Übungsaufgaben Optimierung I

3. Serie

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zeigen Sie unter Verwendung von Lemma 2.2, dass durch zweifaches Dualisieren eines linearen Programms wieder das Ausgangsproblem entsteht.

Aufgabe 2 (4 + 6 Punkte)

Betrachte die Probleme

$$P_1 : \min_{y,w}\{b^T y | A^{\mathrm{T}} y - w = c,\ y, w \geq 0\}$$

und

$$P_2 : \max_{x,u}\{c^{\mathrm{T}} x | Ax - u = b,\ u \leq 0, x \geq 0\}.$$

(a) Zeige, dass falls sowohl P_1 als auch P_2 zulässige Punkte besitzen, ihre Optimalwerte übereinstimmen.
(b) Zeige: Ist $(y, w)^{\mathrm{T}}$ zulässig für P_1 und $(x, u)^{\mathrm{T}}$ zulässig für P_2, so sind die beiden Punkte optimal genau dann, wenn $x^{\mathrm{T}} w = 0$ und $y^{\mathrm{T}} u = 0$.

Aufgabe 3 (4 + 4 Punkte)

Betrachte die Abbildung $\phi : \mathbb{R}^m \to [-\infty, \infty]$,

$$\phi(t) = \min_{y}\{q^{\mathrm{T}} y \mid Wy = t, y \geq 0\}$$

für $W \in \mathbb{R}^{m\times n}, q \in \mathbb{R}^n$. Es gelte $W(\mathbb{R}^n_{\geq 0}) = \mathbb{R}^m$ und $\{u \in \mathbb{R}^m \mid W^{\mathrm{T}} u \leq q\} \neq \emptyset$.
(a) Zeige, dass $\phi(t) \in \mathbb{R}$ für alle $t \in \mathbb{R}^m$.
(b) Zeige, dass $\{u \in \mathbb{R}^m \mid W^{\mathrm{T}} u \leq q\}$ ein Polytop ist.

Abgabe: Bis Dienstag, 29.04.14, 14:00 Uhr ins Fach "'Optimierung I"' (WSC)