SS 2019
Prof. Arnd Rösch

Universität Duisburg-Essen
Fakultät für Mathematik

Übung Optimale Steuerung partieller Differentialgleichungen

Blatt 6

Aufgabe 1
Lösen Sie die quadratische Optimierungsaufgabe in $\mathbb{R}$,

$$\min_{v\in[u_a,u_b]} \beta p v + \frac{\lambda}{2} v^2$$

bei gegebenen reellen Werten u_a, u_b, β, p sowie $\lambda > 0$, indem Sie eine Projektionsformel herleiten.

Aufgabe 2
Leiten Sie die notwendigen Bedingungen der folgenden Aufgabe her:

$$\begin{aligned} \min \quad J(y,u) := \frac{1}{2}\|y-y_d\|_\Omega^2 + \frac{1}{2}\|y-y_\Gamma\|_\Gamma^2 + \frac{\lambda}{2}\|u\|_\Omega^2 \\ -\Delta y + y = u \qquad \text{in } \Omega \\ \partial_n y = 0 \qquad \text{on } \Gamma \\ u_a \le u(x) \le u_b \quad \text{f.ü. in } \Omega. \end{aligned}$$

Dabei sind $y_d \in L^2(\Omega)$ und $y_\Gamma \in L^2(\Gamma)$. Führen Sie dafür den zugehörigen adjungierten Zustand ein.

Aufgabe 3
Wir betrachten die Optimierungsaufgabe

$$\min F(y) = \int_{-1}^{1} x^2 |y'(x)|^2 dx$$

$$\text{unter } y \in Y_{ad} = \{y \in H^1(-1,1) : \, -y(-1) = y(1) = 1\}.$$

(i) Untersuchen Sie, welche Eigenschaft F hat (Konvexität, Beschränktheitheit nach unten, Stetigkeit, schwache Unterhalbstetigkeit etc.).

(ii) Besitzt die Aufgabe ein globales Minimum?
Hinweis: Betrachten Sie $y_\varepsilon(x) = \dfrac{\arctan(\frac{x}{\varepsilon})}{\arctan(\frac{1}{\varepsilon})}$

Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_ramazanova1920.php`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	10-12	WSC-N-U-4.03	Arnd Rösch
	Do	10-12	WSC-N-U-4.03	
Ü	Fr	10-12	WSC-N-U-4.03	Aysel Ramazanova