



Formelsammlung

Collection of formulas

Revision 05

Strömungsmaschinen

Turbomachinery

Universität Duisburg-Essen
Fakultät für Ingenieurwissenschaften
Institut für Energie- und Umweltverfahrenstechnik
Lehrstuhl für Strömungsmaschinen
Univ. Prof. Dr.-Ing. Dieter Brillert

Die Formelsammlung darf nicht beschrieben werden.



Thermodynamik kompressibler Fluide

Thermische Zustandsgleichung idealer Gase
thermal equation of state of ideal gases

$$pv = RT$$

Spezifisches Volumen
specific volume

$$v = 1/\rho$$

Spezifische isobare Wärmekapazität
specific isobar heat capacity

$$c_p = c_v + R$$

Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten
ratio of the specific heat capacities

$$\kappa = c_p/c_v$$

Schallgeschwindigkeit idealer Gase
speed of sound of ideal gases

$$a_s = \sqrt{\kappa RT}$$

Machzahl
Mach number

$$Ma = c/a_s$$

Reynoldszahl
Reynolds number

$$Re = lc\rho/\eta$$

Prinzip der Irreversibilität (2. HS)
principle of irreversibility (2nd law)

$$Tds = dq + dj = (Tds)_{rev} + (Tds)_{irr}$$

Gibbs'sche Gleichung
Gibbs' equation

$$Tds = dh - \underbrace{vdp}_{dy} = du + pdv$$

Erhaltungsgleichungen der Strömungsmechanik

Kontinuitätsgleichung (Massenerhaltung)
continuity equation (mass conservation)

$$\dot{m} = \rho Ac = \text{konst. (mit } c \perp A)$$

Impulssatz für stationäre Strömung
momentum equation for stationary flow

$$\sum \vec{F} = \dot{m}(\vec{c}_A - \vec{c}_E)$$

Energieerhaltungssatz (1. HS)
energy conservation equation (1st law)

$$a + q = \Delta h_t = \Delta h + \frac{\Delta c^2}{2} + g\Delta z$$

Bernoulli-Gleichung
Bernoulli equation

$$p + \frac{\rho}{2}c^2 + \rho gz = \text{konst.}$$

**Schaufelgitter, Stufe**

Euler'sche Hauptgleichung der Turbomaschinen:

Euler work equation:

1. Form

$$a = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}$$

2. Form

$$a = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

Spezifische Rothalpie (für $q=0$)*specific rothalpy (for $q=0$)*

$$h_{\text{trrel}}^* = h + \frac{1}{2} w^2 - \frac{1}{2} u^2 + gz = \text{konst.}$$

Kinematische Bedingung

kinematic condition

$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u}$$

$$\text{Hinweis: } \vec{c}_m = \vec{c}_r + \vec{c}_a; \vec{w}_m = \vec{w}_r + \vec{w}_a$$

Mittlere Größe einer Geschwindigkeit

mean value of velocity

$$\vec{c}_\infty = \frac{1}{2} (\vec{c}_1 + \vec{c}_2) \quad ; \quad c_{u\infty} = \frac{1}{2} (c_{u1} + c_{u2})$$

Nabenverhältnis

hub-to-tip radius ratio

$$v = \frac{D_i}{D_a}$$

Umfangsgeschwindigkeit

blade speed

$$u = D\pi n = r\omega$$

Zustandsänderungen in thermischen Strömungsmaschinen (ideales Gas $c_p = \text{konst.}$)

Druckverhältnis für Verdichter und Turbinen

pressure ratio for compressors and turbines

$$\pi = \frac{p_A}{p_E}$$

Isentropenexponent

isentropic exponent

$$k = \left(\frac{-v dp}{p dv} \right)_{s=\text{konstant}} = \kappa \Rightarrow p v^\kappa = \text{konst.}$$

Polytrope Zustandsänderung:*polytropic change of state:*

Polytrophenverhältnis

polytropic ratio

$$v \equiv \frac{dh}{dy} = \frac{\Delta h_{EA}}{\Delta y_{EA}} = \text{konst.}$$

Polytrophenexponent

polytropic exponent

$$n = \left(\frac{-v dp}{p dv} \right)_{v=\text{konstant}} \Rightarrow p v^n = \text{konst.}$$

