SS 2015 Universität Duisburg-Essen
Prof. Arnd Rösch Fakultät für Mathematik

Übung Numerik und Optimierung großer nichtlinearer Systeme

Blatt 9

Aufgabe 1
Seien $F : D \subset X \to Y$ und $E : D \subset X \to Y$ gegebene Operatoren. Zeigen Sie, dass dann gilt:

(a) Ist F Fréchet-differenzierbar, dann ist F auch Newton-differenzierbar. In diesem Fall ist die Fréchet-Ableitung $F'(x)$ $\forall x \in D$ auch Newton-Ableitung von F.

(b) Die Newton-Ableitung ist nicht eindeutig.

(c) Seien G und H Newton-Ableitungen von F in $x \in D$. Dann ist $K := \lambda G + (1-\lambda)H$ auch Newton-Ableitung von F in x für $\lambda \in [0,1]$. Zusätzlich gilt

$$\lim_{h\to 0} \|G(x+h)h - H(x+h)h\|_Y = 0.$$

(d) Seien G bzw. H nun Newton-Ableitungen der Operatoren F bzw. E in $x \in D$. Dann ist $I = \alpha G + \beta H$ eine Newton-Ableitung von $\alpha F + \beta E$ in $x \in D$.

(e) Eine Newton-Ableitung G von F ist im allgemeinen nicht stetig (Hinweis: Betrachten Sie die Newton-Ableitung von $F(x) = \max(0, x)$). Ist dagegen G stetig in x, dann ist F in x Fréchet-differenzierbar und es gilt $F'(x) = G(x)$.

Aufgabe 2
Sei $H : X \subset D \to Y$ stetig Fréchet-differenzierbar in $x \in D$ und $\phi : Y \to Z$ sei Newton-differenzierbar in $H(x)$ mit Ableitung G. Dann ist $F = \phi(H)$ Newton-differenzierbar mit Ableitung

$$G(H(x+h))H'(x+h) \in \mathcal{L}(X, Z)$$

für hinreichend kleines h.

Aufbage 3
Ein Operator $F : X \to Y$ ist genau dann Newton-differenzierbar in x, wenn F Lipschitz-stetig in x ist.
Man benutze: Sei X ein normierter Raum und h ein beliebiges, aber fixiertes Element von X, $h \neq 0$. Dann existiert ein Element g aus X^* dem Dualraum von X, mit

$$g(h) = \|h\| \quad \text{und} \quad \|g\| = 1.$$

Homepage der Veranstaltung ist:

`https://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_dima_ss15.php`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Mo	10-12	WSC-S-U-4.02	Arnd Rösch
	Do	10-12	WSC-S-U-3.02	
Ü	Di	10-12	WSC-S-U-4.01	Ute Aßmann