SS 2015 Universität Duisburg-Essen
Prof. Arnd Rösch Fakultät für Mathematik

Übung Nichtglatte Optimierung und Komplementaritätsprobleme

Blatt 3

Aufgabe 1
Sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ konvex. Zeigen Sie: $d \in \mathbb{R}^n$ liegt im Subgradienten von f in $\bar{x}$ genau dann, wenn die Funktion $\langle d, x\rangle - f(x)$ in $x = \bar{x}$ ihr Maximum annimmt.

Aufgabe 2
Bestimmen Sie das Subdifferential der folgenden Funktionen:

(i) $f(x) := \|x\|$, $x \in \mathbb{R}^n$;

(ii) $f(x) := \delta_C(x)$ für $C \subset \mathbb{R}^n$ konvex, $x \in \mathbb{R}^n$

(iii) $f(x) := \begin{cases} -\sqrt{x}, & x \geq 0 \\ \infty, & \text{otherwise} \end{cases}$;

(iv) $f(x) := \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ \infty, & \text{otherwise} \end{cases}$.

Aufgabe 3
Seien $p : \mathbb{R}^n \to (-\infty, \infty]$ sublinear und $\bar{x} \in \operatorname{core}(\operatorname{dom} f)$. Zeigen Sie, dass für $q(\cdot) := p'(\bar{x}; \cdot)$ gilt:

(i) $q(\lambda\bar{x}) = \lambda p(\bar{x})$ für alle $x \in \mathbb{R}$;

(ii) $q \leq p$;

(iii) $\operatorname{lin} q \supset \operatorname{lin} p + \operatorname{span}\{\bar{x}\}$,

Aufgabe 4
Sei $h : \mathbb{R}^n \to (-\infty, \infty]$. Beweisen Sie die Fenchel-Young-Ungleichung: Für alle $x, \phi \in \mathbb{R}^n$ gilt

$$h(x) + h^*(\phi) \geq \langle \phi, x\rangle .$$

Gleichheit gilt genau dann, wenn $\phi \in \partial h(x)$.

Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_feldhordt_SS15.php`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	14-16	WSC-N-U-4.04	Arnd Rösch
	Do	14-16	WSC-S-U-4.01	
Ü	Mi	10-12	WSC-O-4.43	Hendrik Feldhordt