In den letzten Jahren ist bei der HKM ein Anstieg der jährlich gezahlten Liegegelder zu beobachten. Im Jahre 2010 hat sich das Liegegeld im Vergleich zum Vorjahr sogar verdoppelt. Die Intention der vorliegenden Machbarkeitsstudie ist es daher zu analysieren, ob durch eine mathematisch unterstützte Leichterentladung Einsparpotenziale hinsichtlich anfallender Liegegelder realisiert werden können.

Die Literatur liefert eine Bandbreite an Abhandlungen über das Anlegestellenmanagement und die Abwicklung von Schiffen an großen Containerterminals. Eine detaillierte Übersicht diesbezüglich findet man in Bierwirth und Meisel (2010, [1]). Im Gegensatz zu der Entladung diskreter Objekte wie z.B. Container findet dagegen die bestandsgesteuerte Entladung sogenannter loser Bulkware wie etwa Eisenerze, Sand oder Flüssigkeiten in der Literatur kaum Beachtung. Li *et al.* (2005, [4]) präsentieren einen Lagrangerelaxierten Ansatz, um die Entladung von Rohstoffen am *Baoshan Iron and Steel complex* zu modellieren. Allerdings betrachtet ihr Ansatz keine Rohstoffbestände. Eine sehr umfangreiche Arbeit von Kim *et al.* (2010, [3]) betrachtet nicht nur die Entladung von Schiffen an der *P steel company* in Südkorea, sondern auch den weiteren Transport der Rohstoffe über ein Netz von Transportbändern. Ihr heuristisches Modell ist leider sehr spezifisch, und lässt sich nur schwer verallgemeinern. Schließlich verknüpfen Matsuda *et al.* (1999, [5]) das *simulated annealing Verfahren* mit einer Simulaton, um Schiffe an Stahlwerken bestandsgesteuert zu entladen.

Da die Abschätzung des dispositiven Einsparpotenzials im Fokus unserer Betrachtung liegt, ist ein optimalitätsnachweisendes Verfahren zu präferieren. Daher werden wir zunächst über

den potenziell hohen Rechenaufwand hinwegsehen und das Problem der optimalen Leichterentladung nachfolgend als *Mixed Integer Programm* modellieren. Der Übersichtlichkeit halber erfolgt die Modellierung in drei Abschnitten. Zunächst werden wir die zeitliche Zuweisung der Leichter an die Hafenkranen modellieren. Der zweite Schritt umfasst die Formulierung der treppenförmigen Liegegeldstruktur. Abschließend erfolgt die Verknüpfung der Rohstoffzuflüsse, die aus der Kranbelegung resultieren, mit der zeitlichen Entwicklung der Rohstoffbestände.

Um die Performanz des Modells zu testen, wurden zufällige Testszenarien generiert, die mit CPLEX 11 gelöst wurden. Zudem wurden Ist-Szenarien aus der Vergangenheit auf ihre Optimalität hin überprüft, um eine Aussage über vorhandenes Einsparpotenzial treffen zu können. Die Ergebnisse der Testläufe werden am Schluss präsentiert.

Modellierung der Kranbelegung

Gegeben sei die Menge $J = \{1, \dots, n\}$ aller Leichter, die innerhalb des betrachteten Planungshorizontes entladen werden müssen. Folgende Parameter sind für die Modellierung der Kranbelegung relevant:

r_j	Freigabezeit des Leichters j
d_j	liegegeldfreie Zeit des Leichters j
t_j	Tonnage der Ladung des Leichters j
v_i	Umschlagkapazität des Kranes i in Tonnen pro Stunde
$p_{i,j}$	Löschdauer des Leichters j mit dem Kran i
M	eine sehr große Zahl

Die Freigabezeit r_j entspricht dem Zeitpunkt, zu dem die Entladung des Leichters j frühestens beginnen darf. Für Leichter, die bereits eingetroffen sind, ist die Freigabezeit 0. Andernfalls entspricht r_j dem voraussichtlichen Zeitpunkt der Ankunft am Werkshafen. Die liegegeldfreie Zeit d_j für Leichter, die noch nicht eingetroffen sind, wird unter Annahme deren pünktlicher Ankunft ermittelt. Die Löschdauer (Dauer der Entladung) $p_{i,j}$ ergibt sich als Quotient aus der Tonnage t_j des Leichters und der Krankapazität v_i , zuzüglich einem konstanten Zeitaufschlag für Andockzeiten und sonstige Arbeiten. Um eine minutengenaue

