SS 2015 Universität Duisburg-Essen
Prof. Arnd Rösch Fakultät für Mathematik

Übung Nichtglatte Optimierung und Komplementaritätsprobleme

Blatt 1

Aufgabe 1

(i) Zeigen Sie, dass der Durchschnitt einer beliebigen Familie $\{C_j\}_{j\in J}$ konvexer Mengen wieder konvex ist;

(ii) Sei $C \in \mathbb{R}^n$ nichtleer. Zeigen Sie, dass die konvexe Hülle conv C gerade der Menge aller Konvexkombinationen von Elementen aus C entspricht.

(iii) Das kartesische Produkt $C_1 \times C_2$ zweier Kegel C_1, C_2 ist wieder ein Kegel;

(iv) Der Abschluss eines Kegels C ist wieder ein Kegel;

(v) Das Bild und das Urbild eines Kegels C unter einer linearen Abbildung A ist wieder ein Kegel.

Aufgabe 2

Seien $C \subset \mathbb{R}^n$ abgeschlossen und konvex und $D \subset \mathbb{R}^n$ kompakt und konvex, $C, D \neq \emptyset$. Zeigen Sie:

(i) $C - D$ ist abgeschlossen und konvex;

(ii) Sind C und D disjunkt, dann gibt es ein $a \in \mathbb{R}^n\backslash\{0\}$ so, dass gilt $\inf\limits_{x\in D} \langle a, x\rangle > \sup\limits_{y\in C} \langle a, y\rangle$;

(iii) Für die abgeschlossenen Mengen $C, D \subset \mathbb{R}^2$,

$$C := \{x \in \mathbb{R}^2 : x_2 = 0\}, \qquad D := \{x \in \mathbb{R}^2 : x_1 > 0, x_1x_2 \geq 1\}$$

ist (ii) nicht erfüllt.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die folgenden Mengen $C \subset \mathbb{R}^n$ konvex sind und bestimmen Sie die Normalenkegel $N_C(\bar{x})$ für $\bar{x} \in C$:

(i) $C = [a, b] \in \mathbb{R}$;

(ii) $C = \overline{B_1(0)} \subset \mathbb{R}^n$;

(iii) $C \subset \mathbb{R}^n$ Unterraum;

(iv) $C = \{x \in \mathbb{R}^n : \langle a, x\rangle \leq b\} \subset \mathbb{R}^n$ mit $a \in \mathbb{R}^n\backslash\{0\}$, $b \in \mathbb{R}$.

Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_feldhordt_SS15.php`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	14-16	WSC-N-U-4.04	Arnd Rösch
	Do	14-16	WSC-S-U-4.01	
Ü	Mi	10-12	WSC-O-4.43	Hendrik Feldhordt