Übung Numerik und Optimierung großer nichtlinearer Systeme

Blatt 3

Aufgabe 1
Sei $F : X \supset D \to X$ stetig differenzierbar mit einer offenen und konvexen Menge D. $F'(x)$ sei Lipschitz-stetig für $x \in D$, $\gamma > 0$. Zeigen Sie, dass dann für alle $u, v \in D$ gilt

$$\|F(v) - F(u) - F'(x)(v-u)\| \leq \frac{\gamma}{2}(\|v-x\| + \|u-x\|)\|v-u\|.$$

Aufgabe 2
Es seien die Voraussetzungen aus Aufgabe 1 erfüllt. Weiterhin existiere $F'(x)^{-1}$. Zeigen Sie, dass Konstanten $\varepsilon > 0$, $0 < \alpha < \beta$ existieren, so dass

$$\alpha\|v-u\| \leq \|F(v) - F(u)\| \leq \beta\|v-u\|$$

für alle $v, u \in D$ gilt, mit $\max\{\|v-x\|, \|u-x\|\} \leq \varepsilon$.

Aufgabe 3 (Lemma von Dennis - Moré (1974))
Sei $D \subset X$ eine offene, konvexe Menge, $F : X \supset D \to X$ stetig differenzierbar, $x^* \in D$, ferner sei $F'(x)$ Lipschitz-stetig und $F'(x^*)$ nichtsingulär. Sei $\{A_k\}$ eine Folge nichtsingulärer Matrizen und für einen Startpunkt $x_0 \in D$ bleibe die Folge der Punkte

$$x_{k+1} = x_k - A_k^{-1}F(x_k)$$

in D mit $x_k \neq x^*$, für beliebiges k, und $\lim_{k\to\infty} x_k = x^*$. Dann konvergiert $\{x_k\}$ superlinear gegen x^* und es gilt $F(x^*) = 0$ genau dann, wenn

$$\lim_{k\to\infty} \frac{\|(A_k - F'(x^*))q_k\|}{\|q_k\|} = 0$$

mit $q_k = A_k^{-1}F(x_k)$.

Homepage der Veranstaltung ist:

`https://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_assmann_ss15.php`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Mo	10-12	WSC-S-U-4.02	Arnd Rösch
	Do	10-12	WSC-S-U-3.02	
Ü	Di	10-12	WSC-S-U-4.01	Ute Aßmann