

Bestimmung optimaler Standorte

zur Erfassung von Verkehrsflüssen am Beispiel des Güterzugnetzes von DB Cargo

GÜNTER TÖRNER, OLIVER ANNEN, SIGURDUR MARINÓSSON, DUISBURG

1 Einführung

In großen Netzwerken tritt häufig das Problem auf, dass ein Informationsdefizit hinsichtlich der ablaufenden Prozesse im Netz vorliegt. Die Beseitigung dieses Informationsmangels kann dabei aus verschiedenen Gründen motiviert sein und wird in der Regel durch die Positionierung von Detektoren, Kameras oder anderen Messgeräten an geeigneten Standorten im Netz erzielt. Die Verteilung dieser Ressourcen hat häufig unter Optimierungsaspekten stattzufinden.

Fragestellungen dieser Art treten in der Praxis sehr häufig auf. Man denke beispielsweise an die Verteilung von Radarkästen, Zählschleifen, Polizeikontrollen oder Messpunkten zur Disposition von Fahrzeugen. Die Zielsetzung kann dabei wie folgt aussehen: Positioniere m Messstellen in einem Netzwerk, so dass die Anzahl der durch Messstellen erfassten Flüsse maximiert wird.

Optimierungsaufgaben von diesem Typ werden in der Literatur häufig unter dem Stichwort »Flow-Capturing« behandelt. Mathematisch gesehen lassen sich Flow-Capturing Probleme allgemein durch sog. Maximal Covering Location Probleme modellieren [1]. Anwendungen von Maximal Covering Location Problemen und weiter gehenden Fragestellungen findet man z.B. in [2], [3], [4], [5], [6] und [7].

Dieser Beitrag berichtet über die Ergebnisse einer Studie mit DB Cargo. Die an uns herangetragene Optimierungsaufgabe kann dabei als dual formuliertes Flow-Capturing Problem aufgefasst werden. Ziel ist es, eine minimale Anzahl von Erfassungsstellen (sog. E-Stellen) im gesamten Güterzug-Streckennetz der DB so zu verteilen, dass ein geforderter Anteil von Güterwaggons durch E-Stellen erfasst wird.

Neben der Beschreibung der verwendeten mathematischen Methoden soll der Beitrag den Leser für Probleme nicht primär mathematischer Natur sensibilisieren, die bei der Optimierung realer Aufgabenstellungen auftreten können.

2 Aufgabenstellung

Die Bundesrepublik Deutschland verfügt über ein großes, teils engmaschiges Schienennetz mit ca. 40000 Gleiskilometern, das für den Transport von unterschiedlichen Gütern zur Verfügung steht. Ein Großteil dieser Güterverkehre wird derzeitig über das Schienennetz der DB abgewickelt, das den größten Anteil der gesamten Schieneninfrastruktur der BRD ausmacht und täglich von mehreren Tausend Zügen für den Transport von Gütern in Waggons genutzt wird. Dieses Netz ist in reduzierter Form in Abbildung 1 dargestellt.