Spezifische Enthalpiedifferenz

difference of specific enthalpy

$$\Delta h_{EA} = c_p (T_A - T_E) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R T_E \left[\pi^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

Spezifische Strömungsarbeit

specific head

$$y_{EA} = \int_E^A (v dp)_v = \frac{n}{n-1} R T_E \left[\pi^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

Spezifische Entropiedifferenz

difference of specific entropy

$$\Delta s_{EA} = c_p \ln(T_A/T_E) - R \ln(p_A/p_E)$$



Wirkungsgrade für Strömungsmaschinen

Totaler Wirkungsgrad

total efficiency

$$\eta_{tv} = \frac{y_t}{a} = \frac{y + \frac{\Delta c^2}{2} + g\Delta z}{a} = \frac{a - j}{a} = \frac{1}{\eta_{tT}}$$

Statischer polytroper Wirkungsgrad

static polytropic efficiency

$$\eta_v = \frac{y + g\Delta z}{y + g\Delta z + j} = \frac{y + g\Delta z}{\Delta h - q + g\Delta z} = \frac{1}{\eta_T}$$

(für/for $q = 0, \Delta z = 0$)

$$\eta_v = \frac{y}{\Delta h} = \frac{1}{v} = \frac{\frac{n}{n-1}}{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = \frac{1}{\eta_T}$$

Statischer isentroper Wirkungsgrad

static isentropic efficiency

$$\eta_{sv} = \frac{y_s + g\Delta z}{y + g\Delta z + j} = \frac{1}{\eta_{sT}}$$

Mechanischer Wirkungsgrad

mechanical efficiency

$$\eta_{mV} = \frac{P_i}{P_k} = \frac{P_i}{P_i + P_m} = \frac{1}{\eta_{mT}}$$

Isothermer Verdichterwirkungsgrad

isothermal compressor efficiency

$$\eta_{iso} = \frac{y_{iso}}{a}$$

Thermischer Prozesswirkungsgrad

thermal process efficiency

$$\eta_{th} = \frac{q_{zu} - q_{ab}}{q_{zu}}$$

Erhitzungsfaktor bzw. Wärmerückgewinnfaktor

heat recovery factor

$$1 + f_{\infty} = \frac{y}{y_s}$$

Kenngößen adiabater Stufen

Enthalpiekenngröße

enthalpy coefficient

$$\psi_h = \frac{\Delta h}{u_2^2/2}$$

Druckkenngröße

head coefficient

$$\psi_y = \frac{y}{u_2^2/2}$$

Durchflusskenngröße

flow coefficient

$$\varphi = \frac{c_m}{u_2}$$

Kinematischer, Polytroper Reaktionsgrad

kinematic, polytropic reaction

$$\rho_h = \frac{\Delta h_{12}}{\Delta h} = \frac{\Delta h''}{\Delta h} ; \quad \rho_y = \frac{y_{12}}{y} = \frac{y''}{y}$$

Umfangsgeschwindigkeit am mittleren

Laufradaustrittsdurchmesser

blade speed at blade exit mean radius

$$u_2 = D_{m2} \pi n$$

Kenngrößen einstufiger Maschinen

Enthalpiekenngröße

enthalpy coefficient

$$\psi_{hM} = \frac{\Delta h}{u_D^2/2}$$

Druckkenngröße

head coefficient

$$\psi_{yM} = \frac{y}{u_D^2/2}$$

Durchflussskenngröße

flow coefficient

$$\varphi_M = \frac{4 \dot{V}_E}{\pi D_a^2 u_D}$$

Spezifischer Durchmesser

(Durchmesserkenngöße)

specific diameter

$$\delta_{yM} = \frac{|\psi_{yM}|^{1/4}}{\varphi_M^{1/2}} = 1,054 D_a \frac{|y|^{1/4}}{\dot{V}_E^{1/2}}$$