Verplanung der Leichter realisieren zu können verwenden wir kontinuierliche Startzeitvariablen:

$$\begin{aligned}
 S_j & \quad \text{Löschbeginn des Leichters } j \\
 \pi_{i,j} & \quad \begin{cases} 1 & : \text{ Leichter } j \text{ an Kran } i \\ 0 & : \text{ sonst} \end{cases} \\
 \gamma_{j,k} & \quad \begin{cases} 1 & : \text{ Leichter } j \text{ wird vor } k \text{ gelöscht} \\ 0 & : \text{ sonst} \end{cases} \\
 C_j & := S_j + \sum_{i=1}^2 \pi_{i,j} p_{i,j} \quad \forall j \in J \quad (1)
 \end{aligned}$$

Der Ausdruck (1), dient lediglich der kompakten Schreibweise und entspricht der Fertigstellungszeit der Entladung des Leichters j . Die Restriktionen der Kranbelegung lauten:

$$S_j \geq r_j \quad \forall j \in J \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^2 \pi_{i,j} = 1 \quad \forall j \in J \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 C_j - (3 - \gamma_{j,k} - \pi_{i,j} - \pi_{i,k}) M & \leq S_k \quad (4) \\
 \forall j, k \in J, \quad j < k, \quad i = 1, 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_k - (\gamma_{j,k} + 2 - \pi_{i,j} - \pi_{i,k}) M & \leq S_j \quad (5) \\
 \forall j, k \in J, \quad j < k, \quad i = 1, 2
 \end{aligned}$$

$$S_j \in \mathbb{R}_{\geq 0} \quad \forall j \in J \quad (6)$$

$$\pi_{i,j} \in \{0; 1\} \quad \forall j \in J \quad i = 1, 2 \quad (7)$$

$$\gamma_{j,k} \in \{0; 1\} \quad \forall j, k \in J, \quad j < k \quad (8)$$

Die Bedingung (2) stellt sicher, dass der Löschbeginn keines Leichters vor dessen Ankunft liegen kann. Die Gleichung (3) erzwingt, dass jedem Leichter genau einer der beiden Hafenkranen zugewiesen wird. Da jeder Kran stets nur einen Leichter gleichzeitig entladen kann, muss für je paarweise zwei Leichter j und k , denen der selbe Kran zugewiesen wird, genau eine der beiden Bedingungen $C_j \leq S_k$ oder $C_k \leq S_j$ gelten. Dieser Zusammenhang wird durch die disjunktiven Restriktionen (4) und (5) gewährleistet.

Eine Entladungsreihenfolge für die Leichter, lässt sich in Form eines sogenannten *auftragsori-*

entierten GANTT-Charts veranschaulichen (siehe Abbildung 3). Falls es nicht möglich sein sollte jeden Leichter innerhalb seiner liegegeldfreien Zeitspanne zu entladen, soll die Überschreitung dieser Fristen so auf die einzelnen Leichter verteilt werden, dass minimales Liegegeld anfällt.

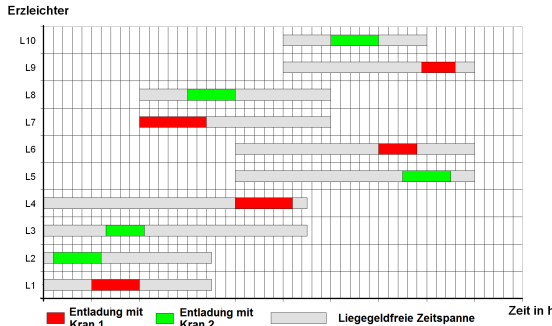


Abbildung 3: GANTT-Chart der Leichterentladung

Modellierung der Liegegeldstruktur

Die Fertigstellungszeit C_j und die liegegeldfreie Frist d_j eines Leichters lassen sich zu der *Terminabweichung* $L_j := C_j - d_j$ zusammenfassen. Man beachte, dass L_j einen nichtpositiven Wert annimmt, wenn der Leichter j fristgerecht abgewickelt wird. In diesem Fall beträgt der anfallende Liegegeldsatz $c_0 = 0$. Für verspätete Leichter (d.h. $L_j > 0$) hingegen ergeben sich folgende Abstufungen des Liegegeldsatzes:

