SS 2015 Universität Duisburg-Essen
Prof. Arnd Rösch Fakultät für Mathematik

Übung Numerik und Optimierung großer nichtlinearer Systeme

Blatt 5

Aufgabe 1
Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x_1, x_2) = x_1^3 - x_1 x_2 + x_2^2 - 2x_1 + 3x_2 - 4$$

alle lokalen Minima. Berechnen Sie dazu zunächst alle stationären Punkte von f und überprüfen Sie dann, in welchen stationären Punkten die Hesse-Matrix positiv definit ist.

Aufgabe 2
Sei H eine symmetrische, positiv definite $n \times n$-Matrix und $b \in \mathbb{R}^n$. Wie hängen die Lösungen der folgenden quadratischen Optimierungsprobleme vom Parameter $w \in \mathbb{R}^n$ ab?

1. $$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x, w) = \frac{1}{2} x^\top H x + b^\top (x + w).$$
2. $$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x, w) = \frac{1}{2} x^\top H x + (b + w)^\top x.$$
3. $$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x, w) = \frac{1}{2} x^\top (H + W) x + b^\top x \quad \text{mit } W = \operatorname{diag}(w).$$

Aufgabe 3
Bestimmen Sie die stationären Punkte der folgenden Funktionen. Wo liegen lokale Minima/Maxima vor?

1. $f(x) = x_1 + x_2 + 4 \sin x_1 \sin x_2$
2. $f(x) = x^4 + y^4 - 4c^2 xy, \quad c \in \mathbb{R}.$

Aufgabe 4
Lösen Sie folgende Aufgaben.

$$(a) \begin{cases} x_1^2 + x_1 x_2^2 + x_2^2 \longrightarrow \min \\ x_1^2 + x_2^2 = 1 \end{cases} \qquad (b) \begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 \longrightarrow \min \\ x_1 + 2x_2 + \cdots + n x_n = 1 \end{cases}$$

Aufgabe 5
Zeige: Die Funktion

$$f(x_1, \ldots, x_5) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + \frac{1}{2} x_5^2 - 4(x_1 + x_2) - 2(x_3 + x_4) - x_5 + 6.5$$

hat ein globales Minimum an der Stelle $x = (1, 1, 1, 1, 1)^T$.

Homepage der Veranstaltung ist:

https://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_assmann_ss15.php

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Mo	10-12	WSC-S-U-4.02	Arnd Rösch
	Do	10-12	WSC-S-U-3.02	
Ü	Di	10-12	WSC-S-U-4.01	Ute Aßmann