SS 2015 Universität Duisburg-Essen
Prof. Arnd Rösch Fakultät für Mathematik

Übung Nichtglatte Optimierung und Komplementaritätsprobleme

Blatt 11

Aufgabe 1
Sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ konvex. Zeigen Sie die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

1. $\bar{x}$ löst $\min_{x\in\mathbb{R}^n} f(x)$;
2. $0 \in \partial f(\bar{x})$;
3. $f'(\bar{x}, d) \geq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$.

Aufgabe 2
Sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}^n$. Ein $d \in \mathbb{R}^n$ heißt Abstiegsrichtung von f in x, wenn es ein $T > 0$ so gibt, dass gilt $f(x + td) < f(x)$ für alle $t \in (0, T)$. Zeigen Sie: Ist f konvex, dann sind äquivalent:

(i) d ist Abstiegsrichtung von f in x;

(ii) $f'(x, d) < 0$;

(iii) $\max\limits_{s\in\partial f(x)} \langle s, d\rangle < 0$.

Aufgabe 3
Seien $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ konvex, $x \in \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie: Ist $0 \neq s \in \mathbb{R}^n$ die eindeutig bestimmte Projektion von 0 auf $\partial f(x)$, dann ist $d := \frac{s}{\|s\|}$ eine Abstiegsrichtung von f in x und es gilt

$$f'(x, d) = -\|s\|, \quad f'(x, -s) = -\|s\|^2.$$

Aufgabe 4
Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x) := \max\{-x_1, x_1 + 2x_2, x_1 - 2x_2\}$. Wir betrachten das Subgradientenverfahren für die Aufgabe $\min f(x)$. Zeigen Sie: Für $x^k := (1, 0)^T$ ist die Wahl $s^k = (1, 2)^T$ zulässig, liefert jedoch keinen Abstieg.

Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_feldhordt_SS15.php`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	14-16	WSC-N-U-4.04	Arnd Rösch
	Do	14-16	WSC-S-U-4.01	
Ü	Mi	10-12	WSC-O-4.43	Hendrik Feldhordt