SS 2015 Universität Duisburg-Essen
Prof. Arnd Rösch Fakultät für Mathematik

Übung Numerik und Optimierung großer nichtlinearer Systeme

Blatt 2

Aufgabe 1
Sei $k(t,s) : [0,T] \times [0,T] \to \mathbb{R}$ stetig und beschränkt und $c : [0,T] \to \mathbb{R}$ stetig. Zeigen Sie, daß die Volterrasche Integralgleichung 2. Art

$$x(t) = c(t) + \lambda \int_0^1 k(t,s)x(s)ds, \qquad t \in [0,T]$$

eindeutig löbar ist in $C[0,T]$.

Aufgabe 2
Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^2 + x$, $x \in \mathbb{R}$. Betrachten Sie das vereinfachte Newton-Verfahren

$$x^{k+1} = x^k - f'(x^0)^{-1} f(x^k)$$

zur Bestimmung einer Nullstelle für den Startwert $x^0 = 1$. Zeigen Sie, dass die durch das Verfahren erzeugte Folge $\{x^k\}_{k\in\mathbb{N}}$ linear gegen die Nullstelle $x^* = 0$ konvergiert.

Aufgabe 3 (Implizite Funktionen)
Betrachten Sie die folgenden Beispiele und überlegen Sie sich unter welchen Umstnden diese nach welchen Variablen auflösbar sind.

1. $f(x,y) := 2x + 3y - 6 = 0$.
2. $h(x,y) := (x+y)^2 - 1 = 0$.
3. $g(x,y) := x^2 + y^2 - 1 = 0$.
4. Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 3 &= 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - 1 &= 0. \end{aligned}$$

Aufgabe 4 (Implizite Funktionen)
Betrachten Sie

$$\Psi = \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \to \mathbb{R} \\ (t,x,u) & \mapsto e^{x-tu} - u, \end{cases}$$

und zeigen Sie: $\Psi(t,x,u) = 0$ ist für beliebiges $x_0 \in \mathbb{R}$ in einer Umgebung von $(0, x_0, e^{x_0})$ in der Form

$$u = \varphi(t,x)$$

mit

$$\varphi(0, x_0) = e^{x_0}$$

auflösbar, und erfüllt Burger's partielle Differentialgleichung

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t}(t, x) + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}(\varphi(t, x)^2) = 0.$$

Homepage der Veranstaltung ist:

`https://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_assmann_ss15.php`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Mo	10-12	WSC-S-U-4.02	Arnd Rösch
	Do	10-12	WSC-S-U-3.02	
Ü	Di	10-12	WSC-S-U-4.01	Ute Aßmann