

## NUMERISCHE MATHEMATIK FÜR DAS LEHRAMT

**Hausaufgaben** (Bearbeitung bis 25.01.2017, pünktlich zum Beginn der Übung)**H 10.1** *Lagrange-Polynome als Basis*

Zeigen Sie, dass für beliebige Stützstellen  $x_0 < \dots < x_n$  die Lagrange-Polynome  $l_{jn}$ ,  $0 \leq j \leq n$ , eine Basis des Vektorraums  $P_n$  der Polynome vom Höchstgrad  $n$  bilden.

**H 10.2** *Lagrange-Interpolation*

Gegeben sind die folgenden Stützstellen und Funktionswerte:

i	0	1	2	3
$x_i$	0	1	2	3
$f(x_i)$	0	1	4	9

Geben Sie für  $n = 1, 2, 3$  die Lagrange-Polynome  $l_{jn}$ ,  $0 \leq j \leq n$ , sowie das zugehörige Interpolationspolynom  $p_n(x)$  an.

**H 10.3** *Polynomauswertung nach Aitken–Neville*

Berechnen Sie  $\sqrt{3}$ , indem Sie mit Hilfe der folgenden Tabelle und dem Aitken–Neville-Schema die Funktion  $f(x) = 3^x$  für  $x = \frac{1}{2}$  interpolieren.

i	0	1	2
$x_i$	-1	0	1
$f(x_i)$	$\frac{1}{3}$	1	3

Verbessern Sie Ihre Näherung, indem Sie die Stützstelle  $x_3 = 2$  und den Wert  $f(x_3) = 9$  hinzunehmen.

**H 10.4** *Polynomdarstellung nach Newton*

Berechnen Sie zu den Stützstellen  $x_0 = 1, x_1 = 2, x_2 = 3, x_3 = 4$  und der Funktion  $f(x) = \frac{1}{x}$  das Interpolationspolynom  $p_3(x)$  in Newtonform.

**Programmieraufgaben** (Abgabe bis 01.02.2017 per email an fleurianne.bertrand@uni-due.de)

**Hinweis:** Die abgegebenen Programme **müssen** komplett fehlerfrei laufen. **Nicht laufende Programme werden nicht bewertet.** Befehle, die bei der Korrektur berücksichtigt werden sollen aber noch fehlerhaft sind, müssen auskommentiert werden.

**P 10.1** *Fehler bei der Polynom-Interpolation*

Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  und die gleichabständigen Stützstellen  $-5 = x_0 < \dots < x_n = 5$ . Berechnen Sie für  $n = 2, 5, 10, 20$  das zugehörige Interpolationspolynom in Newtonform, und stellen Sie es graphisch dar. Laden Sie sich dafür das Programmgerüst [rungenewton.m](#) herunter, und füllen Sie die fehlenden Teile aus:

- Implementieren Sie eine Funktion zur Berechnung der Koeffizienten des Interpolationspolynoms in Newtonform mit Hilfe der Rekursionsformel für die dividierten Differenzen.
- Werten Sie das Interpolationspolynom mit dem Horner-Schema aus.