SS 2015 Universität Duisburg-Essen
Prof. Arnd Rösch Fakultät für Mathematik

Übung Nichtglatte Optimierung und Komplementaritätsprobleme

Blatt 2

Aufgabe 1

(i) Sei $f : C \to \mathbb{R}$ strikt konvex. Zeigen Sie, dass es dann höchstens einen globalen Minimierer in C gibt;

(ii) Zeigen Sie: $f(x) := \frac{1}{2}\|x - y\|^2$ ist für jedes $y \in \mathbb{R}^n$ strikt konvex auf $\mathbb{R}^n$;

Sei nun $C \subset \mathbb{R}^n$ nichtleer, abgeschlossen und konvex. Zeigen Sie:

(iii) Für jedes $y \in \mathbb{R}^n$ existiert genau ein Element $z \in C$ mit kleinstem Abstand zu y. $z = P_C(y)$ heißt Prokektion und ist bestimmt durch

$$\langle y - P_C(y), x - P_C(y)\rangle \leq 0 \text{ für alle } x \in C;$$

(iv) Für beliebiges $\bar{x} \in C$ gilt: $d \in N_C(\bar{x})$ genau dann, wenn $\bar{x}$ die Projektion von $\bar{x} + d$ auf C ist;

(v) Für $0 \neq a \in \mathbb{R}^n$ sei $C := \{x \in \mathbb{R}^n : \langle a, x\rangle = 0\}$. Sei $y \in \mathbb{R}^n$. Bestimmen Sie die Projektion $z = P_C(y)$.

Aufgabe 2

Betrachte die Aufgabe

$$\inf\ (x_1 + 1)^2 + x_2^2 \quad \text{s.t. } -x_1^3 + x_2^2 \leq 0,\ x \in \mathbb{R}^2$$

(i) Lösen Sie das Problem geometrisch;

(ii) Finden Sie Multiplikatoren λ_0, λ so, dass die Fritz-John-Bedingungen erfüllt sind;

(iii) Zeigen Sie, dass es keine Lagrange-Multiplikatoren gibt. Warum nicht?

Aufgabe 3

Zeigen Sie: Sind die Vektoren $\{a^1, .., a^m\} \subset \mathbb{R}^n$ linear unabhängig, dann gibt es ein $d \in \mathbb{R}^n$ so, dass $\langle a^i, d\rangle < 0$ für alle $i = 1, ..., m$.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass das folgende Problem eine optimale Lösung hat und bestimmen Sie diese mit hilfe der KKT-Bedingungen:

$$\inf\ x_1^2 + x_2^2, \quad \text{s.t. } -2x_1 - x_2 + 10 \leq 0,\ -x_1 \leq 0.$$

Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_feldhordt_SS15.php`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	14-16	WSC-N-U-4.04	Arnd Rösch
	Do	14-16	WSC-S-U-4.01	
Ü	Mi	10-12	WSC-O-4.43	Hendrik Feldhordt