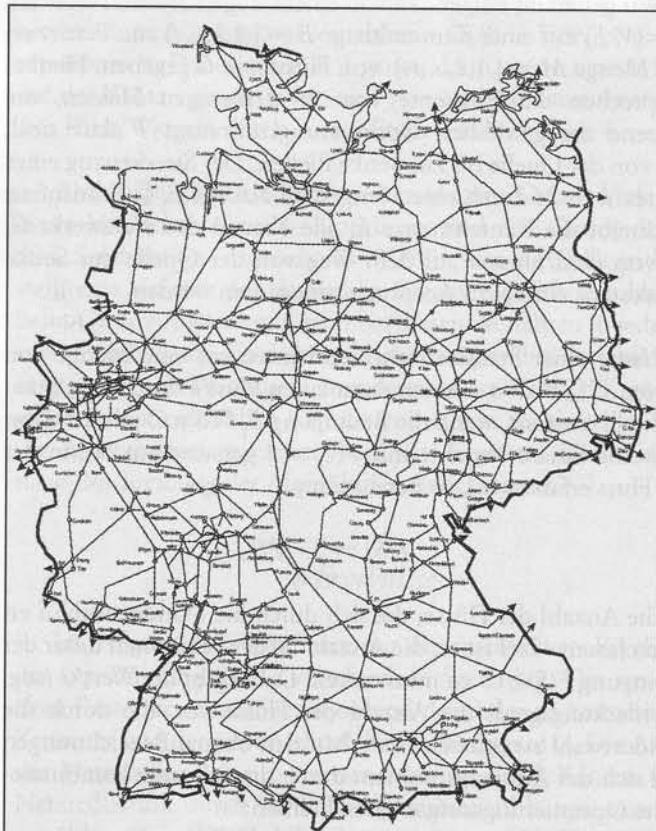


Abb. 1: Auszug aus dem Güterzug-Streckennetz der DB

Ohne auf die ursprüngliche Motivation des Auftraggebers einzugehen, bestand von Seiten der DB Cargo das Interesse, die Güterwaggons, die im gesamten Güterzug-Streckennetz der DB an Zugfahrten teilnehmen, durch E-Stellen zu erfassen. E-Stellen werden dabei auf Gleisen des Netzes installiert. Beim Überfahren einer E-Stelle können einzelne Waggons online identifiziert werden.

Worin liegt das mathematische Problem? Aufgrund der beträchtlichen Kosten für eine E-Stelle bestand das Ziel darin, eine kostenminimale Auswahl von Positionen für E-Stellen zu bestimmen. Dabei wird gefordert, dass ein Anteil von mindestens $x\%$ aller Güterwaggons, die während eines vorgegebenen Zeitraums an Zugfahrten teilgenommen haben, über E-Stellen fahren. Zusätzlich sind die bereits von Seiten der DB Cargo festgelegten Standorte für E-Stellen mit in die Optimierung einzubeziehen.

Die Herausforderung hieß also: Kosten reduzieren durch optimale Positionierung der E-Stellen. Das Problem wurde dadurch erschwert, dass die Reisestrecken der Waggons in der Regel deutlich komplizierter und länger sind als die Zugfahrten selbst. Der Grund ist offensichtlich: Güterwaggons nehmen aufgrund der Sammel- und Verteilstruktur im Schienengüterverkehr häufig an verschiedenen Zugfahrten teil.

3 Das kombinatorische Optimierungsproblem

Die geschilderte Problemstellung lässt sich als kombinatorisches Optimierungsproblem wie folgt formulieren:

Wir gehen im Folgenden von einem ungerichteten Netzwerk $G := (V, E)$ mit einer Kantenmenge $E := \{1, 2, \dots, l\}$ aus. Ferner sei eine Menge $M := \{1, 2, \dots, m\}$ von Flüssen in G gegeben. Hierbei entsprechen die Elemente von M denjenigen Flüssen, die während des gewählten Optimierungszeitraums T aktiv sind, d.h. von der Quelle bis zur Senke fließen. Der Streckenzug eines Flusses $k \in M$ durch eine Menge von Kanten $E_k \subseteq E$. Insofern beschreibt die Kantenmenge E_k alle Kanten des Netzwerks G , die von dem Fluss k auf dem Weg von der Quelle zur Senke mindestens einmal in Anspruch genommen werden.

Unter einer Standortwahl bezeichnen wir eine Menge von Kanten $S \subseteq E$. Wir nennen dann einen Fluss k durch eine Standortwahl S erfasst, wenn die Bedingung $E_k \cap S \neq \emptyset$ gilt. Ist dann $y^k(S)$ eine binäre Variable mit $y^k(S) = 1$ genau dann, wenn der k -te Fluss erfasst wird, so beschreibt

$$F(S) := \sum_{k \in M} y^k(S)$$

die Anzahl der Flüsse, die sich durch die Standortwahl S erfassen lassen. Ziel ist es, die Anzahl $|S|$ der Positionen unter der Bedingung $F(S) \geq \alpha$ zu minimieren. Dabei gibt der Wert α (sog. Überdeckungsgrad) die Anzahl der Flüsse vor, die durch die Standortwahl zu erfassen sind. Mit den obigen Bezeichnungen lässt sich das Ausgangsproblem durch die folgende kombinatorische Optimierungsaufgabe beschreiben:

$$\min\{|S| : S \subseteq E, F(S) \geq \alpha\}.$$

Hierbei handelt es sich um ein NP-vollständiges Optimierungsproblem. Für den Fall $\alpha = |M|$ entpuppt sich die Problemstellung als das bekannte Set Covering Problem.