Stufe	Intervall	Liegegeldsatz
1.	$L_j \in]0; p]$	c_1
2.	$L_j \in]p; 2p]$	c_2
3.	$L_j \in]2p; 3p]$	c_3
4.	$L_j \in]3p; L^*]$	c_4

Der Wert L^* stellt eine beliebige obere Grenze für die maximal mögliche Verspätung dar. Zur Berechnung des Liegegeldes wird nach der Fertigstellung eines Leichters die Tonnage dessen Fracht mit dem Liegegeldsatz c_k der entsprechenden Liegegeldstufe $k \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ multipliziert.

Die sechs Elemente der geordneten Menge $\{-L^*; 0; p; 2p; 3p; L^*\}$ seien als *Sprungstellen* bezeichnet. Der Parameter x_k für $k = 0, \dots, 5$ entspräche der jeweils k -ten Sprungstelle. Zudem seien:

ε eine sehr kleine Zahl

$$\alpha_{j,l} \begin{cases} 1 & : \text{ wenn } L_j \in]x_l; x_{l+1}] \\ 0 & : \text{ sonst} \end{cases}$$

$\lambda_{j,k}$ Gewicht der k -ten Sprungstelle

Y_j das für Leichter j anfallende Liegegeld

Die Modellierung der Liegegeldstruktur lässt sich wie folgt realisieren:

$$\sum_{l=0}^5 \lambda_{j,l} (x_l + \varepsilon) = L_j \quad \forall j \in J \quad (9)$$

$$\sum_{l=0}^5 \lambda_{j,l} = 1 \quad \forall j \in J \quad (10)$$

$$\sum_{l=0}^4 \alpha_{j,l} = 1 \quad \forall j \in J \quad (11)$$

$$\lambda_{j,0} \leq \alpha_{j,0} \quad \forall j \in J \quad (12)$$

$$\lambda_{j,l} \leq \alpha_{j,l-1} + \alpha_{j,1} \quad \forall j \in J, l = 1, \dots, 4$$

$$\lambda_{j,5} \leq \alpha_{j,4} \quad \forall j \in J$$

$$\alpha_{j,l} \in \{0; 1\} \quad \forall j \in J, l = 0, \dots, 4$$

Die Variablen $\lambda_{j,0}, \dots, \lambda_{j,5}$ stellen Koeffizienten dar, mit denen die Stützpunkte x_0, \dots, x_5 in der Bedingung (9) gewichtet werden, um die Terminabweichung L_j des Leichters j zu interpolieren. Das ε wird zu jeder Sprungstelle addiert, um die links offenen Intervallgrenzen der Liegegeldstufen abzubilden. Die Konvexitätsbedingung (10) dient ebenfalls der Interpolation. Mit der Bedingung (11) und dem Restriktionsblock (12) erhalten die Variablen $\lambda_{j,0}, \dots, \lambda_{j,5}$ die Struktur einer *geordneten Variablenmenge vom Typ 2* (SOS2-Mengen siehe Kallrath (2002, [2])). Das bedeutet, dass höchstens zwei "aufeinanderfolgende" Variablen $\lambda_{j,k}, \lambda_{j,k+1}$ von Null verschieden sein dürfen. Infolgedessen wird L_j durch zwei benachbarte Stützpunkten interpoliert, und $\alpha_{j,l}$ nimmt genau dann den Wert 1 an, wenn $L_j \in]x_l; x_{l+1}]$ erfüllt ist.

