

Übung Numerik und Optimierung großer nichtlinearer Systeme

Blatt 11

Aufgabe 1

Wir betrachten das Optimierungsproblem im \mathbb{R}^2

$$\left. \begin{array}{l} \min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x) = 2(x_1^2 + x_2^2 - 1) - x_1 \\ \text{unter } h(x) = x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0. \end{array} \right\} \quad (1)$$

Bestimmen Sie die optimale Lösung $\bar{x} \in \mathbb{R}^2$ und den zugehörigen Lagrange-Multiplikator $\bar{\lambda} \in \mathbb{R}$ mit Hilfe der Multiplikatorenregel.

Aufgabe 2

Zu einem allgemeinen Optimierungsproblem $\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x)$ unter den Nebenbedingungen $h(x) = 0$ kann man das SQP-Teilproblem auch auf die folgende Art darstellen.

$$\left. \begin{array}{l} \min_{s \in \mathbb{R}^n} \tilde{f}(x) = \frac{1}{2} \langle s, H_k s \rangle + \langle \nabla f(x^k), s \rangle \\ \text{unter } h(x^k) + h'(x^k)s = 0. \end{array} \right\}$$

Hierbei steht H_k für die Hessematrix der Lagrangefunktion in der aktuellen Iteration steht. Die neue Iterierte x^{k+1} ergibt sich dann als $x^{k+1} = x^k + s^k$. Geben Sie das SQP-Teilproblem für das Optimierungsproblem (1) an mit $x^k = (\cos \Theta, \sin \Theta)^\top$, $\Theta \in (0, 2\pi)$, $\lambda_k = \bar{\lambda}$ und $H_k = H(x_k, \bar{\lambda})$ und bestimmen Sie dessen Lösung s^k .

Aufgabe 3

Lösen Sie das folgende Optimierungsproblem mit Hilfe der Lagrangeschen Multiplikatorenregel. Untersuchen Sie notwendige und hinreichende Optimalitätsbedingungen.

$$\begin{array}{l} \min(x - 3) + y^2 \\ x^2 - y \leq 0 \end{array}$$

Aufgabe 4

Sei folgendes Optimierungsproblem gegeben:

$$\begin{array}{l} \min_{x \in \mathbb{R}^2} (x_1 - x_2)^2 + (x_1 - 1)^2 \\ x_2^2 + x_2 - 1 \leq 0, \\ x_1^2 - x_2 - 1 \leq 0. \end{array}$$

Berechnen Sie ausgehend vom Startpunkt $(x^0, \lambda^0) = ((-2, -1)^\top, (0, 0)^\top)$ einen Schritt des lokalen SQP-Verfahrens für diese Optimierungsaufgabe.

Homepage der Veranstaltung ist:

https://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_dima_ss15.php

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Mo	10-12	WSC-S-U-4.02	Arnd Rösch
	Do	10-12	WSC-S-U-3.02	
Ü	Di	10-12	WSC-S-U-4.01	Ute Aßmann