4 Vom realen Problem zum kombinatorischen Problem

Aufgrund der erfolgten mathematischen Einordnung des Problems erschien die Modellierung handhabbar. Wo lagen jedoch die Schwierigkeiten bei der Durchführung des Projekts? Als bald wurde klar, dass das eigentliche Problem in der Unvollständigkeit der Daten und einer modelladäquaten Verarbeitung der Daten lag.

Um eine Repräsentativität der Analyse einerseits zu gewährleisten, andererseits die Informationsfülle noch handhabbar zu halten, wurde vereinbart, die Optimierung auf den Verkehrsdaten eines ein- bis vierwöchigen Zeithorizonts durchzuführen. Die Datengrundlage setzte sich dabei im Wesentlichen aus sog. Cam-Daten und PVG-Daten zusammen. In den Cam-Daten werden die Routen der Zugfahrten durch Listen der angefahrenen Bahnhöfe beschrieben. Die PVG-Daten eines Zeitraums geben Auskunft, welche Güterwaggons an Zugfahrten, die in den entsprechenden Cam-Daten aufgeführt sind, teilnehmen. Jeder Wagon lässt sich hierbei anhand seiner Fahrzeugnummer eindeutig identifizieren. So weit, so gut!

Im nächsten Modellierungsschritt ging es um den Aufbau des Netzes als solches. Da das fragliche Netz, etwa als Graph in einer Matrixdarstellung der Verbindungen, beim Auftraggeber nicht in der gewünschten Form zur Verfügung stand, lag es nahe, dieses Netz über die vorliegenden Cam-Daten selbst zu generieren. Die naheliegende Kantenregel als Erzeugungsprinzip

Fährt ein Zug auf einer Direktverbindung von Bahnhof A nach Bahnhof B, so gehört die ungerichtete Kante (A, B) zum Netz

erwies sich aus verschiedenen Gründen nicht als praktikabel. Ein wesentlicher Grund lag darin, dass die Beschreibung der Zugrouten nicht in der erforderlichen Detaillierungstiefe vorlag. Zusammenfassend ließen sich die folgende Problemtypen identifizieren:

- (a) Nicht alle Bahnhöfe einer Route sind in den Cam-Daten hinterlegt.
- (b) Weichen im Netz führen zu weiteren graphentheoretischen Problemstellungen (siehe Abbildung 2) und lassen sich anhand der Cam-Daten nicht identifizieren. Während das rechte Bild aus Abbildung 2 möglicherweise zu zwei Erfassungsstellen Anlass gibt, könnten Züge in der Realität durch eine E-Stelle erfasst werden, falls der Algorithmus eine solche E-Stelle in dieser Umgebung vorschlägt.
- (c) Die Unterscheidung zwischen ein- oder mehrgleisigen Streckenabschnitten ist auf Basis der Cam-Daten nicht möglich.

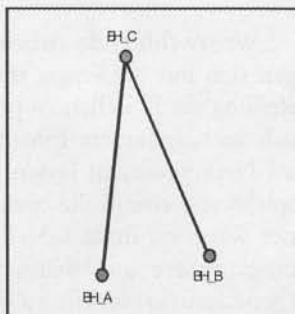
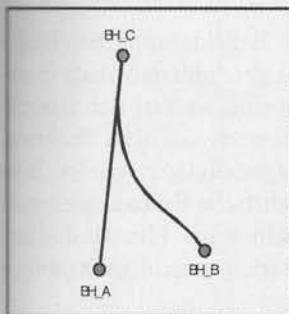


