SS 2019
Prof. Arnd Rösch

Universität Duisburg-Essen
Fakultät für Mathematik

Übung Optimale Steuerung partieller Differentialgleichungen

Blatt 1

Aufgabe 1

(i) Zeigen sie, dass für $a, b \geq 0$ gilt:

$$a^2 + b^2 \leq (a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2).$$

(ii) Beweisen Sie die Ungleichung von Young: Seien $p, q > 0$ mit $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$. Dann gilt für alle $a, b \geq 0$:

$$ab \leq \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q}.$$

Aufgabe 2

(i) Wir betrachten das allgemeine Optimierungsproblem

$$\min_{u \in U_{ad}} J(u).$$

Beweisen Sie den folgenden Satz aus der Vorlesung: Ist J differenzierbar, U_{ad} konvex und $\bar{u}$ eine optimale Lösung des obigen Problems, so gilt die Variationsungleichung

$$J'(\bar{u})(u - \bar{u}) \geq 0 \qquad \text{für alle } u \in U_{ad}.$$

(ii) Zeigen Sie, dass die Aussage falsch ist, wenn U_{ad} nicht konvex ist.

Aufgabe 3

Seien $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ invertierbar und $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ und $J : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$, $(y, u) \mapsto J(y, u)$ stetig partiell differenzierbar. Wie sehen die notwendigen Optimalitätsbedingungen der endlichdimensionalen Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} &\min J(y, u), \\ &\quad Ay = Bu, \quad u \in U_{ad} \end{aligned}$$

mit $U_{ad} = \mathbb{R}^m$ aus?

Aufgabe 4

(i) Stellen sie die notwendigen Optimalitätsbedingungen der folgenden Aufgabe auf:

$$\begin{aligned} &\min J(y, u) = \frac{1}{2}|y - y_d|^2 + \frac{\lambda}{2}|u - u_d|^2, \\ &Ay = Bu, \quad u \in \mathbb{R}^m. \end{aligned}$$

(ii) Schreiben sie die notwendigen Bedingungen als ein *symmetrisches* lineares Gleichungssystem.

(iii) Was ändert sich, wenn wir das Zielfunktional durch

$$(y, u) = \sum_{i=1}^{n} y_i + \frac{\lambda}{2}|u - u_d|^2$$

ersetzen?

Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_ramazanova1920.php`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	10-12	WSC-N-U-4.03	Arnd Rösch
	Do	10-12	WSC-N-U-4.03	
Ü	Fr	10-12	WSC-N-U-4.03	Aysel Ramazanova