Spezifische Drehzahl

(Schnellaufkenngröße)

specific speed

$$\sigma_{yM} = \frac{\varphi_M^{1/2}}{|\psi_{yM}|^{3/4}} = 2,108 n \frac{\dot{V}_E^{1/2}}{|y|^{3/4}}$$

Umfangsgeschwindigkeit am äußeren

Laufraddurchmesser

blade speed at tip

$$u_D = D_a \pi n$$

Bewegungsgleichungen in strömungsorientierten Koordinaten

DGL¹ s-Richtung (Feldkräfte vernachlässigt)

DE² s-direction (field forces neglected)

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} - \frac{dF_R}{dm} - w \frac{\partial w}{\partial s} + r \omega^2 \sin \gamma \sin \beta = 0$$

DGL n-Richtung (Feldkräfte vernachlässigt)

DE n-direction (field forces neglected)

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} + \frac{w^2}{R_n} - 2\omega w \sin \gamma - r \omega^2 \sin \gamma \cos \beta = 0$$

DGL der rotierenden Relativströmung Radialrad

DE of rotating relative flow Radial impeller

(für/for $q = 0$)

$$\frac{\partial w}{\partial n} = 2\omega w \sin \gamma - \frac{w}{R_n} - \frac{1}{w} \frac{\partial j}{\partial n}$$

DGL t-Richtung (Feldkräfte vernachlässigt)

DE t-direction (field forces neglected)

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{c_m^2}{R_m} + \frac{c_u^2}{r} \cos \gamma = 0$$

Vereinfachte DGL des radialen Gleichgewichts

simplified DE of radial equilibrium

($\gamma=0$ und/and $R_m \rightarrow \infty$)

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{c_u^2}{r}$$

(für/for $q = 0$; $\partial s / \partial r = 0$)

$$\frac{dh_t}{dr} = \frac{1}{2r^2} \frac{d(rc_u)^2}{dr} + \frac{1}{2} \frac{dc_a^2}{dr}$$

¹ DGL - Differentialgleichung

² DE – differential equation

Ähnlichkeitsgesetze

Verhältnis der Förderhöhen

ratio of heads

$$\frac{H_a}{H_b} = \left(\frac{D_{2,a}}{D_{2,b}} \right)^2 \left(\frac{n_a}{n_b} \right)^2$$

Verhältnis der Volumenströme

ratio of volume flows

$$\frac{\dot{V}_a}{\dot{V}_b} = \frac{n_a}{n_b} \left(\frac{D_{2,a}}{D_{2,b}} \right)^3$$

Verhältnis der Leistungen

ratio of power

$$\frac{P_a}{P_b} = \left(\frac{n_a}{n_b} \right)^3 \left(\frac{D_{2,a}}{D_{2,b}} \right)^5$$

Kenngößen für Kreiselpumpen

Förderhöhe

head

$$H = \frac{y}{g}$$

Spezifische Drehzahl:

specific speed:

dimensionsbehaftet
dimensional

$$n_q = n \frac{\left[\frac{\dot{V}_{opt}}{1 \text{ m}^3/\text{s}} \right]^{1/2}}{\left[\frac{H_{opt}}{1 \text{ m}} \right]^{3/4}}$$

Einheiten:
units

$$n_q: [\text{min}^{-1}], n: [\text{min}^{-1}], \dot{V}_{opt}: \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right], H_{opt}: [\text{m}]$$

dimensionslos
non-dimensional

$$n_q^* = n \frac{\dot{V}_{opt}^{1/2}}{(g H_{opt})^{3/4}}$$

Einheiten:
units

$$n_q^*: [1], n: [\text{s}^{-1}], \dot{V}_{opt}: \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right], H_{opt}: [\text{m}]$$

Umrechnung
conversion

$$n_q = 333 \cdot n_q^*, \quad n_q = 157,8 \cdot \sigma_{yM}$$

Kavitationsbeurteilung bei Kreiselpumpen

Haltedruckhöhe Pumpe

Net Positive Suction Head of the pump

$$NPSH_{erf} = NPSH_{pumpe} = \frac{p_s - p_d}{\rho g}$$

Haltedruckhöhe Anlage

Net Positive Suction Head of the system

$$NPSH_{vorh} = NPSH_{anlage} = \frac{p_1 - p_d}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g} + z_1 - z_s - \frac{\Delta p_{V,s}}{\rho g}$$

mit/with:

p_s = Saugdruck (*suction pressure*)

p_d = Sattdampfdruck bei T_s (*saturation pressure at T_s*)