Abb. 2: Konflikte durch die Kantenregel bei Weichen

Vor dem Hintergrund der enormen Datenmengen (fast sechsstellige Anzahl von Zugfahrten in vier Wochen, wobei zusätzlich der Bestand der Güterwagen von DB Cargo sechsstellig ist!) erschien dennoch eine irgendwie geartete, automatisierte Generierung des Netzes bzw. der Routen jedes einzelnen Güterwagens notwendig. Andererseits war eine manuelle Bearbeitung eines hohen Anteils der Zugrouten unumgänglich, um bessere Optimierungsergebnisse erzielen zu können. Was war zu tun? Wegen der großen Anzahl von Zugfahrten verzichteten wir bei Punkt (a) auf den Anspruch, alle Zugrouten detailliert beschreiben zu können. Auf Kosten eines geringeren Detaillierungsgrads wurde daher ein Ansatz gewählt, der langfristige Aussagen zu den Positionen der E-Stellen ermöglicht.

Die Kompromissidee lag darin, für jede Start-Ziel-Relation einer individuellen Zugfahrt, die sich aus den Cam-Daten ergab, genau eine standardisierte Route (sog. Standardroute) festzulegen. Die Berechnung der Standardrouten erfolgte auf der Basis der Häufigkeit von Zugrouten für feste Start-Ziel-Relationen, stets jedoch in inhaltlicher Abstimmung mit dem Auftraggeber. In einem weiteren Schritt mussten die realen Waggonflüsse auf die entsprechenden Standardrouten umgelegt werden. Dieser Prozess führte zu einer erheblichen Reduktion von Zugrouten, so dass die manuelle Korrektur unvollständiger Standardrouten (siehe Punkt (a)) in akzeptabler Zeit möglich war.

In einem nächsten Schritt war zu diskutieren, ob der Detaillierungsgrad der Knoten (Bahnstellen, »Bahnhöfe«), der sich aus den unterschiedlichsten betrieblichen Randbedingungen ergab, sachgemäß war. So lag es in einigen Fällen nahe, mehrere Knoten (bzw. Bahnstellennummern) innerhalb eines ausgewählten Gebietes zu einem singulären Knoten (sog. Verdichtungsraum) zusammenzufassen. Eine Voraussetzung war, dass durch diese Netzreduktion die Positionierungsmöglichkeiten für die E-Stellen kaum eingeschränkt werden.

Die Identifizierung bzw. Definition der Verdichtungsräume erfolgte von Seiten der DB Cargo in Abstimmung mit den Projektmitarbeitern. Die Netzreduktion verringerte erheblich die Komplexität des Problems. Die identifizierten Verdichtungsräume zeichneten sich dabei durch die Eigenschaft aus, dass nur wenige Gleise in den Verdichtungsraum hinein- oder herausführten und die Installation von E-Stellen innerhalb des Gebietes aus infrastrukturellen Gründen nicht in Frage kam. Auf Basis der ausgewählten Verdichtungsräume war schließlich eine Reduktion der Kanten- und Knotenzahl um ca. 50 % (und damit eine Reduktion der Problemgröße) möglich.

Die Mehrgleisigkeit einzelner Kanten wurde auf Wunsch des Auftraggebers vorerst nicht in Betracht gezogen. Dies hätte erneut eine wesentliche Überarbeitung des Datenmaterial erfordert, die in der vorgegebenen Zeit nicht realistisch erschien.

5 Lösungsmethoden

Aufgrund der beträchtlichen Kosten für jede E-Stelle sollten optimale Lösungen für die geschilderte Aufgabenstellung bestimmt werden. Naheliegend war hier die Wahl eines gemisch-ganzzahligen Optimierungsansatzes. Bereits für kleinere Zeiträume zeigten diverse Testdurchläufe, dass die Rechenzeiten von CPLEX ein oder mehrere Tage betragen, um das zugrunde liegende MIP (Mixed Integer Program) optimal zu lösen. Dieses Vorgehen schien allerdings problematisch, da die Optimierung für verschiedene Szenarien mit größeren Zeiträumen und verschiedenen Erfassungsgraden α durchzuführen war.