Das anfallende Liegegeld für einen Leichter j beträgt dann:

$$Y_j := \sum_{l=0}^4 \alpha_{j,l} c_l t_j \quad \forall j \in J \quad (13)$$

Modellierung der Rohstoffbestände

Aus der Entladungsreihenfolge der Leichter resultiert ein zeitlicher Zufluss, nämlich immer dann, wenn ein entsprechender Leichter gelöscht wird, zum Bestand jeder Rohstoffsorte. Ausgehend von einem gegebenen Anfangsbestand erhält man den Bestandsverlauf eines Rohstoffes, indem man die zeitlichen Zuflüsse sowie die Verbräuche bilanziert (siehe Abbildung 4). Da die Priorität eines Leichters mit der Knappheit des geladenen Rohstoffes einhergeht, müssen die Rohstoffbestände bei der Bildung einer Entladungsreihenfolge miteinbezogen werden.

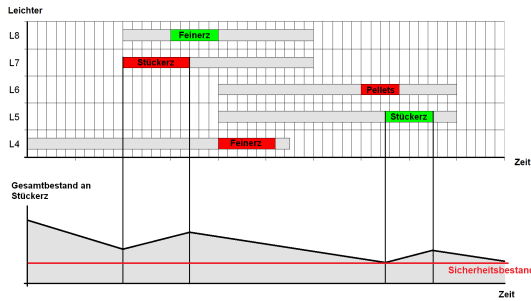


Abbildung 4: Verknüpfung zwischen Entladungsreihenfolge und Bestandsverläufen

Um dies zu bewerkstelligen diskretisieren wir die Zeitachse innerhalb des betrachteten Planungshorizontes in m äquidistante Zeitpunkte μ_1, \dots, μ_m , zu denen wir die Rohstoffbestände erfassen wollen. Diese Zeitpunkte seien im Folgenden als *Bestandsmesspunkte* bezeichnet. Desweiteren seien:

- m Anzahl der Bestandsmesspunkte
- δ Abstand zwischen zwei Bestandsmesspunkten
- R Menge der verschiedenen Rohstoffe, die in dem Leichterpool J vorkommen.
- $J_r \subseteq J$ Teilmenge der Leichter, die den Rohstoff $r \in R$ geladen haben.
- $V_{r,i}$ Verbrauch an Rohstoff r im Intervall $]\mu_{i-1}; \mu_i]$ in Tonnen

- $B_{min,r}$ Sicherheitsbestand des Rohstoffes r
- $B_{r,0}$ Anfangsbestand des Rohstoffes r zu Planungsbeginn
- $B_{r,i}$ Bestand des Rohstoffes r am Bestandsmesspunkt μ_i
- $\Delta_{r,i}$ Defizit des Rohstoffes r am Bestandsmesspunkt μ_i
- $Z_{r,i}$ Zufluss des Rohstoffes r im Intervall $]\mu_{i-1}; \mu_i]$ zum Bestand von Rohstoff r

Die Rohstoffverbräuche $V_{r,i}$ leiten sich aus den Produktionsplänen ab und werden als gegeben angenommen. Für den Bestand eines Rohstoffes r an einem Messpunkt μ_i gilt:

$$B_{r,i} = B_{r,i-1} + Z_{r,i} - V_{r,i} \quad (14)$$

$$\forall r \in R, \quad i = 1, \dots, m$$

$$B_{r,i} \geq B_{min,r} - \Delta_{r,i} \quad (15)$$

$$\forall r \in R, \quad i = 1, \dots, m$$

Die Gleichung (14) stellt eine einfache Gleichgewichtsbedingung dar. Der Bestand einer Sorte zum Zeitpunkt μ_i entspricht dem zum Zeitpunkt μ_{i-1} , zuzüglich dem Nettozufluss ($Z_{r,i} - V_{r,i}$) zwischen diesen Bestandsmesspunkten. Das Bestandsdefizit $\Delta_{r,i}$ in (15) stellt das Saldo des Bestandes und des Sicherheitsbestandes einer Rohstoffsorte am Bestandsmesspunkt μ_i dar. Häufig kommt es vor, dass die Mindestbestände unterschritten werden müssen, wenn sich beispielsweise entsprechende Lieferungen verspäten. Um in solchen Fällen dennoch zulässige Pläne berechnen zu können, werden fehlende Mengen durch die Schlupfvariablen $\Delta_{r,i}$ kompensiert. Natürlich soll dies nur dann erfolgen, wenn eine Erfüllung der Ungleichung (15) andernfalls nicht möglich ist. Daher werden diese Schlupfvariablen nachher in die Zielfunktion aufgenommen und stark bestraft.

