WS 2019/20 Universität Duisburg-Essen
Prof. Arnd Rösch Fakultät für Mathematik

Nichtlineare Optimierung

Blatt 1

Aufgabe 1
(Konvexität der Norm)
Seien $\|\cdot\|$ eine beliebige Norm auf $\mathbb{R}^n$ und $y \in \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass die Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = \|x - y\|$ konvex, aber nicht strikt konvex auf $\mathbb{R}^n$ ist.
Aufgabe 2
Zeigen Sie: Sind $C \subset \mathbb{R}^n$ eine konvexe Menge und $f : C \to \mathbb{R}$ konvex, dann gilt:

1. Jedes lokale Minimum von f auf C ist auch globales Minimum.
2. Die Lösungsmenge von
$$\min_{x \in C} f(x)$$
ist konvex.
3. Ist f strikt konvex, so hat f auf C höchstens ein lokales Minimum und dieses ist dann auch globales Minimum.

Aufgabe 3

(a) Berechnen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix der Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^T Hx + b^T x + c$ für allgemeine $H \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $b \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$ und für ein symmetrisches H.

(b) Schreiben Sie die Funktion
$$f(x_1, x_2) = 5x_1^2 + 5x_2^2 + 8x_1x_2 - 4x_1 - 2x_2 + 3$$
in der obigen Form mit symmetrischem H. Ist H positiv definit? Berechnen Sie das globale Minimum von f.

Aufgabe 4
Zeigen Sie: Ist $H \in \mathbb{R}^{n\times n}$ positiv definit, so ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^T Hx + b^T x$ streng konvex.

Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv`$_r amazanova1819.php$
Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	14-16	WSC-N-U-4.05	Arnd Rösch
	Do	14-16	WSC-N-U-4.05	
Üb	Mi	10-12	WSC-N-U-4.03	Aysel Ramazanova