Übungsaufgaben Optimierung I

2. Serie

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Beweisen Sie Aussage (iii) b) von Satz 1.4 der Vorlesung.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass das Ausführen von Algorithmus 1.1 (Fourier-Motzkin-Elimination) für $m \geq 4$ höchstens $\left\lceil \frac{m^2}{4} \right\rceil$ Ungleichungen erzeugt ($\lceil x \rceil = \min\{n \in \mathbb{Z} \mid z \geq x\}$). Geben Sie ein Beispiel an, in dem genau $\left\lceil \frac{m^2}{4} \right\rceil$ Ungleichungen erzeugt werden.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Verwenden Sie die Fourier-Motzkin-Elimination zur Bestimmung aller Optimallösungen des folgenden linearen Problems:

$$\min\left\{ \begin{array}{ccccc} 2x_1 & +4x_2 & +7x_3 & : & \\ 2x_1 & +x_2 & +6x_3 & \geq & 5 \\ 4x_1 & -6x_2 & +5x_3 & \geq & 8 \\ x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 \end{array} \right\}$$

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Es seien $x_1, \ldots, x_m, b \in \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass dann entweder b eine nichtnegative Linearkombination linear unabhängiger Vektoren aus $x_1, \ldots, x_m$ ist oder ein $c \in \mathbb{R}^n$ existiert mit $c^{\mathrm{T}} b < 0$ und $c^{\mathrm{T}} x_1, \ldots, c^{\mathrm{T}} x_m \geq 0$.

Abgabe: Bis Dienstag, 22.04.14, 14:00 Uhr ins Fach "'Optimierung I"' (WSC)