Nun ist noch zu klären, wie sich der Zufluss $Z_{r,i}$ der Rohstoffsorte r zwischen den Bestandsmesspunkten μ_{i-1} und μ_i ergibt. Die Schwierigkeit hierbei liegt darin begründet, dass die Verplanung der Leichter zeitkontinuierlich erfolgt (mit Hilfe stetiger Startzeitvariablen), wogegen die entladenen Rohstoffmengen diskreten Bestandsmesspunkten zugewiesen werden müssen.

Dazu ist für jeden Leichter j zunächst zu bestimmen, wieviele aufeinanderfolgende Intervalle $[\mu_{i-1}; \mu_i]$ während der Entladungsdauer erfasst werden. Da die Kräne unterschiedliche Umschlagkapazitäten haben und die Löschdauer des Leichters j somit im Vorfeld nicht feststeht, kann dies nur approximativ erfolgen.

$$\bar{p}_j = \left\lceil \frac{p_{1,j} + p_{2,j}}{\delta} \right\rceil$$

\bar{p}_j ergibt sich somit aus der durchschnittlichen Löschdauer des Leichters j auf den beiden Kränen, dividiert durch die Breite eines Intervalls $[\mu_{i-1}; \mu_i]$. Durch das Aufrunden auf die nächste ganze Zahl ergibt sich die Anzahl der Intervalle $[\mu_{i-1}; \mu_i]$, die einen nichtleeren Durchschnitt mit der Entladungsdauer $[S_j; C_j]$ des Leichters j haben. Es macht daher Sinn die Ladung des Leichters j auf \bar{p}_j Bestandsmesspunkte zu verteilen (siehe Abbildung 5). Dazu sei:

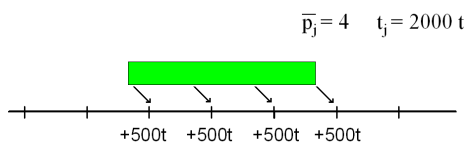


Abbildung 5: Verteilung der Ladung auf die Bestandsmesspunkte

$$\beta_{j,i} : \begin{cases} 1 & : C_j \in]i-1; i] \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases}$$

Folgende Restriktionen sind erforderlich:

$$\sum_{i=1}^{T_{Best}} \beta_{j,i} = 1 \quad \forall j \in J \quad (16)$$

$$\mu_i \beta_{j,i} - (1 - \beta_{j,i}) M + \varepsilon \leq C_j \quad (17)$$

$$\forall j \in J, i = 1, \dots, m$$

$$C_j \leq \mu_{i+1} \beta_{j,i} + (1 - \beta_{j,i}) M \quad (18)$$

$$\forall j \in J, i = 1, \dots, m$$

$$Z_{r,i} := \sum_{j \in J_r} \sum_{l=i}^{i+\bar{p}_j-1} \beta_{j,i} \frac{t_j}{\bar{p}_j} \quad (19)$$

$$\forall r \in R, i = 1, \dots, m$$

$$\beta_{j,i} \in \{0; 1\} \quad (20)$$

Die Restriktion (16) erzwingt, dass für jeden Leichter j genau eine $\beta_{j,i}$ gleich 1 ist. In Verbindung damit sorgen (17) und (18) dafür, dass genau dann $\beta_{j,i} = 1$ ist, wenn $C_j \in]\mu_i; \mu_{i+1}]$ gilt. Denn mit $\beta_{j,i} = 1$ nimmt (17) die Form $\mu_i + \varepsilon \leq C_j$ (näherungsweise $\mu_i < C_j$) und (18) die Form $C_j \leq \mu_{i+1}$ an. Für den Fall $\beta_{j,l} = 0$ hingegen reduzieren sich (17) und (18) auf die trivialen Ungleichungen $\mu_i - M \leq C_j$ bzw. $C_j \leq \mu_{i+1} + M$.

Dass der Ausdruck (19) tatsächlich dem Zufluss von Rohstoff r zum Bestandsmesspunkt μ_i entspricht, sieht man wie folgt: Es ist klar, dass nur die Leichter einen Beitrag zum Bestand von Rohstoff r liefern können, die auch den Rohstoff r geladen haben. Daher wird in der äußeren Summe über aller $j \in J_r$ aufsummiert. Um die Indexierung der inneren Summe nachzuvollziehen, betrachte man zunächst die Abbildung 6.

