

Nichtlineare Optimierung

Blatt 10

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass ein Kegel $K \subset \mathbb{R}^n$ genau dann konvex ist, wenn $K + K \subset K$ gilt.

Aufgabe 2

Sei $C \subset \mathbb{R}^n$ und $x \in \text{int}C$. Zeigen Sie, dass dann

$$K(C, x) = \mathbb{R}^n, \quad N(C, x) = \{0\}.$$

Aufgabe 3

(a) Sei $C = \{x \in \mathbb{R}^n : x \geq 0\}$. Zeigen Sie: Es gilt für $x \in C$

$$K(C, x) = \{d \in \mathbb{R}^n : d_i \geq 0 \text{ falls } x_i = 0\}.$$

(b) Es seien Vektoren $a^i \in \mathbb{R}^n$, $i = 1, \dots, m$ mit $m \leq n$ und $b \in \mathbb{R}^m$ gegeben. Weiter sei A die $m \times n$ -Matrix mit den Zeilenvektoren $(a^i)^T$, $i = 1, \dots, m$ und

$$C = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = b\}.$$

Zeigen Sie, dass dann für alle $x \in C$ gilt

$$K(C, x) = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = 0\} = \text{kern}A$$

Aufgabe 4

Wir untersuchen das Optimierungsproblem

$$\min_{x \in C} f(x).$$

Dabei ist C eine konvexe, abgeschlossene und nichtleere Teilmenge des \mathbb{R}^n . Die Funktion f soll zweimal stetig differenzierbar sein und es sei x^* die Lösung des Optimierungsproblems. Zeigen Sie, dass die notwendige Optimalitätsbedingung

$$\nabla f(x^*)^T(x - x^*) \geq 0 \quad \forall x \in C$$

äquivalent zu

$$-\nabla f(x^*) \in N(C, x^*)$$

ist, wobei $N(C, x^*)$ der Normalenkegel an C in x^* ist.

Homepage der Veranstaltung ist:

http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_ramazanova1819.php

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	14-16	WSC-N-U-4.05	Arnd Rösch
	Do	14-16	WSC-N-U-4.05	
Üb	Mi	10-12	WSC-N-U-4.03	Aysel Ramazanova