

## Übungen zur Differentialgeometrie 1

### Blatt 12

#### Aufgabe 45. (12 Punkte)

Betrachten Sie die Rotationsfläche  $X(t, \varphi) = (r(t) \cos \varphi, r(t) \sin \varphi, h(t))$  mit differenzierbaren Funktionen  $r(t) > 0, h'(t) \neq 0$ .

- Zeigen Sie, dass die Meridiane  $\{\varphi = \text{const.}\}$  geodätische Linien auf  $X$  sind.
- Welche Breitenkreise  $\{t = \text{const.}\}$  sind geodätische Linien auf  $X$ ?

#### Aufgabe 46. (12 Punkte)

Bestimmen Sie die Geodäten auf der Einheitssphäre  $S^2$  durch Lösen der Geodätengleichungen.

#### Aufgabe 47. (12 Punkte)

Zeigen Sie, dass der Betrag der geodätischen Krümmung einer regulären Kurve  $\alpha$  im Punkt  $p \in S$  gleich der Krümmung der ebenen Kurve ist, die man durch Orthogonalprojektion von  $\alpha$  in die Tangentialebene  $T_p S$  erhält.

#### Aufgabe 48. (12 Punkte)

Betrachten Sie das Helikoid  $X(u, v) = (u \cos v, u \sin v, v)$ .

$\alpha(t) = X(u(t), v(t))$  sei eine Geodäte auf  $X$ . Zeigen Sie, dass dann  $\dot{v} = \frac{a}{1+u^2}$  mit einer Konstanten  $a$  gilt.

Welche Geodäten ergeben sich für  $a = 0$  und  $a = 1$ ?

**Abgabe: Mo, 30. Januar 2017 in der Übung.**

Bitte versehen Sie Ihre Übungsblätter mit Ihrem Namen und Ihrer Mat-Nr. und tackern Sie alle Blätter zusammen. Vielen Dank!