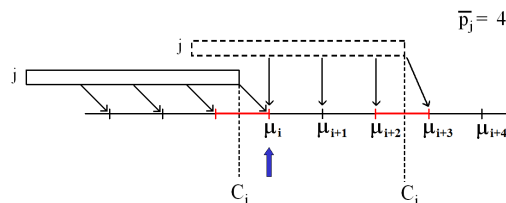


Abbildung 6: Grenzintervalle der Relevanz eines Leichters für einem Bestandsmesspunkt

Wegen $\bar{p}_j = 4$ wird die Ladung des Leichters j auf 4 Bestandsmesspunkte (gekennzeichnet durch die Pfeile) verteilt. Der Abbildung entnimmt man, wie weit die Entladung des Leichters j verschoben werden kann, sodass der Bestandsmesspunkt μ_i noch einen Zufluss von Leichter j erhält. Die roten Intervalle bilden somit die Grenzen, in denen C_j enthalten sein muss, damit Bestandsmesspunkt μ_i noch einen Zufluss von Leichter j erhält. Verallgemeinert erhält ein Bestandsmesspunkt μ_i genau dann einen Beitrag von einem Leichter j , wenn die Fertigstellungszeit des Leichters in einem der Intervalle $[\mu_{i-1}; \mu_i], \dots, [\mu_{i+\bar{p}_j-2}; \mu_{i+\bar{p}_j-1}]$ liegt. Dies entspricht genau den Fällen, dass $\beta_{j,l} = 1$ ist für ein $l \in \{i, \dots, i + \bar{p}_j - 1\}$. Dadurch begründet sich die Indexierung der inneren Summe in (19). Der

Beitrag des Leichters j zum Bestandsmesspunkt μ_i entspricht dem \bar{p}_j -ten Teil der Leichtertonnage t_j . $w_2 = 1$) lautet die vollständige Zielfunktion somit:

Die Zielfunktion

$$\min w_1 \sum_{j \in J} Y_j + w_2 \sum_{r \in R} \sum_{i=1}^m \Delta_{r,i} \quad (21)$$

Da die Entladungsreihenfolge der Leichter minimale Liegegelder verursachen soll, ist zunächst die Summe der einzelnen Liegegebühren zu minimieren:

Dabei sollen jedoch zu jeder Zeit die Sicherheitsbestände der Rohstoffe auf dem Hüttenengelände eingehalten werden, sofern dies mit den angelieferten Mengen möglich ist. Die Rohstoffdefizite $\Delta_{r,i}$ in den Restriktionen (15)

$$B_{r,i} \geq B_{min,r} - \Delta_{r,i} \quad \forall r \in R, i = 1, \dots, m$$

dürfen somit nur dann ungleich Null sein, wenn andernfalls keine zulässige Lösung ermittelt werden kann. Dies erreicht man, indem die Schlupfvariablen $\Delta_{r,i}$ in die Zielfunktion aufgenommen und wesentlich stärker gewichtet werden als die anfallenden Liegegelder. Mit entsprechenden positiven Gewichten w_1 und w_2 ($w_1 +$

Ergebnisse der Machbarkeitsstudie

Um die Performanz des Modells zu untersuchen, wurden zufällige Szenarien mit unterschiedlichen Anzahlen von Leichtern, Rohstoffen und Bestandsmesspunkten generiert. Die Umsetzung des Modells wurde mit *OPL Development Studio* realisiert. Die Berechnungen erfolgten mit Hilfe der Branch and Cut Prozedur von CPLEX 11 auf einem 2GHz Rechner mit 2GByte Hauptspeicher. In der nachfolgenden Tabelle entnimmt man der *Rechenzeit*-Spalte, wieviele Sekunden zum Auffinden einer optimalen Lösung benötigt wurden. Der Eintrag „-“ besagt, dass innerhalb der gegebenen Frist von 600 Sekunden keine optimale Lösung gefunden werden konnte. Die *gap*-Spalte bezeichnet die prozentuale Ganzzahligkeitslücke. Ein gap von 0 entspricht einer optimalen Lösung.