$\Delta p_{V,s}$ = Druckverluste in der Saugleitung (*pressure losses in the suction line*)

Indizes/index:

1 = Eintrittsebene System (*inlet plane system*)

s = Eintrittsebene Pumpe (*inlet plane pump*)



Formelzeichen

Formelzeichen	SI-Einheit	Name	name
A	m^2	Fläche	area
a	J/kg	spezifische Arbeit	specific head
a_s	m/s	Schallgeschwindigkeit idealer Gase	speed of sound of ideal gases
c	m/s	Absolutgeschwindigkeit ($c = \vec{c} $)	absolute velocity ($c = \vec{c} $)
c_∞	m/s	mittlere Größe der Absolutgeschwindigkeit	mean absolute velocity
c_p	$\text{J}/(\text{kg K})$	spezifische isobare Wärmekapazität	specific isobar heat capacity
c_v	$\text{J}/(\text{kg K})$	spezifische isochore Wärmekapazität	specific isochor heat capacity
D	m	Durchmesser	diameter
$1 + f_\infty$	-	Erhitzungsfaktor, Wärmerückgewinnfaktor	heat recovery factor
F	N	Kraft ($F = \vec{F} $)	force ($F = \vec{F} $)
g	m/s^2	Erdbeschleunigung	gravity
H	m	Förderhöhe	head
h	J/kg	spezifische Enthalpie	specific enthalpy
h_{trrel}^*	J/kg	spezifische Rothalpie	specific rothalpy
j	J/kg	spezifische Dissipation	specific dissipation
k	-	Isentropenexponent	isentropic exponent
l	m	charakteristische Länge	characteristic length
m	kg	Masse	mass
$\dot{m}$	kg/s	Massenstrom	mass flow
Ma	-	Machzahl	Mach number
n	s^{-1}	Drehzahl	rotational speed
n	-	Polytropenexponent	polytropic exponent
n	m	Strömungsorientierte Koordinate	flow-oriented coordinate
n_q^*	-	spezifische Drehzahl (dimensionslos)	specific speed (dimensionless)
n_q	min^{-1}	spezifische Drehzahl (dimensionsbehaftet)	specific speed (dimensional)
$NPSH$	m	Haltedruckhöhe	Net Positive Suction Head
P	W	Leistung	power
p	Pa	Druck	pressure
q	J/kg	spezifische Wärme	specific heat
R	$\text{J}/(\text{kg K})$	spezifische Gaskonstante	specific gas constant
R	m	Radius der Stromlinienkrümmung	Radius of streamline curvature
r	m	Radius	radius
Re	-	Reynoldszahl	Reynolds number
s	$\text{J}/(\text{kg K})$	spezifische Entropie	specific entropy