Unsere Idee lag schließlich darin, das Problem gleichzeitig mit Hilfe eines MIP und verschiedener Greedy-Heuristiken zu lösen. Dabei akzeptierten wir die Ergebnisse der Heuristiken, wenn die Optimalität der heuristischen Lösungen durch die Ergebnisse der Relaxation des MIP gesichert war. In allen anderen Fällen musste das MIP exakt gelöst werden. Als MIP verwendeten wir das folgende Modell:

$$\min \left\{ \sum_{e \in E} x_e : y^k \leq \sum_{e \in E_k} x_e \text{ für alle } k \in M, \alpha \leq \sum_{k \in M} y^k \right\}$$

Die Kanten $e \in E$ und die Flüsse/Waggons $k \in M$ werden hierbei durch die binären Variablen $x_e \in \{0,1\}$ bzw. $y^k \in \{0,1\}$ repräsentiert. Dabei gilt $x_e = 1$ genau dann, wenn eine E-Stelle auf der Kante e gesetzt wird, und $y^k = 1$ genau dann, wenn der k -te Fluss/Waggon durch eine E-Stelle erfasst wird.

Als heuristische Verfahren wählten wir zwei Greedy-Verfahren: einen klassischen Greedy-Algorithmus und den Greedy-Adding and Substitution Algorithmus (GAS). Der GAS-Algorithmus stellt eine Variante des klassischen Greedy-Algorithmus dar. Wie beim Greedy-Algorithmus wird bei diesem Verfahren in jeder Iteration zunächst die lokal »beste« Kante ausgewählt. Anschließend folgt jedoch ein Austausch einer bereits ausgewählten Kante mit einer nicht ausgewählten Kante, wenn dies in der aktuellen Phase des Algorithmus zu einem »besseren« Ergebnis führt. Eine genaue Beschreibung der Algorithmen findet man in [7].

6 Ergebnisse

Im Folgenden präsentieren wir die qualitativen Ergebnisse der Optimierung für 42 verschiedene Szenarien. Die wesentlichen Parameter eines Szenarios sind dabei der zu betrachtende Zeitraum und der gewünschte Überdeckungsgrad α . Die Anzahl der Netzkanten lag pro Szenario bei ca. 1500 Kanten (nach Netzreduktion durch Verdichtungsräume). Abhängig von dem gewählten Zeitraum (1-4 Wochen) waren ca. 100000 bis 200000 Waggons optimierungsrelevant.

Die Lösungen des MIP berechneten wir mit CPLEX 6.5 auf einer Sun Enterprise 450 (4x300 MHz Ultra Sparc-Prozessoren, 4 GB RAM). Die Rechnungen der Greedy-Verfahren erfolgten auf einem PC (400 MHz Pentium II, 256 MB RAM).

Die Auswertung der Ergebnisse zeigte, dass sich die Optimalität der Greedy-Lösungen in ca. 15 % aller Fälle anhand der Lösungen der Relaxation identifizieren ließ. In allen anderen Fällen musste CPLEX die exakten Lösungen bestimmen.

Die weiter führenden Rechnungen von CPLEX ermöglichten anschließend eine Beurteilung der Qualität der Lösungen, die aus den Greedy-Verfahren resultierten. Sehr gute Ergebnisse lieferte der GAS-Algorithmus, der in 92.86 % aller Fälle das Optimum und in allen anderen Fällen eine Abweichung von nur einer E-Stelle vom Optimum produzierte. Durchschnittliche Ergebnisse lagen für das klassische Greedy-Verfahren vor. Zum einen wurde das Optimum lediglich in 35.71 % aller Szenarien angenommen. Zum anderen traten große Abweichungen vom Optimum von bis zu 7 E-Stellen auf. Die qualitativen Ergebnisse der ausgewählten Greedy-Verfahren werden in Tabelle 1 zusammengefasst.

Die Rechenzeiten der Greedy-Algorithmen lagen bei großen Probleminstanzen deutlich unter den Rechenzeiten von CPLEX. Hier waren Zeitsparnisse von 97 % (klassisches Greedy-Verfahren) und 90 % (GAS-Algorithmus) zu beobachten.

