SS 2015 Universität Duisburg-Essen
Prof. Arnd Rösch Fakultät für Mathematik

Übung Nichtglatte Optimierung und Komplementaritätsprobleme

Blatt 13

Aufgabe 1
Wir betrachten die beiden äquivalenten Aufgaben

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} \; f(x), \qquad \text{Nb.: } h(x) = 0,$$
$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} \; f(x), \qquad \text{Nb.: } h(x) \leq 0, \; -h(x) \leq 0$$

Zeigen Sie, dass kein zulässiger Punkt x_0 der zweiten Formulierung die LICQ erfüllen kann. Wie sieht es mit der MFCQ aus?

Aufgabe 2
Gegeben sei die Aufgabe

$$\min \; f_i(x), \quad \text{Nb.: } x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0, \; x_1 x_2 = 0$$

mit $f_1(x) = \frac{1}{2}[(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2]$, $f_2(x) = x_1 + x_2$. Zeigen Sie, das die Menge der Lagrangeschen Multiplikatoren nicht beschränkt ist.

Aufgabe 3
Gegeben sei die Aufgabe

$$\min_{(x,y) \in \mathbb{R}^2} f(x,y), \qquad \text{Nb.: } |x| \leq 1, y \text{ löst } (*)$$

wobei $(*)$ gegeben ist durch

$$\min_{y \in \mathbb{R}} y, \qquad |y| \leq 1, \; xy \leq 0$$

(i) Zeigen Sie, dass das Problem ein MPEC ist, d.h. es hat die Form

$$\min_{(x,y) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m} f(x,y), \qquad \text{Nb.: } (x,y) \in Z \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m, \; y \text{ löst } (**)$$

mit $(**)$ gegeben durch

$$y \in C(x) \text{ löst } (v - y)^T F(x,y) \geq 0 \text{ für alle } v \in C(x)$$

Dabei ist $C : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ mengenwertig und $F : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^m$.

(ii) Zeichnen Sie die Abb. $x \mapsto C(x)$ und bestimmen Sie die Lösungsabb. $x \to S(x)$ des Problems der unteren Stufe.

(iii) Zeichnen Sie die zulässige Menge des MPEC, $Z \cap \mathit{graph}\ S$.

(iv) Die Zielfunktion sei gegeben durch $f(x,y) = x + 2y$. Setzen Sie die Lösungsabbildung $x = S(x)$ ein, finden Sie den globalen Minimierer x^* und zeigen Sie, dass die reduzierte Zielfunktion in x^* nicht stetig ist.

(v) Suchen Sie einen globalen Minimierer für $f(x,y) = x - (y + \frac{3}{2})x - y$.

Aufgabe 4
Gegeben seien die Gleichungs- und Ungleichungsnebenbedingungen

$$g(x) = \begin{pmatrix} -x_1 - 1 \\ x_1 - 1 \end{pmatrix}, \quad h(x) = x_2$$
$$\text{bzw. } g(x) = \begin{pmatrix} x_2 - (x_1 + 1)^3 \\ x_1 - 1 \end{pmatrix}, \quad h(x) = x_2.$$

Zeigen Sie, dass die zulässigen Mengen übereinstimmen. Bestimmen Sie jeweils den Tangentialkegel und den Linearisierungskegel in $x = (-1, 0)^T$. Was fällt auf?

Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_feldhordt_SS15.php`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	14-16	WSC-N-U-4.04	Arnd Rösch
	Do	14-16	WSC-S-U-4.01	
Ü	Mi	10-12	WSC-O-4.43	Hendrik Feldhordt