WS 2019/20 | Universität Duisburg-Essen
Prof. Arnd Rösch | Fakultät für Mathematik

Nichtlineare Optimierung

Blatt 5

Aufgabe 1
Beweisen Sie Lemma 4.3.1 aus der Vorlesung: Seien $D \subset \mathbb{R}^n$ offen, $C \subset D$ konvex und $F : D \to \mathbb{R}^n$ sei differenzierbar auf D. Die Ableitung von F sei Lipschitz-stetig auf C, d.h., mit einer Konstante $L \geq 0$ gilt

$$\|F'(x) - F'(y)\| \leq L\|x - y\|$$

für alle $x, y \in C$. Dann ist

$$\|F(x) - F(y) - F'(y)(x - y)\| \leq \frac{L}{2}\|x - y\|^2$$

für alle $x, y \in C$.

Aufgabe 2
Wir betrachten das Newton-Verfahren zur Berechnung einer Nullstelle einer Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass für eine streng monoton wachsende konvexe Funktion f das Newton-Verfahren global konvergiert, falls diese Funktion eine Nullstelle besitzt. Weisen Sie außerdem nach, dass die Newton-Folge ab $k = 1$ monoton fallend ist.

Aufgabe 3

(i) Sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $f(x) := \frac{1}{2}x^\top Hx + b^\top x$, $H \in \mathbb{R}^{n\times n}$ spd, eine quadratische Funktion. Zeigen Sie, dass die Armijo-Bedingung

$$f(x + \sigma d) \leq f(x) + \delta\sigma\nabla f(x)^\top d$$

die exalte Schrittweite $\sigma_E = -\frac{\nabla f(x)^\top d}{d^\top Hd}$ ablehnt, wenn $\delta > \frac{1}{2}$ ist.

(ii) Zeigen Sie (mit Hilfe eines Beispiels), dass für die Wahl $0 < \beta < \delta < 1$ unter Umständen keine Schrittweite $\sigma > 0$ existiert, die die beiden Powell-Bedingungen

$$f(x + \sigma d) \leq f(x) + \delta\sigma\nabla f(x)^\top d$$
$$\nabla f(x + \sigma d)^\top d \geq \beta\nabla f(x)^\top d$$

gleichzeitig erfüllt.

Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv`$_r amazanova1819.php$

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	14-16	WSC-N-U-4.05	Arnd Rösch
	Do	14-16	WSC-N-U-4.05	
Üb	Mi	10-12	WSC-N-U-4.03	Aysel Ramazanova