Abweichung vom Optimum in Anzahl E-Stellen	Greedy-Algorithmus	Greedy-Adding and Substitution Algorithmus
+ 0	35.71 %	92.86 %
+ 1	33.33 %	7.14 %
+ 2	14.29 %	0 %
+ 3	2.38 %	0 %
+ 4	4.76 %	0 %
+ 5	0 %	0 %
+ 6	4.76 %	0 %
+ 7	4.76 %	0 %

Tabelle 1: Ergebnisse der Greedy-Verfahren

7 Zusammenfassung und Ausblick

Das Projekt hat uns darin bestätigt, dass die Probleme bei der Optimierung realer Problemstellungen nicht ausschließlich mathematischer Natur sind. Vielmehr treten die Schwierigkeiten bereits dann auf, wenn realitätsnahe Probleminstanzen (z.B. Datenverarbeitung, Netzberechnung), eine Grundvoraussetzung für gute Optimierungsergebnisse, generiert werden sollen.

Aus den Optimierungsergebnissen ließen sich ferner Aussagen zur Qualität von Greedy-Heuristiken für das betrachtete Standortproblem ableiten. Im Vergleich zu CPLEX berechnete der GAS-Algorithmus qualitativ gleichwertige Ergebnisse in einem Bruchteil der Rechenzeiten von CPLEX.

Weiter führende Arbeiten unserer Projektgruppe beschäftigen sich mit der Frage, wie unter der geschilderten Aufgabenstellung die E-Stellen zu positionieren sind, so dass sich zusätzlich mehr/genauere Informationen über dynamische Prozesse im Netz gewinnen lassen. Solche Fragestellungen spielen beispielsweise eine Rolle, wenn eine mehrfache Erfassung einzelner Waggons durch E-Stellen gewünscht wird. Hier sind allerdings andere und deutlich komplexere gemischt-ganzzahlige Optimierungsmodelle zu lösen.

Es liegt auf der Hand, dass sich die behandelte mathematische Problemstellung auch auf andere reale Flussprobleme bzw. Überdeckungsprobleme in Netzwerken übertragen lässt. Denkbar ist beispielsweise die optimale Positionierung von Zählschleifen in Straßennetzen oder die kostengünstigste Auswahl von Locations zur Befriedigung einer Nachfrage, die an gewissen Standorten im Netz auftritt.

Danksagung

An dieser Stelle möchte das Projektteam die Gelegenheit nutzen, um der DB Cargo für eine gute und angenehme Zusammenarbeit zu danken. In erster Linie sind dies unsere unmittelbaren Ansprechpartner Jürgen Kandt und Dipl.-Ing. Alf Linde, mit denen wir anregende Diskussionen hatten und von denen wir wertvolle Hinweise erhielten. Insbesondere gilt unser Dank Herrn Linde für die erforderliche Bearbeitung der Rohdaten.

Literatur

- [1] R. L. Church und C. ReVelle, *The maximal covering location problem*, Papers of the Regional Science Association 32 (1996), 105-112
- [2] I. Averbakh und O. Berman, *Locating flow-capturing units on a network with multi-counting and diminishing returns to scale*, European Journal of Operational Research 91 (1996), 495-506
- [3] O. Berman, R. C. Larson und N. Fouska, *Optimal location of discretionary service facilities*, Transportation Science 26 (1992), 201-211
- [4] R. L. Church, D. M. Storms und F. W. Davis, *Reserve selection as a maximal covering location problem*, Biological Conservations 76 (1996), 105-112
- [5] M. J. Hodgson und K. E. Rosing, *A network location-allocation model trading off flow capturing and p-median objectives*, Geographical Analysis 40 (1992), 247-260
- [6] M. J. Hodgson, K. E. Rosing, A. Leontien und G. Storrier, *Applying the flow-capturing location-allocation model to an authentic network*: Edmonton, Canada, European Journal of Operational Research 90 (1996), 427-443
- [7] M. S. Daskin (ed.), *Network and discrete location models, algorithms and applications*, Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization, John Wiley & Sons, New York, 1995