

Übungsaufgaben Optimierung I

1. Serie

Formales

Bitte verwenden Sie für jede Aufgabe (aber nicht für jede Teilaufgabe) ein eigenes Blatt und geben sie auf jedem Blatt ihren Namen, ihre Matrikelnummer, das Fach und die Nummer der Serie an.

Voraussetzung für die Zulassung zur Klausur ist das Erreichen von mindestens 50% der möglichen Punkte jeder Übungsserie mit maximal 2 Ausnahmen.

Aufgabe 1 (7 x 2 Punkte)

Beweisen oder widerlegen sie:

- (1) Jeder Polyeder ist konvex. ($X \subseteq \mathbb{R}^n$ heißt konvex, falls für beliebige $x, y \in X, \lambda \in [0, 1]$ auch $\lambda x + (1 - \lambda)y \in X$ gilt.)
- (2) Jeder Polyeder ist abgeschlossen.
- (3) Die Vereinigung zweier Polyeder ist ein Polyeder.
- (4) Sei P ein Polyeder und c ein Vektor passender Dimension. Dann ist auch

$$\operatorname{argmin}_{x \in P} c^T x := \{\bar{x} \in P \mid c^T \bar{x} \leq c^T x \forall x \in P\}$$

ein Polyeder.

- (5) Sei $P = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b\}$ und $c \in \mathbb{R}^n$. Dann gilt entweder $\operatorname{argmin}_{x \in P} c^T x = \emptyset$ oder $\operatorname{argmin}_{x \in P} c^T x = P$.
- (6) Sei P ein nichtleeres Polytop. Dann ist $\operatorname{argmin}_{x \in P} c^T x \neq \emptyset$ für jeden Vektor c passender Dimension.
- (7) Sei P ein nichtleerer Polyeder. Dann ist $\operatorname{argmin}_{x \in P} c^T x \neq \emptyset$ für jeden Vektor c passender Dimension.

Aufgabe 2 (5 x 2 Punkte)

Welche der folgenden Mengen sind Polyeder, welche Polytope? Beweisen sie die Richtigkeit ihrer Antworten!

- (1) $P_1 = \{(x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3 \mid |x_1| \leq 2, x_2^2 \leq 4, x_1 + x_2 + x_3 \geq 6, x_3 \leq x_2\}$
- (2) $P_2 = \{(x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n \mid |x_1| \geq 1\}$
- (3) $P_3 = \{(x_1, x_2)^T \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 < 1, x_2 \geq 0\}$
- (4) $P_4 = \{(x_1, x_2)^T \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 + x_2 \leq 10, x_1 - x_2 \leq 1\}$
- (5) $P_5 = \{(x_1, x_2)^T \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 + x_2 \leq 10, x_1 - x_2 \leq 1, x_1 \geq 0\}$

Abgabe: Bis Dienstag, 15.04.14, 14:00 Uhr ins Fach "Optimierung I" (WSC)