

## Nichtlineare Optimierung

Blatt 9

### Aufgabe 1

Das CG-Verfahren für nichtlineare Optimierungsprobleme aus der Vorlesung, bei dem in Schritt 3  $\beta_k = \frac{\|\nabla f(x^{k+1})\|^2}{\|\nabla f(x^k)\|^2}$  gesetzt wird, wird auch als *Fletcher-Reeves-Verfahren* bezeichnet. Benutzt man stattdessen die Formel

$$\beta_k := \frac{(\nabla f(x^{k+1}) - \nabla f(x^k))^T \nabla f(x^{k+1})}{\|\nabla f(x^k)\|^2},$$

so spricht man vom *Polak-Ribière-Verfahren*.

Zeigen Sie: Für eine quadratische Zielfunktion und bei Wahl der exakten Schrittweite  $\sigma_k$  sind beide Versionen äquivalent, das heißt, das CG-Verfahren erzeugt die gleichen Iterierten.

### Aufgabe 2

Wir betrachten ein Beispiel für ein Trust-Region-Problem. Gegeben sei

$$\min_{\|d\| \leq \sqrt{2}} \frac{1}{2} d^T H d + b^T d \quad \text{mit } b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Geben Sie die notwendigen und hinreichenden Optimalitätsbedingungen an.  
(b) Berechnen Sie

$$d(\lambda) := -(H + \lambda I)^{-1} b, \quad \text{für } \lambda \geq \max\{0, -\lambda_{\min}(H)\}$$

und

$$\varphi(\lambda) := \|d(\lambda)\|_2.$$

- (c) Bestimmen Sie die Optimallösung des Trust-Region-Problems.

### Aufgabe 3

*Konvergenzraten*

Betrachten Sie die Folge  $\{x^k\}_{k \in \mathbb{N}}$ ,

$$x^k = \begin{cases} \left(\frac{1}{4}\right)^{2^k}, & k \text{ gerade,} \\ \frac{1}{k} x^{k-1}, & k \text{ ungerade.} \end{cases}$$

Konvergiert  $(x_k)$

1. superlinear?
2. quadratisch?
3. *R-quadratisch*, d. h. gilt  $\limsup_{k \rightarrow \infty} \|x^k - \bar{x}\|^{\frac{1}{2^k}} = 1$ ?

Homepage der Veranstaltung ist:

[http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv\\_ramazanova1819.php](http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_ramazanova1819.php)

**Termine und Räume:**

		Zeit	Raum	
VL	Di	14-16	WSC-N-U-4.05	Arnd Rösch
	Do	14-16	WSC-N-U-4.05	
Üb	Mi	10-12	WSC-N-U-4.03	Aysel Ramazanova