Lauf	Leichter	Rohstoffe	Bestandsmesspunkte	Rechenzeit (s)	gap (%)
1.	20	3	80	15	0
2.	20	3	80	22	0
3.	20	3	80	6	0
4.	25	3	90	22	0
5.	25	3	90	17	0
6.	25	3	90	27	0
7.	30	3	100	57	0
8.	30	3	100	114	0
9.	30	3	100	70	0
10.	35	3	110	220	0
11.	35	3	110	-	0,24
12.	35	3	110	429	0
13.	40	3	120	-	0,36
14.	40	3	120	-	2,7
15.	40	3	120	-	1,35
16.	20	4	100	45	0
17.	20	4	100	25	0
18.	20	4	100	22	0
19.	25	4	100	-	0,13
20.	25	4	100	90	0
21.	25	4	100	131	0
22.	30	4	100	145	0
23.	30	4	100	-	0,076
24.	30	4	100	-	0,416
25.	40	4	120	-	3,56
26.	40	4	120	-	5,86
27.	40	4	120	-	3,77

Um eine maximale Genauigkeit bei der Abbildung der Rohstoffbewegungen zu erhalten, wurden die Rohstoffbestände stündlich erfasst. Dies begründet die große Anzahl an erforderlichen Bestandsmesspunkten. Da Leichterverbände immer in gewissen zeitlichen Abständen zueinander eintreffen, steigt die Länge des Planungshorizontes und damit auch die Anzahl der erforderlichen Bestandsmesspunkte mit der Anzahl der einbezogenen Leichter an. Den Ergebnissen der Testläufe entnimmt man, dass das Modell nur für relativ kleine Rohstoff- und Leichteranzahlen praktikabel ist.

Berechnungen mit Ist-Szenarien aus der Vergangenheit ergaben, dass das anfallende Liegegeld am Werkshafen der HKM je nach Szenario theoretisch zwischen 20 und 30 Prozent redu-

ziert werden kann. Hierbei ist allerdings zu unterstreichen, dass das vorliegende Modell eine starke Vereinfachung der Realität darstellt. In der Praxis fließen sehr viel mehr Faktoren in die Entscheidungen der Disponenten am Hafen ein, als in einem mathematischen Modell abbildbar ist. Es ist daher die Frage zu klären, welchen Beitrag die Restriktionen und Details, die im vorliegenden Modell ausgeklammert wurden, zu den in der Realität anfallenden Liegegeldern leisten.

Insbesondere ist hierbei der Einfluss der Transportbänder, sowie der Verlust von Krankkapazitäten für Überlandarbeiten genauer zu untersuchen. Hierbei scheint es allerdings in Anbetracht der resultierenden Modellkomplexität unausweichlich zu sein, heuristische Methoden in Betracht zu ziehen.

Literaturverzeichnis

- [1] BIERWIRTH, Christian ; MEISEL, Frank: A survey of berth allocation and quay crane scheduling problems in container terminals. In: *European Journal of Operational Research* 202 (2010), S. 615–627
- [2] KALLRATH, Josef: *Gemischt-ganzzahlige Optimierung: Modellierung in der Praxis*. Braunschweig/Wiesbaden : Vieweg, 2002
- [3] KIM, Byung-In ; CHANG, Soo Y. ; CHANG, Junho ; HAN, Yoontech ; KOO, Jeongin ; LIM, Kyungkuk ; SHIN, Jaejoon ; JEONG, Sangwon ; KWAK, Woolahm: *Scheduling of raw-material unloading from ships at a steelworks*. 2010. – Production Planning & Control,
- [4] LI, Shaohua ; TANG, Lixin ; LIUC, Jiyin: *An Exact Method For Berth Allocation At Raw Material Docks*. 2005. – 16th IFAC World Congress
- [5] MATSUDA, K. ; KATOU, H. ; OKATA, T. ; HOSHINO, K. ; KAKISAKA, I. ; ORIKATA, T.: Raw Material Ship Operation Scheduling System in Steelworks. In: *Systems, Man, and Cybernetics* 6 (1999), S. 481–485