Formelzeichen	SI-Einheit	Name	name
s	m	Strömungsorientierte Koordinate	<i>flow-oriented coordinate</i>
T	K	Temperatur	<i>temperature</i>
t	m	Strömungsorientierte Koordinate	<i>flow-oriented coordinate</i>
u	m/s	Umfangsgeschwindigkeit ($u = \vec{u} $)	<i>bladespeed ($u = \vec{u}$)</i>
u	J/kg	spezifische innere Energie	<i>specific internal energy</i>
$\dot{V}$	m ³ /s	Volumenstrom	<i>volume flow</i>
v	m ³ /kg	spezifisches Volumen	<i>specific volume</i>
w	m/s	Relativgeschwindigkeit ($w = \vec{w} $)	<i>relative velocity ($w = \vec{w}$)</i>
y	J/kg	spezifische Strömungsarbeit	<i>specific head</i>
z	m	geodätische Höhe	<i>geodetic height</i>
β	deg	Strömungswinkel	<i>flow angle</i>
γ	deg	Winkel der Meridiane	<i>angle of the meridians</i>
Δ	-	Differenz	<i>difference</i>
δ_{yM}	-	spezifischer Durchmesser	<i>specific diameter</i>
η	-	statischer polytroper Wirkungsgrad	<i>static polytropic efficiency</i>
η	Pa · s	dynamische Viskosität	<i>dynamic viscosity</i>
η_{iso}	-	isothermer Wirkungsgrad	<i>isothermal efficiency</i>
η_m	-	mechanischer Wirkungsgrad	<i>mechanical efficiency</i>
η_s	-	statischer isentroper Wirkungsgrad	<i>static isentropic efficiency</i>
η_t	-	totaler Wirkungsgrad	<i>total efficiency</i>
η_{th}	-	thermischen Wirkungsgrad	<i>thermal efficiency</i>
κ	-	Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten	<i>ratio of the specific heat capacities</i>
ν	-	Polytropenverhältnis	<i>polytropic ratio</i>
ν	-	Nabenverhältnis	<i>hub ratio</i>
π	-	Druckverhältnis	<i>pressure ratio</i>
π	-	Kreiszahl	<i>circle constant</i>
ρ	kg/m ³	Dichte	<i>density</i>
ρ_h	-	kinematischer Reaktionsgrad	<i>kinematic reaction</i>
ρ_y	-	polytroper Reaktionsgrad	<i>polytropic reaction</i>
σ_{yM}	-	spezifische Drehzahl	<i>specific speed</i>
φ	-	Durchflusskenngröße	<i>flow coefficient</i>
ψ_h	-	Enthalpiekenngröße	<i>work coefficient</i>
ψ_y	-	Druckkenngröße	<i>head coefficient</i>
ω	rad/s	Winkelgeschwindigkeit	<i>angular velocity</i>



Indizes

Formelzeichen	Name	
1	Laufradeintritt	<i>impeller inlet</i>
2	Laufradaustritt	<i>impeller outlet</i>
<i>A</i>	Austritt	<i>outlet</i>
<i>a</i>	außen	<i>outside</i>
<i>a</i>	axial	<i>axial</i>
<i>ab</i>	abgeführt	<i>discharged</i>
<i>a, b</i>	Maschine „a“ bzw. „b“	<i>machine "a" or "b"</i>
<i>D</i>	äußerer Laufraddurchmesser	<i>impeller tip diameter</i>
<i>d</i>	Sattdampfdruck	<i>saturation pressure</i>
<i>E</i>	Eintritt	<i>inlet</i>
<i>erf</i>	erforderlich	<i>necessary</i>
<i>i</i>	innere (Leistung)	<i>inner (power)</i>
<i>i</i>	innerer (Durchmesser)	<i>inner (diameter)</i>
<i>irr</i>	irreversibel	<i>irreversible</i>
<i>iso</i>	isotherm	<i>isothermal</i>
<i>k</i>	Kupplung	<i>clutch</i>
<i>M</i>	einstufige Maschine	<i>single-stage machine</i>
<i>m</i>	mechanisch	<i>mechanical</i>
<i>m</i>	meridional	<i>meridional</i>
<i>opt</i>	Betriebspunkt, bester Wirkungsgrad	<i>best point</i>
<i>R</i>	Reibung	<i>friction</i>
<i>r</i>	radial	<i>radial</i>
<i>rev</i>	reversibel	<i>reversible</i>
<i>S</i>	System	<i>system</i>
<i>s</i>	isentrop	<i>isentropic</i>
<i>s</i>	Saugseite	<i>suction side</i>
<i>T</i>	Turbine	<i>turbine</i>
<i>t</i>	total	<i>total</i>
<i>u</i>	Umfangs-/Tangentialkomponente	<i>circumferential-/ tangential component</i>
<i>V</i>	Verdichter	<i>compressor</i>
<i>vorh</i>	vorhanden	<i>existing</i>
<i>zu</i>	zugeführt	<i>supplied</i>
∞	gemittelt	<i>mean</i>

Superskripts

Formelzeichen	Name	
"	Laufrad	<i>impeller</i>
'	Leitrad	<i>stator</i>